

ОГЛАВЛЕНИЕ

Разбор домашнего задания	2
Решение	2
Техника Разделяй и властвуй	7
Процесс решения задачи	8
Пример из жизни	9
Алгоритмы «разделяй и властвуй»	10
Преимущества и недостатки	11
Примеры	12
Quick Sort	1;
Пошаговое описание работы алгоритма быстрой сортировки	14
Для просмотра	19
Для чтения	16
Анализ алгоритма быстрой сортировки	17
Блок схема	19
Пример бинарного поиска	20
Поиск алгоритма решения	2
Ломашнее залание	23



Разбор домашнего задания

Level 1

Дано натуральное число N. Выведите слово **YES**, если число **N** является точной степенью двойки, или слово **NO** в противном случае. Операцией возведения в степень пользоваться нельзя!

Ввод	Вывод			
8	YES			
3	NO			

Дано натуральное число **N**. Вычислите сумму его цифр. При решении этой задачи нельзя использовать строки, списки, массивы (ну и циклы, разумеется).

Ввод	Вывод			
179	17			

Level 2

Напишите рекурсивный метод, который выводит на экран числа Фибоначчи до **N**-ого элемента.

Напишите рекурсивный метод, который проверяет, является ли строка палиндромом.



Решение

Level 1: Задача с степенью двойки

Задача с степенью двойки на java import java.util.Scanner; public class Main { public static void main(String[] args) { Scanner input = new Scanner(System.in); int n = input.nextInt(); if (isPowerOfTwo(n)) { System.out.println("YES"); } else { System.out.println("NO"); } } public static boolean isPowerOfTwo(int n) { if (n == 1) { return false; } else if (n % 2 == 0 && n != 0) { return false; } else if (n % 2 == 0 && n != 0) { return isPowerOfTwo(n) / 2); } else { return false; } } } public static boolean isPowerOfTwo(int n) { if (n == 1) { return false; } else if (n % 2 == 0 && n != 0) { return isPowerOfTwo(n / 2); } else { return false; } }

Код на Java, который проверяет, является ли число N точной степенью двойки, с использованием рекурсии.

Здесь функция isPowerOfTwo вызывает саму себя рекурсивно до тех пор, пока число не станет равным 1 или не окажется нечетным. Если число равно 1, то оно является точной степенью двойки, и функция возвращает true. В противном случае, если число нечётное или равно 0, то оно не является точной степенью двойки, и функция возвращает false.

Код на JavaScript, который проверяет, является ли число N точной степенью двойки, с использованием рекурсии.

Здесь функция isPowerOfTwo вызывает саму себя рекурсивно до тех пор, пока число не станет равным 1 или не окажется нечетным. Если число равно 1, то оно является точной степенью двойки, и функция возвращает true. В противном случае, если число нечётное или равно 0, то оно не является точной степенью двойки, и функция возвращает false.



Level 1: Задача с суммой цифр в натуральном числе

коде мы используем рекурсию для вычисления суммы цифр числа n.

Если число п однозначное (меньше 10), мы просто возвращаем его. В

противном случае мы берем остаток от деления п на 10 (это дает нам

последнюю цифру числа) и добавляем его к сумме цифр оставшейся

части числа (путем рекурсивного вызова sumDigits(n / 10)).

Задача с суммой цифр в натуральном числе на java рublic static int sumDigits(int n) { if (n < 10) { // базовый случай: если число однозначное return n; } else { // рекурсивный случай: вычисляем сумму цифр числа, деля его на 10 return n % 10 + sumDigits(n / 10); } } int n = 123456; int sum = sumDigits(n); System.out.println(sum); // выводит 21 Кода на Java, который рекурсивно вычисляет сумму цифр натурального числа без использования строк, списков, массивов и циклов. В этом Задача с суммой цифр в натуральном числе на java script function sumDigits(n) { if (n < 10) { // базовый случай: если число однозначное return n; } else { // рекурсивный случай: вычисляем сумму цифр числа, деля его на 10 return n % 10 + sumDigits(Math.floor(n / 10)); } const n = 123456; const sum = sumDigits(n); console.log(sum); // выводит 21 Кода на Java, который рекурсивно вычисляет сумму цифр натурального числа без использования строк, списков, массивов и натурального числа без использов

