

jméno a příjmení	login	cvičící Fuchs / Hliněná / Tůma
------------------	-------	-----------------------------------

IDM, zadání S

T	1	2	3	4	5	6	Σ
---	---	---	---	---	---	---	----------

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** a písemky za **60 bodů**. Z testu musíte získat **aspoň 15 bodů**, v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\forall x \in \mathbb{R}: (x > 1 \vee x \leq 2) \Rightarrow (x^2 > 4 \wedge x \leq 8)$.

Odpověď:

2. Najděte alespoň jednu dvojici přirozených čísel a, b , pro kterou platí: $a < b \Rightarrow a + 1 > b + 1$.

Odpověď:

3. Určete $|\mathcal{P}(\{\emptyset\})|$.

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny A, B, C platí: $C \subseteq A \Rightarrow C \subseteq A \cup B$.

Odpověď:

5. $A = \emptyset, B = \{1\}$. Určete $A \times B$.

Odpověď:

6. $A = \{1, 2\}, B = \{\{1, 2\}\}$. Platí $A \subseteq B$?

Odpověď:

7. $R = \{[a, b], [b, c], [c, b]\}$. Určete R^+ .

Odpověď:

8. Napište rozklad množiny $A = \{a, b, c, d, e\}$ určený relací ekvivalence

$$R = \{[a, a], [a, b], [b, a], [b, b], [c, c], [c, d], [d, c], [d, d], [e, e]\}.$$

Odpověď:

9. Na množině \mathbb{R} je dána operace \star následovně: $a \star b = a - b$. Je operace \star komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů 4, 4, 4, 4, 4.

Graf:

PÍSEMKÁ

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) Najděte všechny dvojice množin A, B , pro které platí:

$$A \setminus B = A \wedge A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \wedge \forall a \in A \exists b \in B: a + 3 = b.$$

- b) Necht' $A = \{1, \{2\}\}$. Určete $\mathcal{P}(A)$.

- 2.** Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$3 + 4 + 5 + \cdots + (5n + 2) = \frac{25}{2} n(n + 1).$$

- ### 3. Necht'

$$A = \{m \in \mathbb{N} : 1 < m < 9\}, B = \{m \in \mathbb{N} : 2 < m < 10\},$$

$$R = \{[m, n] \in A \times B : m + 1 = n\}, S = \{[m, n] \in B \times A : m = 2n\}.$$

Určete vyjmenováním prvků relaci a) R , b) S , c) $R \circ S$, d) $S \circ R$.

4. Na množině $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ je dán rozklad \mathcal{S} :

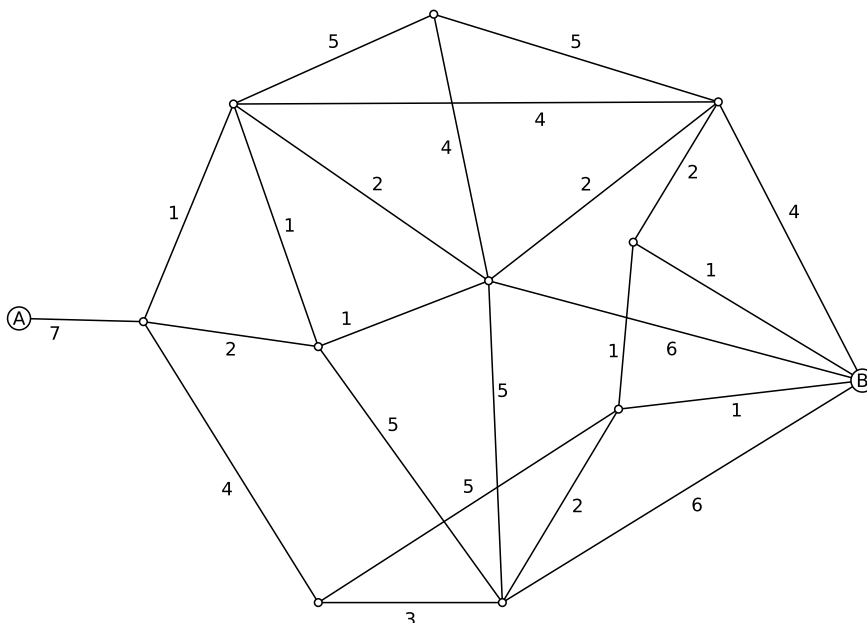
$$\mathcal{S} = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}\}.$$

- a) Určete relaci ekvivalence R , která je dána rozkladem \mathcal{S} .

- b)** Na množině A určete operaci \circ tak, aby R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci \circ .

- c) Na množině A určete operaci \star tak, aby R byla relací kongruence na A vzhledem k operaci \star a aby faktorová algebra byl komutativní monoid.

- 5. a)** Najděte nejkratší cestu z vrcholu A do vrcholu B v grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



- b)** Může být graf s posloupností stupňů 3, 3, 4, 4, 4 rovinný?

6. a) Na množině $L = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ sestrojte svaz, který je distributivní, ale není komplementární. Zdůvodněte, že sestrojený svaz uvedené podmínky splňuje.

- b)** Najděte všechny neizomorfní komplementární svazy na 5prvkové množině.