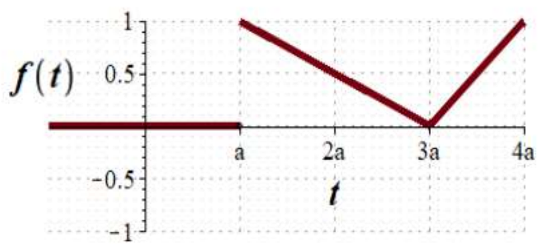
Лабораторная работа №4
Элементы операционного исчисления
Власенко Тимофей, 153505
Вариант 7

Задание1 (по данному графику функции-оригинала найти ее изображение Лапласа)

1.7.



$$f(x) := \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ -\dfrac{x}{2\cdot a} + \dfrac{3}{2} & a \le x < 3\cdot a \\ \dfrac{x}{a} - 3 & x \ge 3\cdot a \end{cases}$$

$$f := x \mapsto \begin{cases} 0 & 0 < x < a \\ -\dfrac{x}{2\cdot a} + \dfrac{3}{2} & a \le x < 3\cdot a \\ \dfrac{x}{a} - 3 & 3\cdot a \le x \end{cases} \qquad \textbf{(1.1)}$$

$int\left(f(x)\cdot e^{-p\cdot x}, x = 0..\text{infinity}\right);$

$$\frac{2\,e^{-p\,a\sim}\,a\sim p + e^{-3\,p\,a\sim} - e^{-p\,a\sim}}{2\,p^2\,a\sim} + \left(\lim_{x\to\infty} \frac{3\,e^{-p\,x}\,a\sim p - e^{-p\,x}\,p\,x + e^{-3\,p\,a\sim} - e^{-p\,x}}{p^2\,a\sim}\right) \qquad \textbf{(1.2)}$$

Задание2 (найти оригинал по заданному изображению)

restart;

$$F := \frac{5\cdot p}{(p+2)\cdot\left(p^2 - 2\cdot p + 2\right)}$$

$$F := \frac{5\,p}{(p+2)\,\left(p^2 - 2\,p + 2\right)} \qquad \textbf{(2.1)}$$

inttrans[invlaplace](F, p, x)

$$e^{x}\,(\cos(x) + 2\sin(x)) - e^{-2\,x} \qquad \textbf{(2.2)}$$

Задание3 (найти решение ДУ методом Лагранжа и операторным методом, решить задачу Коши)

> $y(0)=0$ и $y'(0)=0$

> $de := y''(t) + y'(t) = \frac{e^t}{1+e^t}$:

> $dsolve(\{de, y(0)=0, y'(0)=0\}, y(t));$

$$y(t) = \ln(1+e^t) + e^{-t}\ln(1+e^t) - e^{-t}(-1+\ln(2)) - \ln(2) - 1 \quad \textbf{(3.1)}$$

Задание4 (операторным методом решить задчу Коши)

> $y(0)=2,\ y'(0)=6$

> $restart;$
$de := y''(t) - 3\cdot y'(t) + 2\cdot y(t) = 12\cdot e^{3\cdot t}$:

> $dsolve(\{de, y(0)=2, y'(0)=6\}, y(t));$

$$y(t) = \left(-8\,e^t + 6\,(e^t)^2 + 4\right) e^t \quad \textbf{(4.1)}$$

Задание5 (решить систему ДУ, решить задачу Коши)

> $x(0)=2,\ y(0)=0$

> $restart;$
$de1 := diff(x(t), t) = 3\cdot x(t) + y(t)$

$$de1 := \frac{d}{dt}\,x(t) = 3\,x(t) + y(t) \quad \textbf{(5.1)}$$

> $de2 := diff(y(t), t) = -5\cdot x(t) - 3\cdot y(t) + 2$

$$de2 := \frac{d}{dt}\,y(t) = -5\,x(t) - 3\,y(t) + 2 \quad \textbf{(5.2)}$$

> $dsolve(\{de1, de2, x(0)=2, y(0)=0\}, \{x(t), y(t)\})$

$$\left\{x(t) = \frac{11\,e^{2t}}{4} - \frac{e^{-2t}}{4} - \frac{1}{2},\ y(t) = -\frac{11\,e^{2t}}{4} + \frac{5\,e^{-2t}}{4} + \frac{3}{2}\right\} \quad \textbf{(5.3)}$$