

1 Úvod

Literatura: stránky paní Hlínové -

`umat.fekt.vut.cz/~hlinena/vyuka-IDM.html`. Najít vhodnou učebnici pro výuku IDM (Informatické a Didaktické Metody).

2 Matematický jazyk

V rámci IDM je cílem naučit se číst matematické texty, správně je psát a zvykat si na specifický matematický jazyk, což je klíčové pro komunikaci a logické uvažování v matematice.

Paradox Beretaxa Maxnera: Jedná se o myšlenkový experiment, který zpochybňuje běžné intuice o množinách a logice v matematice.

3 Množiny

Množina je základním objektem matematiky a je definována jako soubor prvků, které mají společnou vlastnost. Prvky množiny se neopakují.

Prázdná množina: Množina, která neobsahuje žádné prvky, se značí \emptyset

(čteme jako "prázdná množina"). **Množina s prázdnou množinou:**

Množina, která obsahuje prázdnou množinu jako prvek, má jeden prvek: $\{\emptyset\}$.

Množiny mohou být definovány různými způsoby, například pomocí výroků.

4 Číselné množiny

- \mathbb{N} - množina přirozených čísel: $\{1, 2, 3, \dots\}$
- \mathbb{Z} - množina celých čísel: $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- \mathbb{Q} - množina racionálních čísel: $\{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}\}$
- \mathbb{R} - množina reálných čísel: zahrnuje racionální i iracionální čísla

5 Počet prvků (kardinalita)

Kardinalita množiny vyjadřuje počet prvků v množině:

$$|\emptyset| = 0, \quad |\{a, b, c\}| = 3, \quad |\{a, \{b, c\}\}| = 2.$$

Množiny mohou být:

- **Konečné:** mají konečný počet prvků.
- **Nekonečné:**
 - **Počitatelné:** jejich prvky lze seřadit do posloupnosti (např. \mathbb{N}).

– **Nespočítatelné:** jejich prvků je více než lze seřadit (např. \mathbb{R}).

Množiny A a B jsou si rovné ($A = B$), pokud každý prvek A je v B a každý prvek B je v A . Podmnožina B množiny A je, pokud platí $B \subseteq A$. Příklad: $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$

$$A \subseteq B, \quad A \not\subseteq B.$$

6 Výrokový počet

Výrok je tvrzení, o kterém má smysl uvažovat, zda je pravdivé či nepravdivé.

- **Negace:** \neg . Příklad: "Dnes je úterý" \rightarrow "Dnes není úterý".
- **Konjunkce:** $A \wedge B$. Příklad: "Dnes je úterý a neprší" \rightarrow obojí musí být pravdivé.
- **Disjunkce:** $A \vee B$. Příklad: "Dnes je úterý nebo neprší" \rightarrow buď obojí pravdivé, nebo jedno z toho.
- **Implikace:** $A \Rightarrow B$. Příklad: "Pokud poslechnete mé rady ke studiu IDM, uděláte zkoušku."
- **Ekvivalence:** $A \Leftrightarrow B$. Příklad: "Když student dodrží všechny rady, udělá zkoušku."

7 Výrokové formule

Každá výroková proměnná je výroková formule. Pro výrokové formule je důležité používání závorek: $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow ((A \wedge B) \Rightarrow (B \wedge C))$.

Tabulka pravdivostních hodnot:

A	B	C	$A \Rightarrow B$	$A \wedge B$	$B \wedge C$
1	1		1	1	
1	0		0	0	
0	1		1	0	
0	0		1	0	

Kontradikce: Výrok, který je vždy nepravdivý. **Tautologie:** Výrok, který je vždy pravdivý. **Zákon dvojité negace:** $\neg(\neg A) \equiv A$.

8 Predikátový počet

- **Kartézský součin:** Pro dvě množiny A a B je kartézský součin množin $A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$.
- **Binární relace:** Např. $2 = 2$, určuje vztah mezi dvěma prvky.
- **Operace:** Např. $A + B$, \sqrt{x} (unární operace).

Nechť A je množina. Výraz $x + (-y)$ je term, protože operace jsou správně definované, zatímco $x > y$ není term, protože $>$ je relace, nikoli operace.

9 Formule predikátového počtu (FPP)

Formule predikátového počtu (FPP) se skládají z termů a relací. Například: $x > y$, $(x > 7) \Rightarrow (a = 3)$, $\exists(x^2 - 1 = 0)$, $\forall(x^2 - 1 = 0)$.

10 Zadávání množin

- $M = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\} = \langle 1, 2 \rangle$
- $B = \{n \in \mathbb{N} : 2 \mid n\} = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$

11 Čítání (kvantifikace)

$\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq 0$. $\forall x, y \in \mathbb{R} : x \cdot y = y \cdot x$ (komutativní vlastnost).

$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}$, tj. pro každé reálné číslo x existuje odpovídající číslo y .

Příklad: Každý student má svoji kamarádku. Pro každého studenta existuje kamarádka. Existuje kamarádka pro všechny studentky.

Úkol: Naučit se predikátový počet. Do strany 8 přečíst `mnoziny.pdf`.