# 7. Deep Generative Models

המודלים שהוצגו בפרקים הקודמים הינם מודלים דיסקרימינטיביים, קרי הם מאומנים לבצע פעולות על בסיס דאטה נתון, אך לא יכולים ליצור פיסות מידע או דוגמאות חדשות בעצמם. בניגוד אליהם קיימים מודלים גנרטיביים, המסוגלים נתון, אך לא יכולים ליצור פיסות מידע או דוגמאות שנלמדו. באופן פורמלי, בהינתן אוסף דוגמאות  $X \in \mathbb{R}^{n \times d}$  ואוסף דוגמאות שנלמדו. באופן פורמלי, בהינתן אוסף דוגמאות זאת לומד את תגיות  $Y \in \mathbb{R}^n$  מודל דיסקרימנטיבי מאומן לשערך את ההסתברות Pr(y|x) מודל גנרטיבי לעומת זאת לומד את וabel, או את Pr(x,y) מקרה שהתגיות אינן נתונות), כאשר Pr(x,y) הן צמד נתון של דוגמה ו-מתוכן ניתן לייצר דוגמאות חדשות.

ישנם שני סוגים עיקריים של מודלים גנרטיביים: סוג אחד של מודלים מאומן למצוא באופן מפורש את פונקציית הפילוג של הדאטה הנתון, ובעזרת הפילוג לייצר דוגמאות חדשות (על ידי דגימה מההתפלגות שנלמדה). סוג שני של מודלים אינו עוסק בשערוך הפילוג של הדאטה המקורי, אלא מסוגל לייצר דוגמאות חדשות בדרכים אחרות. בפרק זה נדון אינו עוסק בשערוך הפילוג של הדאטה המקורי, אלא מסוגל לייצר דוגמאות והשני של המודלים הגנרטיביים.

# 7.1 Variational AutoEncoder (VAE)

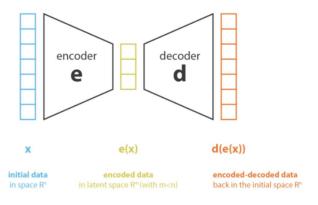
המודל הראשון הינו VAE, וכדי להבין כיצד ניתן בעזרתו לייצר מידע חדש, יש להסביר קודם מהם Autoencoders, וכדי להבין כיצד ניתן בעזרתו לייצר מידע חדש, יש להאטה, תוך איבוד מיצד הם עובדים ומה החסרונות שלהם. Autoencoder הינו רשת המאומנת לבצע הורדת ממד לדאטה, תוך איבוד מינימלי של מידע. בכדי להבין את המבנה ואופי הפעולה שלו, נקדים מעט על הורדת ממד באופן כללי.

# 7.1.1 Dimensionality Reduction

במקרים רבים, הדאטה אותו רוצים לנתח הוא בעל ממד גבוה, כלומר, לכל דגימה יש מספר רב של מאפיינים במקרים רבים, הדאטה אותו רוצים לנתח הוא בעל ממד גבוה, כלומרה – מחיר מניה של חברה מסוימת מושפע ממספר רב של גורמים, אך ככל הנראה גובה ההכנסות של החברה משפיע על מחיר המניה הרבה יותר מאשר הגיל הממוצע של העובדים. דוגמה נוספת – במשימת חיזוי גיל של אדם על פי תמונת הפנים שלו, לא כל הפיקסלים בתמונת הפנים יהיו בעלי אותה חשיבות לצורך החיזוי. כיוון שקשה לנתח דאטה מממד גבוה ולבנות מודלים עבור דאטה כזה, במקרים רבים מנסים להוריד את הממד של הדאטה תוך איבוד מידע מינימלי עד כמה שניתן. בתהליך הורדת הממד מנסים לקבל ייצוג חדש של הדאטה בעל ממד יותר נמוך, כאשר הייצוג הזה מורכב מהמאפיינים הכי משמעותיים של הדאטה. יש מגוון שיטות להורדת הממד כאשר הרעיון המשותף לכולן הוא לייצג את הדאטה בממד נמוך יותר, בו באים לידי ביטוי רק המאפיינים המשמעותיים של הדאטה.

הייצוג של הדאטה בממד נמוך נקרא הייצוג הלטנטי (חבוי) או הקוד הלטנטי, וכאמור, יותר קל לבנות מודלים למשימות שונות על סמך הייצוג הלטנטי של הדאטה מאשר לעבוד עם הדאטה המקורי. בכדי לקבל ייצוג לטנטי איכותי, ניתן לאמן אותו באמצעות מנגנון הנקרא decoder, הבוחן את יכולת השחזור של הדאטה מהייצוג הלטנטי שלו. ככל שניתן לשחזר בצורה מדויקת יותר את הדאטה מהייצוג הלטנטי, כלומר אובדן המידע בתהליך הוא קטן יותר, כך הקוד הלטנטי אכן מייצג בצורה אמינה את הדאטה המקורי.

שמטרתו  $x\in\mathbb{R}^n$  עובר דרך encoder, שמטרתו  $x\in\mathbb{R}^n$  שמטרתו  $x\in\mathbb{R}^n$  אובר דרך פיסת מידע המיוצגת על ידי וקטור המאפיינים  $x\in\mathbb{R}^n$  להפיק מהדאטה את הייצוג הלטנטי שלו  $e(x)\in\mathbb{R}^m$ , כאשר x=d(e(x)), אם מתקיים השיוויון  $a(e(x))\in\mathbb{R}^m$  אז למעשה לשחזר את הדאטה המקורי, ולבסוף מתקבל וקטור  $a(e(x))\in\mathbb{R}^n$ . אם מתקיים השיוויון לא היה ניתן לא אבד שום מידע בתהליך, אך אם לעומת זאת  $a(e(x))\in\mathbb{R}^n$  אז מידע מסוים אבד עקב הורדת הממד ולא היה ניתן לשחזר אותו במלואו בפענוח. באופן אינטואיטיבי, אם אנו מצליחים לשחזר את הדאטה המקורי מהייצוג שלו בממד הנמוך בדיוק טוב מספיק, כנראה שהייצוג הלטנטי הצליח להפיק את המאפיינים המשמעותיים של הדאטה המקורי.



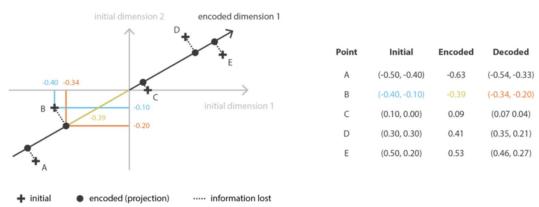
.decoder-i encoder איור 7.1 ארכיטקטורת

כאמור, המטרה העיקרית של השיטות להורדת ממד הינה לקבל ייצוג לטנטי איכותי עד כמה שניתן. הדרך לעשות זאת היא לאמן את זוג ה-encoder-decoder השומרים על מקסימום מידע בעת הקידוד, ומביאים למינימום את שחזור בעת הפענוח. אם נסמן בהתאמה E ו-D את כל הזוגות של encoder-decoder האפשריים, ניתן לנסח את בעיית הורדת הממד באופן הבא:

$$(e^*, d^*) = \underset{(e,d) \in E \times D}{\operatorname{arg min}} \epsilon \left(x, d(e(x))\right)$$

. כאשר  $\epsilon\left(x,d(e(x))
ight)$  הוא שגיאת השחזור שבין הדאטה המקורי לבין הדאטה המשוחזר.

Principal Components Analysis אחת השיטות השימושיות להורדת ממד שאפשר להסתכל עליה בצורה הזו היא להורדת ממד ממד להסתכל עליה בצורה הייצוג הלטנטי של הייצוג הלטנטי של הייצוג הלטנטי של המטילים (בצורה לינארית) דאטה מממד n לממד m לממד לפדער הייצוג הלינארים. תהליך זה נקרא גם feature decorrelation, והמטרה שלו היא למזער את המקוריות יהיו אורתוגונליים. תהליך זה נקרא גם בצורה לינארית גם כן, מהייצוג החדש במרחב ה-m- ממדי.

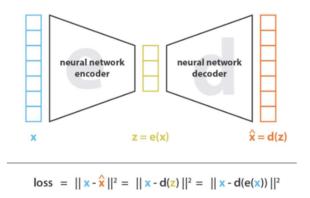


.PCA איור 7.2 דוגמה להורדת ממד בשיטת

במונחים של encoder-decoder, ניתן להראות כי אלגוריתם PCA מחפש את הזוג של encoder-decoder, ניתן להראות כי אלגוריתם PCA מחפש את הזוג של encoder מבצע טרנספורמציה לינארית על הדאטה כך שהמאפיינים החדשים (בממד נמוך) של encoder מבצע טרנספורמציה לינארי המתאים יביא לשגיאה מינימלית במונחים של מרחק אוקלידי בין הדאטה יהיו אורתוגונליים. ב. ה-decoder הלינארי המתאים יביא לשגיאה מינימלית מכיל את הווקטורים הדאטה המקורי לבין זה המשוחזר מהייצוג החדש. ניתן להוכיח שה-decoder הוא השחלוף של ה-covariance של מטריצת ה-decoder, וה-decoder הוא השחלוף של ה-coder.

## 7.1.2 Autoencoders (AE)

ניתן לקחת את המבנה של ה-encoder-decoder המתואר בפרק הקודם ולהשתמש ברשת נוירונים עבור בניית הייצוג החדש ועבור השחזור. מבנה זה נקרא Autoencoder:

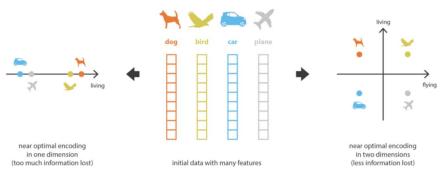


. שימוש ברשתות נוירונים עבור הורדת הממד והשחזור. Autoencoder 7.3 איור

באופן הזה, הארכיטקטורה יוצרת לדאטה צוואר בקבוק מידעי (information bottleneck), שמבטיח שרק הארכיטקטורה יוצרת לדאטה צוואר בקבוק מידעי (שחזר אותה בדיוק טוב, ישמשו לייצוג במרחב הלטנטי. במקרה המאפיינים החשובים של הדאטה, שבאמצעותם ניתן לשחזר אותה בדיוק טוב, ישמשו לייצוג במרחב הלטנטי. במקרה (activation functions) הפשוט בו בכל רשת יש רק שכבה חבויה אחת והיא לא משתמשת בפונקציות הפעלה

לא לינאריות, ניתן לראות כי ה-autoencoder יחפש טרנספורמציה לינארית של הדאטה, שבאמצעותו ניתן לשחזרו autoencoder באופן לינארי גם כן. בדומה ל-PCA, גם רשת כזו תחפש להוריד את הממד באמצעות טרנספורמציות לינאריות של המאפיינים המקוריים אך הייצוג בממד נמוך המופק על ידה לא יהיה בהכרח זהה לזה של PCA, כיוון שלהבדיל מ-PCA המאפיינים החדשים (לאחר הורדת ממד) עשויים לצאת לא אורתוגונליים (-קורלציה שונה מ-0).

