Лабораторная работа №1
Операции с математическими выражениями и функциями в Maple.
Власенко Тимофей, 153505
Вариант №7

Задание1

> $$\frac{\left(\frac{x^3+6\cdot x^2+12\cdot x+8}{x^2+3\cdot x-4}\right)}{\left(\frac{9\cdot x^5+36\cdot x^4+9\cdot x^3-90\cdot x^2-36\cdot x+72}{x^4+x^3-9\cdot x^2+11\cdot x-4}\right)}$$

$$\frac{(x^3+6x^2+12x+8)(x^4+x^3-9x^2+11x-4)}{(x^2+3x-4)(9x^5+36x^4+9x^3-90x^2-36x+72)} \quad \textbf{(1.1)}$$

Для упрощения используем команду simplify

> *simplify*(**(1.1)**)

$$\frac{1}{9} \quad \textbf{(1.2)}$$

Задание2

> $(7\cdot x-6)\cdot(3\cdot x^2+4)\cdot(5\cdot x+3)$

$$(7x-6)(3x^2+4)(5x+3) \quad \textbf{(2.1)}$$

> *expand*(**(2.1)**)

$$105x^4-27x^3+86x^2-36x-72 \quad \textbf{(2.2)}$$

Задание3

> $x^4+7\cdot x^3+21\cdot x^2+63\cdot x+108$

$$x^4+7x^3+21x^2+63x+108 \quad \textbf{(3.1)}$$

> *factor*(**(3.1)**)

$$(x+4)(x+3)(x^2+9) \quad \textbf{(3.2)}$$

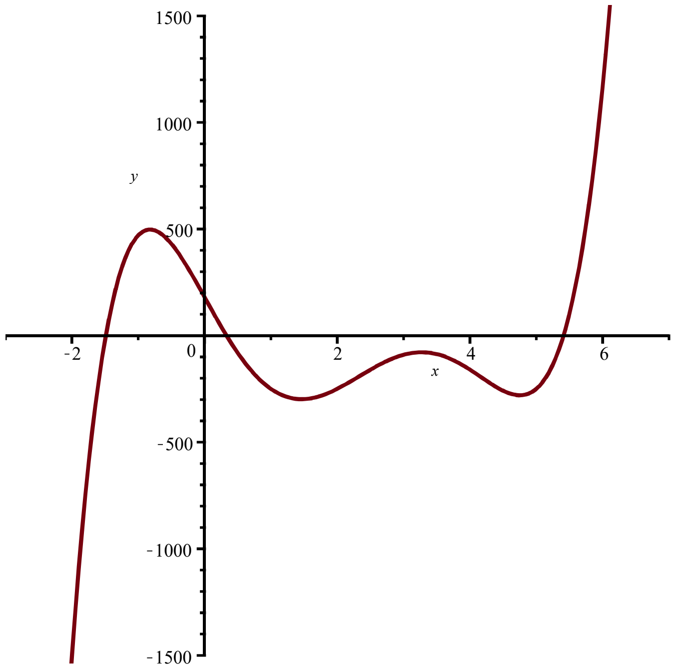
Задание4

> $6\cdot x^5-65\cdot x^4+195\cdot x^3-5\cdot x^2-561\cdot x+180;$

$$6x^5-65x^4+195x^3-5x^2-561x+180 \quad \textbf{(4.1)}$$

Построим график

> *plot*(**(4.1)**, $x=-3..7$, $y=-1500..1500$)



> $fsolve((\mathbf{4.1}) = 0)$

$$-1.48732, 0.331150, 5.40946 \qquad \mathbf{(4.2)}$$

Задание5

> $\dfrac{(2 \cdot x^4 + 5 \cdot x^3 + 3 \cdot x - 1)}{(x^2+1) \cdot (x-2)^2 \cdot (x^2 - 9)}$

