

Vj. br. 18. Osnovna pravila diferenciranja. Tablica izvoda.

Osnovna pravila diferenciranja

$$(cf)' = cf'$$

$$(f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$(f \cdot g)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

Tablica izvoda

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (x > 0, a > 0, a \neq 1)$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (|x| < 1)$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (|x| < 1)$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$$

$$(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$$

$$(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$$

$$(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$$

$$(\operatorname{Arsh} x)' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$(\operatorname{Arch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} \quad (|x| > 1)$$

$$(\operatorname{Arth} x)' = \frac{1}{1-x^2} \quad (|x| < 1)$$

$$(\operatorname{Arcth} x)' = -\frac{1}{1-x^2} \quad (|x| > 1)$$

[1] Izvesti relacije za izvod funkcija: $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{cth} x$.

Izvod složene funkcije

$$\left(f(g(x))\right)' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Izvod inverzne funkcije

Neka je $y = f(x)$, $y'_x \neq 0$ invertibilna funkcija. Tada za $x = f^{-1}(y)$ vrijedi

$$x'_y = \frac{1}{y'_x}$$

tj.

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}.$$

[2] Izračunati izvode funkcija:

- a) $\ln x$
- b) $\arcsin x$

[3] Izračunati izvode funkcija:

- a) $y = \frac{3}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + 3x - 10^{13}$
- b) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
- c) $y = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{x\sqrt[3]{x}}$
- d) $y = (\sqrt{a} - \sqrt{x})^2$
- e) $y = \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2$
- f) $y = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}+1}$

[4] Izračunati izvode funkcija:

- a) $y = \sin^2 x$
- b) $y = x \arcsin x$
- c) $y = e^{7^x}$

Logaritamski izvod

Logaritamski izvod funkcije $y = f(x)$ je izvod funkcije $\ln y$. Tada vrijedi

$$(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

[5] Izračunati izvode funkcija:

a) $y = \ln(e^x + e^{-x} + 2)$

b) $y = x^x$

Zadaci za samostalan rad

[1] Izvesti relacije za izvode funkcija $\operatorname{ctg} x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{th} x$.

[2] Izračunati izvode funkcija:

a) $y = \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$

b) $y = \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x$

c) $y = \frac{1}{\operatorname{arc} \sin x}$

d) $y = \ln(xe^x + 3^x)$

[3] Izračunati izvode funkcija:

a) $y = \operatorname{sh}^4 x$

b) $y = \operatorname{arc} \sin \sqrt{1-4x}$

[4] Izračunati izvode funkcija:

a) $y = \frac{\sqrt[4]{x-10}}{(7-5x)^4}$

b) $y = (\sin x)^{\cos x}$