Universidad Politécnica de Puebla (UPPue)

Ejercicios: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden (Teoría)

Felipe de Jesús Tlachino Macuitl
felipe.tlachino459@uppuebla.edu.mx

- Los ejercicios aquí planteados son para que practique lo visto en clase. Resuelva las ecuaciones diferenciales dadas (si se dan las condiciones iniciales o de frontera, encuentre la solución explicita). Grafique las soluciones con la ayuda de software. Señale la respuesta correcta. El puntaje obtenido en este cuestionario no representara su calificación, para que sea valido deberá estar acompañado con las operaciones necesarias y sus respectivas comprobaciones mediante software.
- Los ejercicios se dividieron en tres secciones:
  - i) Variables separables.
  - ii) Ecuaciones diferenciales lineales (coeficientes constantes y factor integrante).
  - iii) Ecuaciones diferenciales exactas.
  - iv) Solución por sustitución (ED homogéneas, ecuación de Bernoulli y reducción a separación de variables).
  - v) Aproximación numérica de soluciones de ED de primer orden (método de Runge-Kutta).
- Para comenzar cada sección, siga las siguientes instrucciones:
  1. Primero haga clic en “Begin quizz”.
  2. Marque las respuestas correctas y haga clic en “End quizz” (podrá ver el número de respuestas correctas).
  3. Haga clic en “Correct” y verá las respuestas correctas

Last Revision Date: 7 de mayo de 2022

Begin Quiz **i)** Variables separables.

1. $\dfrac{dy}{dx} = \sin(5x)$

- [ ] $\dfrac{1}{5}\cos(5x) + c_1$
- [ ] $-\dfrac{1}{5}\cos(5x) + c_1$
- [ ] $-5\cos(5x) + c_1$

2. $y' = \dfrac{y^2-1}{x^2-1}, \;\; y(2) = 2$

- [ ] x
- [ ] $-x$
- [ ] $x + c_1$

3. $dx + e^{3x}dy = 0$

- [ ] $\dfrac{e^{3x}}{3} + c_1$
- [ ] $\dfrac{e^{-3x}}{3} + c_1$
- [ ] $-\dfrac{e^{3x}}{3} + c_1$

4. $dy - (y-1)^2 dx = 0$

- [ ] $\dfrac{x-1+c_1}{x+c_1}$
- [ ] $\dfrac{x+c_1}{x-1+c_1}$
- [ ] $\dfrac{x+c_1}{x+1+c_1}$

5. $\dfrac{dx}{dt} = 4(x^2+1), \;\; x(\pi/4) = 1$

- [ ] $\tan\left(\dfrac{1}{3}(16x - 4\pi)\right)$
- [ ] $\tan\left(\dfrac{1}{3}(16x + 4\pi)\right)$
- [ ] $\tan\left(\dfrac{1}{4}(16x - 3\pi)\right)$

6. $x^2y' = y - xy, \;\; y(-1) = -1$

- [ ] $\dfrac{e^{1-\frac{1}{x}}}{x}$
- [ ] $\dfrac{e^{-\frac{1}{x}-1}}{x}$
- [ ] $\dfrac{e^{\frac{1}{x}-1}}{x}$

7. $e^x yy' = e^{-y-2x} + e^{-y}$

- [ ] $e^y(y-1) = -\dfrac{1}{3}e^{-3x} - e^{-x} + c_1$
- [ ] $e^y(y-1) = \dfrac{1}{3}e^{-3x} - e^{-x} + c_1$
- [ ] $e^y(y-1) = \dfrac{1}{3}e^{-3x} + e^{-x} + c_1$

8. $\left(x^4+1\right)dy + x\left(4y^2+1\right)dx = 0, \;\; y(1) = 0$

- [ ] $\dfrac{1}{2}\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \tan^{-1}(x)\right)$
- [ ] $\dfrac{1}{2}\tan\left(\dfrac{\pi}{4} + \tan^{-1}(x^2)\right)$
- [ ] $\dfrac{1}{2}\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \tan^{-1}(x^2)\right)$

9. $\sin(3x)dx + 2y\cos^3(3x)dy = 0$

- [ ] $\sqrt{-\dfrac{1}{6}\sec^2(3x) + 2c_1}$
- [ ] $-\sqrt{-\dfrac{1}{6}\sec^2(3x) + 2c_1}$
- [ ] $-\sqrt{\dfrac{1}{6}\sec^2(3x) + 2c_1}$

10. $y'(x) = \dfrac{2x+1}{2y(x)}, \;\; y(-2) = -1$

- [ ] $\sqrt{x^2+x-1}$
- [ ] $\sqrt{x^2+x+1}$
- [ ] $-\sqrt{x^2+x-1}$

End Quiz | Score: | Correct

Begin Quiz **ii)** Ecuaciones diferenciales lineales (coeficientes constantes y factor integrante)

1. $3\dfrac{dy}{dx} + 12y = 4$

- ☐ $\dfrac{1}{3} - c_1 e^{-4x}$
- ☐ $\dfrac{1}{3} + c_1 e^{4x}$
- ☐ $\dfrac{1}{3} + c_1 e^{-4x}$

2. $xy' + y = e^x, \quad y(1) = 2$

- ☐ $\dfrac{e^x + 2 - e}{x}$
- ☐ $\dfrac{e^x + 2 + e}{x}$
- ☐ $\dfrac{-e^x + 2 - e}{x}$