Кода на JavaScript, который рекурсивно вычисляет сумму цифр натурального числа без использования строк, списков, массивов и циклов. В этом коде мы используем рекурсию для вычисления суммы цифр числа п. Если число п однозначное (меньше 10), мы просто возвращаем его. В противном случае мы берем остаток от деления п на 10 (это дает нам последнюю цифру числа) и добавляем его к сумме цифр оставшейся части числа (путем рекурсивного вызова sumDigits(n / 10)).



Level 2: Задача про числа фибоначчи

Задача про числа фибоначчи на **java**

public static void main() { int n = 10; printFibonacci(n); // Выводит: 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 } public static void printFibonacci(int n) { if (n < 1) { // базовый случай: если N меньше 1, ничего не выводим return; } else if (n == 1) { // базовый случай: если N равно 1, выводим первое число Фибоначчи System.out.print("0 "); } else if (n == 2) { // базовый случай: если N равно 2, выводим первые два числа Фибоначчи System.out.print("0 1 "); } else { // рекурсивный случай: выводим следующее число Фибоначчи и рекурсивно вызываем этот же метод для следующего числа printFibonacci(n - 1); // рекурсивный вызов для предыдущего числа int fib = fibonacci(n - 1); // вычисляем текущее число Фибоначчи System.out.print(fib + " "); } } public static int fibonacci(int n) { if (n < 2) { // базовый случай: первые два числа Фибоначчи - 0 и 1 return n; } else { // рекурсивный случай: вычисляем число Фибоначчи, складывая два предыдущих числа return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2); } }</pre>

Код на Java, который рекурсивно выводит на экран числа Фибоначчи до N-го элемента. В этом коде мы используем рекурсию для вывода на экран чисел Фибоначчи до N-го элемента. Если п меньше 1, мы ничего не делаем. Если п равно 1, мы выводим первое число Фибоначчи (0). Если п равно 2, мы выводим первые два числа Фибоначчи (0 и 1). В противном случае мы сначала рекурсивно вызываем этот же метод для предыдущего числа (N-1), а затем вычисляем и выводим текущее число Фибоначчи.

Для вычисления чисел Фибоначчи также можно использовать рекурсивный метод fibonacci(), который вычисляет число Фибоначчи для заданного индекса.

Задача про числа фибоначчи на java script

```
function printFibonacci(n) {
  if (n < 1) {
    return; // базовый случай: если N меньше 1, ничего не делаем
  } else if (n === 1) {
    console.log('0 '); // базовый случай: если N равно 1, выводим первое число Фибоначчи
  } else if (n === 2) {
    console.log('0 1 '); // базовый случай: если N равно 2, выводим первые два числа
  фибоначчи
  } else {
    printFibonacci(n - 1); // рекурсивный вызов для предыдущего числа
    let fib = fibonacci(n - 1); // вычисляем текущее число Фибоначчи
    console.log(fib + ' ');
  }
}

function fibonacci(n) {
    if (n < 2) {
      return n; // базовый случай: первые два числа Фибоначчи - 0 и 1
  } else {
      return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2); // рекурсивный случай: вычисляем число
    фибоначчи, складывая два предыдущих числа
  }
}
let n = 10;
console.log('Fibonacci sequence up to ${n}:`);
printFibonacci(n);
// Выводит: 0 1 1 2 3 5 8 13 21 34
```

Рекурсивная функция на JavaScript, которая выводит на экран числа Фибоначчи до N-го элемента. Здесь мы определили две функции: printFibonacci и fibonacci. Функция printFibonacci выводит на экран числа Фибоначчи до N-го элемента, используя рекурсию. Если п меньше 1, мы ничего не делаем. Если п равно 1, мы выводим первое число Фибоначчи (0). Если п равно 2, мы выводим первые два числа Фибоначчи (0 и 1). В противном случае мы сначала рекурсивно вызываем эту же функцию для предыдущего числа (N-1), а затем вычисляем и выводим текущее число Фибоначчи.

