目录

输入输出技巧

输入输出流的使用

流的问题

C++的“流”是“类”。

C++相较于 C 语言新加入的流都是类。比如说，cin 就是一个类。

C++还有一些非常好用的流。比如说，头文件<sstream> 的 stringstream 就非常好用，智能化程度较高，以下是演示：（someData 代表任意编码的字符串）

```
//实例化：
stringstream ass;

//输入：
ass << someData;

//输出：
ass >> someData;
```

但是 stringstream 有一些无关紧要的缺陷，例如：不能通过中文的空格进行单词划分。这是程序开发的一个坑，不过我们一般输入的空格都是英文的空格，而且算法竞赛中也不会刻意用中文空格来卡玩家，所以问题不大，了解就好。

选择 cin 还是 scanf ？

相信大家都会用 cin 输入数据，请不要轻易唾弃它，通常情况下它可以极大地减少代码量。cin 对 string 的输入很有帮助。不过你也可以选择用 scanf 输入 string，示例如下：

```
char ch[20];
string str;
scanf("%s", ch);
str = ch;
```

若使用了 cin 的程序超时，你可以尝试在程序开头写：

```
ios::sync_with_stdio(0);
cin.tie(0); cout.tie(0);
```

这是用来取消流同步的语句，因为 cin 每次输入数据的时候都要和 stdin 缓冲区同步数据，这可以提高 cin 的输入速度。

另外我想说的是，程序要在 scanf()函数和 cin 两种输入方式之间二选一。尽量不要在同一个程序里面混用，否则在需要取消流同步的时候下会遇上麻烦，需要把所有输入改为cin或者直接放弃cin用scanf()。这种情况下无论选择哪一个，都比较耗费心思。

所以一开始就要决定，到底是全用方便的 cin，还是全用效率高的 scanf()。

智能的流

以下是 string 输出流的一个经典使用案例：

```
#define to_string(num) my_to_string(num)
string my_to_string(int num) {
    ostringstream oss;
    oss << num;
    return oss.str();
}
```

若你的编译器不支持 to_string 函数（如 DevCPP 5.40），那么你将要亲自编写。使用了 define 宏定义，即使评判系统支持 to_string，to_string 也会被替换掉，从而避免重定义。

输入的方法

不推荐函数

不推荐的输入函数：（C 语言）

```
char* gets(char* str);
int getc(FILE* stream);
```

gets()可以被 fgets()和 scanf()代替。
getc()可以被 fgetc()和 getchar()代替。

不推荐的处理空白的函数：（C 语言）

```
fflush(stdin);
```

很简单的道理，这个函数可能失效！是过时的玩意。作者以前使用的时候就闹出过笑话，现在依然有心理阴影。

字符行输入

使用 fget 函数（C 语言）

```
//准备一个 char 数组
char charArray[MAXN];

//行输入（C 语言）
fgets(charArray, sizeof(charArray), stdin);
charArray[strcspn(charArray, "\n")] = 0;
```

以下是两个函数的原型：

```
char* fgets(char* str, int n, FILE * stream);

typedef unsigned long long size_t;
size_t strcspn(const char* s, const char* reject);
```

fgets()的作用是从输入缓冲区读取 n 个字符串，直到读取完成或遇到’\n’（换行符）。

第一个参数是指向数组的指针，这个数组用来储存读入的字符串。
第二个参数是 int，决定读取多少个字符。
（当我们在这个位置写上 sizeof(charArray)，可防止数组溢出）
第三个参数是 C 语言文件指针，这里填上 stdin（输入缓冲区）即可。

strcspn()表示从字符串 s 的开头开始连续比对，遇到不存在于 reject 内的字符就返回这个字符前的字符数。在这里实现的效果是返回’\n’（换行符）的位置，这样以后赋值语句可将读取的字符串的’\n’

替换为’\0’。

需要注意的是，替换’\0’这一步很关键，否则程序极易出 BUG。

使用 getline 函数（C++）

```
//准备一个 string
string string_variable;

//行输入（C++）
getline(cin, string_variable);
```

空白符怎么处理

总结：　C 语言用　getchar()
　　C++用　　cin >> ws;

接下来我们讨论什么时候需要处理空白符。

情况 1：scanf 函数存在%c（C 语言）

一旦 scanf 内涉及%c，就应该在所有 scanf 后紧跟 getchar。

特殊情况可以省去，最典型的就是 scanf("%c", &ch);在程序开头，此时%c 的接收不会受空白符的影响，因此也没有写 getchar 的必要。

一般写法：

```
scanf("%d", &num);
getchar();

scanf("%c", &ch);
getchar();
```

特殊情况：

```
//仅出现在开头且仅出现一次
scanf("%c", &ch);

scanf("%d", &num1);
```

```
scanf("%d", &num2);
scanf("%d", &num3);
```