כעת נניח שהרשתות של ה-encoder וה-decoder הן רשתות עמוקות ומשתמשות בפונקציות הפעלה לא לינאריות. במקרה כזה, ככל שהארכיטקטורה של הרשתות מורכבת יותר, כך רשת ה-encoder יכולה להוריד יותר ממדים תוך יכולת באמצעות ה-decoder לבצע שחזור ללא כל איבוד מידע. באופן תיאורטי, אם ל-encoder ול-encoder שספיק דרגות חופש (למשל מספיק שכבות ברשת נוירונים), ניתן להפחית ממד של כל דאטה לחד-ממד ללא כל איבוד מידע. עם זאת, הפחתת ממד דרסטית שכזו עלולה לגרום לדאטה המשוחזר לאבד את המבנה שלו. לכן יש חשיבות גדולה בבחירת מספר הממדים של המרחב הלטנטי, כך שמצד אחד אכן יתבצע ניפוי של מאפיינים פחות משמעותיים ומצד שני המידע עדיין יהיה בעל משמעות למשימות מסופר למצוא את הפרמטרים העיקריים לעיל, ניקח לדוגמה מערכת שמקבלת תמונות של כלב, ציפור, מכונית ומטוס ומנסה למצוא את הפרמטרים העיקריים המבחינים ביניהם:



.Autoencoder-איור 7.4 דוגמה לשימוש

לפריטים אלו יש הרבה מאפיינים, וקשה לבנות מודל שמבחין ביניהם על סמך כל המאפיינים. רשת נוירונים מורכבת מספיק מאפשרת לבנות ייצוג של כל הדוגמאות על קו ישר, כך שככל שפרט מסוים נמצא יותר ימינה, כך הוא יותר "חי". באופן הזה אמנם מתקבל ייצוג חד-ממדי, אבל הוא גורם לאיבוד המבנה הסמנטי של הדוגמאות ולא באמת ניתן להבין את ההפרדה ביניהן. לעומת זאת ניתן להוריד את הממד של תמונות אלו לדו-ממד ולהתייחס רק לפרמטרים "חי" ו"עף", וכך לקבל הבחנה יותר ברורה בין הדוגמאות. כמובן שהפרדה זו היא הרבה יותר פשוטה מאשר הסתכלות על כל הפרמטרים (-הפיקסלים) של הדוגמאות. דוגמה זו מראה את החשיבות שיש בבחירת הממדים של ה-encoder.

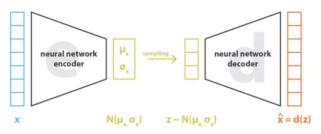
### 7.1.3 Variational AutoEncoders (VAE)

ניתן לקחת את ה-AE ולהפוך אותו למודל גנרטיבי, כלומר מודל שמסוגל לייצר בעצמו דוגמאות חדשות שאכן מתפלגות כמו הפילוג של הדאטה המקורי. אם מדובר בדומיין של תמונות למשל, אז נרצה שהמודל יהיה מסוגל לייצר תמונות שנראות אותנטיות ביחס לדאטה עליו אומן. AE מאומן לייצג את הדאטה בממד נמוך, שלוקח בחשבון את המאפיינים שנראות אותנטיות ביחס לדאטה עליו אומן. AE מאומן לייצג את הדאטה בממד נמוך, שלוקח בחשביע על האופן בו העיקריים, ולאחר מכן משחזר את התוצאה לממד המקורי. אולם, מנגנון זה אינו מאפשר להשפיע על האופן בו הדאטה מיוצג במרחב הלטנטי. אם יוגרל וקטור כלשהו מהמרחב הלטנטי – קרוב לוודאי שהוא לא יהווה ייצוג שדומה לדאטה המקורי. אם היינו מכניסים אותו ל-decoder, סביר להניח שהתוצאה לא תהיה דומה בכלל לדאטה המקורי. למשל אם AE אומן על אוסף של תמונות של כלבים ודוגמים באקראי וקטור מהמרחב הלטנטי שלו, הסיכוי לקבל תמונת כלב כלשהו לאחר השחזור של ה-decoder

כדי להתמודד עם בעיה זו, ניתן להשתמש ב-Variational AutoEncoder (VAE). בשונה מ-AE שלוקח דאטה ורק בונה לו ייצוג מממד נמוך, VAE קובע התפלגות פריורית למרחב הלטנטי z – למשל התפלגות נורמלית עם תוחלת VAE קובע התפלגות זו, רשת ה-encoder מאומנת לקבל דאטה z ולהוציא פרמטרים של מטריצת בסיריורית z|z, מתוך מטרה למזער כמה שניתן את המרחק בין ההתפלגויות z ו-z|z, לאחר מכן דוגמים וקטורים מההתפלגות הפוסטריורית z|z (הנתונה על ידי הפרמטרים המחושבים ב-encoder), ומעבירים אותם דרך הבחפלגות הפוסטריורית z|z (הנתונה על ידי הפרמטרים המחושבים ב-decoder כדי לייצר פרמטרים של ההתפלגות z|z. חשוב להבהיר שאם הדאטה המקורי הוא תמונה המורכבת מאוסף של פיקסלים, אזי במוצא יתקבל z|z לכל פיקסל בנפרד ומההתפלגות הזו דוגמים נקודה שתייצג את ערך הפיקסל בתמונה המשוחזרת.

באופן הזה, הלמידה דואגת לא רק להורדת הממד של הדאטה, אלא גם להתפלגות המושרית על המרחב הלטנטי. כאשר ההתפלגות המותנית במוצא z טובה, קרי קרובה להתפלגות המקורית של x, ניתן בעזרתה גם ליצור דוגמאות חדשות, ובעצם מתקבל מודל גנרטיבי.

כאמור, ה-encoder מנסה לייצג את הדאטה המקורי באמצעות התפלגות בממד נמוך יותר, למשל התפלגות נורמלית – decoder עם תוחלת ומטריצת בא $z\sim p(z|x)=N(\mu_x,\sigma_x)$ : covariance שוב לשים לב להבדל בתפקיד של ה-decoder השוב לא בעוד שב-AE הוא נועד לתהליך האימון בלבד ובפועל מה שחשוב זה הייצוג הלטנטי, ב- $\Delta E$  ה-משום אוב במילים אחרות, פחות מאשר הייצוג הלטנטי, כיוון שהוא זה שמשמש ליצירת דאטה חדש לאחר תהליך האימון, או במילים אחרות, הוא הופך את המערכת למודל גנרטיבי.



.VAE איור 7.5 ארכיטקטורה של

לאחר שהוצג המבנה הכללי של VAE, ניתן לתאר את תהליך האימון, ולשם כך נפריד בשלב זה בין שני החלקים של z|x ה-VAE. ה-encoder מאמן רשת שמקבלת דוגמאות מסט האימון, ומנסה להפיק מהן פרמטרים של התפלגות z שמקבלת בקבובים כמה שניתן לפרמטרים של ההתפלגות הפריורית z, שכאמור נקבעה מראש. מההתפלגות הנלמדת הזו הקרובים כמה שניתן לפרמטרים של ההתפלגות הפריורית z, שכאמור נקבעה את הפעולה ההפוכה – לוקח וקטור דוגמים וקטורים לטנטיים חדשים ומעבירים אותם ל-decoder. השמורה להיות דומה לדאטה המקורי. תהליך האימון שנדגם מהמרחב הלטנטי z|z, ומייצר באמצעותו דוגמה חדשה שאמורה להיות דומה לדאטה המקורי. תהליך האימון יהיה כזה שימזער את השגיאה של שני חלקי ה-VAE – גם z|z שבמוצא יהיה כמה שיותר קרוב ל-z המקורי, וגם ההתפלגות z.

נתאר באופן פורמלי את בעיית האופטימיזציה ש-VAE מנסה לפתור. נסמן את הווקטורים של המרחב הלטנטי ב-z, נתאר באופן פורמלי את בעיית האופטימיזציה ש-VAE ב- $\theta$ , ואת הפרמטרים של ה-encoder ב- $\lambda$ . כדי למצוא את הפרמטרים האופטימליים של ה-decoder ב- $\theta$ , ואת הפרמטרים את הפרמטרים את הנראות המרבית של סט האימון תחת של שתי הרשתות, נרצה להביא למקסימום את  $p(X;\theta)$ , כלומר למקסם את הנראות המרבית של סט האימון תחת  $\theta$ . כיוון שפונקציית  $\theta$  מונוטונית, נוכל לקחת את לוג ההסתברות:

$$L(\theta) = \log p(x; \theta)$$

אם נביא למקסימום את הביטוי הזה, נקבל את ה- $\theta$  האופטימלי. כיוון שלא ניתן לחשב במפורש את  $p(x;\theta)$ , יש להשתמש בקירוב. נניח והפלט של ה-encoder הוא בעל התפלגות  $q(z|x;\lambda)$  (מה ההסתברות לקבל את z בהינתן להלק ולהכפיל את בכניסה), וננסה לייצג את ההתפלגות הזו בעזרת רשת נוירונים עם סט פרמטרים z. כעת ניתן לחלק ולהכפיל את בz בz בz בz בz

$$\log p(x;\theta) = \log \sum_{z} p(x,z;\theta) = \log \sum_{z} q(z;\lambda) \frac{p(x,z;\theta)}{q(z;\lambda)} \ge \sum_{z} q(z;\lambda) \log \frac{p(x,z_i;\theta)}{q(z;\lambda)}$$

Evidence Lower BOund כאשר אי השוויון האחרון נובע <u>מאי-שוויון ינסן,</u> והביטוי שמימין לאי השיוויון נקרא בין שתי ההתפלגויות ובע בין שתי ההתפלגויות בין שתי הבארא ניתן להוכיח שההפרש בין הערך שלפני הקירוב הוא המרחק בין שתי ההתפלגויות בין  $\mathcal{D}_{KL}$ :

$$\log p(x;\theta) = ELBO(\theta,\lambda) + \mathcal{D}_{KL}(q(z;\lambda)||p(z|x;\theta))$$

אם שתי ההתפלגויות זהות, אזי מרחק  $\mathcal{D}_{KL}$  ביניהן הוא 0 ומתקבל שוויון:  $\log p(x; \theta) = ELBO(\theta, \lambda)$ . כזכור, אנחנו פשרים למקסם את פונקציית המחיר  $\log p(x; \theta)$ , וכעת בעזרת הקירוב ניתן לרשום:

$$L(\theta) = \log p(x; \theta) \ge ELBO(\theta, \lambda)$$

$$\to \theta_{ML} = \arg \max_{\theta} L(\theta) = \arg \max_{\theta} \max_{\lambda} ELBO(\theta, \lambda)$$

כעת ניתן בעזרת שיטת Gradient Descent (GD) למצוא את האופטימום של הביטוי, וממנו להפיק את הפרמטרים כעת ניתן בעזרת שיטת (encoder למצוי של ה-encoder ושל ה-cecoder ושל ה-mesoder ביחס לשתי התפלגויות:

zעם סט פרמטרים  $\theta$  יוציא x בהינתן – decoder עם סט פרמטרים –  $p(x|z;\theta)$ 

. בכניסה עם ברות ש-encoder עם עם פרמטרים ש-encoder ש- בהינתן ש-encoder ההסתברות ש-

לפי הגדרה:

$$ELBO(\theta, \lambda) = \sum_{z} q(z|x; \lambda) \log p(x, z; \theta) - \sum_{z} q(z|x; \lambda) \log q(z|x; \lambda)$$

