Analiza I

Adisa Bolić, abolic@pmf.unsa.ba

Vj. br. 5. Infimum i supremum – nastavak. Ekvipotentnost, prebrojivost, neprebrojivost i uspostavljanje bijektivnih preslikavanja

- Preostali zadaci sa Vježbi br. 4. vezani za infimum i supremum

- Bijektivno preslikavanje – injektivno i sirjektivno
- Definicija ekvipotentnosti: skupovi X i Y su ekvipotentni ako postoji bijekcija između ta dva skupa. Relaciju ekvipotentnosti označavamo sa $X \sim Y$.

[1] Dokazati da je $\mathbb{N} \sim 2\mathbb{N}$.

[2] Dokazati da je $\mathbb{Z} \sim \mathbb{N}$.

- Konačan i beskonačan skup
- Prebrojiv skup: ako postoji bijekcija sa skupom prirodnih brojeva (tj. ako možemo elemente tog skupa poredati u niz) – skupovi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$
- Najviše prebrojiv skup: ako je konačan ili prebrojiv
- Neprebrojiv skup – skupovi $\mathbb{R}, \mathbb{I}$
- Kardinalni broj

[3] Dokazati da ako su A i B prebrojivi skupovi, onda je i $A \times B = \{(a, b) | a \in A \ \wedge \ b \in B\}$ prebrojiv skup.

[4] Dokazati da je $\mathbb{Q}$ prebrojiv skup.

- $\mathbb{R}$ nije prebrojiv skup – Cantorova dijagonalizacija
- Koji dio skupa $\mathbb{R}$ nije prebrojiv?

[5] Dokazati da je $(0, 1) \sim \mathbb{R}$.

[6] Dokazati da je $[a, b] \sim [0,1]$ za sve $a, b \in \mathbb{R}, a < b$.

[7] Dokazati da je $(0,1) \sim [0,1]$.

Zadaci za samostalan rad

[1] Dokazati da je $[a, b] \sim [c, d]$ za sve $a, b, c, d \in \mathbb{R}, a < b, c < d$.

[2] a) Dokazati da je svaki skup X ekvipotentan sa nekim podskupom skupa $P(X)$ (partitivni skup).

b) Dokazati da svaki skup X nije ekvipotentan sa $P(X)$.