情况 2：未知状态下的%c 读取（C 语言）

假设一种情景，你接手了一个程序，你要在程序的中间插入一个带 %c 的 scanf 函数，这时你就会面对一个问题，如何消除 stdin（C 语言输入流）内剩余下来的空格？

方法也很简单，就是无论如何先接收符号，将其用来检测，假如是空白符就销毁；是非空白符就返回到输入流。“返回到输入流”这一步很关键，由 ungetc 实现，否则检测完以后的数据就被破坏了。

```
char ch;
while ((ch = getchar()) == ' ');
ungetc(ch, stdin);
```

（该代码要写在 scanf 之前）

情况 3：getline 与 cin 混用（C++）

getline 会读取空白符；cin 会跳过空白符直到再次遇到一个空白符截至，此时输入流会保留一个空白符。若 getline 与 cin 混用，getline 可能会读取到这个空白符。

为了防止 getline 读取到空白符，在混用情况下请使用 std::ws。这是一个操纵符，令流连续忽略空白符，直到非空白符截止。这实现了类似“情况 2”演示的代码的功能，以下将作演示。

```
string widget;
string str;

cin >> widget;
cout << "W:" << widget << endl;

cin >> ws;
getline(cin, str);
cout << "S:" << str << endl;
```

注意 cin >> ws 放置的位置，是紧贴在 getline 之前！！！

来个错误演示：

```
```

```
    string widget;
    string str;

    cin >> widget;
    cin >> ws;
    cout << "W:" << widget << endl;

    getline(cin, str);
    cout << "S:" << str << endl;

    // 终端:
    //
    // hello
    // world
    // W : hello
    // S : world
```

试着输入看看，发现了什么，答案是不是在输入第二行以后才给出？因为输入第一行数据以后卡在了 cin >> ws，系统在这里等待客户输入，这显然是我们不想看到的。

不定长输入

即使掌握了 C++的输入方式，学习 C 语言的输入方式仍然有重要意义。

简单的循环输入（C/C++）

```
    //准备一个临时变量
    int temp;

    //循环输入（C 语言）
    while (scanf("%d", &temp) != EOF);
    //循环输入（C++）
    while (cin >> temp);
```

不过这种输入方式常常不是给人用的，而是给算法判定系统。使用它来输入的时候，结束输入需要使用 Ctrl+Z 组合键。

自动逐数据输入（C 语言）

基本样式：

```
    //准备一个数组和一个指针
    int array[MAXN];
    int pa = 0;

    //进入循环
    while (1) {
        //用来检测的临时变量
        char ch;

        //主体，三行最重要的代码
        while ((ch = getchar()) == ' ');
        if (ch == '\n') break;
        ungetc(ch, stdin);

        //检测通过以后执行输入
        scanf_s("%d", &array[pa++]);
    }
```

重点是三行主体代码，第一行消耗多余空格；第二行检测是否到末尾；第三行将临时数据返回缓冲区。

为什么要返回数据到缓冲区呢？程序能进行到第三行，就说明这个取出来的数据既不是空白字符也不是换行符，而是一个有用数据，如果不返回，那么就会丢失掉。

另外，这个输入方式还可以改进，使之具备异常检测能力：

```
//异常判断的输入
int decision_input(int array[], int *pa) {
    while (1) {
        //用来检测的临时变量
        char ch;

        //主体
        while ((ch = getchar()) == ' ');
        if (ch != '-' && (ch > '9' || ch < '0')) return 1;
        if (ch == '\n') return 0;
        ungetc(ch, stdin);
```

```
        //检测通过以后执行输入
        scanf("%d", &array[(*pa)++]);
    }
}
```

该函数在遇到异常符号时会中止读入并返回 1。

相较于基础版，主体代码内多写了一行 if 语句。

需要注意的地方是，指针要写成(*pa)++。因为优先级相同时，程序会通过结合性来确定执行顺序。正好解指针符号（*）和自加符号（++）的优先级相同，遵循右往左结合的规律。

*pa++会使指针地址先自加（pa++），然后才解指针，得到的指针很有可能是野指针。这显然是我们不想要的。

自动逐数据输入（C++）

```
//异常判断的输入
bool decision_input(int array[], int& pa) {
    while (1) {
        //对空白符和换行符的判断
        while (cin.peek() == ' ') cin.ignore();
        if (cin.peek() == '\n') return 0;

        //输入，如果异常则返回 1
        if (!(cin >> array[pa])) return 1;
        pa++;
    }
}
```

