ESPACIO DE ESTADOS

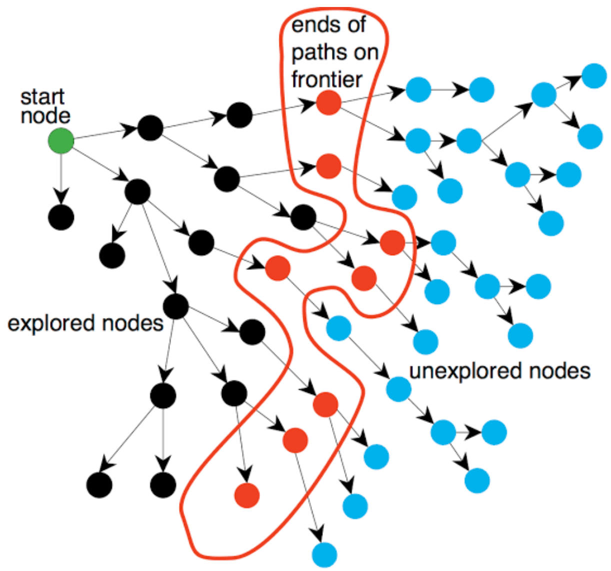
Abraham Sánchez López
FCC/BUAP
Grupo MOVIS

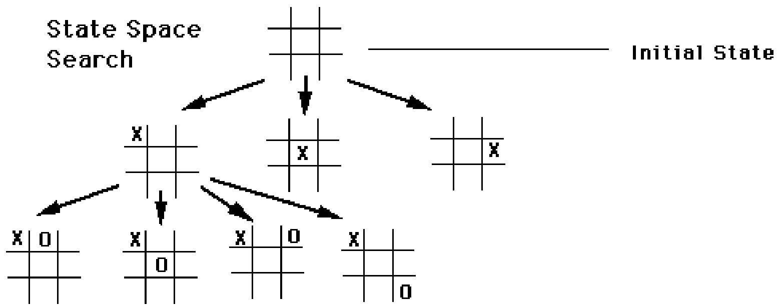
Facultad de Ciencias de la Computación

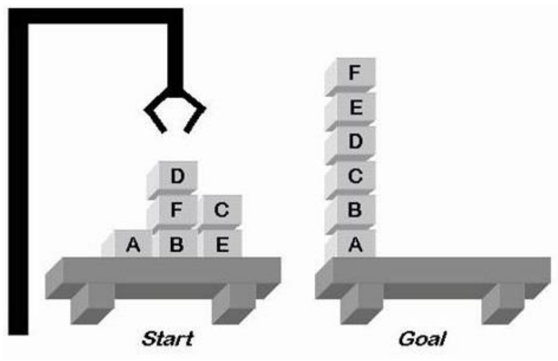
Objetivos de aprendizaje

Al final de esta parte del curso, deberías poder:

- definir un grafo dirigido (representación!)
- representar un problema como un grafo en el espacio de estados
- explicar cómo funciona un algoritmo de búsqueda genérico







Búsqueda

- A menudo no se nos da un algoritmo para resolver un problema, sino solo una especificación de lo que es una solución: tenemos que buscar una solución.
- Un problema típico es cuando el agente está en un estado, tiene un conjunto de acciones deterministas que puede llevar a cabo y quiere llegar a un estado objetivo.
- Muchos problemas de IA pueden resumirse en el problema de encontrar una ruta en un grafo dirigido.
- A menudo hay más de una forma de representar un problema como un grafo.

Búsqueda en el espacio de estados

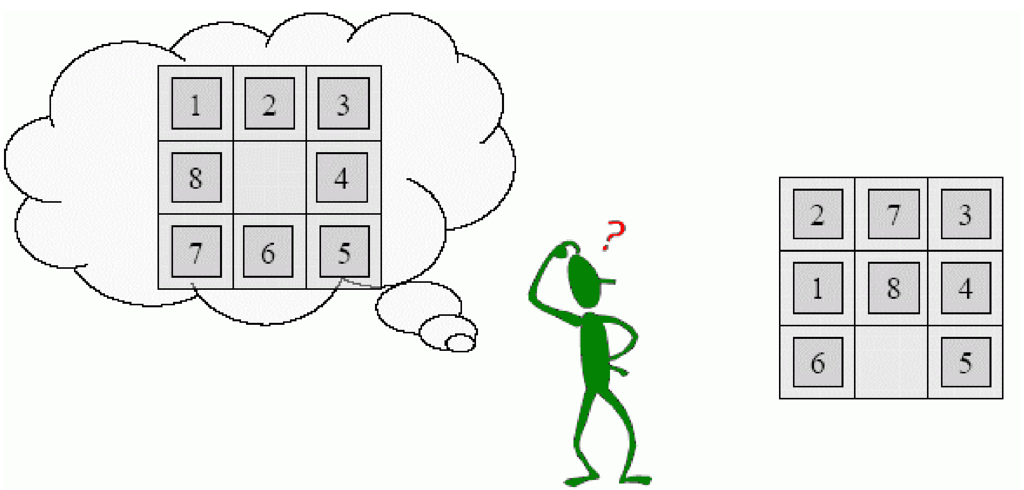
Algunas características:

- **plana** o modular o jerárquica
- **estados explícitos** o características o individuos y relaciones
- estática o etapa finita o **etapa indefinida** o etapa infinita
- **totalmente observable** o parcialmente observable
- **determinista** o estocástica dinámica
- **objetivos** o preferencias complejas
- **agente único** o agentes múltiples
- **se proporciona conocimiento** o se aprende conocimiento
- **racionalidad perfecta** o racionalidad limitada

Problema en el espacio de estados, I

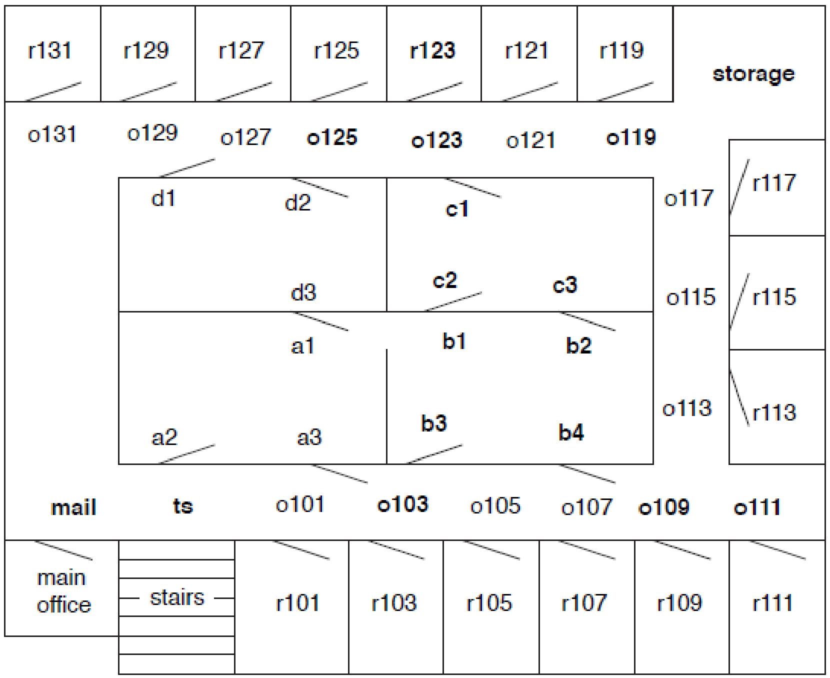
Un problema en el espacio de estados consiste en:

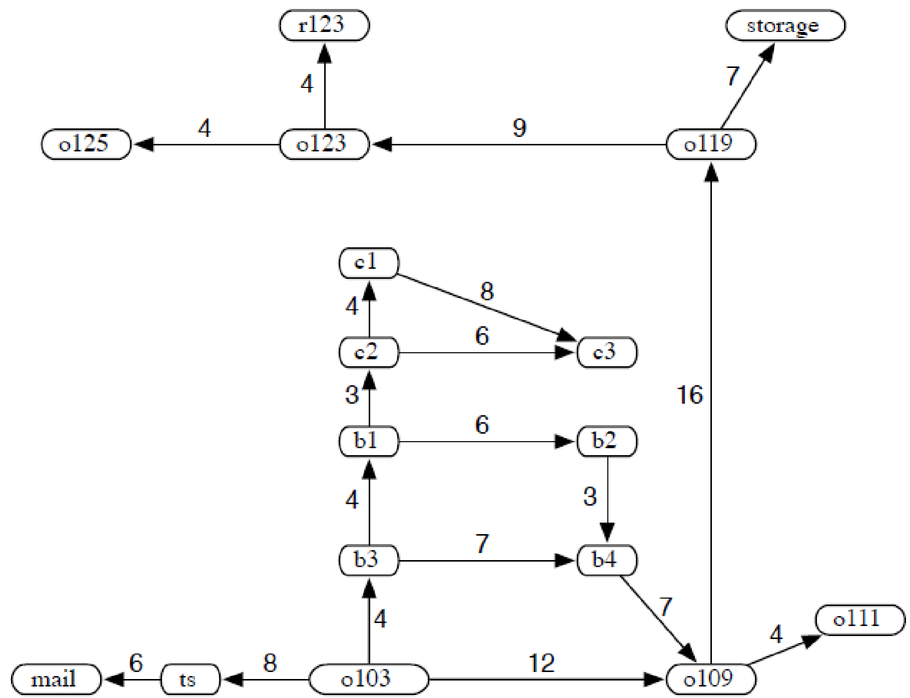
- un conjunto de estados
- un subconjunto de estados llamados **estados de inicio**
- un conjunto de acciones
- una **función de acción**: dado un estado y una acción, devuelve un nuevo estado
- un conjunto de estados objetivo (metas), especificados como función, objetivo(s)
- Un criterio que especifica la calidad de una solución aceptable



Ejemplo

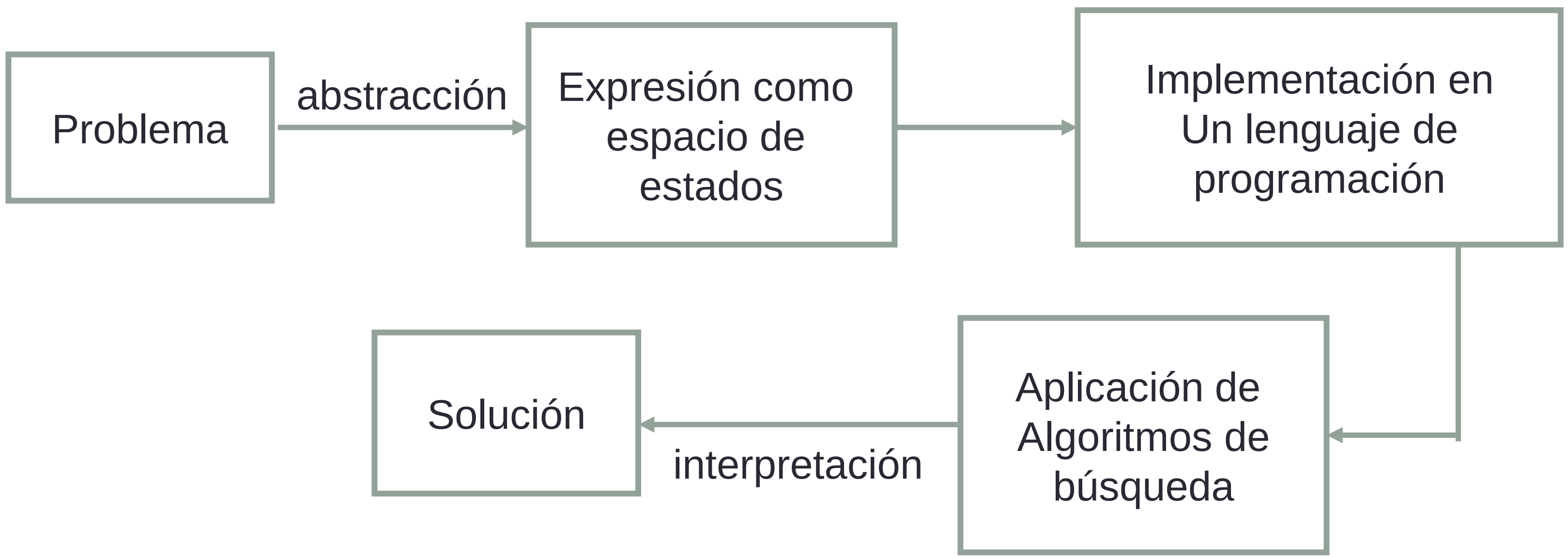
- El robot quiere ir desde el exterior de la habitación 103 al interior de la sala 123.





Problema en el espacio de estados, II

- Es el paso previo a la búsqueda de soluciones de un problema:
  - Especificación del problema
- Especificar un problema como espacio de estados, consiste en describir de manera clara cada uno de los componentes del problema.
- Ventaja: Son procedimientos generales de búsqueda de soluciones independientes del problema.

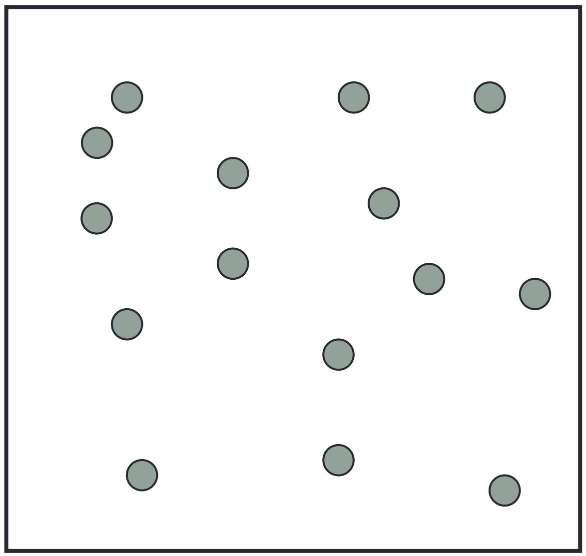


Definición formal

- Un problema es una terna P = <E, O, M>, en la cual:
- E representa el conjunto de expresiones que se suponen están presentes en el dominio del problema desde el principio.
- O es el conjunto de todas las operaciones o transformaciones que se pueden hacer sobre E, o el conjunto de reglas de inferencia.
- M es la expresión terminal o meta cuya existencia se desea conseguir en el dominio del problema.

