



## IEL – protokol k projektu

Josef, Pasek  
xpasekj00

9. prosince 2024

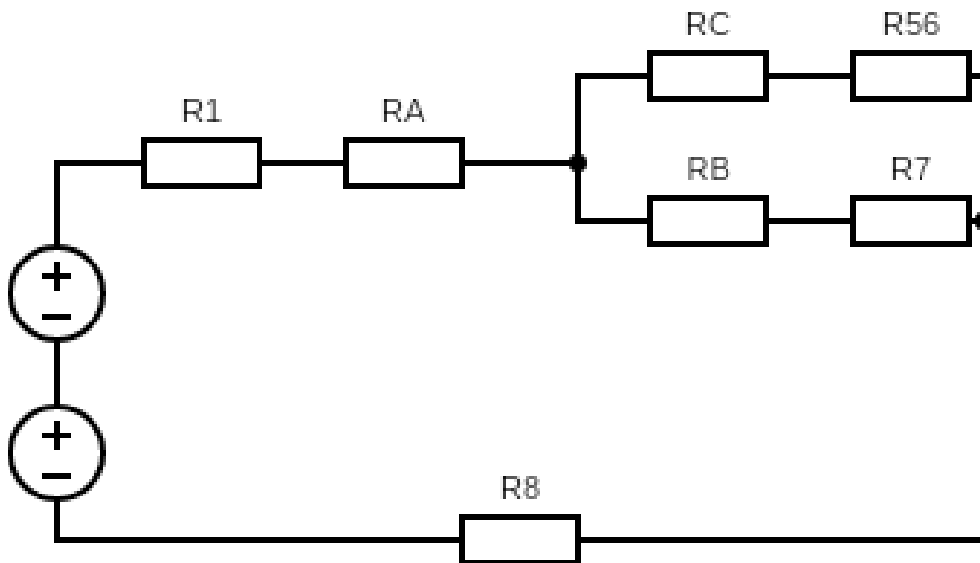
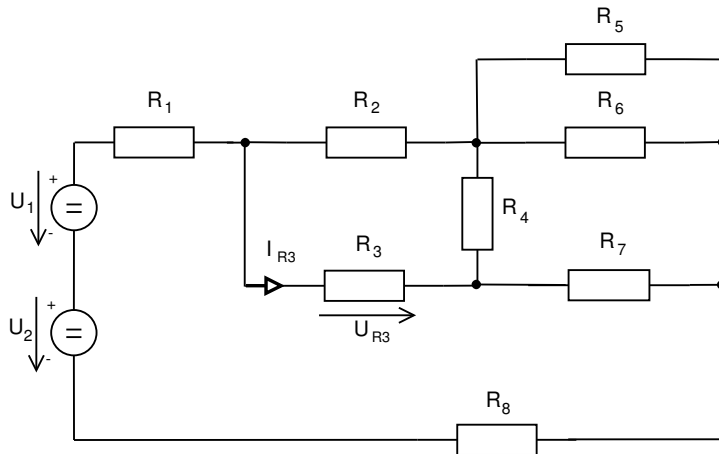
### Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	4
3	Příklad 3	5
4	Příklad 4	6
5	Příklad 5	8
6	Shrnutí výsledků	11

## Příklad 1

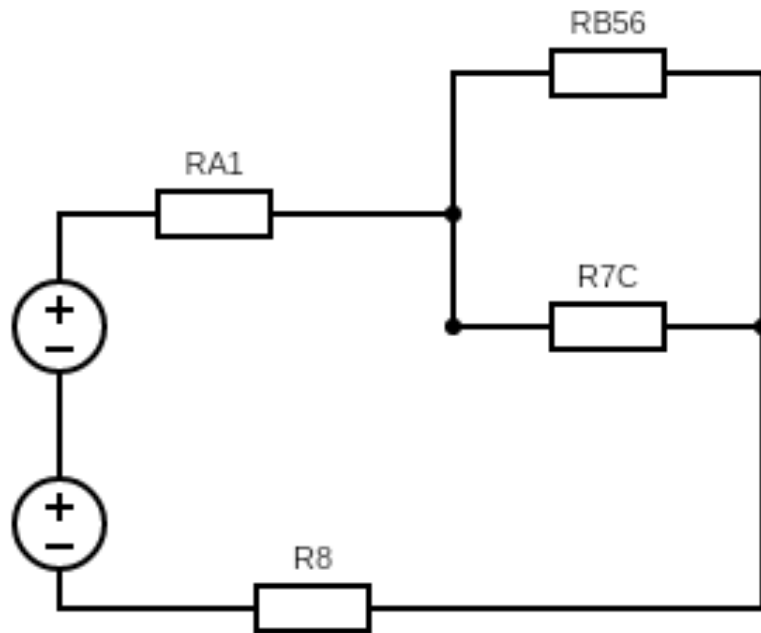
Stanovte napětí  $U_{R3}$  a proud  $I_{R3}$ . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
C	100	80	450	810	190	220	220	720	260	180