Функция fibonacci вычисляет число Фибоначчи для заданного индекса, также используя рекурсию.



Level 2: Задача про строку палиндромом.

Задача про строку палиндромом на java

public static void main(String[] args) { String str = "racecar"; if (isPalindrome(str)) { System.out.println(str + " is a palindrome"); } else { System.out.println(str + " is not a palindrome"); } // Выводит: "racecar is a palindrome" } public static boolean isPalindrome(String str) { // базовый случай: если строка пустая или состоит из одного символа, она является палиндромом if (str.length() <= 1) { return true; } // рекурсивный случай: если первый и последний символы coвпадают, проверяем внутреннюю подстроку if (str.charAt(0) == str.charAt(str.length() - 1)) { return isPalindrome(str.substring(1, str.length() 1)); } // иначе строка не является палиндромом return false; }</pre>

Рекурсивная функция на Java, которая проверяет, является ли строка палиндромом. Здесь мы определили статическую функцию isPalindrome, которая

В первом условии мы проверяем базовый случай: если строка состоит из одного символа или меньше, она является палиндромом.

принимает строку str в качестве аргумента и возвращает true, если строка

является палиндромом, и false в противном случае.

Во втором условии мы проверяем, что первый и последний символы строки совпадают. Если это так, мы вызываем эту же функцию для внутренней подстроки (без первого и последнего символа) и возвращаем результат.

В противном случае строка не является палиндромом, и мы возвращаем false.

Задача про строку палиндромом на **java script**

```
function isPalindrome(str) {
    // базовый случай: если строка пустая или состоит из одного
    символа, она является палиндромом
    if (str.length <= 1) {
        return true;
    }
    // рекурсивный случай: если первый и последний символы совпадают,
    проверяем внутреннюю подстроку
    if (str[0] === str[str.length - 1]) {
        return isPalindrome(str.slice(1, -1));
    }
    // иначе строка не является палиндромом
    return false;
}
let str = "racecar";
if (isPalindrome(str)) {
    console.log(str + " is a palindrome");
} else {
    console.log(str + " is not a palindrome");
}
// Выводит: "racecar is a palindrome"</pre>
```

Рекурсивная функция на JavaScript, которая проверяет, является ли строка палиндромом. Здесь мы определили статическую функцию isPalindrome, которая принимает строку str в качестве аргумента и возвращает true, если строка является палиндромом, и false в противном случае.

В первом условии мы проверяем базовый случай: если строка состоит из одного символа или меньше, она является палиндромом.

Во втором условии мы проверяем, что первый и последний символы строки совпадают. Если это так, мы вызываем эту же функцию для внутренней подстроки (без первого и последнего символа) и возвращаем результат.

В противном случае строка не является палиндромом, и мы возвращаем false.



Техника Разделяй и властвуй

Техника **"Разделяй и властвуй"** (англ. "divide and conquer") - это метод решения задач, который заключается в разбиении сложной задачи на более простые, которые решаются независимо друг от друга, а затем объединении их решений в конечный результат.



Этот метод применяется в различных областях, включая математику, программирование, инженерию и управление проектами. В программировании техника "Разделяй и властвуй" применяется для решения сложных задач, которые могут быть разделены на несколько меньших подзадач.



Процесс решения задачи

Процесс решения задачи с помощью техники "Разделяй и властвуй" обычно включает три шага:

- 1. Divide Разделение задачи на несколько подзадач: сложная задача разбивается на несколько более простых задач, которые могут быть решены независимо друг от друга.
- 2. Conquer рекурсивно вызываем подзадачи до тех пор, пока они не будут решены. Решение каждой подзадачи: каждая подзадача решается независимо, используя наиболее подходящий метод.
- 3. Combine Объединение решений подзадач: результаты решения каждой подзадачи объединяются в конечный результат, который является решением исходной задачи.