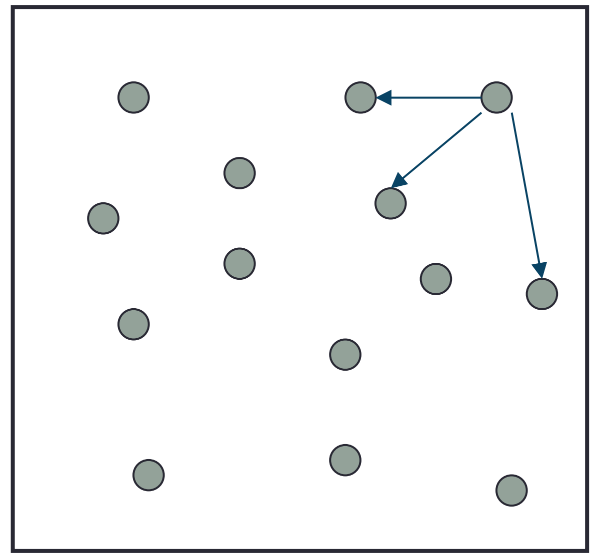
Espacio de estados y función sucesor

Espacio de estados



-Acciones
-Estado inicial
-Meta?

Espacio de estados

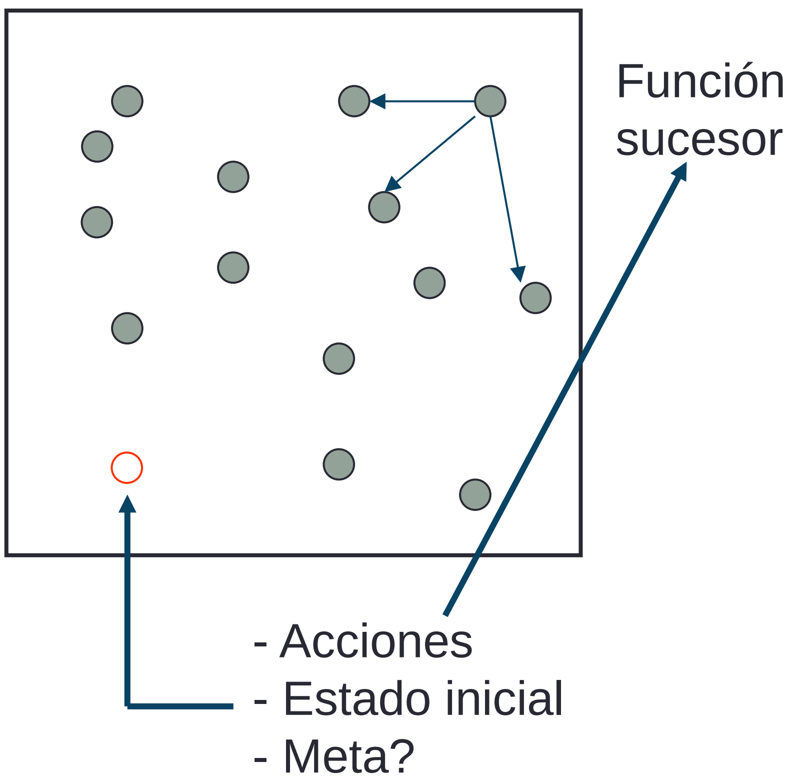


Función sucesor

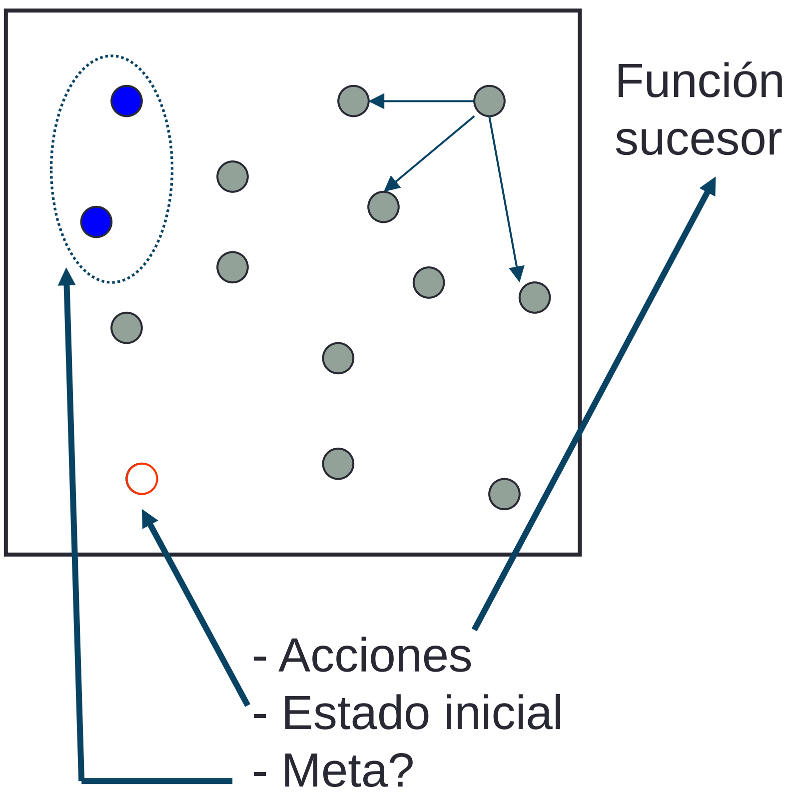
-Acciones
-Estado inicial
-Meta?

Estado inicial y final

Espacio de estados



Espacio de estados



Ejemplo 1: El 8-puzzle

- Es un problema clásico en IA, se utiliza un cajón cuadrado en el que hay situados 8 bloques cuadrados. El cuadrado restante está vacío (hueco). Cada bloque tiene un número. Un bloque adyacente al hueco puede deslizarse hacia él. El juego consiste en transformar la posición inicial a la posición final mediante el deslizamiento de los bloques.
- Consideremos el estado inicial y final

2	8	3
1	6	4
7		5

Estado inicial

1	2	3
8		4
7	6	5

Estado final

Representación de estados, I

- Estado: descripción de una posible situación en el problema
  - Abstracción de propiedades
- Importancia de una buena representación de los estados
  - Sólo considerar información relevante para el problema
  - Representación suficiente y necesaria
  - La representación escogida influye en el número de estados y éste en los procedimientos de búsqueda de soluciones
- Para el problema del 8-puzzle
- Elementos de la representación:
  - Localización de cada bloque y del hueco;
  - Tipo de material de los bloques;
  - Colores de los bloques; …

Representación de estados, II

- Representaciones del estado
  - Gráfico

2	8	3
1	6	4
7		5

  - Descripción de la posición exacta de cada uno de los bloques
  - Representación vs. Implementación:
    - Lista: (2 8 3 1 6 4 7 H 5), (2 8 3 4 5 H 7 1 6)
    - Matriz: ((2 8 3) (1 6 4) (7 H 5))
    - Hechos: ((primera-izquierda 2) (primera-centro 8) …)
  - Número de estados:

  9! = 362,880

Operadores

- Representan un conjunto finito de acciones básicas que transforman unos estados en otros.
- Elementos que describen un operador:
  - Aplicabilidad: precondición y postcondición
  - Estado resultante de la aplicación de un operador (aplicable) a un estado
- Criterio para elegir operadores
  - Depende de la representación de los estados
  - Preferencia por representaciones con menor número de operadores
- Para el 8-puzzle
  - según los movimientos de los bloques: 32
  - según los movimientos del hueco: 4
- Se consideran los operadores para el hueco

  mover el hueco hacia arriba, mover el hueco hacia abajo, mover el hueco hacia la derecha, mover el hueco hacia la izquierda

Descripción de los operadores, I

- Mover el hueco hacia arriba

  Aplicabilidad: es aplicable a estados que no tengan el hueco en la primera fila.