3. $\dfrac{dy}{dx} = 5y$

- ☐ $-c_1 e^{5x}$
- ☐ $c_1 e^{-5x}$
- ☐ $c_1 e^{5x}$

4. $xy' - y = x^2 \sin(x)$

- ☐ $x(\cos(x) + c_1)$
- ☐ $x(-\cos(x) + c_1)$
- ☐ $-x(\cos(x) + c_1)$

5. $y\dfrac{dx}{dy} - x = 2y^2, \quad x(1) = 5$

- ☐ $2y^2 - 3y$
- ☐ $-2y^2 + 3y$
- ☐ $2y^2 + 3y$

6. $\dfrac{dr}{d\theta} - r\sec(\theta) = \cos(\theta)$

- ☐ $(\theta + \cos(\theta) + c_1)e^{-\theta}$
- ☐ $(\theta + \cos(\theta) + c_1)e^{\theta}$
- ☐ $(\theta - \cos(\theta) + c_1)e^{\theta}$

7. $(x+1)y'(x) + y(x) = \log(x), \quad y(1) = 10$

- ☐ $\dfrac{-x + x\log(x) + 21}{x+1}$
- ☐ $\dfrac{x + x\log(x) + 21}{x-1}$
- ☐ $\dfrac{x + x\log(x) + 21}{x+1}$

8. $\cos(x)\dfrac{dy}{dx} + y\sin(x) = 1$

- ☐ $-\sin(x) + c_1\cos(x)$
- ☐ $\sin(x) - c_1\cos(x)$
- ☐ $\sin(x) + c_1\cos(x)$

9. $cos(x)\dfrac{dy}{dx} + y\sin(x) = x$

- ☐ $x\sin(x) - \cos(x)(\log(\cos(x)) + c_1)$
- ☐ $x\sin(x) + \cos(x)(\log(\cos(x)) + c_1)$
- ☐ $-x\sin(x) + \cos(x)(\log(\cos(x)) + c_1)$

10. $\dfrac{dy}{dx} + 2xy = f(x), \quad y(0) = 2,$

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x < 1 \\ 0, & t \ge 1 \end{cases}$$

- ☐ $\dfrac{1}{2}e^{-x^2}\left(\left(e^{-x^2} - e\right)\theta(1-x) + e + 3\right)$
- ☐ $\dfrac{1}{2}e^{x^2}\left(\left(e^{x^2} - e\right)\theta(1-x) + e + 3\right)$
- ☐ $\dfrac{1}{2}e^{-x^2}\left(\left(e^{x^2} - e\right)\theta(1-x) + e + 3\right)$

End Quiz | Score: | Correct

Begin Quiz **iii)** Ecuaciones diferenciales exactas.

1. $(2x+y)dx-(x+6y)dy=0$

- ☐ $\frac{1}{3}\left(-7-\sqrt{-6x^2+6x+49+6c_1}\right)$
- ☐ $\frac{1}{3}\left(7-\sqrt{-6x^2+6x+49+6c_1}\right)$
- ☐ $\frac{1}{3}\left(7+\sqrt{-6x^2+6x+49+6c_1}\right)$

2. $\left(1+Log(x)+\frac{y}{x}\right)dx=(1-Log(x))dy$

- ☐ $\frac{-x\log(x)+c_1}{\log(x)-1}$
- ☐ $\frac{x\log(x)+c_1}{\log(x)-1}$
- ☐ $\frac{x\log(x)+c_1}{\log(x)+1}$

3. $dx+e^{3x}dy=0$

- ☐ $\frac{e^{3x}}{3}+c_1$
- ☐ $\frac{e^{-3x}}{3}+c_1$
- ☐ $-\frac{e^{3x}}{3}+c_1$

4. $dy-(y-1)^2dx=0$

- ☐ $\frac{x-1+c_1}{x+c_1}$
- ☐ $\frac{x+c_1}{x-1+c_1}$
- ☐ $\frac{x+c_1}{x+1+c_1}$

5. $\frac{dx}{dt}=4(x^2+1),\ \ x(\pi/4)=1$

- ☐ $\tan\left(\frac{1}{3}(16x-4\pi)\right)$
- ☐ $\tan\left(\frac{1}{3}(16x+4\pi)\right)$
- ☐ $\tan\left(\frac{1}{4}(16x-3\pi)\right)$

6. $x^2y'=y-xy,\ \ y(-1)=-1$

- ☐ $\frac{e^{1-\frac{1}{x}}}{x}$
- ☐ $\frac{e^{-\frac{1}{x}-1}}{x}$
- ☐ $\frac{e^{\frac{1}{x}-1}}{x}$

7. $e^xyy'=e^{-y-2x}+e^{-y}$

- ☐ $e^y(y-1)=-\frac{1}{3}e^{-3x}-e^{-x}+c_1$
- ☐ $e^y(y-1)=\frac{1}{3}e^{-3x}-e^{-x}+c_1$
- ☐ $e^y(y-1)=\frac{1}{3}e^{-3x}+e^{-x}+c_1$

8. $\left(x^4+1\right)dy+x\left(4y^2+1\right)dx=0,\ \ y(1)=0$

- ☐ $\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\tan^{-1}(x)\right)$
- ☐ $\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}+\tan^{-1}(x^2)\right)$
- ☐ $\frac{1}{2}\tan\left(\frac{\pi}{4}-\tan^{-1}(x^2)\right)$

9. $\sin(3x)dx+2y\cos^3(3x)dy=0$

- ☐ $\sqrt{-\frac{1}{6}\sec^2(3x)+2c_1}$
- ☐ $-\sqrt{-\frac{1}{6}\sec^2(3x)+2c_1}$
- ☐ $-\sqrt{\frac{1}{6}\sec^2(3x)+2c_1}$

10. $y'(x)=\frac{2x+1}{2y(x)},\ \ y(-2)=-1$

- ☐ $\sqrt{x^2+x-1}$
- ☐ $\sqrt{x^2+x+1}$
- ☐ $-\sqrt{x^2+x-1}$

End Quiz | Score: | Correct