 $p(x,z) = p(x|z) \cdot p(z)$  ניתן לפתוח לפי חוק בייס  $\log p(x,z;\theta)$  את הביטוי

$$= \sum_{z} q(z|x;\lambda) (\log p(x|z;\theta) + \log p(z;\theta)) - \sum_{z} q(z|x;\lambda) \log q(z|x;\lambda)$$

$$= \sum_{z} q(z|x;\lambda) \log p(x|z;\theta) - \sum_{z} q(z|x;\lambda) (\log q(z|x;\lambda) - \log p(z;\theta))$$

$$= \sum_{z} q(z|x;\lambda) \log p(x|z;\theta) - \sum_{z} q(z|x;\lambda) \frac{\log q(z|x;\lambda)}{\log p(z;\theta)}$$

:הביטוי השני לפי הגדרה שווה ל- $\mathcal{D}_{\kappa I}(q(z|x;\lambda)||p(z;\theta))$ , לכן מתקבל

$$= \sum_{z} q(z|x;\lambda) \log p(x|z;\theta) - \mathcal{D}_{KL}(q(z|x;\lambda)||p(z))$$

הביטוי הראשון הוא בדיוק התוחלת של  $\log p(x|z; heta)$ . תחת ההנחה ש-z מתפלג נורמלית, ניתן לרשום:

$$= \mathbb{E}_{q(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x};\lambda)} \log N\big(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}), \sigma_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z})\big) - \mathcal{D}_{KL}\big(N\big(\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\lambda}}(\boldsymbol{x}), \sigma_{\boldsymbol{\lambda}}(\boldsymbol{x})\big) || N(\boldsymbol{0},\boldsymbol{I})\big)$$

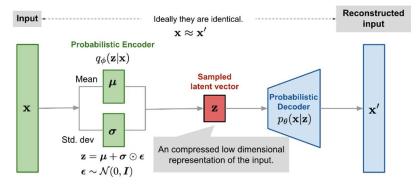
:כדי לחשב את התוחלת ניתן פשוט לדגום דוגמאות מההתפלגות  $z|x\sim Nig(\mu_{ heta}(x),\sigma_{ heta}(x)ig)$  ולקבל

$$\mathbb{E}_{q(\boldsymbol{Z}|\boldsymbol{\mathcal{X}};\,\boldsymbol{\lambda})}\log N\big(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}),\sigma_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z})\big) \approx \log N\big(\boldsymbol{x};\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z}),\sigma_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{z})\big)$$

ועבור הביטוי השני יש נוסחה סגורה:

$$\mathcal{D}_{KL}(N(\mu, \sigma^2) || N(0, I)) = \frac{1}{2} (\mu^2 + \sigma^2 - \log \sigma^2)$$

כעת משיש בידינו נוסחה לחישוב פונקציית המחיר, נוכל לבצע את תהליך הלמידה. יש לשים לב שפונקציית המחיר המקורית הייתה תלויה רק ב-heta, אך באופן שפיתחנו אותה היא למעשה דואגת גם למזעור ההפרש בין הכניסה של encoder. לבין המוצא שלו, וגם למזעור המרחק בין ההתפלגות הפריורית של z לבין ההתפלגות z



$$\begin{split} & x_t \to \mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t) \to z_t \sim \mathcal{N}\big(\mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t)\big) \to \mu_{\theta}(z_t), \Sigma_{\theta}(z_t) \\ & \text{ELBO} = \sum_t \log \mathcal{N}(x_t; \mu_{\theta}(z_t), \Sigma_{\theta}(z_t) - \mathcal{D}_{KL}\big(\mathcal{N}\mu_{\lambda}(x_t), \Sigma_{\lambda}(x_t)\big) || \mathcal{N}(0, \mathbb{I}) \end{split}$$

.VAE איור 7.6 תהליך הלמידה של

כאשר נתון אוסף דוגמאות X, ניתן להעביר כל דוגמה  $x_t$  ב-encoder ולקבל עבורה את  $\mu_\lambda, \sigma_\lambda$ . לאחר מכן דוגמים וקטור לטנטי z מההתפלגות עם פרמטרים אלו, מעבירים אותו ב-decoder ומקבלים את  $\mu_\theta, \sigma_\theta$ . לאחר התהליך ניתן וקטור לטנטי z מההתפלגות עם פרמטרים ב-ELBO ולחשב את ערך פונקציית המחיר. ניתן לשים לב שה-ELBO מורכב משני איברים — האיבר הראשון משערך את הדמיון בין הדוגמה שבכניסה לבין ההתפלגות שמתקבלת במוצא, והאיבר השני מבצע רגולריזציה להתפלגות הפריורית במרחב הלטנטי. הרגולריזציה גורמת לכך שההתפלגות במרחב הלטנטי קרובה עד כמה שניתן להתפלגות הפריורית z. אם ההתפלגות במרחב הלטנטי קרובה להתפלגות הפריורית, אז ניתן בעזרת ה-decoder ליצור דוגמאות חדשות, ובמובן הזה ה-VAE הוא מודל גנרטיבי.

הדגימה של z מההתפלגות במרחב הלטנטי יוצרת קושי בחישוב הגרדיאנט של ה-ELBO, לכן בדרך כלל מבצעים בער הדגימה של z מהתפלגות נורמלית סטנדרטית, ואז כדי לקבל את ערך הדגימה של  $z_0$  בהואמים – Reparameterization trick – דוגמים של ה-encoder בבישה הזו כל התהליך נהיה דטרמיניסטי בפרמטרים של ה-encoder באופן סכמתי את התפשטות הערך ברשת. מגרילים  $z_0$  מראש ואז רק נשאר לחשב באופן סכמתי את התפשטות הערך ברשת.

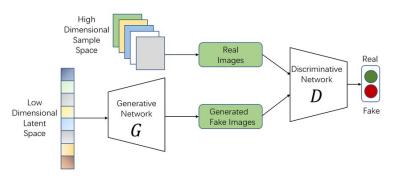
# 7.2 Generative Adversarial Networks (GANs)

גישה אחרת של מודל גנרטיבי נקראת Generative Adversarial Networks או בקיצור GANs, ובשונה מ-GANs בגישה זו לא מנסים לשערך התפלגות של דאטה בצורה מפורשת (על ידי מציאת הפרמטרים הממקסמים את הנראות בגישה זו לא מנסים לשערך התפלגות של דאטה בצורה מפורשת (על ידי מציאת הפרמטרים במקביל – רשת אחת המירבית של סט האימון), אלא יוצרים דאטה באופן אחר. הרעיון הוא לאמן שתי רשתות במקביל – רשת שנוצרה שלומדת לייצר דוגמאות, ורשת שניה שלומדת להבחין בין דוגמה אמיתית מסט האימון לבין תמונה סינתטית שנוצרה על ידי הרשת הראשונה. הרשת הראשונה מאומנת ליצור דוגמאות שיגרמו לרשת השנייה היא לא לתת לרשת הראשונה לבלבל אותה. באופן הזה הרשת הראשונה מהווה למעשה מודל גנרטיבי, שלאחר שלב האימון היא מסוגלת לייצר דאטה סינתטי שלא ניתן להבין בינו לבין דאטה אמיתי.

#### 7.2.1 Generator and Discriminator

בפרק זה נסביר את המבנה של ה-GAN הקלאסי שהומצא בשנת 2014 על ידי Ian Goodfellow ושותפיו. נציין כי קיימים מאות רבות של וריאנטים שונים של GAN שהוצעו מאז, ועדיין תחום זה פעיל מאוד מבחינה מחקרית.

כאמור, GAN מבוסס על שני אלמנטים מרכזיים – רשת שיוצרת דאטה (generator) ורשת שמכריעה האם הדאטה מהזה סינתטי או אמיתי (discriminator), כאשר האימון נעשה על שתי הרשתות יחד. ה-discriminator), כאשר האימון נעשה על שתי הרשתות יחד. ה-דאטה אמיתי לבין דאטה סינתטי. generator, כדי ללמוד להבחין בין דאטה אמיתי לבין דאטה סינתטי. ה-שהיצר דוגמאות ומקבל פידבק מה-discriminator וכך לומד לייצר דוגמאות שנראות אמיתיות. נסמן מה-Gan ב-G ואת ה-G-c ומקבל את הסכמה הבאה:



.GAN איור 7.7 ארכיטקטורת

D(x)ה-D discriminator הוא למעשה מסווג שהפלט שלו הוא ההסתברות שהקלט הינו דוגמה אמיתית, ונסמן ב-D(x) עבור D(x) עבור את ההסתברות הזו. כדי לאמן את ה-discriminator נרצה להשיג שני דברים: א. למקסם את D(x) עבור דאטה סינתטי, כלומר, לזהות האימון, כלומר, לטעות כמה שפחות בזיהוי דאטה אמיתי. ב. למזער את D(x) עבור דאטה סינתטי, כלומר, לזהות נכון כמה שיותר דוגמאות סינתטיות שיוצרו על ידי ה-generator. באופן דומה נרצה לאמן את ה-generator שהדגימות שהוא מייצר תהיינה כמה שיותר דומות לדוגמאות אמיתיות, כלומר ה-generator לאמן יחד את שני discriminator להוציא ערכים כמה שיותר גבוהים עבור הדאטה הסינתטי שהוא מייצר. בשביל לאמן יחד את שני חלקי המודל, נבנה פונקציית מחיר בעלת שני איברים, באופן הבא:

$$V(D,G) = \min_{G} \max_{D} \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(1 - D(G(z))\right)$$

נסביר את הביטוי המתקבל: ה-discriminator מעוניין למקסם את פונקציית המחיר, כך שהערך של D(x) יהיה כמה מסביר את הביטוי המתקבל: ה-discriminator מעוניין למקסם את שיותר קרוב ל-1. ה-D(G(z)) יהיה כמה שיותר קרוב ל-1, כלומר ה-discriminator יחשוב ש-D(G(z)) הוא דאטה מונקציית המחיר, כך ש-D(G(z)) יהיה כמה שיותר קרוב ל-1, כלומר ה-אמיתי

D ופעם אחת מקבעים את G ומאמנים את קבעים את מקבעים את קבעים את ,D כעת האימון נעשה באופן איטרטיבי, כאשר פעם אחת מקבעים את G, אז למעשה מאמנים מסווג בינארי, כאשר מחפשים את האופטימום התלוי בוקטור הפרמטרים  $\Phi_d$ :

$$\max_{\phi_d} \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D_{\phi_d}(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left( 1 - D_{\phi_d} \left( G_{\theta_g}(z) \right) \right)$$

אם לעומת זאת מקבעים את D, אז ניתן להתעלם מהאיבר הראשון כיוון שהוא פונקציה של D, אז ניתן להתעלם מהאיבר הראשון כיוון שהוא פונקציה של D, אז ניתן לחתעלם פור ביחס ל- $\theta_g$ . לכן נשאר רק לבדוק את הביטוי השני, שמחפש את ה-generator שמייצר דאטה שנראה אמיתי בצורה הטובה ביותר:

$$\min_{\theta_g} \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left( 1 - D_{\phi_d} \left( G_{\theta_g}(z) \right) \right)$$