  Resultado de aplicarlo: intercambiar las posiciones del hueco y del bloque que está encima de éste.

6	8	3
7	2	
1	4	5

$\longrightarrow$

6	8	
7	2	3
1	4	5

Los otros tres operadores se definen de forma análoga.

Estado inicial: un estado que describe la situación de partida

Estado inicial en el ejemplo del 8-puzzle

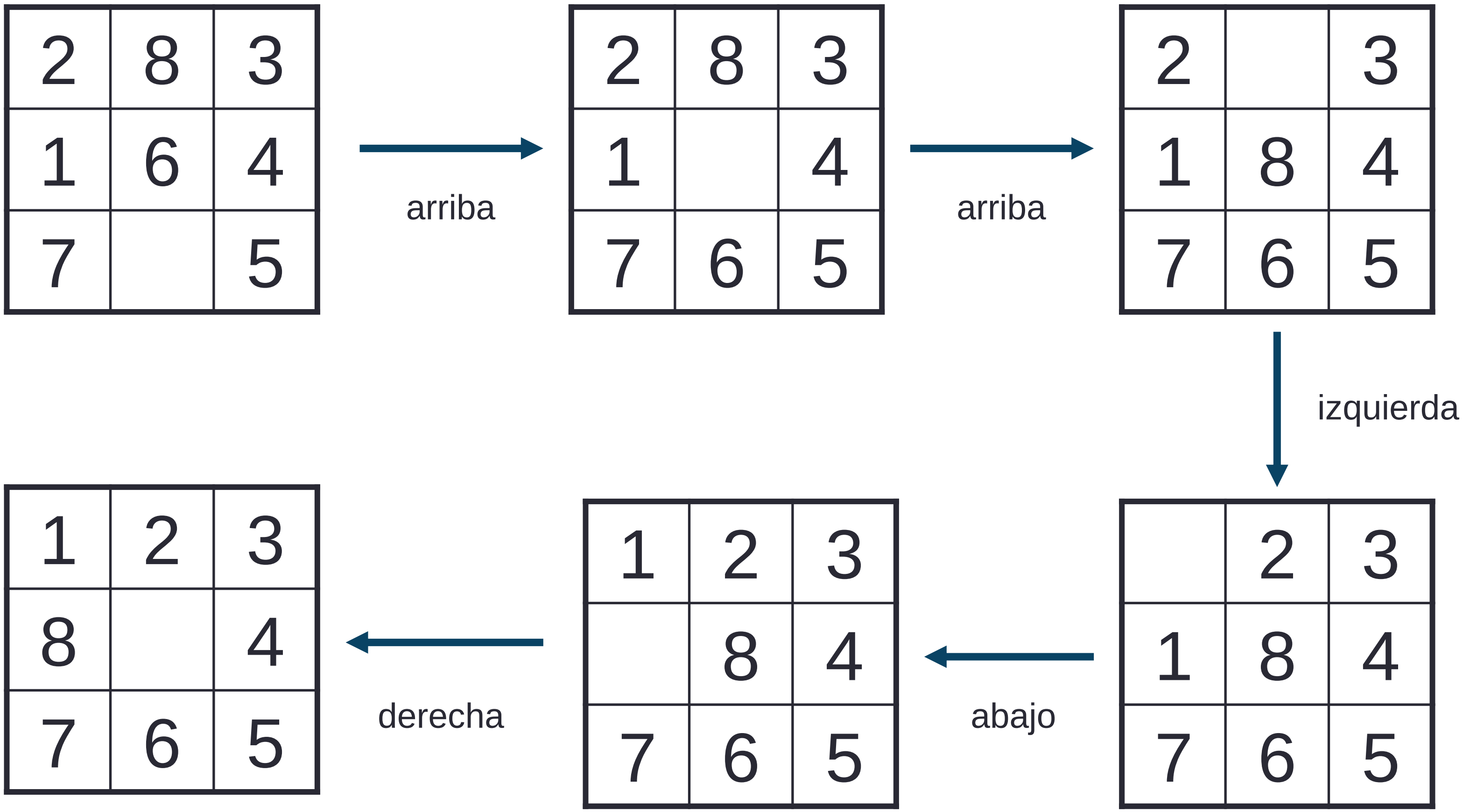
Descripción de los operadores, II

- Estados finales
  - Descripción del objetivo
    - Usualmente, un conjunto de estados que llamamos finales,
    - A veces, aunque no necesariamente un único estado final.
  - Ejemplo del 8-puzzle (un único estado final)

1	2	3
8		4
7	6	5

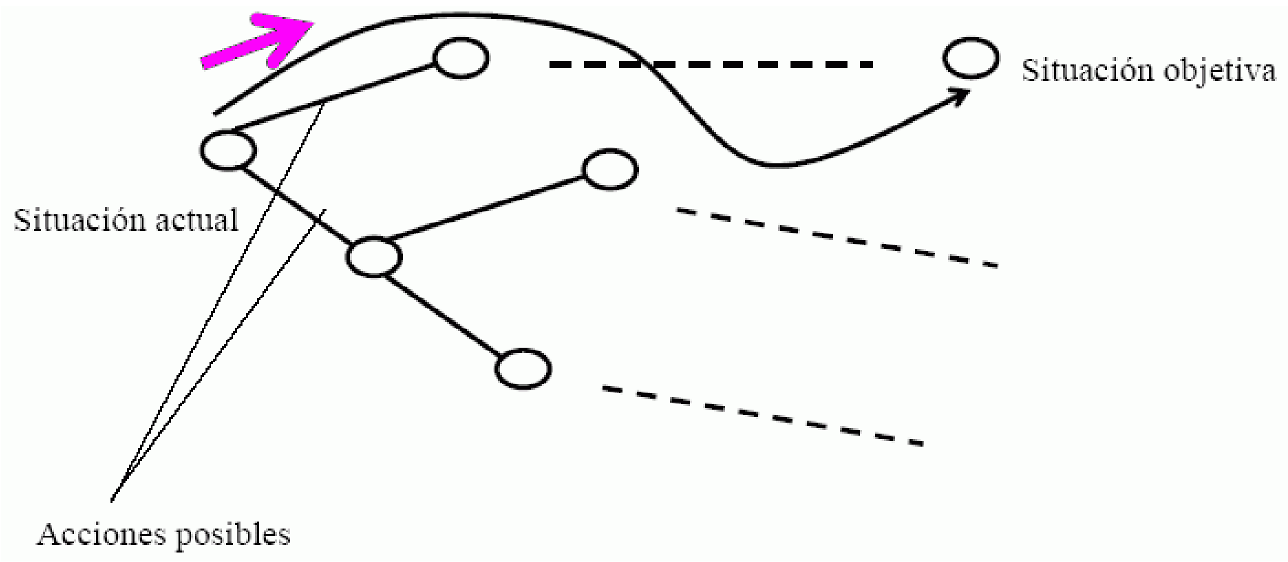
- Definición de solución de un problema
  - Secuencia de acciones a realizar para conseguir el objetivo
  - Secuencia de operadores (cuya aplicación desde el estado inicial obtiene un estado final)