C++也可以实现类似的逐数据输入，cin.peek()可以检测下一个字符是什么，就不用抽出数据检测完以后又返回去。cin.ignore()使 cin 忽略掉空白符。cin >> array[pa]在输入异常的情况下会返回 0，然后通过反转，可以被 if 语句捕捉到。

智能逐数据输入（C++）

```
    //准备一个流和一个 string
    stringstream ss;
    string line;
    //准备一个数组和一个指针
```

```
int array[MAXN];
int pa = 0;

//智能写入
getline(cin, line);
ss << line;
while (ss >> array[pa]) pa++;
```

作者超级推荐的方法，简洁优雅。

还有一些拓展组件也值得一学：

```
//清空内容并重置状态
//str(”“)将内容清除，不重置状态。
//clear（）将状态重置，不清除内容。
ss.str("");
ss.clear();

//清除前部分所有空白符
ss >> ws;

//判断是否发生错误
if (ss.fail());
//判断是否为严重的、通常无法恢复的错误
if (ss.bad());
```

输出的方法

流输出（C++）

首先介绍一种逼格很高的打印方法。通过输出流迭代器，把容器（或数组）内的数据复制到 cout，以此来实现打印的效果。

作者觉得这是一种很好的思路。

```
//利用 copy 函数转移数据到输入流 的打印
copy(container.begin(), container.end(), ostream_iterator<int>(cout, " "));
cout << endl;
```

循环输出（C++）

然后来介绍一种，比较常用的方法。这种方法的时候是 C++11 加入的，所以暂且叫它为现代迭代。另外紧接提供了一种常规的迭代方法。

```
//利用现代迭代读取数据 的打印
for (auto& ele : container) {
    printf("%d ", ele);
}
printf("\n");

//利用迭代器读取数据 的打印
for (auto i = container.begin(); i != container.end(); i++) {
    printf("%d ", *i);
}
printf("\n");
```

精细化输出（C++）

实际刷题的时候可能会被要求末尾不输出多余的空格，这时就要精细的处理了。具体就是在内部加入一个判断是否到末尾的语句。

```
//在末尾不打印多余空格 的写法
for (auto i = container.begin(); i != container.end();) {
    printf("%d", *i);
    if (i++ != container.end()) {
        printf(" ");
    }
}
printf("\n");
```

迭代器与对象

说个高阶的 C++知识，尖括号内的内容要在编译阶段就确认。所以尖括号内填“非对象”。

如 priority_queue<int, vector<int>, decltype(cmp)>,

cmp 虽是变量，但是 decltype(cmp)表示的是“函数的类型”

迭代器辅助函数

prev(it)

返回前一个迭代器

next(it)

返回后一个迭代器

advance(it, n)

让迭代器前进 n 个位置 或后退-n 个位置

distance(first, last)

计算两个迭代器的距离

迭代器分支

记得声明：#include<iterator>

接下来的示例，将会用“T”代指“容器的类”

容器自带迭代器

一共有四个：

T::reverse

T::reverse_iterator

T::const_iterator

T::const_reverse_iterator

只有构造函数没有工厂函数。
值得注意的是，逆向迭代器的实际位置和逻辑位置不同。

			pos		
begin(v1)	v2	v3	v4	v5	end
rend	v1	v2	v3	v4	rbegin(v5)

将反向迭代器赋值给正向迭代器（或正到负），将输出不同结果！

安插迭代器

insert_iterator<T>

工厂函数：inserter(c, c.begin())
工厂函数：inserter<container>(c, c.begin())

front_insert_iterator<T>

back_insert_iterator<T>

工厂函数：back_inserter(c)
工厂函数：back_inserter<container>(c)

流类迭代器

流迭代器的操作很少很简单。以下结论来自网友“双子座断点”。

istream_iterator<T> iit(cin)

假设 p 是一个输入流迭代器，则其只能进行 ++p、p++、*p 操作，
同时输入迭代器之间也只能使用 == 和 != 运算符。

输入流迭代器的底层是通过重载 ++ 运算符实现的，该运算符内部会调用 operator >>读取数据。也就是说，假设 iit 为输入流迭代器，则只需要执行 ++iit 或者 iit++，即可读取一个指定类型的元素。

ostream_iterator<T> oit(cout)

假设 p 为一个输出迭代器，则它能执行 ++p、p++、*p=t 以及 *p++=t 等类似操作。

输出迭代器底层是通过重载赋值（=）运算符实现的，即借助该运算符，每个赋值给输出流迭代器的元素都会被写入到指定的输出流中。

可调用对象

一共有 6 种：

1. 普通函数
2. 类静态函数
3. 类成员函数
4. 函数指针
5. 仿函数（struct operator）
6. 匿名函数（lambda）

普通函数、类函数和函数指针

如何使用外部指针调用类成员函数？

```
//假设实例是 ms
MyStruct ms;

//编写一个指向 MyStruct 内部的指针类型
typedef void(MyStruct::* SP)();

//实例化一个指针，并将指针绑定到 fun 函数
SP p = &MyStruct::fun;

//通过实例调用该指针：
(ms.*p)();
```