כאמור, המטרה היא לאמן את G בעזרת G (במצבו הנוכחי), כדי שיהיה מסוגל ליצור דוגמאות הנראות אותנטיות. G בעזרת G בעזרת G בעזרת G במעות ליצור ביחס ל-G, והאימון של ה-generator (מזעור פונקציית המחיר ביחס ל-G), והאימון של במשך discriminator נעשה באמצעות Gradient Ascent (מקסום פונקציית המחיר ביחס ל-G). האימון מתבצע במשך מספר מסוים של Epochs, כאשר כאמור מאמנים לסירוגין את G ו-G. בפועל דוגמים G, באימות של רעש (G, ביות בעזרת באופן באופן הבא: G באופן הבא: G במהלך האימון מחושב באופן הבא:

$$\nabla_{\theta} V(G_{\theta}, D_{\phi}) = \frac{1}{m} \nabla_{\theta} \sum_{i=1}^{m} \log \left( 1 - D_{\phi} (G_{\theta}(z_i)) \right)$$

וכאשר מאמנים את ה-discriminator, הגרדיאנט נראה כך:

$$\nabla_{\phi} V(G_{\theta}, D_{\phi}) = \frac{1}{m} \nabla_{\phi} \sum_{i=1}^{m} \log D_{\phi}(x_i) + \log \left(1 - D_{\phi}(G_{\theta}(z_i))\right)$$

נהוג לבצע מודיפיקציה קטנה על פונקציית המטרה של ה-generator. כיוון שבהתחלה הדגימות המיוצרות על ידי ה-generator לא דומות לחלוטין לאלו מסט האימון, ה-discriminator מזהה אותן בקלות כמזויפות. כתוצאה מכך  $\mathbb{E}_{z\sim Noise}\log\left(1-D\left(G(z)\right)\right)$  מקבל ערכים מאוד קרובים ל-0, וממילא גם הביטוי D(G(z)) מקבל ערכים מאוד קרובים ל-0, וממילא גם הביטוי D(G(z)) מחפשים ב-generator מפחבר לכן שהגרדיאנט של ה-generator במקום לחפש מינימום של הביטוי  $\mathbb{E}_{z\sim Noise}\log\left(1-D\left(G(z)\right)\right)$  מחפשים מינימום לביטוי  $\mathbb{E}_{z\sim Noise}\log\left(D\left(G(z)\right)\right)$  במקום לא שווים לגמרי אך שניהם מובילים לאותו פתרון של בעיית האופטימיזציה  $\mathbb{E}_{z\sim Noise}\log\left(D\left(G(z)\right)\right)$  אותה הם מייצגים, והביטוי החדש עובד יותר טוב נומרית ומצליח לשפר את ה-generator בצורה יעילה יותר.

#### :D-i G הערכים האופטימליים של

כזכור, פונקציית המחיר הינה:

$$V(D,G) = \min_{G} \max_{D} \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(1 - D(G(z))\right)$$

כעת נרצה לחשב מה הערך האופטימלי של ה-discriminator עבור לחשב מה הערך ועבורו לחשב את הערך של פונקציית המחיר. לשם הנוחות נסמן את התפלגות הדאטה האמיתי ב- $p_r$ , ואת התפלגות הדאטה הסינתטי המיוצר עבור  $p_r$ . עבור  $p_r$  עבור  $p_r$ . עבור  $p_r$ .

$$V(D,G) = \int_{x} p_r(x) \log D(x) + p_g(x) \log(1 - D(x)) dx$$

כדי להביא את הביטוי הזה למקסימום, נרצה למקסם את האינטגרד עבור כל ערכי x האפשריים. לכן הפונקציה לה מעוניינים למצוא אופטימום הינה:

$$f(D(x)) = p_r(x)\log D(x) + p_q(x)\log(1 - D(x))$$

נגזור את הביטוי האחרון ונשווה ל-0 בכדי למצוא את הערך האופטימלי של D(x) עבור x נתון:

$$\frac{\partial f(D(x))}{\partial D(x)} = \frac{p_r(x)}{D(x)} - \frac{p_g(x)}{1 - D(x)} = 0$$

$$\rightarrow p_r(x)(1 - D(x)) - p_g(x)D(x) = 0$$

$$D(x)_{opt} = \frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)}$$

הביטוי שהתקבל הינו הערך האופטימלי של ה-discriminator עבור קביחס לקלט x נתון). נשים הביטוי שהתקבל הינו הערך האופטימלי של ה-GAN מצליח לייצר דוגמאות שנראות אמיתיות לחלוטין, כלומר  $g_g(x)=p_r(x)$ , אז מתקיים לב שעבור המקרה בו ה-GAN מצליח לייצר דוגמאות שנראות אמיתיות להחליט לגבי הקלט המתקבל, והוא קובע  $D(x)=\frac{1}{2}$  שההסתברות שהקלט אמיתי זהה לזו שהקלט סינתטי.

כעת נבחן מהו ערך פונקציית המחיר כאשר D כעת נבחן מהו

$$\begin{split} V(G,D) &= \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(1 - D\big(G(z)\big)\right) \\ &= \mathbb{E}_{x \sim Data} \log \left(\frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(1 - \left(\frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right)\right) \\ &= \mathbb{E}_{x \sim Data} \log \left(\frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(\frac{p_g(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right) \\ &= \mathbb{E}_{x \sim Data} \log \left(\frac{p_r(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \left(\frac{p_g(x)}{p_r(x) + p_g(x)}\right) - \log 4 \end{split}$$

. $\mathcal{D}_{JS}$  ומסומן ב-Jensen-Shannon divergence הביטוי המתקבל הינו המרחק בין ההתפלגויות  $p_r$  והוא פרחק זה הינו גרסה סימטרית של Kullback–Leibler divergence (עבור שתי התפלגויות P,Q הוא מוגדר  $\mathcal{D}_{KL}$ ) אוועבור שתי התפלגויות באופן הבא:

$$\mathcal{D}_{JS} = \frac{1}{2} \mathcal{D}_{KL}(P||M) + \frac{1}{2} \mathcal{D}_{KL}(Q||M), M = \frac{1}{2} (P + Q)$$

(עד כדי קבוע, ובאופן מפורש:  $p_g$  עד בין אופטימלי, פונקציית המחיר שווה למרחק  $\mathcal{D}_{IS}$  בין  $\mathcal{D}_{IS}$  עד כדי קבוע, ובאופן מפורש:

$$V(G, D_{ont}) = \mathcal{D}_{IS}(p_r, p_a) - \log 4$$

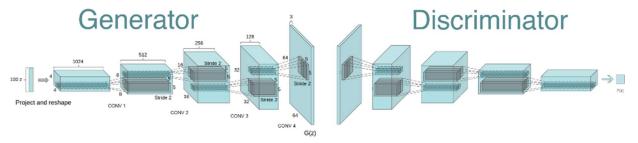
כאשר  $\mathcal{D}_{JS}(p_r,p_g)=0$  אופטימלי ומתקיים  $p_g(x)=p_r(x)$ , אז המרחק בין ההתפלגויות שווה  $p_g(x)=p_r(x)$ , ולכן מתקבל:

$$V(G_{opt}, D_{opt}) = -\log 4$$

יותר טוב. GAN יותר קבל  $\mathcal{D}_{IS}(p_r,p_g)$  יותר את שמעות גדולה לביטוי שהתקבל – ככל שנצליח למזער יותר את

## 7.2.2 Deep Convolutional GAN (DCGAN)

כפי שהוסבר בפרק 5, רשתות קונבולוציה יעילות יותר בדומיין של תמונות מאשר רשתות 5. לכן היה טבעי לקחת רשתות קונבולוציה ולבנות בעזרתן generator עבור דומיין של תמונות. ה-generator מקבל וקטור משתות קונבולוציה ולבנות בעזרתן discriminator עבור דומיין של תמונות. ה-discriminator מקבל תמונה ומעביר אותו דרך אותו דרך רשת קונבולוציה על מנת ליצור תמונה, וה-DCGAN הומצא ב-2015 ומאז פותחו רשתות רשת קונבולוציה שעושה סיווג בינארי אם התמונה אמיתית או סינתטית. שלהן לתמונות אמיתיות, אך החשיבות שמייצרות תמונות יותר איכותיות הן מבחינת הרזולוציה והן מבחינת לדומיין של תמונות.



.DCGAN איור 7.8 ארכיטקטורת

# 7.2.3 Conditional GAN (cGAN)

לעיתים מודל גנרטיבי נדרש לייצר דוגמה בעלת מאפיין ספציפי ולא רק דוגמה שנראית אותנטית. למשל, עבור אוסף תמונות המייצגות את הספרות מ-0 עד 9, ונרצה שה-GAN ייצר תמונה של ספרה מסוימת. במקרים אלו, בנוסף לווקטור הכניסה z, ה-GAN מקבל תנאי נוסף על הפלט אותו הוא צריך לייצר, כמו למשל ספרה ספציפית אותה רוצים לקבל. GAN כזה נקרא conditional GAN (או בקיצור CGAN), ופונקציית המחיר שלו דומה מאוד לפונקציית המחיר של של GAN רגיל למעט העובדה שהביטויים הופכים להיות מותנים:

$$\mathcal{L}_c(D,G) = \min_{G} \max_{D} \mathbb{E}_{x \sim Data} \log D(x|\mathbf{y}) + \mathbb{E}_{z \sim Noise} \log \Big( 1 - D\big(G(z|\mathbf{y})\big) \Big)$$

### 7.2.4 Pix2Pix

כפי שראינו, ה-GAN הקלאסי שתואר לעיל מסוגל לייצר דוגמאות חדשות מווקטור אקראי z, המוגרל מהתפלגות מסוימת (בדרך כלל התפלגות גאוסית סטנדרטית, אך זה לא מוכרח). ישנן גישות נוספות ליצור דאטה חדש, כמו למשל ייצור תמונה חדשה על בסיס קווי מתאר כלליים שלה. סט האימון במקרה זה בנויה מזוגות של תמונות והסקיצות שלהו.

שיטת Pix2Pix משתמשת בארכיטקטורה של GAN אך במקום לדגום את וקטור z מהתפלגות כלשהי, Pix2Pix מקבלת סקיצה של תמונה בתור קלט, וה-generator לומד להפוך את הסקיצה לתמונה אמיתית. הארכיטקטורה של generator נשארת ללא שינוי ביחס למה שתואר קודם לכן (פרט להתאמה למבנה הקלט), אך ה-Giscriminator כן משתנה – במקום לקבל תמונה ולבצע עליה סיווג בינארי, הוא מקבל זוג תמונות – את הסקיצה ואת התמונה (פעם תמונה מסט האימון המתאימה לסקיצה S ופעם זאת שמיוצרת על ידי ה-generator על בסיס S). על ה-discriminator לקבוע האם התמונה היא אכן תמונה אמיתית של הסקיצה או תמונה סינתטית. ווריאציה זו של ה-GAN משנה גם את פונקציית המחיר – כעת ה-generator צריך ללמוד שני דברים – גם ליצור תמונות טובות כך שה-discriminator יאמין שהן אמיתיות, וגם למזער את המרחק בין התמונה שנוצרת לבין תמונה אמיתית השייכת לסקיצה.