Obrázek 1: Uprava

$$R_{56} = \frac{R_6 \times R_5}{R_6 + R_5} \Rightarrow R_{56} = 168.51063829787233$$



Obrázek 2: Další úprava

$$R_{A1} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} + R_1 \Rightarrow R_{A1} = 576.1475409836065$$

$$R_{B56} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + \frac{R_6 \cdot R_5}{R_6 + R_5} \Rightarrow R_{B56} = 314.57621206836416$$

$$R_{C7} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} + R_7 \Rightarrow R_{C7} = 294.2622950819672$$

$$R = \left( \frac{R_{B56} \cdot R_{C7}}{R_{B56} + R_{C7}} \right) + R_{A1} + R_8 \Rightarrow R = 908.1877$$

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = 0.1982$$

$$U_{B567C} = I \cdot \left( \frac{R_{B56} \cdot R_{C7}}{R_{B56} + R_{C7}} \right) \Rightarrow U_{B567C} = 30.13389439332759$$

$$I_{C7} = \frac{U_{B567C}}{R_{C7}} \Rightarrow I_{C7} = 0.10240487788261746$$

$$U_{R7} = I_{C7} \cdot R_7 \Rightarrow U_{R7} = 26.625268249480538$$

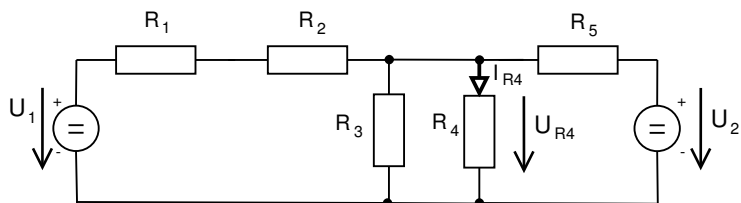
$$U_{R3} = U - U_{R7} - U_{R1} - U_{R8} \Rightarrow U_{R3} = 28.5107$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} \Rightarrow I_{R3} = 0.1501$$

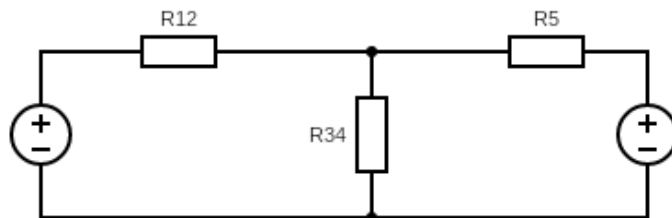
## Příklad 2

Stanovte napětí  $U_{R4}$  a proud  $I_{R4}$ . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]
F	130	180	350	600	195	650	80



Úprava:



