1 Esercizi

1.1 Esercizio 1

Input

- Numero intero $N \geq 1$

Output

- Numero di coppie (i, j) tali che i e j compresi tra 1 e N

Codice di base

```
function Count_1(N: Int)
    sum = 0
    for (i = 1; i <= N; i = i + 1)
        for (j = i; j <= N; j = j + 1)
            sum = sum + 1
    return sum
```

Tempo di esecuzione:

$$2 + 3N + 1 + \sum_{i=1}^{N} [3\,(N + 1 - i)] + 2 \sum_{i=1}^{N} (N + 1 - i)$$

Posso fare di meglio.

```
function Count_1(N: Int)
    sum = 0
    for (i = 1; i <= N; i = i + 1)
        sum = sum + (N + 1 - i)
    return sum
```

Tempo di esecuzione: $7N + 3$

Posso fare (ancora) meglio.

$$\sum_{i=1}^{N} (N + 1 - i) = \sum_{i=1}^{N} i = \frac{N(N+1)}{2}$$

Quindi posso scrivere:

```
function Count_1(N: Int)
    return N * (N + 1) / 2
```

Tempo di esecuzione: 5

1.2 Esercizio 2

```
var A: [Int] = un array contenente interi;
var res: Bool = false;
const n: Int = A.length;
for(var k: Int = 0; k < sqrt(n); k++)
    for (var h: Int = 0; h < k; h++)
        for (var t: Int = 0; t < h; t++)
            res = res || ((A[t] % 2 == 0) && (A[t+1] % 2 == 1))
```

Dichiarazioni
Analisi statica

$$\Delta = \langle (A, [Int]Loc), (res, BoolLoc), (n, Int) \rangle$$

Analisi dinamica
Stato 0

$$D_1; D_2; D_3; C$$

$$\rho = \varnothing$$

$$\sigma = \varnothing$$

Stato 1

$$D_2; D_3; C$$

$$\rho = \langle (A, [Loc]) \rangle$$

$$\sigma = \langle ([Loc], [a_1, a_2, \ldots]) \rangle$$

Stato 2

$$D_3; C$$

$$\rho = \langle (A, [Loc]), (res, L_0) \rangle$$

$$\sigma = \langle ([Loc], [a_1, a_2, \ldots]), (L_0, false) \rangle$$

Complessità
Il for più esterno viene eseguito $sqrtn$ volte
Il for intermedio è nell'ordine di $O(n)$ perchè tramite la formula di Gauss:

$$O\left(\sqrt{n}^2\right) = \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}{2}$$

Il for più interno è dell'ordine $O(n\sqrt{n})$

$$h = \frac{k\,(k+1)}{2}$$

$$k = \frac{\sqrt{n}\,(\sqrt{n}+1)}{2}$$

$$s = \frac{h(h+1)}{2}$$

$$s = \frac{\frac{k(k+1)}{2}(\frac{k(k+1)}{2}+1)}{2}$$

$$s = \frac{\frac{\frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}{2}\left(\frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}{2}+1\right)}{2}\left(\frac{\frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}{2}\left(\frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}+1)}{2}+1\right)}{2}+1\right)}{2}$$