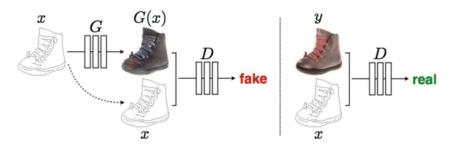
cross entropy – כעת נסמן תמונה אמיתית השייכת לסקיצה ב-y, ונרשום את פונקציית המחיר כשני חלקים נפרדים y, ונרשום את נסמן תמונה אמיתית השייכת לסקיצה ב-y, ונרשום את נסמן המלידי בין תמונת המקור לבין הפלט:

$$V(D,G) = \min_{G} \max_{D} \mathbb{E}_{x,y} \left( \log D(x,y) + \log \left( 1 - D(x,G(x)) \right) \right)$$

$$\mathcal{L}_{L1}(G) = \min_{\theta_g} \mathbb{E}_{x,y} ||G(x) - y||_1$$

$$\mathcal{L}(G,D) = V(D,G) + \lambda \mathcal{L}_{L1}(G)$$

ניתן להסתכל על pix2pix בתור GAN הממפה תמונה לתמונה (image-to-image translation). נציין שבמקרה זה pix2pix שייכים לתחומים (domains) שונים (סקיצה ותמונה רגילה).



.Image-to-Image Translation - Pix2Pix איור 7.9 ארכיטקטורת

# 7.2.5 CycleGAN

ב-Pix2Pix הדאטה המקורי הגיע בזוגות – סקיצה ואיתה תמונה אמיתית. זוגות של תמונות זה לא דבר כל כך זמין, ולכן שיפרו את תהליך האימון כך שיהיה ניתן לבצע אותו על שני סטים של דאטה מתחומים שונים. הארכיטקטורה G שיפרו את תהליך האימון כך שיהיה ניתן לבצע אותו על שני סטים דוגמה מהדומיין הראשון T ל-T שמנסה להפוך פפחבר משני T והפלט נכנס ל-T שפור המשימה לשחזר את המקור T המוצא של ה-T שנועד לזהות האם התמונה שהתקבלה הינה אמיתית או לא (עבור בכנס לא רק ל-T אלא גם ל-T אלא גם ל-T שנועד לזהות האם התמונה שהתקבלה הינה אמיתית או לא (עבור בעור של T על מנת לקבל את T ואת ביתו לבצע את התהליך הזה באופן דואלי עבור T על מנת לנסות לשחזר את המקור. ה-T מוגא מכניסים ל-T נועד לשפר את תהליך הלמידה – לאחר ש-T הופך ל-T דרך T ניתן לקבל חזרה את T אם נעביר את T מחוץ ביפייה לקבל T התהליך של השוואת הכניסה למוצא נקרא T והוא מוסיף, והוא מוסיף והוא מוסיף, שמטרתו למזער עד כמה שניתן את המרחק בין התמונה המקורית לתמונה המשוחזרת:

$$V(D_{x}, D_{y}, G, F) = \mathcal{L}_{GAN}(G, D_{y}, x, y) + \mathcal{L}_{GAN}(F, D_{x}, x, y)$$

$$+\lambda \left(\mathbb{E}_{x} \| F(G(x)) - x \|_{1} + \mathbb{E}_{y} \| G(F(y)) - y \|_{1}\right)$$

$$\downarrow D_{X} \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

$$\downarrow X \qquad \qquad \downarrow Y \qquad \qquad \downarrow Q$$

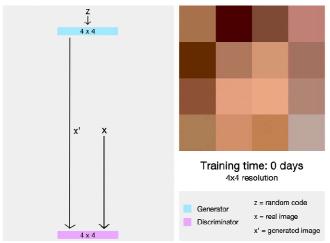
$$\downarrow X \qquad \qquad$$

.CycleGAN איור 7.10 ארכיטקטורת

## 7.2.6 Progressively Growing GAN (ProGAN)

כאמור לעיל, עבור דומיין של תמונות, הגיוני להשתמש ברשתות קונבולוציה עבור יצירת תמונות חדשות, וזה הרעיון הבסיסי שמאחורי DCGAN. למרות היכולת המרשימה של DCGAN ביצירה של תמונה באיכות גבוהה, יכולת זאת מוגבלת לתמונות בגודל מסוים. ככל שהרזולוציה של תמונה גבוהה יותר, כך יותר קל להבחין אם תמונה זו אמיתית או נוצרה על ידי רשת גנרטיבית. בעוד ש-DCGAN מצליח ליצור תמונות שנראות אותנטיות בגדלים של או נוצרה על ידי רשת גנרטיבית. בעוד ש-DCGAN מצליח ליצור תמונות ברזולוציות גבוהות יותר, כמו למשל רזולוציה של 23 × 32,64 × 64 (128 אמת מענה לכך, והוא היה ה-GAN הראשון שפרץ את מחסום הרזולוציה והצליח ליצור של שר שיהיה ניתן להבחין ProGAN באלת רזולוציה של 1024 × 1024) בלי שיהיה ניתן להבחין שתמונות אלה סינתטיות. אמנם עוד לפני ProGAN הוא GANs שהצליחו ליצור תמונה בעלת רזולוציה גבוהה מתמונה אחרת ברזולוציה גבוהה (pix2pix), אך זו משימה אחרת, מכיוון שבשבילה צריך רק ללמוד לשנות תכונות של תמונת קלט, ולא לייצר תמונה חדשה לגמרי מאפס.

הרעיון העיקרי מאחורי ProGAN, שהוצע ב-2017 על ידי חוקרים מחברת Nvidia, הינו לייצר תמונות ברזולוציה הרעיון העיקרי מאחורי ProGAN, שהוצע ב-2017 על ידי חוקרים מחברת של ה-generator בבת אחת, כפי הולכת וגדלה בצורה הדרגתית. כלומר, במקום לנסות לאמן את כל השכבות של ה-GANs לפני כן, ניתן לאמן אותו לייצר תמונות ברזולוציה משתנה – בהתחלה הוא מתאמן לייצר תמונות ברזולוציות מאוד נמוכה (4 × 4), לאחר מכן המשיכו ליצירת תמונות ברזולוציה 8 × 8, אחר כך 16 × 16, וכך הלאה עד יצירה של תמונה ברזולוציה של 1024 × 1024.



.ProGAN איור 7.11 ארכיטקטורת

כדי לאמן GAN לייצר תמונות בגודל  $4 \times 4$ , התמונות מסט האימון הוקטנו לגודל זה (down-sampling). אחרי שה-GAN לומד לייצר תמונות בגודל  $4 \times 4$ , מוסיפים לו עוד שכבה המאפשרת להכפיל את גודל התמונות המיוצרות, קרי ליצור תמונות בגודל  $8 \times 8$ . יש לציין שהאימון של הרשת עם השכבה הנוספת מתחיל עם המשקלים שאומנו קודם לכן, אך לא "מקפיאים" אותם, כלומר הם מעודכנים גם כן תוך כדי אימון הרשת בשביל ליצור תמונה ברזולוציה כפולה. הגדלה הדרגתית של הרזולוציה מאלצת את הרשתות להתמקד תחילה בפרטים "הגסים" של התמונה (דפוסים בתמונה מטושטשת מאוד). לאחר מכן הרשת "לומדת" לבצע up-sampling (להכפיל את הרזולוציה) של התמונות המטושטשות האלה. תהליך זה משפר את איכות התמונה הסופית כיוון שבאופן זה הסבירות שהרשת תלמד דפוסים שגויים קטנה משמעותית.

## 7.2.7 StyleGAN

StyleGAN, שיצא בשלהי שנת 2018, מציע גרסה משודרגת של ProGAN, עם דגש על רשת ה-generator. מחברי המאמר שמו לב כי היתרון הפוטנציאלי של שכבות ProGAN המייצרות תמונה בצורה הדרגתית נובע מיכולתן לשלוט בתכונות (מאפיינים) ויזואליות שונות של התמונה, אם משתמשים בהן כראוי. ככל שהשכבה והרזולוציה נמוכה יותר, כך התכונות שהיא משפיעה עליהן גסות יותר.

למעשה, StyleGAN הינו ה-GAN הראשון שנותן יכולת לשלוט במאפיינים ויזואליים (אומנם לא בצורה מלאה) של התמונה הנוצרת. מחברי StyleGAN חילקו את התכונות הוויזואליות של תמונה ל-3 סוגים:

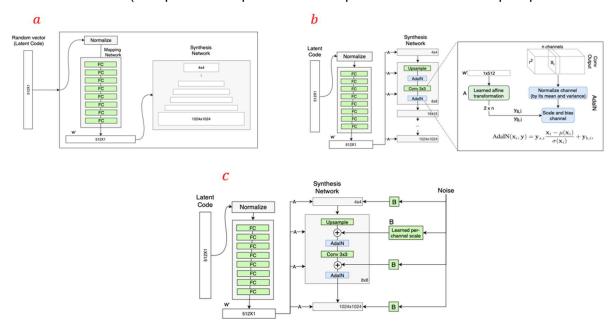
- גס: משפיע על תנוחה, סגנון שיער כללי, צורת פנים וכו'.
- אמצעית: משפיעה על תווי פנים עדינים יותר, סגנון שיער, עיניים פקוחות/עצומות וכדו<sup>י</sup>.
- **רזולוציה דקה**: משפיעה על צבע (עיניים/שיער/עור) ועל שאר תכונות המיקרו של תמונה.

כדי להעניק ל-StyleGAN את היכולות האלו, נדרשים מספר שינויים ביחס לארכיטקטורה של ProGAN (נתאר רק את שלושת השינויים החשובים ביותר כאן):

- הוספת רשת מיפוי: מטרת רשת המיפוי היא קידוד וקטור הקלט לווקטור ביניים ש (הנקרא וקטור סגנון) אשר האיברים השונים שלו שולטים בתכונות ויזואליות שונות של התמונה הנוצרת. זהו תהליך לא טריוויאלי מכיוון שהיכולת של הרשת לשלוט בתכונות ויזואליות באמצעות וקטור הקלט הינה מוגבלת. הסיבה לכך טמונה בעובדה שווקטור הקלט נאלץ "לעקוב אחר צפיפות ההסתברות של סט האימון" שגורם לתופעה הנקראת (feature entanglement (FE) (-ערבוב מאפיינים). FE בין תכונות צבע השיער והמגדר יכול להופיע אם למשל בסט האימון יש מגמה כללית של גברים עם שיער קצר ונשים בעלות שיער ארוך. במקרה זה הרשת תלמד שגברים יכולים להיות בעלי שיער קצר בלבד ולהיפך אצל נשים. כתוצאה מכך, אם "נשחק" עם רכיבי וקטור הקלט כדי לייצר תמונה של גבר בעל שיער ארוך, בסופו של דבר מגדרו ישתנה גם כן ונקבל תמונה של אישה.
- רשת המיפוי שהתווספה לארכיטקטורה הופכת את וקטור הקלט לווקטור ביניים w שאינו צריך לעקוב אחר התפלגות של סט האימון, וכך יש פחות ערבוב המאפיינים. במילים אחרות, רשת זו מאפשרת את היכולת לשלוט במאפיינים ויזואליים של התמונה הנוצרת באמצעות שינוי רכיביו של וקטור w. רשת המיפוי מורכבת משמונה שכבות FC וגודל הפלט שלה זהה לגודל הקלט.
- **החלפת BN ב-AdalN:** רשתות הקונבולוציה של ה-generator, שנועדו ליצירת תמונות ברזולוציות שונות (Batch Normalization בשונה מ-BN). בשונה מ-BN, הפרמטרים של

w הממוצע ושל השונות בגישת AdaIN נלמדים מווקטור הסגנון w (הם בעצם טרנספורמציה לינארית של w עם משקלים נלמדים). להבדיל מ-AdaIN, במנגנון BN סטנדרטי פרמטרים אלו נלמדים כמו המשקלים האחרים ולא תלויים במוצא של שכבה כלשהי.