函数名字与指针赋值

类成员函数的名子较为特殊，可以理解为“标签”而不是“地址”

```
void fun_a() {}

struct MyStruct {
    static void fun_b() {}
    void fun_c() {}
};

typedef void(*P)();
typedef void(MyStruct::*SP)();

int main() {
    P p1 = fun_a;
    P p2 = MyStruct::fun_b;
    SP p3 = &MyStruct::fun_c;

    /* other codes...*/
}
```

显然，只有“类成员函数”取地址需要 &符号。但这时还未实例化类对象，所以不可能是成员的“地址”，有个简单直接的证明：

```
//*p 并不能调用函数！
//以下例子可以证明*p 得到的是 p

//显然这个过程并不会执行函数里面的内容
p1 = *(*p1);
p1 = *p1;
p1 = p1;
p2 = *(*p2);
p2 = *p2;
p2 = p2;

//这样写才真正调用了函数
p1();
p2();

//但是 p3 会报错，这就表明了 p3 有本质上的不同
//报错信息：″*″ 的操作数必须是指针，但它具有类型 ″SP″
p3 = *p3;
```

补充：可以注意到“普通函数”和“类静态函数”非常相似。这是因为“类静态函数”虽然属于某个类，但是“类静态函数”的位置是全局的。需要特别注意的是“类静态函数”不能使用”指向类内部的指针类型”（如上例的 SP），会报错。

致命的隐式 this 指针

三种函数中，只有“类成员函数”会有这个问题。在外部指针调用类成员函数时，会隐式传入 this 指针。当这个 this 的类型与原形函数不匹配，就会报错。

举个例子，本人想创建一个不会被修改的实例，例如：

```
#include<iostream>
using namespace std;

struct MyStruct {
    void fun(int num) {}
};
```

```
int main() {
    const MyStruct ms;
    ms.fun(64);

    return 0;
}
```

然后就报错了，为什么？报错上说，对象含有与成员 函数“MyStruct::fun”不兼容的类型限定符，对象类型是：const MyStruct。

这是因为传回的 this 指针是有类型的，而且类型不对。解决方法也是有的，就是对原型函数 fun 进行修改，加上 const 标签：

```
    void fun(int num) const {}
```

仿函数与匿名函数

仿函数的常见写法

下列实例无实际含义

```
    struct cmp {
        bool operator()(Node& a, Node&b) {
            return 0;
        }
    };
```

匿名函数的写法

方括号内填写捕获方式和范围，下文称“捕获”暂且不考虑，那么完整写法是：

```
    function<ReturnType(EleType)> fun = [](EleType num) -> ReturnType {};
```

（注：　ReturnType　返回的类型
　　EleType　参数列表的元素的类型
　　fun　一个假设的函数 ）

是不是很长很冗余？

没事我们一般不这么写,以下才是我们常见的写法：

模板一

```
function<ReturnType(EleType)> fun = [](EleType num){};
```

模板二

```
auto fun = [](EleType num) -> ReturnType {};
```

参数列表可以多填，但是 EleType 的数量和类型要和参数列表一一对应。

“捕获”可填“=”和“&”，分别代表对全局变量按“赋值传参”和“引用传参”。你也可以填变量。填了变量以后，将只能捕获对应的元素，不能捕获全局变量。

仿函数重要性质

仿函数是模仿“函数”的“类”。由类内部重载“函数调用符号（小括号）”实现。

仿函数有两种调用方式：

1. func()(n, m)
2. func(n, m)

第一种意味着 func 是一个“struct 模板”，func()是对这个模板的“实例化”，然后下一个小括号才是真正的调用。第二州意味着 func 是一个“仿函数对象”（已经被实例化），所以直接使用小括号即可调用函数。

作者评价：不知为何 C++官方的“类、结构体、模板等”的名称不以大写字母开头。“模板”与“对象”的名字真是不容易区分，如果是我们去编写，建议以大写字母开头，例如：

	错误写法	正确写法
类	class node{};	class Node{};
结构体	struct func{};	struct Func{};
模板	template<typename t> class plus{};	template<typename T> class Plus{};

但如果只是图个方便，而且自己心知肚明，那也无妨。

1. struct cmp{};
2. using ll = long long;

3. ...