$$\frac{2x^4 + 5x^3 + 3x - 1}{(x^2+1)(x-2)^2(x^2-9)} \qquad \mathbf{(5.1)}$$

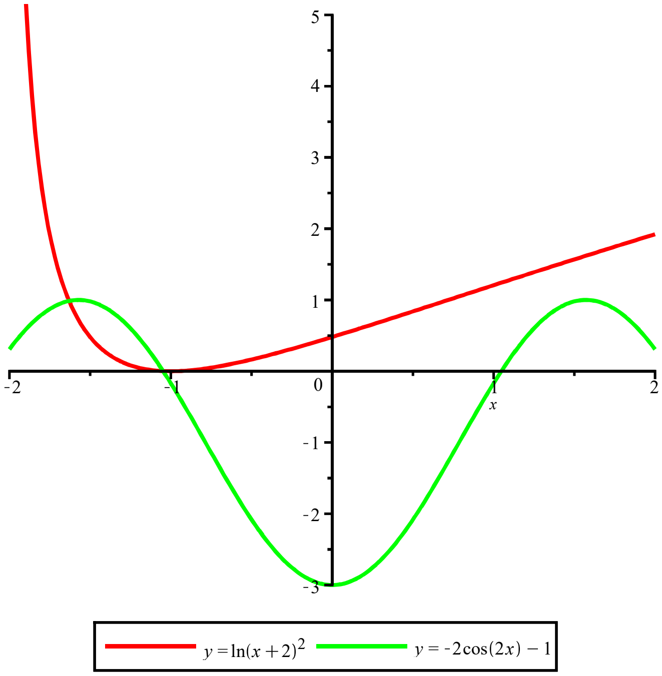
Используем команду convert с параметром parfrac

> $convert((\mathbf{5.1}), parfrac, x)$

$$-\frac{17}{1500\,(x+3)} + \frac{61}{12\,(x-3)} + \frac{2x-11}{250\,(x^2+1)} - \frac{127}{25\,(x-2)} - \frac{77}{25\,(x-2)^2} \qquad \mathbf{(5.2)}$$

Задание6

> $eq := (\ln(x+2))^2 = -2 \cdot \cos(2 \cdot x) - 1 :$
> $plot([(\ln(x+2))^2, -2 \cdot \cos(2 \cdot x) - 1], x = -2..2, color = [red, green], legend = ['y = (\ln(x+2))^2', 'y = -2 \cdot \cos(2 \cdot x) - 1']);$



Присвоим Digits значение 6 для задания необходимой точности

> $Digits := 6:$
> $fsolve(eq, x = -2..-1.25);$
> $fsolve(eq, x = -1.25..0);$

$$-1.62956$$
$$-1.04789 \quad (6.1)$$

Задание7

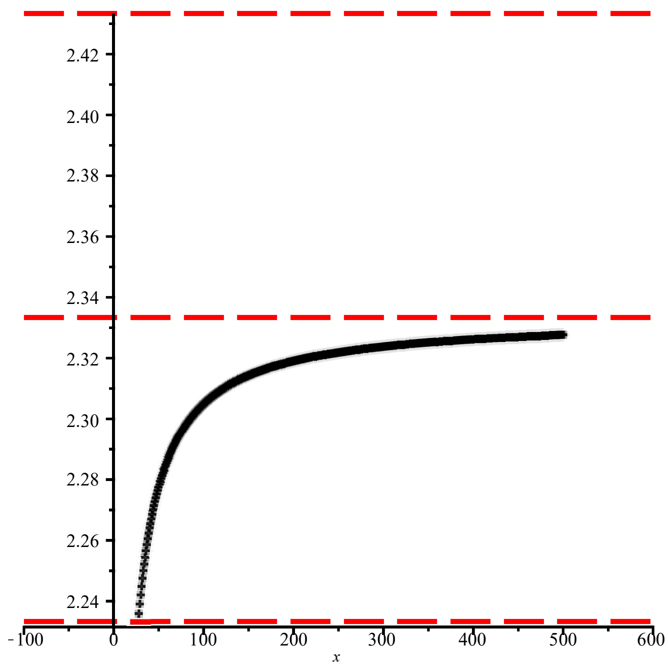
> $a := n \rightarrow \frac{7 \cdot n + 3}{3 \cdot n + 5};$
> $assume(n \in \mathbb{N});$
> $limit\_of\_a := \lim_{n \rightarrow \infty} (a(n));$
> $solve\left(\text{abs}\left(\frac{7 \cdot n + 3}{3 \cdot n + 5} - \frac{7}{3}\right) < 0.1\right) \text{assuming}(n \in \mathbb{N});$

$$a := n \mapsto \frac{7 \cdot n + 3}{3 \cdot n + 5}$$
$$limit\_of\_a := \frac{7}{3}$$
$$(-\infty, -1.66667), (27.2213, \infty) \quad (7.1)$$

> $sequence := pointplot(\{seq([n, a(n)], n = 28..500)\}):$

$line := plot\left(\left[\frac{7}{3}-0.1, \frac{7}{3}, \frac{7}{3}+0.1\right], x=-100..600, linestyle=dash, color=red, thickness=2\right):$