יותור על אקראיות של וקטור קלט: ב-StyleGAN וקטור הקלט אינו וקטור המוגרל מהתפלגות גאוסית אלא וקטור דטרמיניסטי עם רכיבים נלמדים. וקטורי הרעש מתווספים ישירות לפלטים של ערוצי קונבולוציה וקטור הרעוצמה שלהן נלמדת לכל ערוץ בנפרד. שימוש בוקטור קלט דטרמיניסטי generator כאשר העוצמה שלהן נלמדת המאפיינים על ידי רשת המיפוי (יותר קל לעשות זאת במקום בוקטור אקראי מקל ככל הנראה על הפרדת המיפוי לווקטורי כניסה אקראיים).



ישימוש בקלט דטרמיניסטי. (c .AdalN- שימוש ב-b השינויים העיקריים בארכיטקטורת a .StyleGAN הוספת רשת מיפוי, ל

יש עוד כמה שינויים יותר מינוריים ב-StyleGAN יחסית ל-ProGAN, כמו שינוי של היפר פרמטרים של הרשתות, פונקציית מחיר וכו'. התוצאות הן לא פחות ממרשימות – StyleGAN יוצר תמונות שנראות ממש אמיתיות ובנוסף מקנה יכולת לשלוט בחלק מהתכונות החזותיות של התמונות.



.StyleGAN איור 7.13 תמונות שיוצרו באמצעות

### 7.2.8 Wasserstein GAN

אחד סוגי ה-GAN החשובים ביותר הינו Wasserstein GAN, והוא נוגע בבעיה שיש בפונקציית המחיר בה משתמשים - GAN החשובים ביותר הינו GAN אחד סוגי ה-GAN, והוא נוגע בבעיה שיש בפונקציית המחיר באמצעות הרבה וריאנטים של GAN -ים. כאמור, תהליך הלמידה של הרשת המייצרת דאטה – בעוד שה-discriminator מאומן להבחין בין דאטה אמיתי לדאטה סינתטי הן משוב המתקבל מה-discriminator.

בעזרת דאטה אמיתי והן בעזרת דאטה שה-generator מייצר, ה-generator על דוגמאות אמיתיות אלא מסתמך על דוגמאות אמיתיות אלא מקעל המשוב מה-discriminator. משום כך, בתחילת הלמידה, כאשר ה-generator עוד לא מאומן, הדוגמאות הסינתטיות שהוא מייצר אינן דומות כלל לדאטה האמיתי, וה-discriminator מבחין בקלות ביניהם. במילים אחרות, בתחילת תהליך הלמידה ה-discriminator טוב יותר מאשר ה-generator. פער זה יוצר בעיה בתהליך ההשתפרות של ה-generator כיוון שהשיפור מתבסס על ה"ידע" העובר ל-generator בעזרת הגרדיאנט של פונקציית המחיר של ה-cliscriminator, כדי להבין מדוע תהליך העברת המידע באופן הזה בעייתי, יש להרחיב מעט על תהליך היצירה של הדאטה על ידי ה-generator ואיך ה-discriminator מסתכל על דאטה זה.

ההנחה היסודית ברוב המודלים הגנרטיביים, ובפרט ב-GANs, הינה שהדאטה הרב ממדי (למשל תמונות) ״חי״ במשטח מממד נמוך בתוכו. אפשר להסתכל על משטח בתור הכללה של תת-מרחב וקטורי מממד נמוך הנפרס על ידי תת-קבוצה של וקטורי בסיס של מרחב וקטורי מממד גבוה יותר. גם המשטח נוצר מתת-קבוצה של וקטורי הבסיס של "מרחב האם", אך ההבדל בינו לבין תת-מרחב וקטורי מתבטא בכך שלמשטח עשויה להיות צורה מאוד מורכבת יחסית לתת-מרחב וקטורי. משתמע מכך שניתן לייצר דאטה רב ממדי על ידי טרנספורמציה של וקטור ממרחב בעל ממד נמוך (וקטור לטנטי). למשל, ניתן בעזרת רשת נוירונים לייצר תמונה בגודל  $64 \times 64 \times 3 > 12k$  פיקסלים מווקטור באורך 100 בלבד. זאת אומרת, שגם התפלגות התמונות של הרשת הגנרטיבית וגם ההתפלגות של הדאטה האמיתי נמצאים ב"משטח בעל ממד נמוך" בתוך מרחב בעל ממד גבוה של הדאטה המקורי. באופן פורמלי יותר, משטח זה נקרא יריעה (manifold), וההשערה שתוארה מעלה מהווה הנחת יסוד בתחום הנקרא למידת יריעות (manifold learning). מכיוון שמדובר במשטחים בעלי ממד נמוך בתוך מרחב בעל ממד גבוה, קיימת סבירות גבוהה שלא יהיה שום חיתוך בין המשטח בו "חי" הדאטה האמיתי לבין זה של הדאטה הסינתטי (לכל הפחות בתחילת תהליך האימון של ה-GAN), ויתרה מכך, המרחק בין משטחים אלה עשוי להיות די גדול. מכך נובע שה-D discriminator עשוי ללמוד להבחין בין הדאטה האמיתי לסינתטי בקלות, כיוון שבמרחב מממד גבוה יש מרחק גדול בין יריעה אמיתית לבין היריעה של הדאטה הסינתטי. בנוסף, D כנראה ייתן לדוגמאות סינתטיות ציונים (score) ממש קרובים לאפס כי אכן קל מאוד למצוא "משטח הפרדה" בין שתי היריעות – זה של הדוגמאות האמיתיות וזה של הסינתטיות, כיוון שהם נוטים להיות רחוקים מאוד אחד מהשני.

רקע זה מסייע להבין מדוע הפער שיש בין ה-generator וה-discriminator מבחינת אופי הלמידה מהווה בעיה. מקע זה מסייע להבין מדוע הפער שיש בין ה-generator (דרך פונקציית generator מעדכן את המשקלים שלו על סמך הציונים שהוא מקבל מה-generator (עקב מרחק גדול בין היריעות discriminator). אבל אם ה-discriminator כל הזמן מוציא ציונים מאוד נמוכים (עקב מרחק גדול בין היריעות שתואר מעלה) לדוגמאות המיוצרות על ידי ה-generator, ה-generator לשפר את איכות התמונות שהוא מייצר. במילים פשוטות, D "פשוט הרבה יותר מדי טוב יחסית ל-G". אתגר זה בא לידי ביטוי גם בצורה של פונקציית המחיר, שלא מאפשרת "העברה יעילה של ידע" מה-generator

יש מספר לא קטן של שיטות הבאות לשפר את תהליך האימון של GAN, אך אף אחת מהן אינה מטפלת בבעיה זו באמצעות שינוי של פונקציית המחיר. השיטות הבולטות הן:

- .feature matching)) התאמת פיצ'רים
  - minibatch discrimination
  - .virtual batch normalization
    - מיצוע היסטורי.

ו- $p_g$  ו-  $p_r$  ו-  $p_r$  ו-  $p_r$  ו-  $p_g$  בין ההתפלגויות בין ההתפלגויות ארים לא רגיש לשינוים בין כאשר המשטחים שבהם התים" בין ההתפלגויות בין  $p_r$  לא רגיש לשינוים בין המשקלים של ה-generator, וממילא לא רחוקים אחד מהשני. כלומר, מרחק  $p_g$  כמעט ולא ישתנה אחרי עדכון המשקלים של החיר עם פונקציית המחיר ישקף את המרחק המעודכן בין שתי ההתפלגויות  $p_g$  ו-  $p_g$  ולמעשה הבעיה ההתפלגויות  $p_g$  ו-  $p_g$  רחוקות המקורית של ה-generator, שעדכון המשקלים לא משפיע כמעט על  $p_g$ , כיוון שמראש ההתפלגויות אחת מהשנייה.

בא להתמודד עם בעיה זו, ולשם כך הוא משתמש בפונקציית מחיר אחרת, בה עדכון המשקלים Wasserstein GAN בא להתמודד עם בעיה זו, ולשם כך הוא משתמש בפונקציית מחיר אחרת, בה עדכון המחקר של ה-פרא מבוססת על מרחק בין ההתפלגויות  $p_g$ . פונקציית המחיר החדשה מבוססת על מרחק בין  $p \geq 1$  בין מסדר  $\mathcal{D}_W$ . מרחק וסרשטיין מסדר  $p \geq 1$  בין בין באל מרחב של מרחב M מוגדר באופן הבא:

$$W_p(\mu, \nu) = \inf_{\gamma \in \Gamma(\mu, \nu)} \mathbb{E}_{(x, y) \sim \gamma} [\|x - y\|] = \left(\inf_{\gamma \in \Gamma(\mu, \nu)} \int_{M \times M} d(x, y)^p d\gamma(x, y)\right)^{\frac{1}{p}}$$

כאשר (product space) של M עם עצמו (זהו למעשה מרחב האחב האחבר ( $\mu, \nu$ ) הן כל מידות הסתברות על מרחב המכפלה ( $\mu, \nu$ ) עם פונקציות שוליות (marginal) השוות ל- $\mu, \nu$  בהתאמה. המכיל את כל הזוגות האפשריים של האלמנטים מ- $\mu$ ) עם פונקציות שוליות (EM הינו מקרה פרטי של מרחק וסרשטיין, תחת סימן האינטגרל יש את המרחק האוקלידי מסדר  $\mu$  בין הנקודות. מרחק  $\mu$  הינו מקרה פרטי של מרחק האוקלידי מסדר  $\mu$  בין הנקודות. מרחק  $\mu$ , ובאופן מפורש:

$$EM = W_1(\mu, \nu) = \inf_{\gamma \in \Gamma(\mu, \nu)} \int_{M \times M} d(x, y) d\gamma(x, y)$$

הגדרה זו נראית מאוד מסובכת וננסה לתת עבורה אינטואיציה, ולהבין מדוע עבור p=1, מרחק וסרשטיין נקרא הגדרה זו נראית מאוד מסובכת וננסה לתת עבורה אינטואיציה, ולהבין מדוע עבור p=1, מרחק וסרשטיין נקרא p=1. כל אחת באופן הפשטות נניח שהמרחב p=1, הינו חד ממדי, כלומר קו ישר, ועליו עשר משקולות של p=1, כעת נרצה להזיז המפוזרות באופן הבא: p=1 משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות עבורה לחדש משקולות כך שתהיינה לחדש במקודה של p=1 יהיה משקולות כך שתהיינה מפוזרות באופן הבא: בנקודה p=1 יהיה משקל של באופן מדוב בעדור מדי ביחים משקולות באופן מדוב בעדור מדי בעדור מדי ביחים מדים מדי ביחים מ

כמובן שיש הרבה דרכים לבצע את הזזת המשקולות, ונרצה למצוא את הדרך היעילה ביותר. לשם כך נגדיר מאמץ כמכפלה של משקל במרחק אותו מזיזים את המשקל (בפיזיקה מושג זה נקרא עבודה - כוח המופעל על גוף לאורך מסלול). בדוגמה המובאת, המאמץ המינימלי מתקבל על ידי הזזת המשקולות באופן הבא:

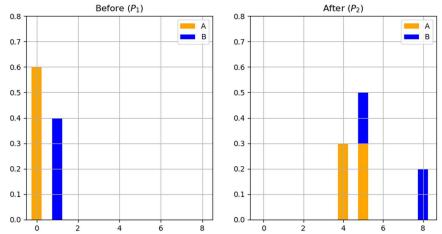
 $(4-0)\cdot 0.3=1.2$  מועברים מ-x=4 ל-x=0, כאשר המאמץ הנדרש לכך הינו

 $(5-0)\cdot 0.3=1.5$  מועברים מ-x=5 ל-x=0, כאשר המאמץ הנדרש לכך הינו

 $(5-1)\cdot 0.2 = 0.8$  מועברים מ-1x=5 ל-x=5, כאשר המאמץ הנדרש לכך הינו x=5

 $(8-1)\cdot 0.2 = 1.4$  מועברים מ-1x=8 ל-x=8, כאשר המאמץ הנדרש לכך הינו x=8

0.1.2 + 1.5 + 0.8 + 1.4 = 4.9 + 1.5 + 0.8 + 1.5 + 0.8 + 1.5 + 0.8 סך המאמץ המינימלי שווה במקרה הזה ל



איור 7.14 העברת משקולות באופן אופטימלי.  $P_1$  מייצג את המצב ההתחלתי, ו- $P_2$  הינו המצב לאחר הזזת המשקולות.