这样也是可以的。

可调用对象的封装

记得声明：#include<functional>

可调用对象的封装类型有：

1. uniOp（一元操作）
2. binOp（二元操作）
3. uniPd(一元谓词)
4. binPd(二元谓词)
5. cmp（二元比较器）

简单来讲：

“N 元操作”是对元素的某种修改。

“N 元谓词”是使用元素，但是不修改。

“比较器”应该算是谓词的一种

封装器

std::function（多态函数封装器）

通常作为“类型”出现，比如 function<void(int, int)>

对此 AI 解释道：

> `std::function` 是 C++标准库中的一个模板类，它是一个通用的函数指针容器，可以存储任何类型的可调用对象，比如函数、方法甚至 Lambda 表达式。它的主要优点是可以动态绑定，即在运行时确定调用哪个函数，这使得函数指针的使用更加灵活。

它的强大之处在于它可以统一表示“任何类型的可调用对象”，用 function<()>来包装。

对于：

```
int(*fp)(int, int) = func;              //函数指针
Func ff;                                //仿函数
auto f1 = [](int a, int b)->int {};     //匿名函数
```

可写：

```
function<int(int, int)> f1 = fp;
```

```
function<int(int, int)> f2 = ff;
function<int(int, int)> f3 = f1;
```

bind（函数重绑定）

一般形式：

```
auto newCallable = bind(callable, arg_list);
```

arg_list 的占位符这样写：std::placeholders::_[填写数字]

作者评价：极其脑残设计，一点都不好记

仿函数预制菜

都是“template 模板”意味着全部都未“实例化”。

直接调用的方式，如：plus<int>()(10, 1) 别忘记了它要两个括号。plus<int>()只是创建一个实例，后面的(10, 1)才是函数的调用，直接写 plus<int>(10, 1)将会导致报错。

以下除了 negate\logical_not\bit_not 都是二元的，即 binOp

算数仿函数

```
plus <T>();
minus <T>();
multiplies <T>();
divides <T>();
modulus <T>();
negate <T>();
```

关系仿函数

```
equal_to <T>();
not_equal_to <T>();
greater <T>();
greater_equal <T>();
less <T>();
less_equal <T>();
```

逻辑仿函数
logical_not <T>(); logical_and <T>(); logical_or <T>();

位运算仿函数
bit_and <T>(); bit_or <T>(); bit_xor <T>(); bit_not <T>();

散装文件知识

简单科普：

修改器（Modifiers）
会改变容器状态的函数，它们通常涉及到容器内部元素的添加、删除或替换。

操作（Operations）
不会改变容器状态的函数，但可能会对容器中的元素进行排序、筛选或修改。

头文件

本章节要介绍的头文件：

（一）算法相关讲解：<algorithm> <numeric> <limits>
（二）与 C 语言有关的头文件：<cmath> <cstdio> <cstdlib> <cstring>
（三）特殊头文件，会了最好，不会不影响竞赛：<fstream> <iomanip>
（四）作者本人容易忘记的容器头文件：<list> <string>

本书其它章节有介绍：

输入输出技巧：<iostream> <sstream>
迭代器与泛型：<functional> <iterator>

本书不介绍：

```
<bits/stdc++.h> <map> <queue> <set> <stack> <tuple>
<unordered_map> <unordered_set> <utility> <vector> <wchar>
```

原因很多，内容类型和算法书的主题对不上是其中一个。(o ゜▽ ゜)o 见谅！

算法函数（STL）

<algorithm>

注： beg 起始迭代器
end 末迭代器
dest 指向目的容器的迭代器

序列操作

排序

```
sort(beg, end)
stable_sort(beg, end)
next_permutation(beg, end)
prev_permutation(beg, end)
```

归并

```
merge(beg1, end1, beg2, end2, dest)
inplace_merge(beg, mid, end)
```

去重

```
unique(beg, end)
unique_copy(beg, end, dest)
```

划分

```
nth_element(beg, mid, end)
partition(beg, end, uniPd)
stable_partition(beg, end, uniPd)
```

比对操作

查找（顺序）

```
find(beg, end, val)
find_if(beg, end, uniPd)
```

search(beg1, end1, beg2, beg2)　　查找子串第一次出现的位置

find_end(beg1, end1, beg2, beg2)　　查找子串最后一次出现的位置

作者评价：很扯，两个函数的名称差异也太大了

search_n(beg1, end1, count, val)

查找（二分）

binary_search(beg, end, val)

equal_range(beg, end, val)

upper_bound(beg, end, val)

lower_bound(beg, end, val)

查询（顺序）

count(beg, end, val)

count_if(beg, end, uniPd)

min_element(beg, end)

max_element(beg, end)

max(val1, val2)

min(val1, val2)

equal(beg1, end1, beg2)

