Лабораторная работа №3.3
Системы дифференциальных уравнений
Власенко Тимофей, 153505
Вариант 7

Задание1 (исследовать поведение фазовых кривых вблизи точки покоя, определить тип точки покоя, найти общее решение системы и выделить ФСР, перейти от системы к однородному ДУ первого порядка)

> $de1 := diff\left(y_1(t), t\right) = -4 \cdot y_1(t) - 8 \cdot y_2(t)$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, y_1(t) = -4\, y_1(t) - 8\, y_2(t) \quad \textbf{(1.1)}$$

> $de2 := diff\left(y_2(t), t\right) = -3 \cdot y_1(t) + 6 \cdot y_2(t)$

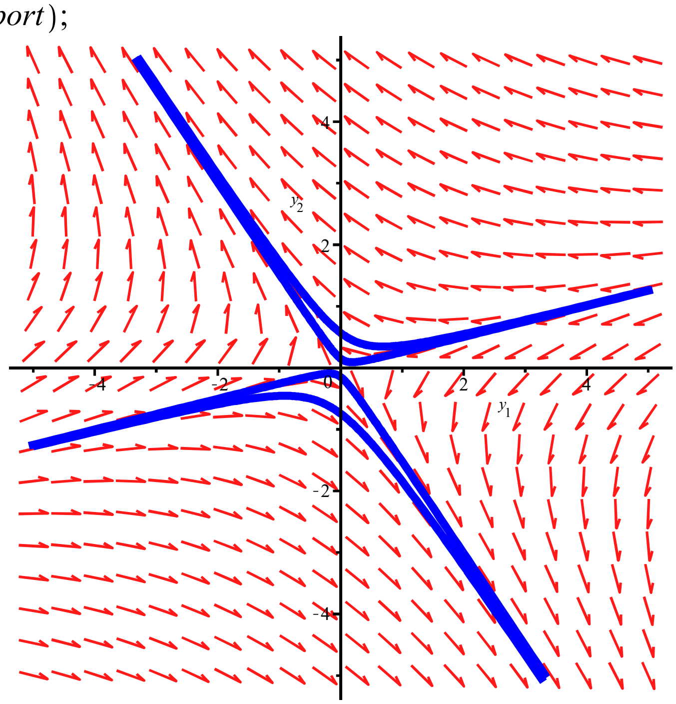
$$de2 := \frac{d}{dt}\, y_2(t) = -3\, y_1(t) + 6\, y_2(t) \quad \textbf{(1.2)}$$

> $dsolve\left(\{de1, de2\}, \{y_1(t), y_2(t)\}\right)$

$$\left\{y_1(t) = \_C1\, e^{-6t} + \_C2\, e^{8t},\, y_2(t) = \frac{\_C1\, e^{-6t}}{4} - \frac{3\, \_C2\, e^{8t}}{2}\right\} \quad \textbf{(1.3)}$$

> $port := DETools[phaseportrait]\left([de1, de2], [y_1(t), y_2(t)], t = -5..5, [[0, 0.1, 0.1], [0, -0.1, -0.1], [0, -0.5, -0.5], [0, 0.21, 0.44]], y_1(t) = -5..5, y_2(t) = -5..5, stepsize = 0.005, linecolor = blue\right):$