כעת, במקום להסתכל על משקלים, נתייחס להתפלגויות  $p_1, p_2$ , המוגדרות באופן הבא:

$$p_1(x) = \begin{cases} 0.6, x = 0 \\ 0.4, x = 1, p_2(x) = \begin{cases} 0.3, x = 4 \\ 0.5, x = 5 \\ 0.2, x = 8 \\ 0, else \end{cases}$$

השאלה כיצד ניתן להעביר מסה הסתברותית מ- $p_1$  כך שתתקבל ההתפלגות , $p_2$  שקולה לדוגמה של הזזת המשקולות. מרחק EM בין שתי התפלגויות  $p_1,p_2$  מוגדר להיות ה"מאמץ" המינימלי הנדרש בשביל להעביר את  $p_1,p_2$  שתי התפלגויות במילים אחרות – מרחק EM מגדיר מהי כמות ה"עבודה" (מאמץ) המינימלית המסה ההסתברותית מ- $p_2$  ל- $p_2$ , או במילים אחרות לדוגמה של המשקולות, נוכל להבין מדוע  $\mathcal{D}_w$  עבור  $p_2$  נקרא מרחק הנדרשת בשביל להפוך  $p_2$  שתי התפלגויות שקול לכמה מאמץ נדרש להעביר כמות אדמה במשקל מסוים כדי לעבור Earth Mover

מחלוקה מסוימת של אדמה לחלוקה אחרת. באופן יותר פורמלי – מידת ההסתברות על מרחב המכפלה בנוסחה של מרחק במחק של אדמה), כאשר הביטוי באחק במחק של מחלום שבו אנחנו מעבירים את המסה ההסתברותית (משקל מסוים של אדמה), כאשר הביטוי באחק במה מסה הסתברותית מועברת מנקודה x לנקודה y.

לאחר שהוסבר מהו מרחק וסרשטיין  $\mathcal{D}_W$  ומהו מרחק  $\mathcal{D}_W$  נייתן להבין כיצד אפשר להשתמש במושגים אלו עבור פונקציית מחיר של  $\mathcal{D}_W$ . נציין כי מרחק  $\mathcal{D}_W$  בין מידות ההסתברות מתחשב בתכונות של הקבוצות עליהן מידות אלו מוגדרות בצורה מפורשת, על ידי התחשבות במרחקים בין בקבוצות אלו. תכונה זו היא למעשה בדיוק מה שצריך בשביל למדוד את המרחק בין ההתפלגות האמיתית של דאטה  $p_r$  לבין התפלגות של הדאטה הסינתטי  $p_r$  מרחק בין היריעות שבהן "חיות" שתי ההתפלגויות, כלומר אם מזיזים את היריעה של הדאטה הסינתטי, נוכל לדעת בעזרת מרחק  $p_r$  עד כמה השתנה המרחק בין היריעות. נציין שזה לא קורה כאשר משתמשים בפונקציית המחיר המקורית הנמדדת באמצעות  $p_r$ . כעת, בעזרת פונקציית המחיר החדשה המבוססת על מרחק  $p_r$ .

באופן תיאורטי זה מצוין, אך עדיין זה לא מספיק, כיוון שצריך למצוא דרך לחשב את  $\mathcal{D}_W$ , או לכל הפחות את המקרה הפרטי שלו עבור p=1, כלומר את מרחק p=1. במקור מרחק זה מוגדר כבעיית אופטימיזציה של מידות הסתברות על מרחב המכפלה, וצריך למצוא דרך להשתמש בו כפונקציית מחיר. בשביל לבצע זאת, ניתן להשתמש בצורה על מרחב המכפלה, וצריך למצוא  $\mathcal{D}_W$ , p=1 שיוויון  $\mathcal{D}_W$ , צאופן הבא:  $\mathcal{D}_W$  עבור  $\mathcal{D}_W$  עבור  $\mathcal{D}_W$  שיוויון אורע בא:

$$W(p_r, p_g) = \frac{1}{K} sup_{||f||_L} E_{x \sim p}[f(x)] - E_{x \sim p_s}[f(x)]$$

כעת נניח f(x) הינה פונקציית K-ליפשיץ רציפה (כלומר, פונקציה רציפה עם קצב השתנות החסום על ידי M). כעת נניח לומכריות ש-M-ליפשיץ רציפה המתארת ש-M-ליפשיץ רציפה המתארת בעל סט הפרמטרים M-ליפשיץ רציפה המתארת מחשב באופן מקורב את המרחק בין ההתפלגויות באופן הבא:

$$L(p(r), p(g)) = W(p(r), p(g)) = \max_{w \in W} \mathbb{E}_{x \sim p_r}[f_w(x)] - \mathbb{E}_{z \sim p_r(z)}[f_w(g_\theta(z))]$$

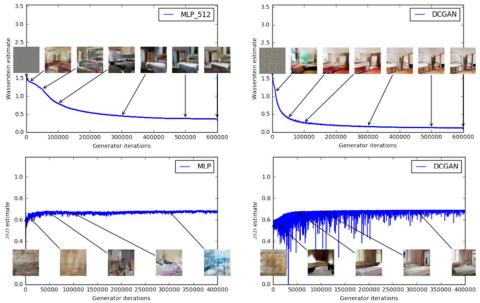
פונקציית מחיר זו מודדת את המרחק  $\mathcal{D}_W$  בין ההתפלגויות  $p_r, p_g$ , וככל שפונקציה זו תקבל ערכים יותר נמוכים ככה ה-ה-מחיר שמתפלגות שמתפלגות באופן יותר דומה לדאטה המקורי. בשונה מ-GAN קלאסי בו ה-שליטר לייצר דוגמאות שמתפלגות באופן יותר דומה לדאטה המקורי. פה ה-discriminator מוציא הסתברות עד כמה הדוגמה אותה הוא מקבל אמיתית, פה ה-K מאומן ללמוד פונקציית  $\mathcal{D}_W$  בין להבחין בין דוגמא אמיתית לסינתטית, אלא מאומן ללמוד פונקציית  $\mathcal{D}_W$ -ליפשיץ רציפה המודדת את שתלוי ב- $\mathcal{D}_W$ -ההתפלגויות  $\mathcal{D}_{r}$ -, ה-pr,  $\mathcal{D}_{r}$ - לעומת זאת מאומן למזער את  $\mathcal{D}_{r}$ -, מתקרב יותר ל- $\mathcal{D}_{r}$ -, מתקרב יותר ל- $\mathcal{D}_{r}$ -, מתקרב יותר ל- $\mathcal{D}_{r}$ -, מחיר המחיר הולכת וקטנה, כך  $\mathcal{D}_{r}$ - מתקרב יותר ל- $\mathcal{D}_{r}$ -

כאמור, תנאי הכרחי לשימוש במרחק זה בפונקציית המחיר הינו שהפונקציה תהיה  ${
m K}$ -ליפשיץ רציפה. מסתבר שקיום תנאי זה אינו משימה קלה כלל. כדי להבטיח את קיומו, המאמר המקורי הציע לבצע קטימה של משקלי ה-  ${
m K}$  תהיה  ${
m K}$  לטווח סופי מסוים, נניח  ${
m C}$ -0.01,0.01]. ניתן להראות כי קטימה זו מבטיחה את ש- ${
m K}$  תהיה ליפשיץ רציפה. אולם, כמו שכותבי המאמר מודים בעצמם, ביצוע קטימה בכדי לדאוג לקיום תנאי ליפשיץ יכול לגרום לבעיות אחרות. למעשה, כאשר חלון הקטימה של המשקלים צר מדי, הגרדיאנטים של  ${
m Wasserstein GAN}$  עלולים להתאפס, מה שיאט את תהליך הלמידה. מצד שני, כאשר חלון זה רחב מדי, ההתכנסות עלולה להיות מאוד איטית.  ${
m gradient\ penalty}$ 

האימון של ה-Wasserstein GAN דומה לאימון של ה-Wasserstein GAN האימון של

- א. קיצוץ טווח המשקלים על מנת לשמור על רציפות-ליפשיץ.
  - $\mathcal{D}_{LS}$ ב. פונקציית ממחיר המסתמכת על פונקציית ממחיר ב.

תהליך הלמידה מתבצע באופן הבא – לאחר כל עדכון משקלים של ה-discriminator (באמצעות gradient ascent), מקצצים את טווח המשקלים. לאחר מכן מבצעים עדכון רגיל של משקלי ה-generator תוך ביצוע של איטרציה של gradient descent.



 $p_g$ ל-  $p_r$  בין  $\mathcal{D}_{JS}$  בין מרחק שערוך מרחק (בגרפים העליונים), לעומת שערוך מרחק פפונקציה של מספר האיטרציות (בגרפים התחתונים). לעומת שערוך מרחק בין  $\mathcal{D}_{JS}$  בין  $\mathcal{D}_{TS}$  בין לעומת שערוך מרחק פונקציה של מספר האיטרציות (בגרפים התחתונים).

ניתן לראות בבירור כי ככל שאיכות התמונות שה-generator מייצר עולה, כך  $\mathcal{D}_W$  הולך וקטן, ואילו מרחק  $\mathcal{D}_{IS}$  לא מראה שום סימן של ירידה. הצלחה זו נובעת מהשינוי בפונקציית המחיר, שגרם לאימון להיות יותר יעיל, והביא לכך שהדוגמאות הסינתטיות תהיינה דומות הרבה יותר לדאטה המקורי.

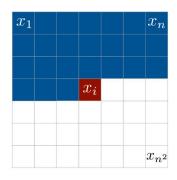
נקודה נוספת שיכולה להסביר את ההצלחה היחסית של השימוש ב- $\mathcal{D}_W$  נובעת מכך שמטריקת וסרשטיין חלשה יחסית למטריקת JS, וננסה להבהיר נקודה זו.