Ejemplo de solución del 8-puzzle



Soluciones de un problema

- Determinar si existe solución y encontrar un estado final.
- Buscar una solución.
- Buscar cualquier solución, lo más rápidamente posible.
- Buscar todas las soluciones.
- Buscar la solución más corta.
- Buscar la solución menos costosa.

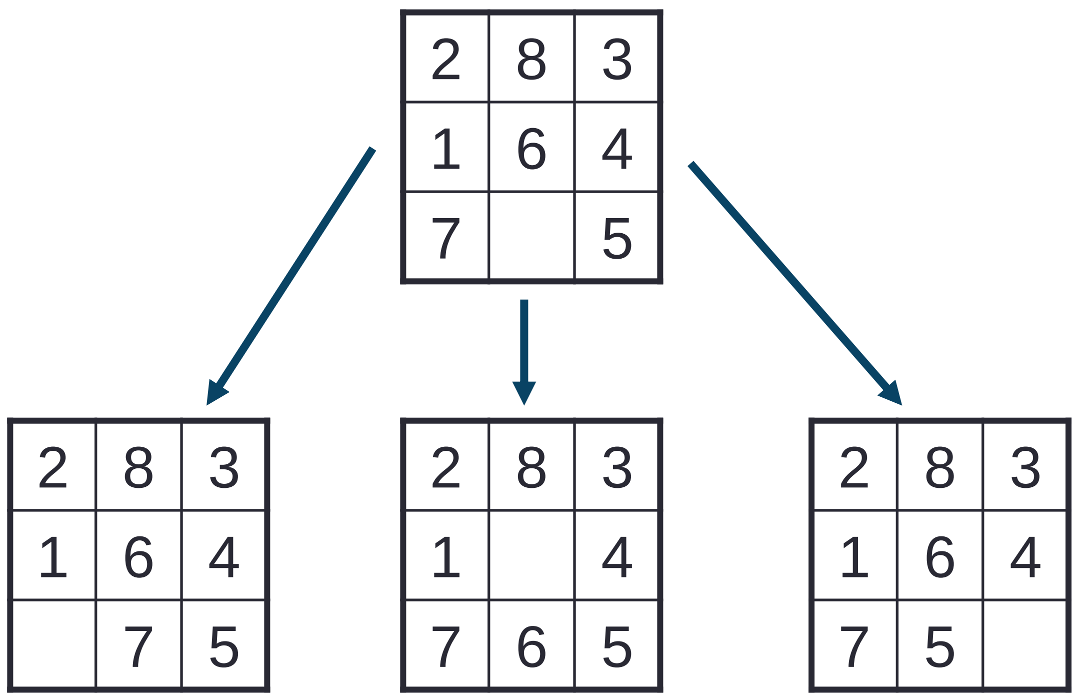


Explosión combinatoria

Dominio	Número de estados	Tiempo (10^7 nodos/s)
8-puzzle	$\left.\left(\frac{N^2!}{2}\right)\right\rvert_{N=3} = 181{,}440$	0.01 segundos
15-puzzle	$\left.\left(\frac{N^2!}{2}\right)\right\rvert_{N=4} = 10^{13}$	11,5 días
24-puzzle	$\left.\left(\frac{N^2!}{2}\right)\right\rvert_{N=5} = 10^{25}$	$31,7 \times 10^9$ años
Hanoi (3,2)	$(3^n)\rvert_{n=2} = 9$	9×10^{-7} segundos
Hanoi (3,4)	$(3^n)\rvert_{n=4} = 81$	$8,1 \times 10^{-6}$ segundos
Hanoi (3,8)	$(3^n)\rvert_{n=8} = 6561$	$6,5 \times 10^{-4}$ segundos
Hanoi (3,16)	$(3^n)\rvert_{n=16} = 4,3 \times 10^7$	4,3 segundos
Hanoi (3,24)	$(3^n)\rvert_{n=24} = 2,824 \times 10^11$	0,32 días
Cubo de Rubik $2 \times 2 \times 2$	10^6	0,1 segundos
Cubo de Rubik $3 \times 3 \times 3$	$4,32 \times 10^{19}$	31.000 años

Espacio de estados como un grafo

- Un espacio de estados se puede ver como un grafo dirigido.
  - Los vértices de dicho grafo son los estados
  - Los sucesores de un estado son aquellos que se obtienen a partir del estado aplicando un operador aplicable.
- Ejemplo para el 8-puzzle



Elementos para la implementación

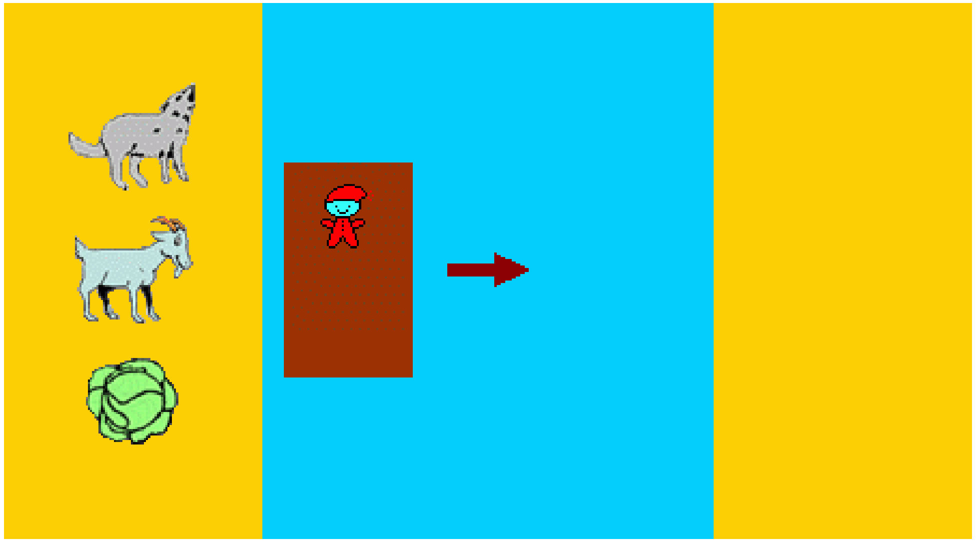
- Elección de una representación (estructura de datos):
  - Para los estados
  - Para los operadores

- La implementación de un problema como espacio de estados consta de:
  - Una variable: *estado-inicial*
  - Una función: *es-estado-final(estado)*
  - Una lista de operadores: *operadores*
  - Una función: aplica(estado, operador)

- La función aplica(estado,operador)
  - Devuelve no-aplicable si operador no es aplicable a estado
  - En caso contrario, devuelve el estado resultante de aplicar operador a estado.