Например, если вам нужно отсортировать большой **массив** чисел, вы можете <u>разделить</u> массив на несколько более мелких массивов и <u>отсортировать их независимо</u>. Затем вы можете объединить отсортированные подмассивы в отсортированный полный массив.

Таким образом, техника "Разделяй и властвуй" является мощным инструментом для решения сложных задач, которые могут быть разделены на более простые подзадачи.



Пример из жизни



Алгоритм разделяй и властвуй может применяться в быту для решения различных задач. Одним из

примеров может быть приготовление еды. Рассмотрим, например, задачу приготовления пиццы.

Сначала вы можете разделить задачу на несколько подзадач, например:

- I. Приготовление теста для пиццы
- Приготовление соуса для пиццы.
- Нарезка и приготовление ингредиентов для начинки пиццы
- <mark>4.</mark> Сборка пиццы

Затем вы можете решать каждую из этих подзадач по отдельности, используя подход разделяй и властвуй. Например, для приготовления теста для пиццы вы можете разделить процесс на следующие шаги:

- 1. Подготовка ингредиентов: мука, дрожжи, сахар, соль, масло, вода
- Смешивание муки, дрожжей, сахара и соли
- 3. Добавление масла и воды и замешивание теста
- 4. Оставление теста на определенное время для подъема
- Раскатывание теста в нужную форму

Вы можете решать каждый из этих шагов по отдельности, разделяя задачу на более мелкие подзадачи и решая их по отдельности. Затем вы можете объединить результаты каждого шага и получить готовое тесто для пиццы.



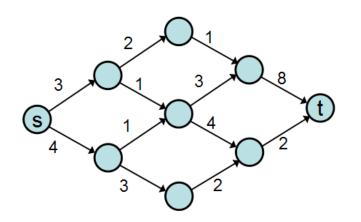
Алгоритмы «разделяй и властвуй»

- Quick Sort алгоритм сортировки. Алгоритм выбирает опорный элемент и переупорядочивает элементы массива таким образом, чтобы все элементы, меньшие, чем выбранный опорный элемент, переместились в левую часть опорного элемента, а все большие элементы перемещались в правую сторону.
- **Merge Sort** также является алгоритмом сортировки. Алгоритм делит массив на две половины, рекурсивно сортирует их и, наконец, объединяет две отсортированные половины.
- Closest Pair of Points
 Задача состоит в том, чтобы найти ближайшую пару точек в наборе точек на плоскости ху. Задача может быть решена за время O(n^2) путем вычисления расстояний каждой пары точек и сравнения расстояний для поиска минимума. Алгоритм «разделяй и властвуй» решает проблему за время O(N log N).
- Strassen's Algorithm эффективный алгоритм умножения двух матриц. Простой метод умножения двух матриц требует 3 вложенных цикла и составляет О (n ^ 3). Алгоритм Штрассена умножает две матрицы за время О(n ^ 2,8974).



Преимущества и недостатки

Преимущества алгоритма «разделяй и властвуй»	Недостатки алгоритма «разделяй и властвуй»
• Сложная проблема решается легко.	• Включает в решение рекурсию, которая
• Делит задачу на подзадачи, поэтому ее	иногда медленная
можно решать параллельно, обеспечивая	• Эффективность зависит от реализации
многопроцессорность.	логики
• Эффективно использует кэш-память, не	• Это может привести к сбою системы, если
занимая много места	в рекурсии есть ошибки
• Снижает временную сложность задачи	





Примеры

Get max and min element in array

Найти максимальный элемент в заданном массиве.