$display([sequence, line]);$



Задание 8

$> sequence1 := \sqrt{n^2 - 3\cdot n + 2} - n;$
$limit1\_is := \lim_{n\to\infty}(sequence1);$

$$sequence1 := \sqrt{n\sim^2 - 3\,n\sim + 2} - n\sim$$

$$limit1\_is := -\frac{3}{2} \quad \textbf{(8.1)}$$

$> sequence2 := \left(\frac{7\cdot n^2 + 18\cdot n - 15}{7\cdot n^2 + 11\cdot n + 15}\right)^{n+2};$
$limit2\_is := \lim_{n\to\infty}(sequence2);$

$$sequence2 := \left(\frac{7\,n\sim^2 + 18\,n\sim - 15}{7\,n\sim^2 + 11\,n\sim + 15}\right)^{n\sim+2}$$

$$limit2\_is := \mathrm{e} \quad \textbf{(8.2)}$$

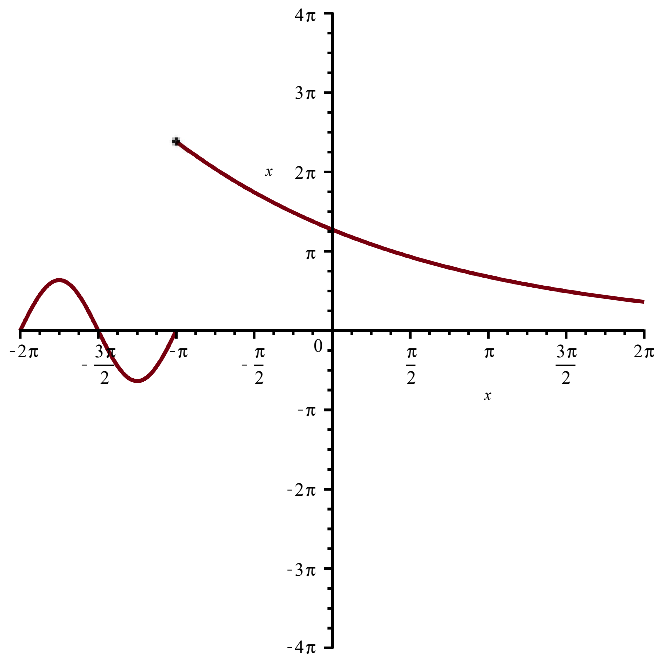
Задание9

Для задания кусочно-непрерывной функции используем команду piecewise

$> f := x \to piecewise\left(x < -\mathrm{Pi}, 2\cdot\sin(2\cdot x), x \geq -\mathrm{Pi}, 4\cdot \mathrm{e}^{-\frac{2}{10}\cdot x}\right)$

$$f := x \mapsto \begin{cases} 2\cdot\sin(2\cdot x) & x < -\pi \\ 4\cdot e^{-\frac{x}{5}} & -\pi \le x \end{cases} \qquad (9.1)$$

> $plot(f(x), x, discont = [showremovable], x = -4\cdot\mathrm{Pi}\,..\,4\cdot\mathrm{Pi});$



> $limit(2\cdot\sin(2\cdot x), x = -\mathrm{Pi});$
$limit\left(4\cdot e^{-\frac{2}{10}\cdot x}, x = -\mathrm{Pi}\right);$
$limit\left(4\cdot e^{-\frac{2}{10}\cdot x}, x = \infty\right);$
$limit(2\cdot\sin(2\cdot x), x = -\infty);$ #` `***предел синуса на бесконечности не существует.***