Ejemplo 2: Problema del granjero

- Un granjero está con un lobo, una cabra y una col. El granjero desea cruzar un río pero solo hay un bote, en el que sólo puede llevar una cosa a la vez. El granjero no puede dejar en la misma orilla al lobo y a la cabra porque el lobo se la come y sucede lo mismo con la cabra y la col.
- Cómo se podría generalizar a varios granjeros, lobos, cabras y coles?



Espacio de estados del granjero

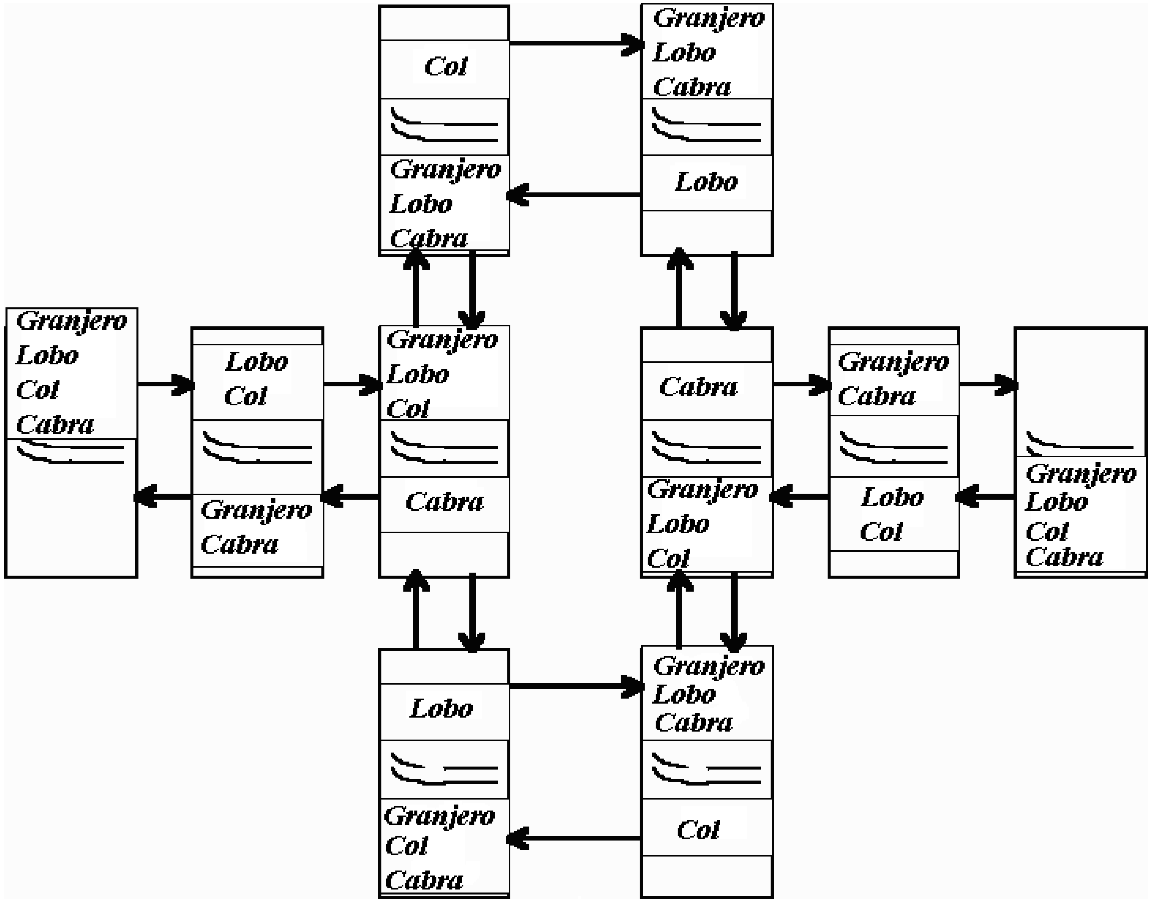
- Sean las variables ***Pg, Pl, Pc, Pk*** que denoten las posiciones del granjero, lobo, cabra y col, respectivamente.
- Sus valores sólo pueden ser ***1*** o ***2***, para indicar que se encuentran en la orilla 1 o en la orilla 2 del río.
- Se define la función OPUESTO, tal que OPUESTO(***1***) = ***2***; y, OPUESTO(***2***) = ***1***.
- Ahora, las reglas para generar los estado sucesores de (***Pg, Pl, Pc, Pk***), pueden ser como sigue:

  El estado (OPUESTO(***Pg***), ***Pl***, ***Pc***, ***Pk***), es un sucesor.

- Si ***Pg*** **=** ***Pl*** entonces (OPUESTO(***Pg***), OPUESTO(***Pl***), ***Pc***, ***Pk***) es un sucesor.
- Si ***Pg*** **=** ***Pc*** entonces (OPUESTO(***Pg***), ***Pl***, OPUESTO(***Pc***), ***Pk***) es un sucesor.
- Si ***Pg*** **=** ***Pk*** entonces (OPUESTO(***Pg***), ***Pl***, ***Pc***, OPUESTO(***Pk***)) es un sucesor.

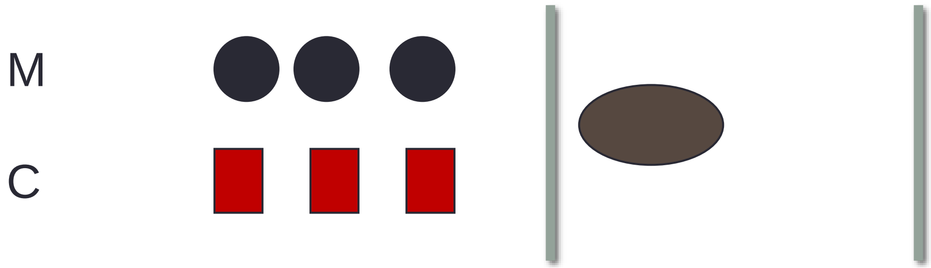
Una solución al problema

- Naturalmente, algunos de los estados sucesores no son válidos de acuerdo con las condiciones del problema.



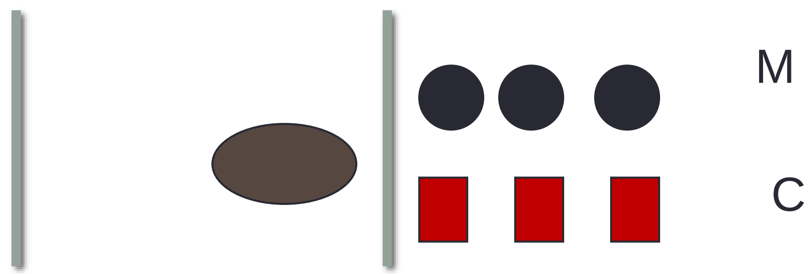
Ejemplo 3: Misioneros y caníbales

Configuración inicial:



Lado izquierdo del rio Lado derecho del rio

Configuración final:



Esta representación no es apropiada para la computadora: no se han formulado las reglas y las restricciones.