Obrázek 3: Úprava

$$R_i = \frac{R_{12} \times R_5}{R_{12} + R_5}$$

$$R_i = \frac{950 \times 80}{950 + 80} \Rightarrow R_i = 73.7864$$

$$I_x = \frac{U_2 - U_1}{R_{12} + R_5}$$

$$I_x = \frac{180 - 130}{950 + 80} \Rightarrow I_x = 0.0485$$

$$U_i = U_1 + R_i \times I_x$$

$$U_i = 130 + 73.7864 \times 0.0485 \Rightarrow U_i = 176.1165$$

$$I_{R34} = \frac{U_i}{R_i + R_{34}}$$

$$\frac{176.1165}{73.7864 + 150} \Rightarrow I_{R34} = 0.7870$$

$$U_{R34} = 0.7870 \times 150 \Rightarrow U_{R34} = 118.0477 \text{ V}$$

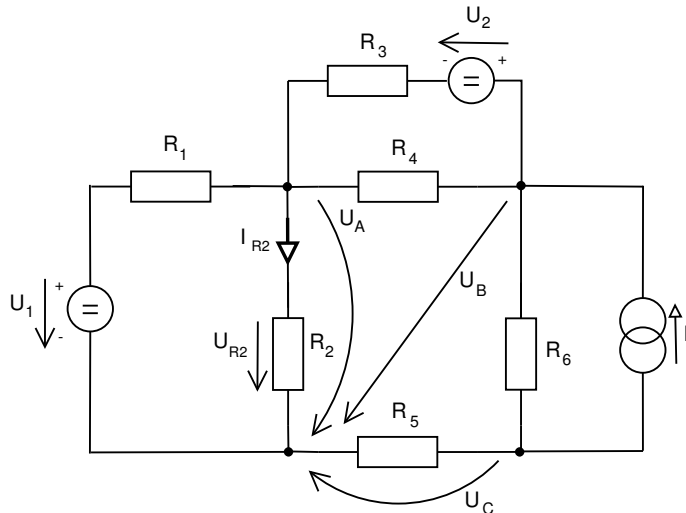
$$U_{R4} = 118.0477 \text{ V}$$

$$I_{R4} = \frac{118.0477}{650} \Rightarrow I_{R3} = 0.1816 \text{ A}$$

### Příklad 3

Stanovte napětí  $U_{R2}$  a proud  $I_{R2}$ . Použijte metodu uzlových napětí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$I$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
H	130	90	0.50	47	39	58	28	25	35



$$\text{Uzel A: } \frac{130 - U_A}{47} + \frac{U_B - U_A}{28} - \frac{90 - (U_B - U_A)}{58} - \frac{U_A}{39} = 0$$

$$\text{Uzel B: } \frac{5}{10} + \frac{90 - (U_B - U_A)}{58} - \frac{U_B - U_A}{28} - \frac{U_B - U_C}{35} = 0$$

$$\text{Uzel C: } \frac{U_B - U_C}{35} - \frac{5}{10} - \frac{U_C}{25} = 0$$

$$U_A = 43.9024 \text{ V}$$

$$U_{R2} = U_A \Rightarrow U_{R2} = 43.9024 \text{ V}$$

$$I_{R2} = \frac{U_{R2}}{39} \Rightarrow I_{R2} = 1.1257 \text{ A}$$

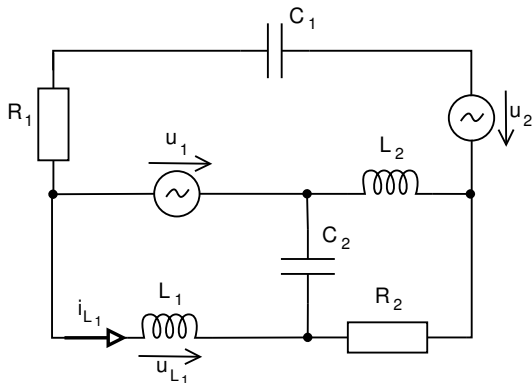
## Příklad 4

Pro napájecí napětí platí:  $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$ .

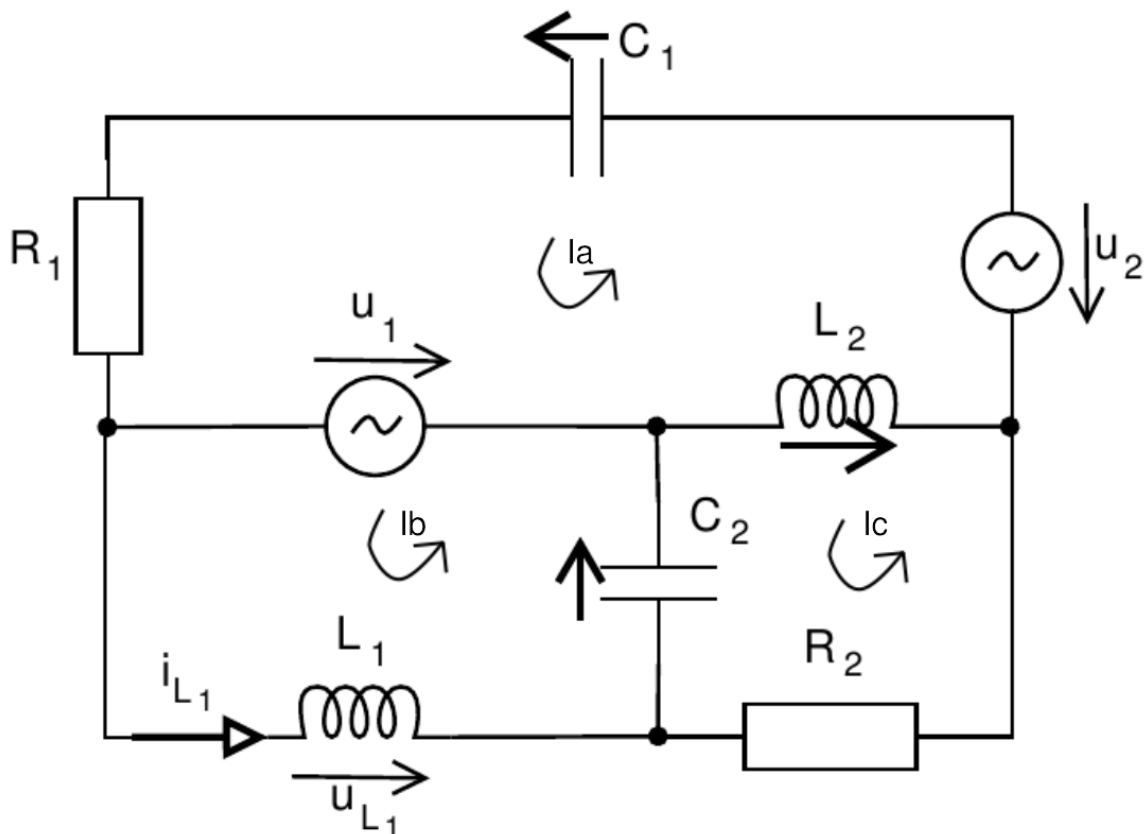
Ve vztahu pro napětí  $u_{L_1} = U_{L_1} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_1})$  určete  $|U_{L_1}|$  a  $\varphi_{L_1}$ . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).

sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [ $\mu$ F]	$C_2$ [ $\mu$ F]	$f$ [Hz]
C	3	4	10	13	220	70	230	85	75



Naznačíme proudy  $I_a$ ,  $I_b$ ,  $I_c$ , jelikož počítáme metodou smyčkových proudů.



Obrázek 4: Schéma obvodu s naznačenými smyčkovými proudy.

Sestavíme si rovnici podle smyček:

$$I_a : \quad Z_{c1} + R_1 \cdot I_a + Z_{l2} \cdot (I_c - I_b) + U_1 - U_2 = 0$$

$$I_b : \quad -U_1 + I_b \cdot Z_{l1} + Z_{l2} \cdot (I_b - I_c) = 0$$

$$I_c : \quad -Z_{l2} \cdot (I_a - I_c) - Z_{c2} \cdot (I_b - I_c) + I_c \cdot R_2 = 0$$

**Vyjadřime neznáme které víme**

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \Rightarrow \quad \omega = 471.23889803846896$$

$$t = \frac{\pi}{2 \cdot \omega} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{1}{333}$$

$$Z_{c1} = \frac{-1j}{\omega \cdot C_1} \quad \Rightarrow \quad Z_{c1} = -9.23j$$

$$Z_{c2} = \frac{-1j}{\omega \cdot C_2} \quad \Rightarrow \quad Z_{c2} = -24.97j$$

$$Z_{l1} = 1j \cdot \omega \cdot L_1 \quad \Rightarrow \quad Z_{l1} = 103.67j$$

$$Z_{l2} = 1j \cdot \omega \cdot L_2 \quad \Rightarrow \quad Z_{l2} = 32.99j$$

**Ze soustavy rovnic zjistíme**

$$I_a = 0.0039 - 0.0267j$$

$$I_b = 0.0017 - 0.0413j$$

$$I_c = -0.0053 + 0.0099j$$

$$U_{L1} = I_b \cdot Z_{l1} \quad \Rightarrow \quad U_{L1} = 4.2803$$

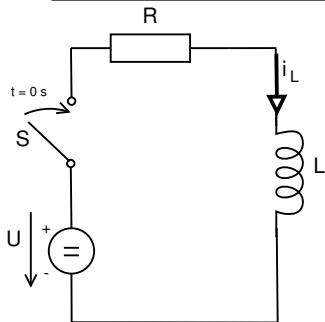
**Z komplexní části  $U_{L1}$  jsme schopni zjistit fázový posun**

$$\Phi = \arctan \left( \frac{\text{imaginární část}}{\text{realná část}} \right) \quad \Rightarrow \quad \Phi = 0.0408$$

## Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase  $t = 0$  [s] sepne spínač  $S$ . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení  $i_L = f(t)$ . Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	$U$ [V]	$L$ [H]	$R$ [ $\Omega$ ]	$i_L(0)$ [A]
F	25	10	50	8



**Z ceho budeme vycházet**

$$i = \frac{U_r}{R} \Rightarrow \text{Ohmův zákon}$$

$$U_r + U_l = U \Rightarrow \text{Kirchhoffův druhý zákon}$$

$$i' = \frac{U_l}{L}, \quad i(0) = i_{L0}$$

**Samotný výpočet**

**Kroky:** 1. Nejprve vyjádříme  $U_r$  z první rovnice. 2. Dosadíme  $U_r$  do druhé rovnice. 3. Poté dosadíme výsledek do třetí rovnice.

