jméno a příjmení	login	cvičící
		Fuchs / Hliněná / Tůma

IDM, zadání R

T	1	2	3	4	5	6	Σ

Zkouška se skládá ze dvou částí, testu za **20 bodů** *a písemky za* **60 bodů**. *Z testu musíte získat* **aspoň 15 bodů**, *v opačném případě písemka nebude hodnocena a celá zkouška bude hodnocena 0 body.*

TEST

Každá otázka je za 2 body. Odpovědi napište na tento list do vymezeného prostoru pod otázkou.

1. Znegujte: $\exists x \in \mathbb{R} \colon x > 2 \Rightarrow \big(x^2 > 4 \vee x < 3\big)$.

Odpověď:

2. Rozhodněte, zda pro relaci $R = \{[1,2],[1,3]\}$ platí formule

$$\forall\, a,b,c \colon \big([a,b] \in R \wedge [b,c] \in R\big) \Rightarrow [c,a] \in R.$$

Odpověď:

3. Nechť $s_n = (n+3) + (n+4) + \cdots + (4n+2)$. Určete s_2.

Odpověď:

4. Rozhodněte, zda pro libovolné množiny A, B, C platí: $C \subseteq A \Rightarrow C \subseteq A \cap B$.

Odpověď:

5. $A = \{1\}, B = \{2, \{1\}\}$. Určete $B \times A$.

Odpověď:

6. $A = \{(1)\}, B = \{(1), 2\}$. Platí $A \in B$?

Odpověď:

7. $R = \{[1,1],[2,3],[4,3]\}$. Určete $R \circ R$.

Odpověď:

8. Napište relaci ekvivalence k rozkladu $\mathcal{S} = \{\{a,c\},\{b\},\{d\}\}$ množiny $A = \{a,b,c,d\}$.

Odpověď:

9. Na množině $\mathbb{R}$ je dána operace $\star$ následovně: $a \star b = b$. Je operace $\star$ komutativní?

Odpověď:

10. Nakreslete graf s posloupností stupňů $1,1,1,1,2,2,2,2,4$.

Graf:

PÍSEMKA

Každý příklad je za 10 bodů. Písemku vypracujte na vlastní papíry. U každého příkladu přehledně napište postup řešení a jasně označte výsledek.

1. a) O množině M víme: $|\mathcal{P}(M)| = 4$, $\{5\} \in \mathcal{P}(M)$, $\{\{\emptyset\}\} \subseteq \mathcal{P}(M)$. Určete množinu M.

b) Najděte relace R, S, T tak, aby $R \circ (S \cap T) = (R \circ S) \cap (R \circ T)$.

c) Najděte relace R, S, T tak, aby $R \circ (S \cap T) \neq (R \circ S) \cap (R \circ T)$.

2. Dokažte, že pro všechna přirozená čísla n platí:

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (4n+1) = (2n+1)^2 .$$

3. Na množině $M = \{n \in \mathbb{N}\colon 1 \leq n < 10\}$ je dána relace R následovně:

$$[a, b] \in R \iff 2|(a - b).$$

Zjistěte, zda relace R je a) reflexivní, b) symetrická, c) antisymetrická, d) tranzitivní, e) relací ekvivalence, f) relací uspořádání. Svoje tvrzení zdůvodněte.

4. Nechť $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ je dána relace $\sim$ následovně:

$$A \sim B \iff A \setminus B = \emptyset.$$

Ukažte, že relace $\sim$ je na množině $\mathcal{P}(Y) \setminus \mathcal{P}(X)$ uspořádání, a nakreslete hasseovský diagram.

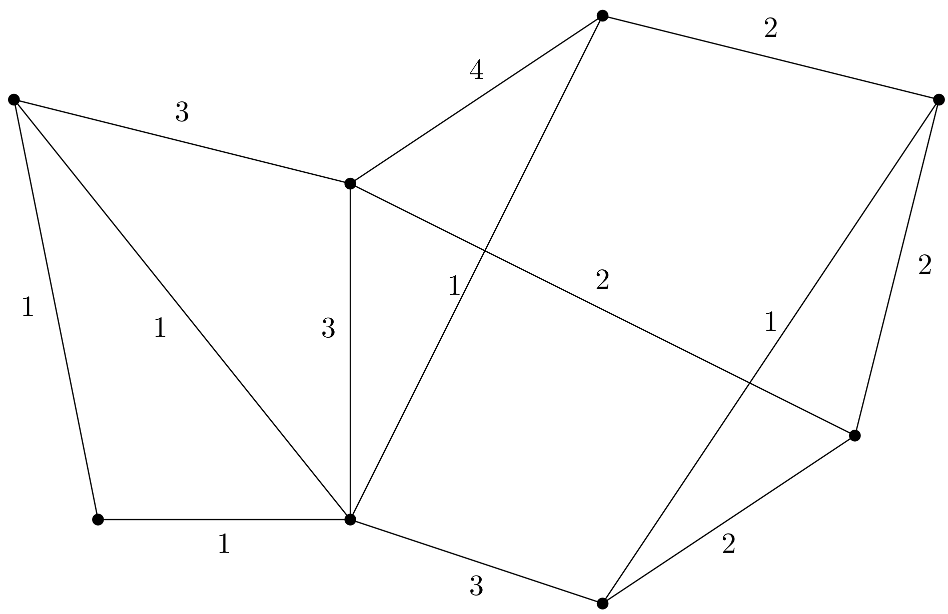
5. Na množině $M = \{a, b, c, d\}$ je dána operace $\circ$:

$\circ$	a	b	c	d
a	b	b	a	c
b	b	b	b	c
c	a	b	c	d
d	c	c	d	c

a) Je $(M, \circ)$ pologrupa?

b) Vypište všechny dvouprvkové podgrupoidy $(M, \circ)$.

6. a) Najděte minimální kostru grafu na obrázku. Postup vyznačte do obrázku.



b) Je možné nakreslit graf s posloupností stupňů $3, 3, 3, 3, 3, 3$ bez překřížení hran?