复制粘贴

swap(val1, val2)

reverse(beg, end)

reverse_copy(beg, end, dest)

fill(beg, end, val)

fill_n(dest, num, val)

copy(beg, end, val)

copy_n(beg, num, val)

copy_if(beg, end, dest, uniPd)

for_each(beg, end, uniOp)

transform(beg, end, dest, uniOp)

transform(beg1, end1, beg2, dest, binOp)

对于一些函数的解析

permutation 的原理：

```
bool next_permutation(vector<int>& nums) {
    int len = nums.size();
```

```
    if (len == 0) return false;
    if (len == 1) return false;

    for (int i = len - 2; i >= 0; i--) {
        //找到第一个非单调递增元素（从右向左看）
        if (nums[i] < nums[i+1]) {
            //找到第一个大于 nums[i]的数
            int j = len - 1;
            while (nums[i] >= nums[j]) j--;
            swap(nums[i], nums[j]);
            reverse(nums.begin() + i + 1, nums.end());
            return true;
        }
    }
    reverse(nums.begin(), nums.end());
    return false;
}

bool prev_permutation(vector<int>& nums) {
    int len = nums.size();
    if (len == 0) return false;
    if (len == 1) return false;

    for (int i = len - 2; i>=0; i--) {
        //找到第一个非单调递减元素（从右向左看）
        if (nums[i] > nums[i+1]) {
            //找到第一个小于 nums[i]的数
            int j = len - 1;
            while (nums[i] <= nums[j]) j--;
            swap(nums[i], nums[j]);
            reverse(nums.begin() + i + 1, nums.end());
            return true;
        }
    }
    reverse(nums.begin(), nums.end());
    return false;
}
```

对于：12344321

1. 逆向遍历找到第一个非连续递增（从右向左看）的数：ni
   逆向遍历找到第一个大于 ni 的数：nj
2. 交换 ni 和 nj
   12(3)4(4)321

12(4)4(3)321

3. 翻转 ni 原位之后的序列

12(4)(43321)

12412334

4. 作特判

equal_range 的原理：

equal_range 返回的是左闭右开区间，迭代器二元组（pair）。实际上是分别调用了 upper_bound 和 lower_bound，这点从源代码里面可以得知。如此一想，就能理解这两个函数的返回值分别指向哪里了。

<numeric>

accumulate(beg, end, init, [op])

inner_product(beg1, end1, beg2, init, [op1], [op2])

第一个 op 表示 beg1 到 end1 之间的运算，默认 plus<int>()

第二个 op 表示 beg1 与 beg2 之间的运算，默认 multiplies<int>()

adjacent_difference(beg, end, dest)

邻差（也叫“差分”）

partial_sum(beg, end, dest)

前缀和

iota(beg, end, val)

公差为 1，起始为 val 的递增数列

<limits>

numeric_limits<T>::max()

numeric_limits<T>::min()

就这两个函数。如果想使用宏定义最大最小值，就使用<climits>。在 MAX 或 MIN 前加上“内置类型”，例如：SHRT_MAX，LLONG_MAX。

只有 short 和 long long 的宏定义是“脑残设计”，“SHORT”好端端的非要扣掉一个“O”。

数学函数（C/C++）

着重讲解<cmath>

该头文件较为死板，每个函数都是固定的参数类型和返回类型。（C 语言没有模板概念导致的）

```
double sin(double n);
double cos(double n);
double tan(double n);
double asin(double n);
double acos(double n);
double atan(double n);
```

- 采用的是“弧度制”
- 特别有：4 * atan(1) = acos(-1) = π

```
double exp(double n);
double log(double n);
```

- log2(n)是 log(n)/log(2)，这个简单数学原理大家应该都懂
- e 约等于 2.718281828459045，double 的精度够容纳 15 位。

如果是当场推理 e，公式在这：

```
double res = 1.0;
int n = 0x7fffffff;
double t = 1 + 1.0 / n;
for (int i = 0; i < n - 1; i++) {
    res *= t;
}
```

作者评价：可怜的程序跑断腿了，才勉强精确到小数点后 8 位。哈哈

最后，记得把值拷贝下来使用

```
double pow(double a, double n);
double hypot(double x, double y);
```

```
int abs(int n);
double fabs(double n);
double floor(double n);
double ceil(double n);
double round(double n);
```

转换函数（C/C++）

着重讲解<cstdlib>

该头文件并未提供 std::string 的转换方式

const char*转换

<cstdlib>的内容比<stdlib.h>的内容多，补充了一些

```
int atoi(cstr);
double atof(cstr);
long atol(cstr);
long long atoll(cstr);

float strtof(cstr, &endptr);
double strtod(cstr, &endptr);
long strtol(cstr, &endptr, radix);
long long strtoll(cstr, &endptr, radix);
unsigned long strtoul(cstr, &endptr, radix);
unsigned long long strtoull(cstr, &endptr, radix);
```