באופן אידיאלי, כאשר אנו מאמנים מודל היינו רוצים להיות בטוחים שאם ננהג בצורה נאותה ובכל צעד נעדכן המודל בדיוק על פי הוראות הגרדיאנט, נסיים את האימון בנקודה כמעט אופטימלית. אולם בפועל זה לא תמיד כך, כיוון שישנן בעיות שעבורן מטריקות מסוימות יגיעו לנקודה זו ואחרות לא. ניקח לדוגמה שני אנשים שעומדים על סף תהום ורוצים להגיע לעמק. האחד מודד את הגובה ומתקדם על פיו, ולכן הוא יגיע למטה בקלות יחסית. האחר מתעניין במיקומו על ציר צפון דרום, ולכן הוא עשוי להיתקל בקשיים במהלך הירידה, וגם אם הוא אכן יגיע למטה, זה בהכרח יהיה בתהליך איטי יותר. באופן דומה, כאשר לוקחים זוג מטריקות, באופן פורמלי ניתן להגדיר שאם התכנסות של סדרת התפלגויות תחת מטריקה אחת גוררת התכנסות של הסדרה תחת מטריקה אחרת, אזי המטריקה הראשונה חזקה יותר מהמטריקה השנייה. העובדה ש- $\mathcal{D}_{IS}$  חלש יותר מ- $\mathcal{D}_{IS}$  בעצם אומרת שיתכן ויש בעיות שעבורן תתקבל תוצאה אופטימלית עבור  $\mathcal{D}_{U}$  אך לא עבור  $\mathcal{D}_{U}$ .

# 7.3 Auto-Regressive Generative Models

משפחה נוספת של מודלים גנרטיביים נקראת Auto-Regressive Generative Models, ובדומה ל-VAE גם מודלים VAE אלו מוצאים התפלגות מפורשת של מרחב מסוים ובעזרת התפלגות זו מייצרים דאטה חדש. עם זאת, בעוד AB אלו מוצאים התפלגות מסוימת, וממנה לדגום מוצא קירוב להתפלגות של המרחב הלטנטי, שיטות AR מנסות לחשב במדויק התפלגות מסוימת, וממנה לדגום ולייצר דאטה חדש.

תמונה x בגודל  $n \times n$  היא למעשה רצף של  $n^2$  פיקסלים. כאשר רוצים ליצור תמונה, ניתן ליצור כל פעם כל פיקסל באופן כזה שהוא יהיה תלוי בכל הפיקסלים שלפניו.



איור 7.15 תמונה כרצף של פיקסלים.

כל פיקסל הוא בעל התפלגות מותנית:

$$p(x_i|x_1...x_{i-1})$$

כאשר כל פיקסל מורכב משלושה צבעים (RGB), לכן ההסתברות המדויקת היא:

$$p(x_{i,R}|\mathbf{x}_{< i})p(x_{i,G}|\mathbf{x}_{< i},x_{i,R})p(x_{i,B}|\mathbf{x}_{< i},x_{i,R},x_{i,G})$$

כל התמונה השלמה היא מכפלת ההסתברויות המותנות:

$$p(x) = \prod_{i=1}^{n^2} p(x_i) = \prod_{i=1}^{n^2} p(x_i|x_1 \dots x_{i-1})$$

הביטוי p(x) הוא ההסתברות של דאטה מסוים לייצג תמונה אמיתית, לכן נרצה למקסם את הביטוי הזה כדי לקבל מודל שמייצג תמונות שנראות אותנטיות עד כמה שניתן.

#### 7.3.1 PixelRNN

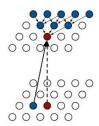
אפשרות אחת לחשב את p(x) היא להשתמש ברכיבי זיכרון כמו LSTM עבור כל פיקסל. באופן טבעי היינו רוצים לקשר כל פיקסל לשכנים שלו:

Hidden State 
$$(i, j) = f(Hidden State (i - 1, j), Hidden State (i, j - 1))$$

הבעיה בחישוב זה היא הזמן שלוקח לבצע אותו. כיוון שכל פיקסל דורש לדעת את הפיקסל שלפניו – לא ניתן לבצע אימון מקבילי לרכיבי ה-LSTM. כדי להתגבר על בעיה זו הוצעו כמה שיטות שנועדו לאפשר חישוב מקבילי.

### **Row LSTM**

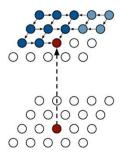
במקום להשתמש במצב החבוי של הפיקסל הקודם, ניתן להשתמש רק בשורה שמעל הפיקסל אותו רוצים לחשב. שורה זו בעצמה מחושבת לפני כן על ידי השורה שמעליה, ובכך למעשה לכל פיקסל יש receptive field של משולש. בשיטה זו ניתן לחשב באופן מקבילי כל שורה בנפרד, אך יש לכך מחיר של איבוד הקשר בין פיקסלים באותה שורה (loss context).



. בשורה שמעליו בשורה בשורה בשורה - Row LSTM 7.16 איור 7.16 איור 7.16 איור

#### **Diagonal BiLSTM**

כדי לאפשר גם חישוב מקבילי וגם שמירה על קשר עם כל הפיקסלים, ניתן להשתמש ברכיבי זיכרון דו כיווניים. בכל שלב מחשבים את רכיבי הזיכרון משני הצדדים של כל שורה, וכך כל פיקסל מחושב גם בעזרת הפיקסל שלידו וגם שלב מחשבים את רכיבי הזיכרון משני הצדדים של כל שורה, וכך כל פיקסל מחושב וותר איטי מהשיטה receptive field, אך החישוב יותר איטי מהשיטה על ידי זה שמעליו. באופן הזה ה-receptive field אלא כל פעם שני פיקסלים.

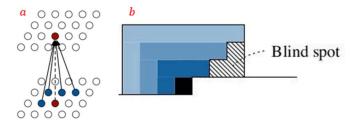


. איור Diagonal BLSTM 7.17 איור השמעליו בשורה שמעליו – כל פיקסל מחושב על ידי  $k \geq 3$ 

כדי לשפר את השיטות שמשתמשות ברכיבי זיכרון ניתן להוסיף עוד שכבות, כמו למשל Residual blocks שעוזרים להאיץ את ההתכנסות ו-Masked convolutions כדי להפריד את התלות של הערוצים השונים של כל פיקסל.

#### 7.3.2 PixelCNN

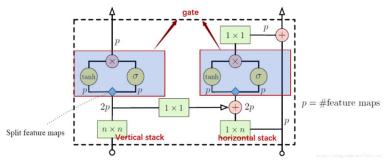
החיסרון העיקרי של PixelRNN נובע מהאימון האיטי שלו. במקום רכיבי זיכרון ניתן להשתמש ברשת קונבולוציה, ובכך להאיץ את תהליך הלמידה ולהגדיל את ה-receptive field. גם בשיטה זו מתחילים מהפיקסל הפינתי, רק כעת ובכך להאיץ את תהליך הלמידה ולהגדיל את ה-receptive field. גם בשיטה זו מתחילים מהפיקסל פני זיכרון אלא באמצעות שכבות קונבולוציה. היתרון של שיטה זו על פני PixelRNN מתבטא בקיצור משמעותי של תהליך האימון, אך התוצאות פחות טובות. חיסרון נוסף בשיטה זו נובע מהמבנה של הפילטרים ו ה-receptive field – כל פיקסל מתבסס על שלושה פיקסלים שמעליו, והם בתורם כל אחד תלוי בשלושה פיקסלים בשורה שמעל. מבנה זה מנתק את התלות בין פיקסלים קרובים יחסית אך אינם ב-receptive field.



איור receptive field (a 7.18 של PixelCNN) החיסרון של receptive field (a 7.18 של receptive field)

### 7.3.3 Gated PixelCNN

בכדי להתגבר על בעיות אלו – ביצועים לא מספיק טובים והתעלמות מפיקסלים יחסית קרובים שאינם ב- receptive בכדי להתגבר על בעיות אלו – ביצועים לא מספיק טובים והתעלמות הקונבולוציה בתוך RNN – נעשה שימוש ברכיב זיכרון הדומה ל-LSTM, המשלב את רשתות הקונבולוציה בתוך



.Gated PixelCNN שכבה של 7.19

כל רכיב זיכרון בנוי משני חלקים – horizontal stack and vertical stack בתמונה, וה-horizontal stack הוא פילטר vertical stack בנוי מזיכרון של כל השורות שהיו עד כה בתמונה, וה-vertical stack בנוי מזיכרון של כל השורות שהיו עד כה בתמונה, וה-horizontal stack עובר דרך שער של אקטיבציות לא לינאריות ובנוסף מתחבר ל-stack לתוך שער, stack כאשר גם החיבור ביניהם עובר דרך שער של אקטיבציות לא לינאריות. לפני כל כניסה של stack לתוך שער, הפילטרים מתפצלים – חצי עוברים דרך tanh וחצי דרך סיגמואיד. בסך הכל המוצא של כל שער הינו:

$$y = \tanh(w_f * x) \odot \sigma(w_g * x)$$

#### 7.3.4 PixelCnn++

שיפור אחר של PixelCNN הוצע על ידי OpenAI, והוא מבוסס על מספר מודיפיקציות:

- שכבת ה-SoftMax שקובעת את צבע הפיקסל צורכת הרבה זיכרון, כיוון שיש הרבה צבעים אפשריים. בנוסף, היא גורמת לגרדיאנט להתאפס מהר. כדי להתגבר על כך ניתן לבצע דיסקרטיזציה לצבעים, ולאפשר טווח צבעים קטן יותר. באופן הזה קל יותר לקבוע את ערכו של כל פיקסל, ובנוסף תהליך האימון יותר יעיל.
- במקום לבצע בכל פיקסל את ההתניה על כל צבע בנפרד (כפי שהראינו בפתיחה), ניתן לבצע את ההתניה על כל הצבעים יחד.
- אחד האתגרים של PixelCNN הוא היכולת המוגבלת למצוא תלויות בין פיקסלים רחוקים. כדי להתגבר על כך ניתן לבצע down sampling, ובכך להפחית את מספר הפיקסלים בכל פילטר, מה שמאפשר לשמור את הקשרים בין פיקסלים בשורות רחוקות.

- הלמידה. על יציבות במהלך הלמידה. Residual blocks ניתן לבצע חיבורים בעזרת, U-Net-
  - .fitting-אימוש ב-Dropout לצורף רגולריזציה והימנעות מ-Dropout

## 7. References

VAE:

https://towardsdatascience.com/understanding-variational-autoencoders-vaes-f70510919f73

https://jaan.io/what-is-variational-autoencoder-vae-tutorial/

https://lilianweng.github.io/lil-log/2018/08/12/from-autoencoder-to-beta-vae.html

GANs:

https://arxiv.org/abs/1406.2661

https://arxiv.org/pdf/1511.06434.pdf

https://phillipi.github.io/pix2pix/

https://junyanz.github.io/CycleGAN/

https://arxiv.org/abs/1710.10196

https://arxiv.org/abs/1812.04948

 $\underline{https://towardsdatascience.com/explained-a-style-based-generator-architecture-for-gans-generating-and-tuning-realistic-6cb2be0f431}$ 

https://arxiv.org/abs/1701.07875

AR models:

https://arxiv.org/abs/1601.06759

https://arxiv.org/abs/1606.05328

https://arxiv.org/pdf/1701.05517.pdf

 $\underline{https://towardsdatascience.com/auto-regressive-generative-models-pixelrnn-pixelcnn-}\\ \underline{32d192911173}$ 

https://wiki.math.uwaterloo.ca/statwiki/index.php?title=STAT946F17/Conditional Image Gener ation with PixelCNN Decoders#Gated PixelCNN