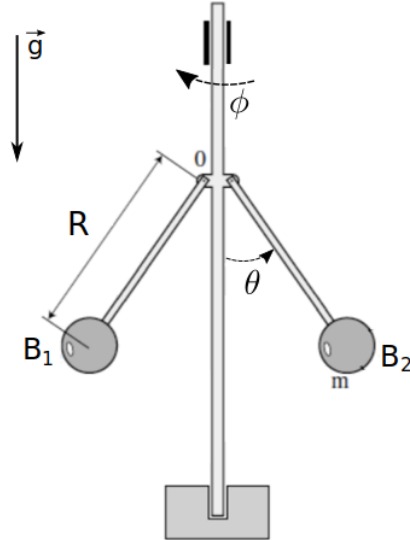


16 Novembre 2018

Exercice Préparatoire 9 : Référentiels non absolus**1 Régulateur de Watt**

Un régulateur de Watt est un dispositif mécanique qui stabilise la vitesse de rotation d'un système. Il est constitué de deux boules B_1 et B_2 (considérées comme des points matériels) de masses égales à m , reliées à un axe vertical par deux bras sans masse de longueurs égales $R = ||OB_1|| = ||OB_2||$. La direction de chaque bras fait un angle θ par rapport à l'axe vertical. Ils peuvent pivoter sans frottement sur l'axe au point O . L'ensemble du système est contraint de tourner autour de l'axe vertical à une vitesse angulaire $\dot{\phi} = \Omega$ par rapport au référentiel du laboratoire et l'angle d'inclinaison des bras varie entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.



- Dans le référentiel du laboratoire, établir le bilan des forces agissant sur la boule B_1 et dériver les équations du mouvement en utilisant le repère associé à un système de coordonnées sphériques opportunément choisi.
- Répéter le même exercice pour le référentiel relatif, lié au régulateur, qui est en rotation par rapport au référentiel du laboratoire à vitesse angulaire Ω autour de l'axe vertical.
- Déterminer les positions d'équilibre du système dans le référentiel relatif, dans le cas où Ω est constant.
- Déterminer les équations du mouvement dans la limite de petites oscillations autour des positions d'équilibre.
- Montrer que dans le référentiel relatif, l'équation qui donne l'évolution de θ peut être exprimée sous la forme

$$m\ddot{\theta} = -\frac{d}{d\theta}V_{eff} \quad (1)$$

Trouver la fonction V_{eff} et en donner une signification physique.

$$\left[\cos \theta_{eq} = \frac{g}{R\Omega^2}, \ddot{\theta} + \left(\frac{g}{R} - \Omega^2 \right) \theta = 0, V_{eff} = m\Omega^2 \cos(2\theta) + \frac{mg}{R} \cos \theta + \text{cst} \right]$$