$$0$$

$$4\,e^{\frac{\pi}{5}}$$

$$0$$

$$-2\,..2 \qquad (9.2)$$

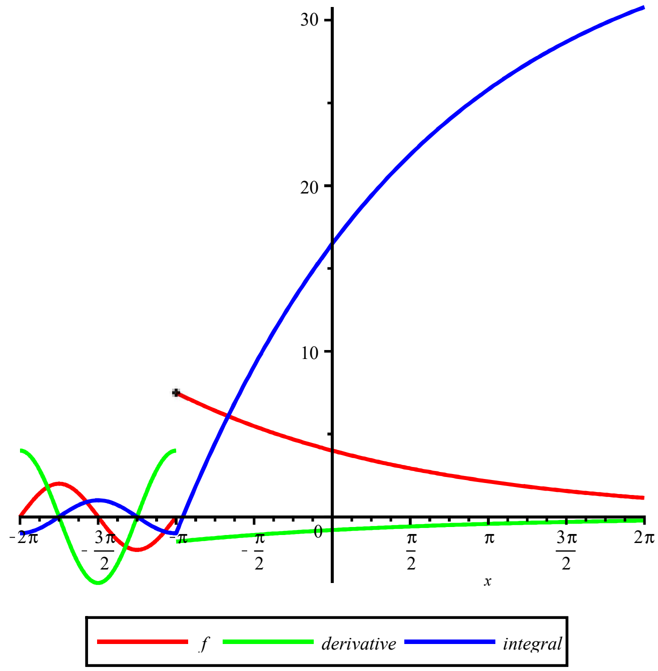
Найдем производную и неопределенный интеграл

> $derivative := diff(f(x), x);$
$integral := int(f(x), x);$

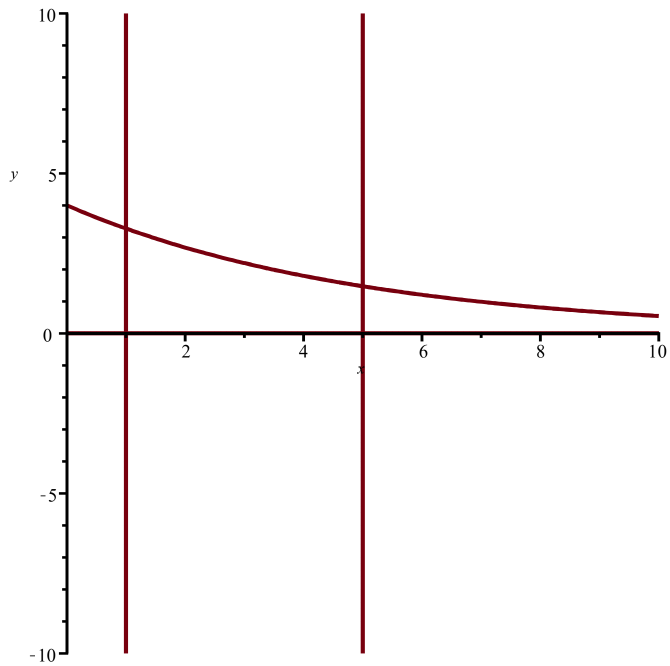
$$derivative := \begin{cases} 4\cos(2\,x) & x < -\pi \\ undefined & x = -\pi \\ -\frac{4\,e^{-\frac{x}{5}}}{5} & -\pi < x \end{cases}$$

$$integral := \begin{cases} -\cos(2x) & x \le -\pi \\ -20\,e^{-\frac{x}{5}} - 1 + 20\,e^{\frac{\pi}{5}} & -\pi < x \end{cases} \quad \textbf{(9.3)}$$

> $plot([f(x), derivative, integral], x, color = [red, green, blue], discont = [showremovable], legend = [f, 'derivative', 'integral']);$



> $with(plots):$
$implicitplot([y = f(x), x = 1, x = 5, y = 0], x = 0..10, y = -10..10);$



> $S := int(f(x), x = 1..5, numeric = true);$

$$S := 9.01703 \quad \textbf{(9.4)}$$

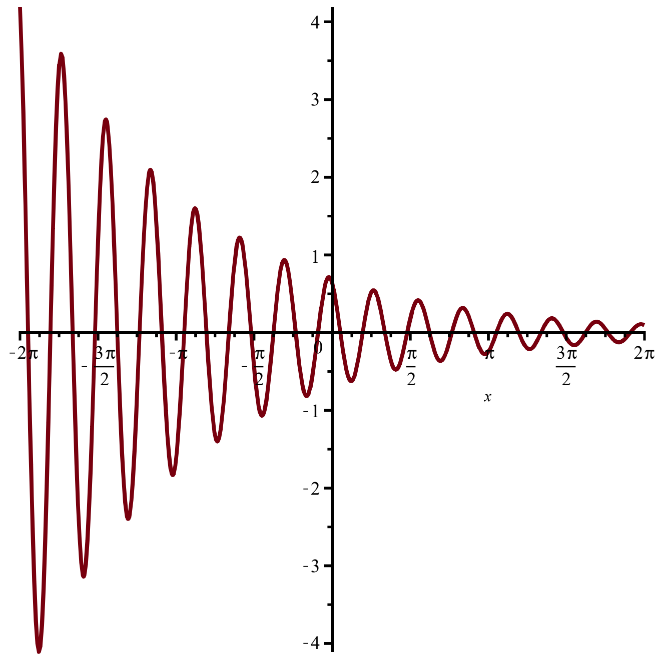
Площадь криволинейной трапеции нашел с помощью определенного интеграла.