注：cstr：“C 语言风格的字符串”的指针，即 const char*
endptr：一个指针，char*，执行完毕后会指向字符串的末尾
radix：指定进制，类型是 int，比如填 10

评价：这里有一个比较坑的，atof 返回的是 double

动态分配（C 语言）

创建一个堆对象：(*T)malloc(num * sizeof(T))
释放堆对象：free(T)

（C++使用者建议使用 new 和 delete）

终端悬停（C/C++）

代码：system(“pause”);

便捷工具（C/C++）

这是对于 C 语言来说的，对 C++来说一点也不方便

bsearch(key, base, num, size, cmp)

- key: 要查找的目标元素，可以是一个指向目标值的指针。
- base: “已经排序”的数组的第一个元素的指针。
- num: 数组中的元素个数。
- size: 数组内每个元素的大小。
- cmp: 一个指向比较函数的指针。

C 语言的比较函数的写法极度死板：

```
int cmp(const void* a, const void* b){
    转换部分：
    类型指针 pa = (类型指针)a;
    类型指针 pa = (类型指针)a;

    比较部分：
    如果第一个元素小于第二个，返回负数
    大于则返回正数
    相等则返回零
}
```

以下对 bsearch 的使用作演示

```
//演示
#include <iostream>
#include <cstdlib>
using namespace std;

int num[10] = { 1, 2, 3, 3, 4, 7, 8, 10, 10, 11 };
int val = 8;
void* p;
int* ip;

int cmp(const void* a, const void* b)
{
    const int* pa = (const int*)a;
    const int* pb = (const int*)b;
    if (*pa < *pb) return -1;
```

```
    if (*pa > *pb) return 1;
    return 0;
}

int main()
{
    p = bsearch(&val, num, 10, sizeof(int), cmp);
    ip = (int*)p;

    if (p != NULL)
    {
        printf("%d\n", *ip);
        printf("%d\n", ip - num);
    }
    return 0;
}
```

qsort(base, num, size, cmp)

- base: 数组的第一个元素的指针。
- num: 数组中的元素个数。
- size: 数组内每个元素的大小。
- cmp: 一个指向比较函数的指针。

对比 bsearch 函数就是少了参数 key。

文件读写（STL）

本节先了解<cstdio>，然后过度到<fstream>

文件读写，无非三个过程：

1. 打开文件
2. 操作文件
3. 关闭文件

简单读写（C 语言）

#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
取消安全模式。这意味着可以使用“标准函数”，而非“安全函数”。
不过，接下来只介绍安全模式函数：

打开

```
errno_t fopen_s(
    FILE** _Stream,
    const char* _FileName,
    const char* _Mode
);
```

关闭（没有安全模式）

```
int fclose(FILE* _Stream);
```

errno_t：返回 0 表示打开成功，返回 1 表示异常。实质是 int

_Stream：任意 FILE 指针的取址

_FileName：文件路径

_Mode：模式

模式一览	含义
r、w、a	读写追加

注：不要字母大写，会崩溃

读取

```
size_t fread_s(
    void* _Buffer,
    size_t _BufferSize,
    size_t _ElementSize,
    size_t _ElementCount,
    FILE* _Stream
);
```

写入（没有安全模式）

```
size_t fwrite(
    const void* _Buffer,
    size_t _ElementSize,
    size_t _ElementCount,
    FILE* _Stream
);
```

_Buffer：缓冲区指针（缓冲区实际上就是个数组）

以上两个函数一般用于读取写入“字符 char”

一种简单思路

其实到这，如果是熟练的 C++使用者就无敌了

std::string 的“C 风格构造函数”
std::string 的“赋值成员函数 assign”
std::stringstream 的“C 风格构造函数
std::stringstream 的“流操作符 <<”
...

都可以将读取到的“C 风格字符串”转换为“C++风格字符串”从而转换为 C++的问题。利用“智能流类”可以轻松地解决问题，如：分割、转换类型...

总之就是，虽然吾不会“C++的文件流读取”和“C 语言的其它读取函数”。但是，吾能提取最基础的 char，所以除了多占用一些缓存数组以外，吾就是没有短板的，吾就是无敌的！