Ввод: {40, 250, 80, 88, 240, 12, 148}

Вывод:

Минимальное число в данном массиве: 12

Максимальное число в данном массиве: 250

Реализуем на уроке схему



Java script

```
/** Практика: наименьшее и наибольшее число */
function mainInit() {
  let arr = [70, 250, 50, 300, 1];
  console.log(getMaxElement(arr, 0));
  console.log(getMinElement(arr, 0));
}
function getMaxElement(arr, index) {
  let max;
  let length = arr.length;
  if (length > index) {
    max = getMaxElement(arr, index + 1);
    if (arr[index] > max)
```

Java

```
public static void main(String[] args) {
   int arr[] = {70, 250, 50, 300, 1};
   System.out.println(getMaxElement(arr, 0));
   System.out.println(getMinElement(arr, 0));
}
static int getMaxElement(int arr[], int index)
{
   int max;
   int length = arr.length;
   if (length > index)
   {
      max = getMaxElement(arr, index + 1);
      if (arr[index] > max)
          return arr[index];
      else
          return max;
   } else {
      return arr[index - 1];
   }
}
```



```
static int getMinElement(int arr[], int index)
```



Quick Sort

Алгоритм быстрой сортировки – это один из самых быстрых существующих алгоритмов сортировки, который является примером стратегии "разделяй и властвуй". Большинство готовых библиотек и методов по сортировке используют quick sort алгоритм как основу.



Кстати говоря, алгоритм быстрой сортировки как и алгоритм в худшем случае работает за время $\mathrm{O}(n^2)$

что довольно медленно.

Но не торопитесь делать поспешные выводы. В среднем алгоритм быстрой сортировки выполняется за время O(n logn); причем время сортировки очень зависит от опорного элемента, о котором Вы узнаете далее.

Алгоритм быстрой сортировки – **это рекурсивный алгоритм.** Как уже было сказано выше quicksort использует стратегию "разделяй и властвуй".

Ее суть заключается в том, что задача **разбивается на подзадачи** до тех пор, пока не будет элементарной единицы. Так и с алгоритмом: массив делится на несколько массивов, каждый из который сортируется по отдельности и потом объединяется в один массив.



Пошаговое описание работы алгоритма быстрой сортировки

- 1. Выбрать <mark>опорный (pivot) элемент из массива. Опорный элемент станет <u>средним элементом</u>.</mark>
- 2. Разделить массив на два подмассива: элементы, меньше опорного и элементы, больше опорного.
- 3. Рекурсивно применить сортировку к двум подмассивам.

В результате таких действий рекурсии, программа дойдет до того, что массивы будут делиться пока не будет один элемент, который потом и отсортируется.

Звучит немного запутанно и странно. Для наглядности посмотрите анимацию и картинки ниже.