Задание10

> #1

$curve1 := \frac{7}{10} \cdot e^{-\frac{3}{10} \cdot x} \cdot \sin(7 \cdot x + 2) :$

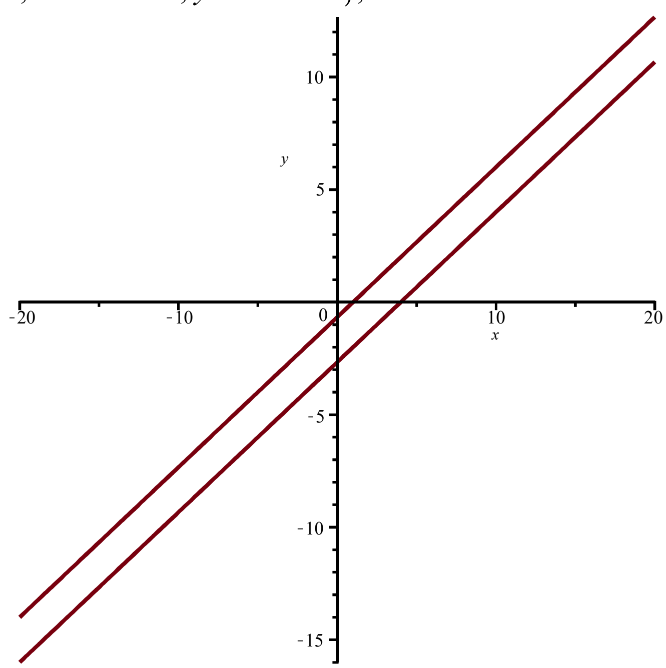
$plot(curve1);$



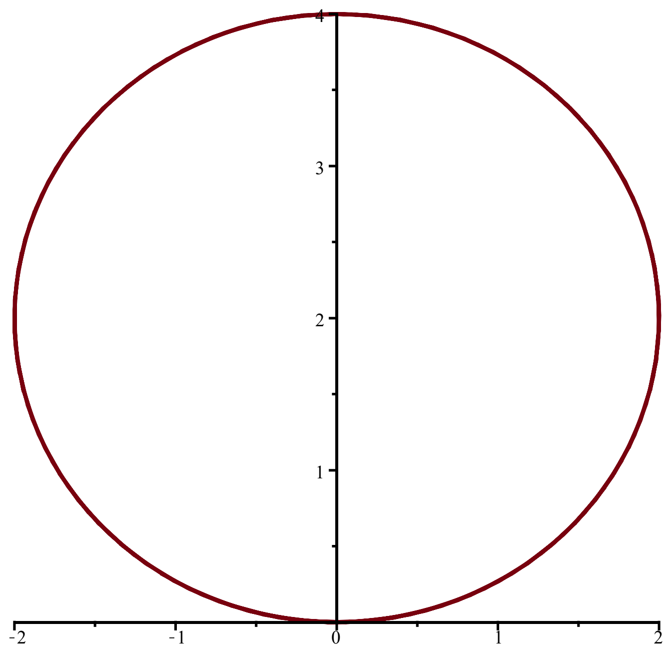
> $curve2 := 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x \cdot y + 9 \cdot y^2 - 20 \cdot x + 30 \cdot y + 16 = 0 :$

