Analiza I

Adisa Bolić, abolic@pmf.unsa.ba

Vj. br. 3. Princip matematičke indukcije - nastavak, Newtonova binomna formula

[1] Koristeći PMI, dokazati da je broj $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ djeljiv sa 133 za svako $n \in \mathbb{N}_0$.

[2] Neka je S skup koji ima n elemenata. Dokazati da njegov partitivni skup $\mathcal{P}(S)$ ima 2^n elemenata.

- Nephodnost baze indukcije, primjer: $1 + 2 + \cdots + n = \frac{(2n+1)^2}{8}$

- Faktorijel: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ za $n \in \mathbb{N}_0$ pri čemu posebno je $0! = 1$
- Binomni koeficijent: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$ za $n, k \in \mathbb{N}_0, n \geq k$
- Osnovne osobine binomnog koeficijenta:
  - $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
  - $\binom{n}{k} = \frac{n}{n-k} \cdot \binom{n-1}{k}$
  - Paskalov identitet: $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1}$

[2] Dokazati da za svaki prirodan broj n i sve realne brojeve x i y vrijedi Newtonova binomna formula

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

[3] U razvoju izraza $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ po Newtonovoj binomnoj formuli, koeficijent trećeg člana je za 44 veći od koeficijenta drugog člana. Naći član koji ne sadrži x.

Za samostalan rad

[1] Koristeći PMI, dokazati da je broj $9^{n-3} - 3^{n-2}$ djeljiv sa 6 za svako $n \in \mathbb{N}_0$.
[2] Družite se s Miličićem, Ušćumlićem, Ljaškom, Boljarčukom, Gajom i Golovačem