6 5 3 1 8 7 2 4



Для просмотра

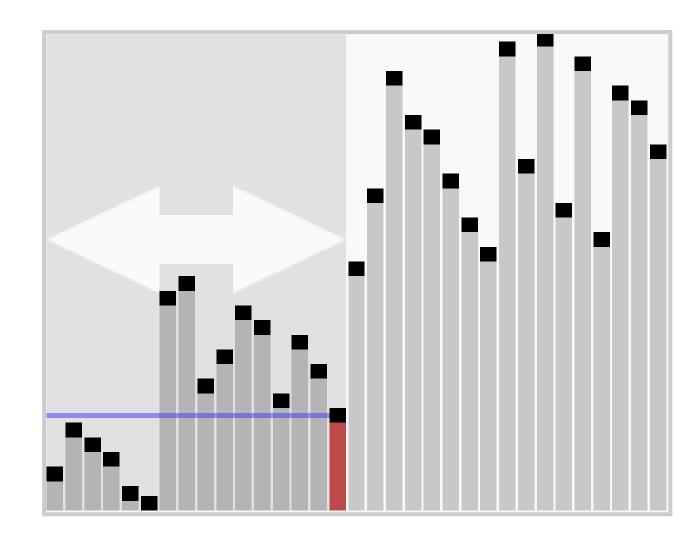




Для чтения



ССЫЛКА





Анализ алгоритма быстрой сортировки

Подробный анализ алгоритма быстрой сортировки



Исходный массив



Выбор опорного элемента. В данном случае мы взяли первый элемент 3



Разбиваем массив на подмассивы: те, что больше 3 и те, что меньше 3



Проделаем то же самое с левый подмассивом

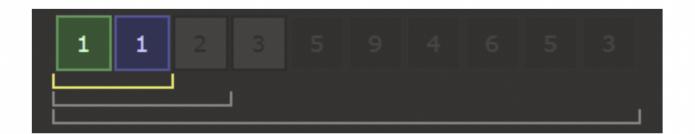




Выбор опорного элемента



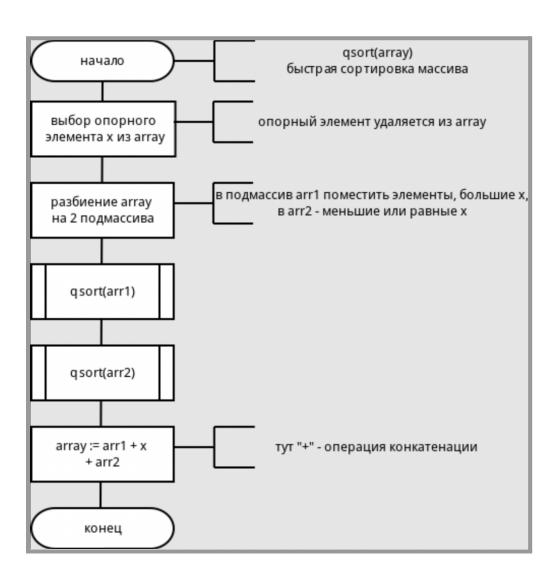
Разбиение на подмассивы



Выбор опорного и разбиение на подмассивы. Не забываем, что мы проделываем эти шаги пока не будет один элемент в подмассиве.



Блок схема





Пример интерактив

https://app.diagrams.net/#G1mTv3S08oXRrrCwNqqvlOnWGG_iWJzllj



Код

Java script Java public class QuickSort { if (start < end) {</pre> public static void main(String[] args) { int[] testArray = {39, 22, 2, 55, 6, 20}; quickSort(array, start, indexPivot - 1); // меньшие quickSort(testArray, 0, testArray.length - 1); for (int num : testArray) { quickSort(array, indexPivot + 1, end); // большие значения System.out.print(num + " "); function partition(array, start, end) { public static void quickSort(int[] array, int start, int let pivot = array[end]; // выбор опорного элемента let indexPivot = start; // Индекс меньшего элемента и int indexPivot = partition(array, start, end); for (let i = start; i < end; i++) {</pre> if (array[i] <= pivot) {</pre> swap(array, i, indexPivot); quickSort(array, start, indexPivot - 1); indexPivot++; quickSort(array, indexPivot + 1, end); swap (array, end, indexPivot); // перемещение опорного return indexPivot; public static int partition(int[] array, int start, int function swap(array, first, second) { let temp = array[first]; int pivot = array[end]; // Выбор опорного элемента array[first] = array[second]; int indexPivot = start; // Индекс меньшего элемента, array[second] = temp; for (int i = start; i < end; i++) {</pre> if (array[i] <= pivot) {</pre>



```
quickSort(testArray, 0, testArray.length - 1);
console.log(testArray);

swap(array, i, indexPivot);
indexPivot++;
}

swap(array, end, indexPivot); // Перемещение
опорного элемента на правильную позицию

return indexPivot;
}

// Метод для обмена элементов в массиве
public static void swap(int[] array, int first, int
second) {
   int temp = array[first];
   array[first] = array[second];
   array[second] = temp;
}
```



Пример бинарного поиска

Binary Search

Дан отсортированный массив arr[] из n элементов. Напишите функцию для поиска заданного элемента x в arr[] и возврата индекса x в массиве.

Примеры:

Ввод: arr[] = {11, 22, 44, 50, 60, 86, 114, 140, 145, 190}, x = 114 Вывод: 6

Объяснение: Элемент х присутствует в индексе 6.