$with(plots) :$

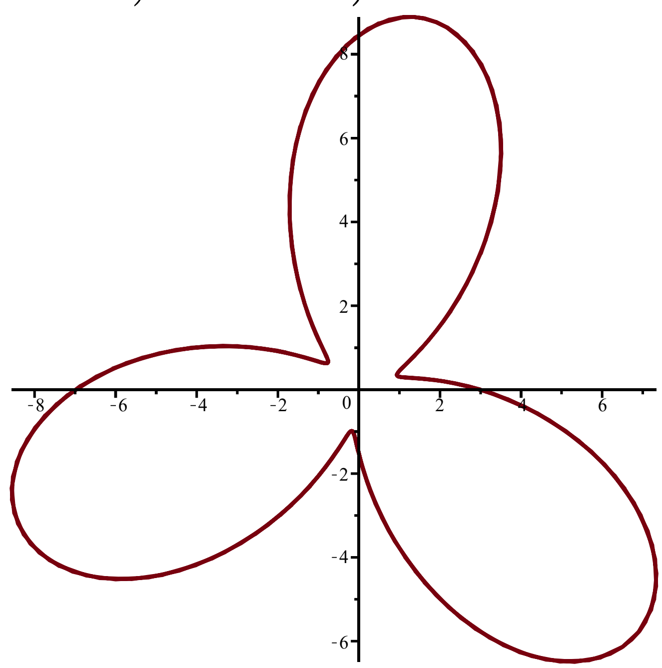
$implicitplot(curve2, x = -20..20, y = -20..20);$



> $plot([2 \cdot \sin(2 \cdot (t)), 4 \cdot \cos(t)^2, t = -5..5]);$



$$> \ plot\left(5 - 4\cdot\sin\left(3\cdot\varphi + \frac{\pi}{6}\right), coords = \text{polar}\right)$$



Приведем кривую второго порядка (curve2) к каноническому виду:

$> \ M := Matrix([[4,-6], [-6, 9]]);$

$$M := \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -6 & 9 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(10.1)}$$

Найдем собственные значение и векторы матрицы M

$> \ v := LinearAlgebra[Eigenvectors](M);$

$$v := \begin{bmatrix} 0 \\ 13 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{2}{3} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{10.2}$$

Нормируем собственные векторы

> $with(LinearAlgebra)$:
$e1 := Normalize(Column(v[2], [1]), Euclidean)$;
$e2 := Normalize(Column(v[2], [2]), Euclidean)$;

$$e1 := \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{13}}{13} \\ \frac{2\sqrt{13}}{13} \end{bmatrix}$$

$$e2 := \begin{bmatrix} -\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ \frac{3\sqrt{13}}{13} \end{bmatrix} \tag{10.3}$$

Выполним подстановку

> $subs(x = e1[1] \cdot x1 + e2[1] \cdot y1,\ y = e1[2] \cdot x1 + e2[2] \cdot y1,\ curve2) : expr := simplify(\%);$

$$expr := 13\, y1^2 + 10\, y1\sqrt{13} + 16 = 0 \tag{10.4}$$

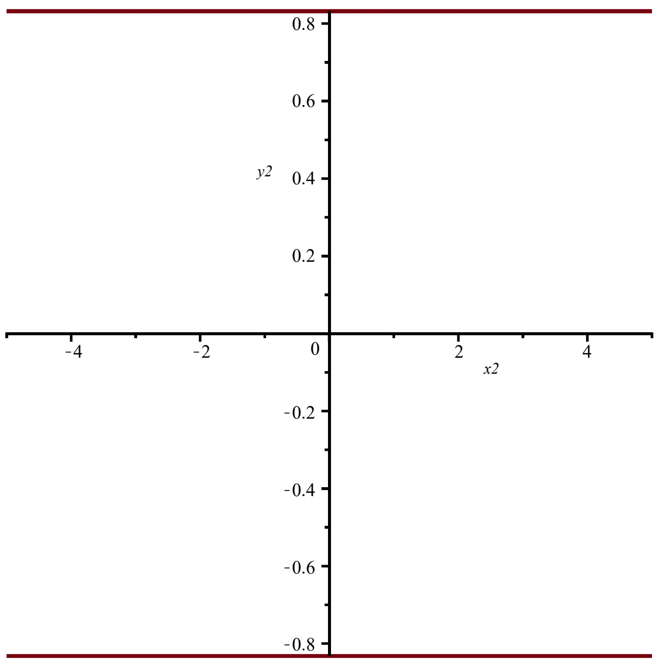
> $expr1 := Student[Precalculus][CompleteSquare](expr);$

$$expr1 := 13\left(y1 + \frac{5\sqrt{13}}{13}\right)^2 - 9 = 0 \tag{10.5}$$

> $canonical := subs\left(x1 = x2 - \frac{5\sqrt{13}}{13}, y1 = y2 - \frac{5\sqrt{13}}{13}, expr1\right)$;

$$canonical := 13\, y2^2 - 9 = 0 \tag{10.6}$$

> $plots[implicitplot](canonical, x2 = -5..5, y2 = -10..10)$



0.8
0.6
y2
0.4
0.2
-4
-2
0
2
4
x2
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8