$$i' = \frac{U}{L} - \frac{R}{L} \times i$$

**Úprava:**

$$L \times i' + R \times i = U$$

**Charakteristická rovnice:**

$$L\lambda + R = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-R}{L}$$

**Očekávané řešení:**

$$i(t) = I_L e^{\lambda t} \Rightarrow I_L(t) = I_L e^{\frac{-R}{L}t}$$



**Dosadíme do upravené rovnice:**

$$I'_L(t) = \frac{U}{L} e^{\frac{R}{L}t}$$

**Jelikož se jedná o derivaci, musíme integrovat:**

$$\frac{U}{L} \int e^{\frac{R}{L}t} dt$$

$$\textbf{Substitute: } u = \frac{R}{L}t \quad \Rightarrow \quad du = \frac{R}{L} dt$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{R}{L}, \quad \text{takže} \quad dt = \frac{L}{R} du$$

$$\frac{U}{L} \int e^u \times \frac{L}{R} du$$

**Zjednodušení:**

$$\frac{U}{L} \times \frac{L}{R} \int e^u du$$

$$\frac{U}{R} e^u + C$$

**Dosadíme zpět:**

$$I_L = \frac{U}{R} + i(0) \cdot e^{\frac{R}{L}t}$$

$$i(0) =_{LP} \rightarrow 8 - \frac{U}{R} = i(0)$$

$$I_L = \frac{U}{R} + \left(8 - \frac{U}{R}\right) \times e^{\frac{R}{L}t}$$

$$I_L = \frac{1}{2} + \left(\frac{15}{2}\right) \cdot e^{-5 \times t}$$

**Kontrola: dosadíme za t = 0**

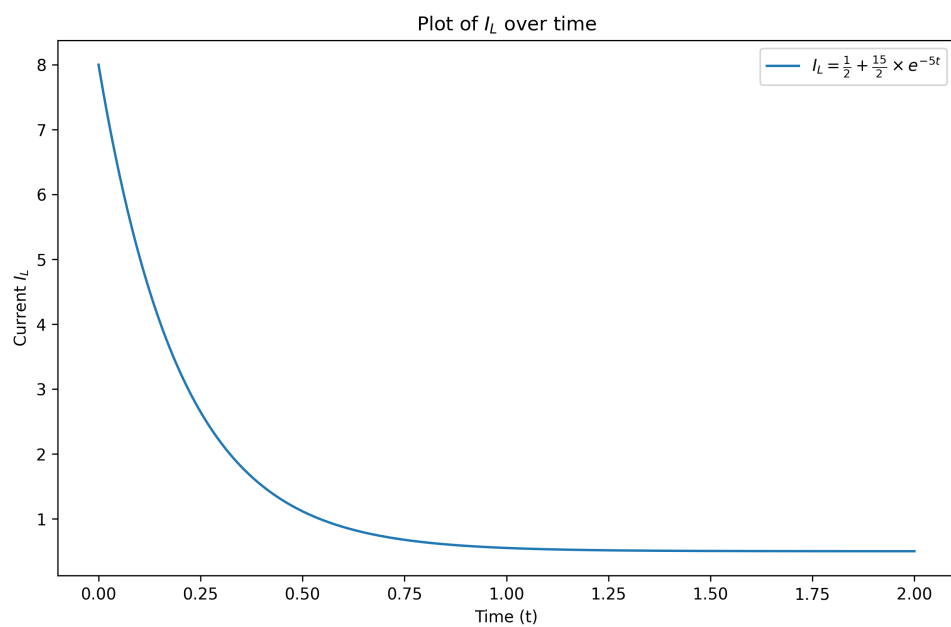
$$I_{L(0)} = \frac{1}{2} + \left(\frac{15}{2}\right) \cdot e^0$$

$$e^0 = 1$$

$$I_{L(0)} = \frac{1}{2} + \frac{15}{2}$$

$$I_{L(0)} = 8$$

graf prubehu:



Obrázek 5: graf rovnice

## Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	C	$U_{R3} = 28.5107$	$I_{R3} = 0.1501$
2	F	$U_{R4} = 118.0477$	$I_{R4} = 0.01816$
3	H	$U_{R2} = 43.9024$	$I_{R2} = 1.1257$
4	C	$ U_{L1}  = 4.2803$	$\varphi_{L1} = 0.0408$
5	F	$I_L = \frac{1}{2} + \left(\frac{15}{2}\right) \cdot e^{-5 \times t}$	