Ввод: arr[] = {1, 24, 30, 46, 60, 100, 120, 133, 270}, x = 114 Вывод: -1

Объяснение: Элемент x отсутствует в arr[].

Реализуем на уроке схему



Java script

```
function binarySearch(arr, x) {
  let left = 0;
  let right = arr.length - 1;

while (left <= right) {
   const mid = Math.floor((left + right) / 2);
  if (arr[mid] === x) {</pre>
```

Java

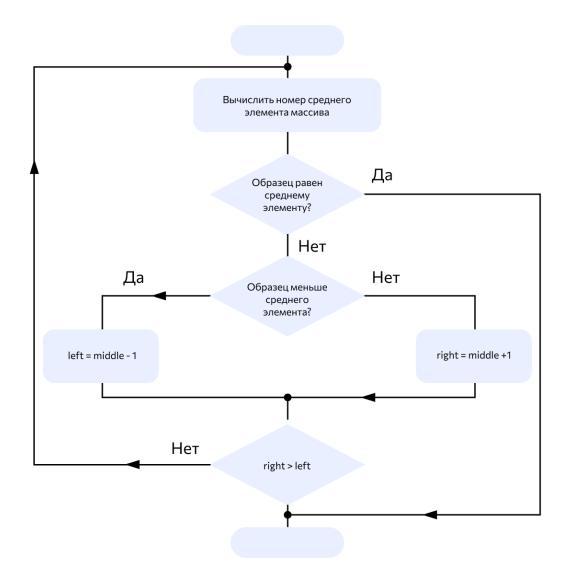
```
public class BinarySearch {
    // Функция для поиска элемента x в массиве arr[] и
возврата его индекса
    // Возвращает -1, если элемент отсутствует в массиве
    public static int binarySearch(int[] arr, int x) {
        int left = 0, right = arr.length - 1;
        while (left <= right) {
            int mid = left + (right - left) / 2;

            // Проверяем, находится ли элемент в середине
массива
        if (arr[mid] == x)
            return mid;</pre>
```



```
if (arr[mid] < x)
   } else {
                                                                          right = mid - 1;
 return -1;
                                                           public static void main(String[] args) {
190];
                                                              System.out.println("Индекс элемента " + x1 + " в массиве
console.log(`Индекс элемента ${x1} в массиве arr1:
                                                           arr1: " + binarySearch(arr1, x1));
${binarySearch(arr1, x1)}`);
                                                              int[] arr2 = {1, 24, 30, 46, 60, 100, 120, 133, 270};
                                                              System.out.println("Индекс элемента " + x2 + " в массиве
const arr2 = [1, 24, 30, 46, 60, 100, 120, 133, 270];
                                                           arr2: " + binarySearch(arr2, x2));
const x2 = 114;
console.log(`Индекс элемента ${x2} в массиве arr2:
${binarySearch(arr2, x2)}`);
```







Поиск алгоритма решения



Задача: У вас есть **50 пар** носков разных цветов.

Как бы вы быстро найдете пару носков одного цвета, не заглядывая в каждую пару?



<mark>Задача:</mark> Задача с белыми и черными шляпами.







Домашнее задание

- <mark>П</mark>Очистить долги с предыдущих домашних заданий
- Повторить пройденное
- Составить блок схему следующей задачи:

```
Имея два отсортированных массива размера m и n соответственно, вам нужно найти элемент, который будет находиться на k-й позиции в конечном отсортированном массиве.

Массив 1 - 100 112 256 349 770

Массив 2 - 72 86 113 119 265 445 892

к = 7

Вывод : 256
```

4. Решите задачу: Расставьте в алфавитном порядке буквы. Разрешается использование техники Разделяй и властвуй. Полученные данные напечатайте.

```
← → → На вход строка: "poiuytrewqlkjhgfdsamnbvcxz"
```

На выходе должно быть: ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ (C большой буквы)