Espacio de estados, versión I

- Configuración inicial MMMCCCB|
- Configuración final |MMMCCCB
- Desplazamientos válidos

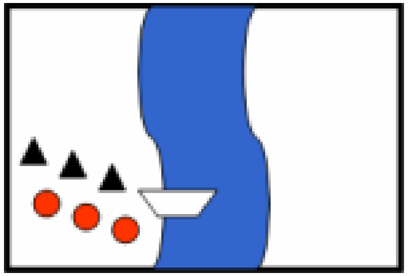
C →	← C	MM →	← MM
CC →	← CC	M →	← M
MC →	← MC		

Conocimientos declarativos

- Restricciones
  - Los canibales no deben ser más numerosos que los misioneros en cualquiera de los lados del rio
  - El barco solo puede llevar a dos personas.

Conocimientos Procedurales

Espacio de estados, versión II

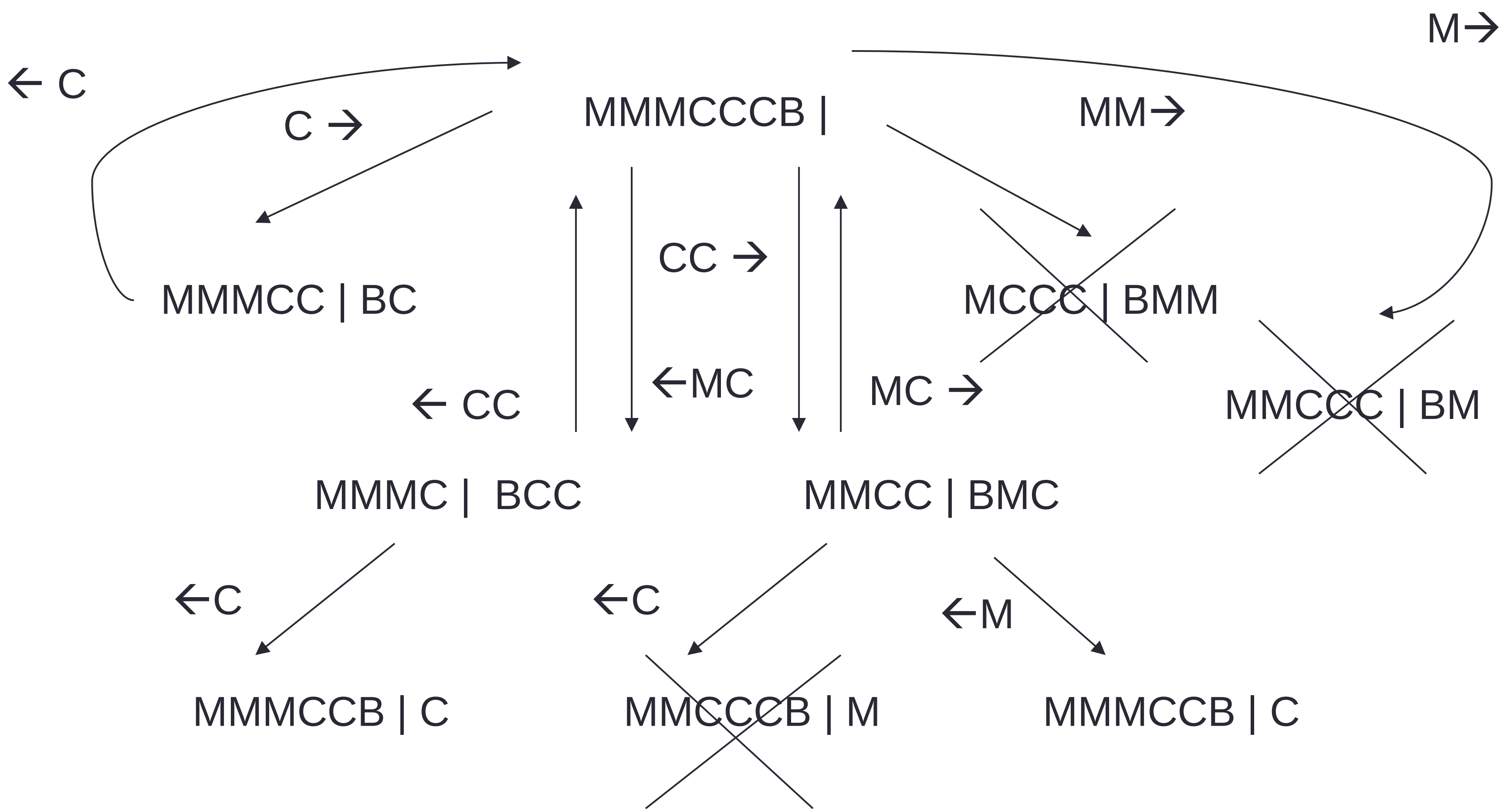


- Configuración inicial: S: 3 | 3 | I
- Configuración final: S: 0 | 0 | D
- Desplazamientos válidos
  If S[C] >= 1 then S[C] = S[C]-1
  If S[C] >= 2 then S[C] S[C] –2 etc…

