

Vj. br. 16. Nепrekidnost funkcija

Definicija (nепrekidnost funkcije): Za funkciju f kažemo da je nепrekidna u tački a ako vrijedi $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Funkcija je nепrekidna ako je nепrekidna u svakoj tački u kojoj je definisana.

Tačka prekida funkcije je tačka gomilanja domena funkcije u kojoj funkcija nije nепrekidna.

- Nепrekidnost slijeva i nепrekidnost zdesna
- Elementarne funkcije su nепrekidne svuda gdje su definisane
- Klasifikacija tačaka prekida: otklonjiv prekid, prekid prve vrste i prekid druge vrste

[1] Ispitati nепrekidnost funkcije $\operatorname{sgn}(x)$.

[2] Dokazati da je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

nепrekidna u svakoj svakoj tački $x \in \mathbb{R}$.

[3] Ispitati nепrekidnost funkcije

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{za } x < 0 \\ 1, & \text{za } 0 \leq x \leq 1 \\ x, & \text{za } 1 < x < 2 \\ 3, & \text{za } 2 < x < 3 \end{cases}$$

[4] Kako treba definisati konstantu a kako bi funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{za } x < 0 \\ a, & \text{za } x = 0 \\ 1 + x, & \text{za } x > 0 \end{cases}$$

bila nепrekidna?

[5] Dodefinisati funkciju $f(x) = x \cdot \ln^2(x)$ u tački $x = 0$ tako da novodobijena funkcija bude nепrekidna sa desne strane u tački $x = 0$.

Zadaci za samostalan rad

[1] Ispitati nепrekidnost Dirichletove funkcije.

[2] Dodefinisati funkciju $f(x) = \frac{\sin(\frac{x}{2})}{x}$ u tački $x = 0$ tako da novodobijena funkcija bude nепrekidna.