> $plots[display](port);$



> $A := matrix([[-4 - \lambda, -8], [-3, 6 - \lambda]]);$

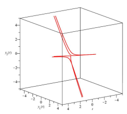
$solve(linalg[det](A) = 0);$

$$A := \begin{bmatrix} -4 - \lambda & -8 \\ -3 & 6 - \lambda \end{bmatrix}$$

$$8, -6 \tag{1.4}$$

Действительные разных знаков => тип точки покоя — седло

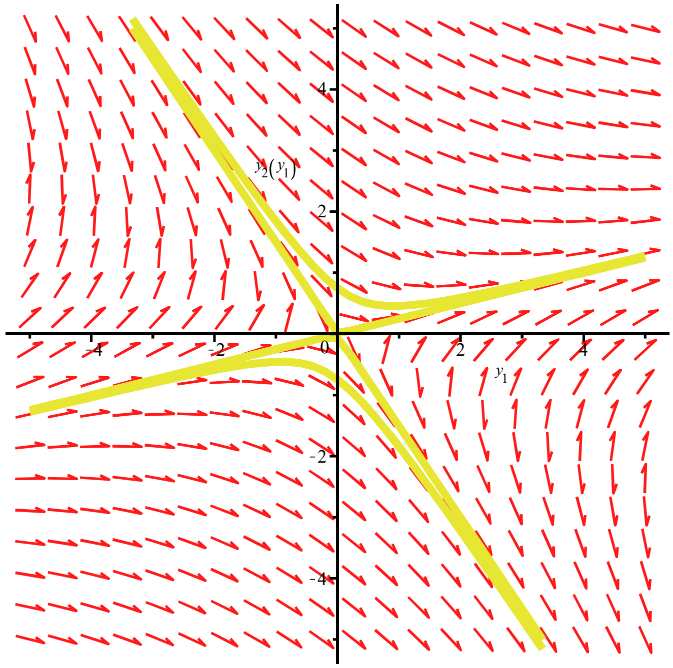
> $DEtools[DEplot3d]\left([de1, de2], \left[y_1(t), y_2(t)\right], t = -5..5, [[0, 0.1, 0.1], [0, -0.1, -0.1], [0, -0.5, -0.5], [0, 0.21, 0.44]], y_1(t) = -5..5, y_2(t) = -5..5, stepsize = 0.05, linecolor = red\right)$



> $de := diff\left(y_2(y_1), y_1\right) = \dfrac{-3 \cdot y_1 + 6 \cdot y_2(y_1)}{-4 \cdot y_1 - 8 \cdot y_2(y_1)}$

$$de := \frac{d}{dy_1}\, y_2(y_1) = \frac{-3\, y_1 + 6\, y_2(y_1)}{-4\, y_1 - 8\, y_2(y_1)} \tag{1.5}$$

> $DETools[DEplot]\left(de, y_2(y_1), y_1 = -5..5, y_2(y_1) = -5..5, \left[y_2(0.01) = 0.01, y_2(-0.05) = -0.05, y_2(-0.5) = -0.5, y_2(0.5) = 0.5\right]\right)$



Задание2 (решить систему уравнений (в тетради методом исключений))

> *restart*;
de1 := *diff*$(y_1(t), t) = 3\cdot y_1(t) + 2\cdot y_2(t)$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, y_1(t) = 3\, y_1(t) + 2\, y_2(t) \qquad \textbf{(2.1)}$$

> *de2* := *diff*$(y_2(t), t) = y_1(t) + 4\cdot y_2(t)$

$$de2 := \frac{d}{dt}\, y_2(t) = y_1(t) + 4\, y_2(t) \qquad \textbf{(2.2)}$$

> *dsolve*$(\{de1, de2\}, \{y_1(t), y_2(t)\})$

$$\left\{ y_1(t) = \_C1\, e^{5t} + \_C2\, e^{2t},\, y_2(t) = \_C1\, e^{5t} - \frac{\_C2\, e^{2t}}{2} \right\} \qquad \textbf{(2.3)}$$

Задание3 (решить задачу Коши с помощью методов Лагранжа и Д'Аламбера)

> *restart*;
de1 := *diff*$(x(t), t) = 2\cdot x(t) + 8\cdot y(t) + 1$

$$de1 := \frac{d}{dt}\, x(t) = 2\, x(t) + 8\, y(t) + 1 \qquad \textbf{(3.1)}$$

> *de2* := *diff*$(y(t), t) = 3\cdot x(t) + 4\cdot y(t)$

$$de2 := \frac{d}{dt}\, y(t) = 3\, x(t) + 4\, y(t) \qquad \textbf{(3.2)}$$

> *dsolve*$(\{de1, de2, x(0) = 2, y(0) = 1\}, \{x(t), y(t)\})$

$$\left\{x(t) = \frac{e^{-2t}}{10} + \frac{33\,e^{8t}}{20} + \frac{1}{4},\, y(t) = -\frac{e^{-2t}}{20} + \frac{99\,e^{8t}}{80} - \frac{3}{16}\right\} \tag{3.3}$$

> $DEtools[DEplot3d]([de1, de2], [x(t), y(t)], t=-5..5, [[1, 1, 3], [-1,-1, 2], [1,-2,-4], [0, 1,-2]], x(t)=-5..5, y(t)=-5..5, stepsize=0.05, linecolor=red)$