Reglas de Producción
Se incluyen las restricciones que se refieren al barco

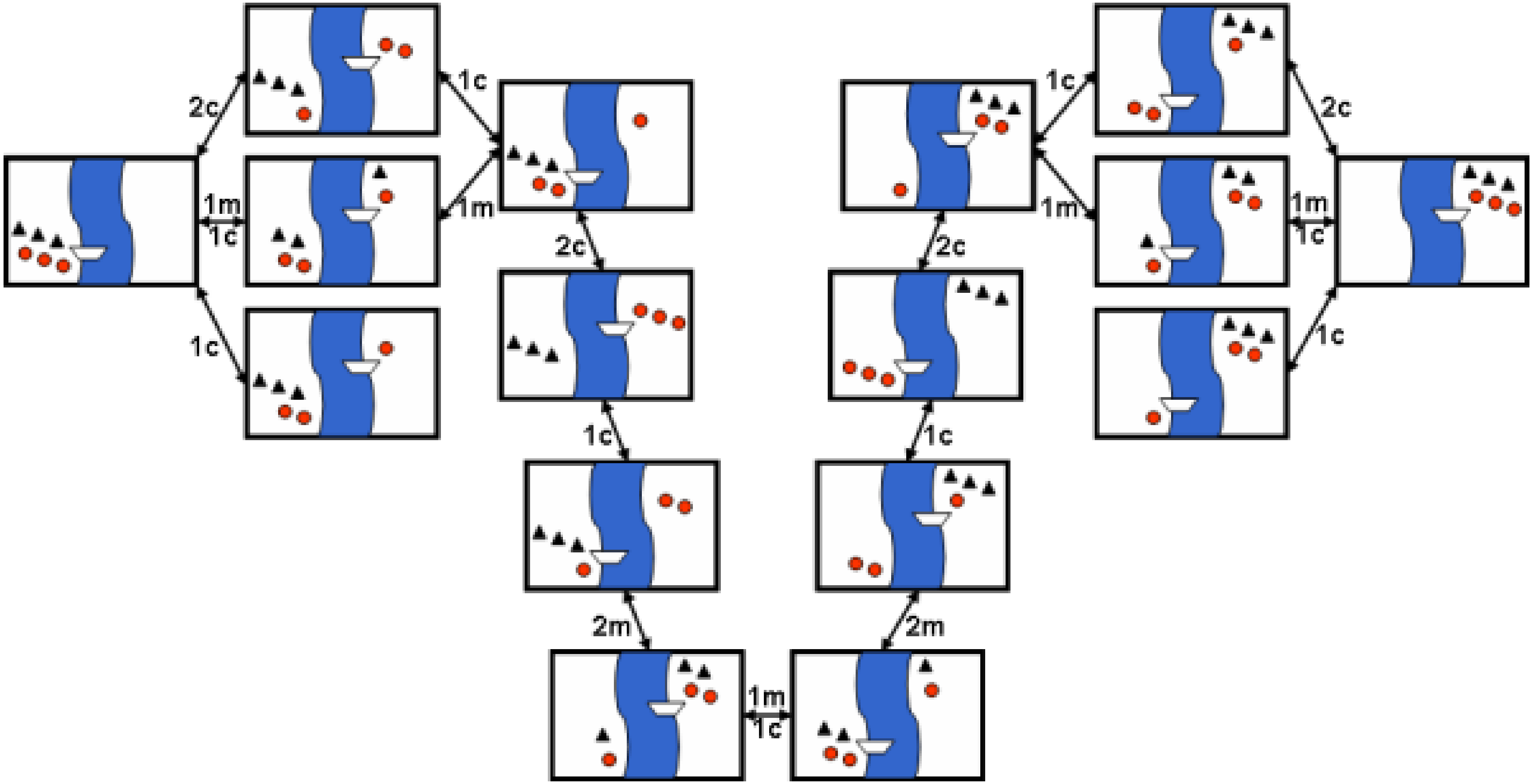
- Restricciones
  Para todo S, S[C] <= S[M] y
  (3 – S[C]) <= (3 – S[M]) o (S[M] = 0) o (S[M] = 3)

El espacio de búsqueda



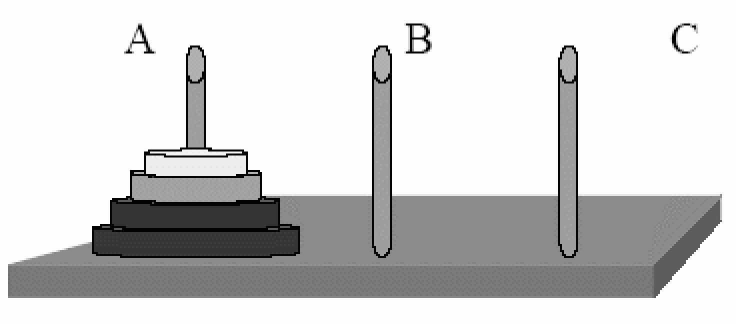
Se continua expandiendo el espacio de búsqueda hasta llegar a una configuración final.

Una solución



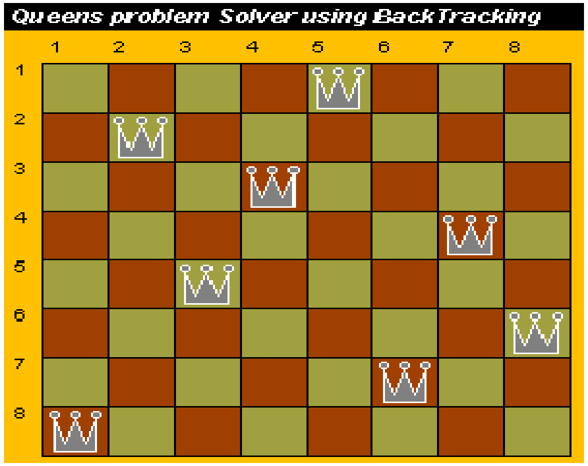
Ejemplo 4: las torres de Hanoi

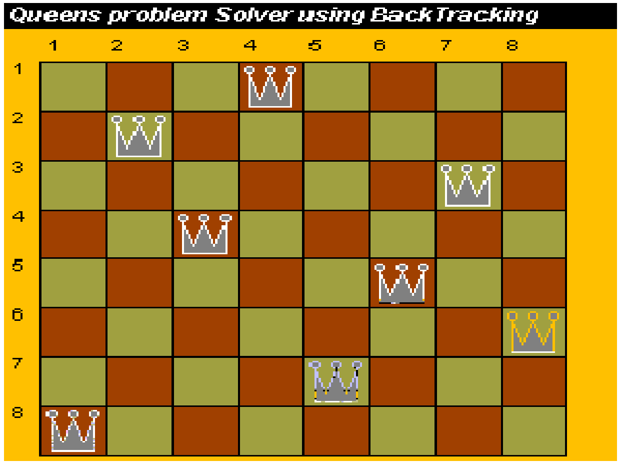
- En algún lugar cercano a Hanoi existe un monasterio cuyos monjes dedican su vida a una importante tarea. En su patio hay tres altos postes. Sobre estos postes se encuentra un conjunto de sesenta y cuatro discos, cada uno de los cuales tiene un hueco en el centro y diferente radio. Cuando se fundó el monasterio, todos los discos estaban en uno de los postes, de forma que cada disco descansaba sobre el inmediatamente más grande. El trabajo de los monjes consiste en mover todos los discos hacia otro poste. Sólo puede moverse un disco a la vez y todos los discos deben estar ensartados en alguno de los postes. Además, en ningún momento un disco puede situarse sobre otro de tamaño menor. El tercer poste puede utilizarse, por supuesto, como lugar de colocación temporal de los discos. ¿Cuál es la forma más rápida de que los monjes cumplan su misión?. Tal vez la mejor solución a este problema les lleve a los monjes mucho tiempo. Esto es una buena noticia, porque según la leyenda el mundo acabará el día que los monjes lo consigan



Ejemplo 5: el problema de las 8 reinas

- Este problema consiste en colocar ocho reinas sobre un tablero de ajedrez de forma que no se ataquen entre sí. Esto es equivalente a situar las reinas de manera que ninguna fila, columna o diagonal del tablero pueda contener más de una. Se pretende que la resolución del problema sea incremental: vamos colocando reina a reina. Una forma de reducir las alternativas es asignar la primera reina a la primera fila, segunda reina a la segunda fila, y así sucesivamente. De este modo se reduce el número de posiciones alternativas consideradas por cada nueva reina a menos de 8.





Ejemplo 6: el problema de las jarras

- Se tienen 2 jarras, una de 4 litros de capacidad y otra de 3 litros. Ninguna de las jarras tiene marcas de medición. Se dispone de una bomba que permite llenar las jarras de agua. Se desea conocer como se pueden tener exactamente 2 litros de agua en la jarra de 4 litros.