简单读写（C++）

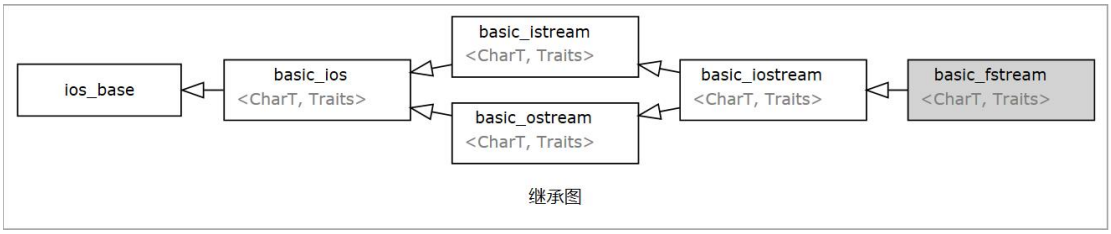
C++主要使用输入输出流，以下以 fstream 为中心进行讲解

简单介绍：

fstream 是 basic_fstream<char> 的一个别名

basic_fstream 继承自：
basic_ios　　提供输入输出流的基础功能。
basic_filebuf　　提供文件缓冲区类，用于实际的文件读写操作
basic_istream　　提供输入流的功能。
basic_ostream　　提供输出流的功能

参考文档如此写道：



继承图

构造函数：

fstream()：默认构造函数，不打开任何文件。
fstream(const char* filename, ios_base::openmode mode)

文件操作：

open(const char* filename, ios_base::openmode mode)
close()

read(char* buf, streamsize n)
write(const char* buf, streamsize n)
getline(char* buf, streamsize n)　　最多读取 n-1 个字符，自动添加一个\0 作为行尾。
puts(const char* s)　　将字符串 s 写入文件，并在末尾添加一个换行符。
get(char& c)
put(char c)

位置控制：

seekg(pos_type pos)　　将输入文件指针移动到 pos 指定的位置。
seekg(off_type off, ios_base::seekdir dir)　　将输入文件指针相对于 dir 指定的位置移动 off 个单位。
tellg()　　返回当前输入文件指针的位置。

状态检查：

eof()：检查是否到达文件末尾。
fail()：检查上一次操作是否失败。
bad()：检查是否发生严重的文件错误。
good()：检查文件流是否处于良好状态。

格式化：

sync()：同步文件缓冲区和文件本身。
flush()：清空输出缓冲区，但不关闭文件。

字符（STL）

着重讲解<string>的内容，同时与<cstring>进行比较。

C++风格字符串

我们常用的 std::string 实际上是一个对 std::basic_string 的特化版本
std::basic_string 是一个模板类，可以用于创建不同字符类型的字符串

类型	定义
std::string	std::basic_string<char>
std::wstring	std::basic_string<wchar_t>
std::u8string (C++20)	std::basic_string<char8_t>

std::u16string (C++11)	std::basic_string<char16_t>
std::u32string (C++11)	std::basic_string<char32_t>

省略 pmr 名字域内的内容

元素访问

front()：访问字符串的第一个字符。
back()：访问字符串的最后一个字符。
c_str()：返回一个指向 null-terminated C 风格的字符数组的指针，即 C 字符串。

迭代器

begin()、cbegin()：返回指向字符串开始的迭代器。
end()、cend()：返回指向字符串末尾的迭代器。
rbegin()、crbegin()：返回指向字符串开始的逆向迭代器。
rend()、crend()：返回指向字符串末尾的逆向迭代器。

容量

empty()：检查字符串是否为空。
size()、length()：返回字符串中的字符数。
reserve()：预留足够的存储空间。
capacity()：返回当前对象分配的存储空间能保存的字符数量。

修改器

clear()：清除字符串内容。
insert()：在指定位置插入字符或字符串。
erase()：移除字符串中的一部分。
push_back()：在字符串末尾追加一个字符。
pop_back()：（C++11）移除字符串末尾的字符。
append()：在字符串末尾追加字符或字符串。
resize()：更改字符串存储的字符数。
swap()：交换两个字符串的内容。

操作

compare()：比较两个字符串。
replace()：替换字符串中的指定部分。
substr()：返回字符串的子串。
copy()：复制字符串到新的字符数组。

查找

find()：在字符串中查找字符或子串。
rfind()：在字符串中查找子串的最后一次出现。
find_first_of()：查找任何字符的首次出现。

find_first_not_of()：查找任何字符的首次缺失。
find_last_of()：查找任何字符的最后一次出现。
find_last_not_of()：查找任何字符的最后一次缺失。

常量

npos：一个静态成员常量，用于表示“未找到”或“无位置”。通常用于表示字符串的最大可能长度。

C 风格字符串

C 风格的函数较为死板，但同时又很严谨。全部摆在一起比较，几乎是一团糟。

1. 从参数列表就可以看出，不需要修改的数组的指针都是 const 类型。
2. C 语言没有布尔类型（bool），所以判断大小全由 int 代替，左小为负。

和 C++比较相似的是，对于统计数量采用的都是 size_t

容量

```
size_t strlen(const char* str);
```

修改器

```
char* strcpy(char* dest, const char* src);
char* strncpy(char* dest, const char* src, size_t num);
char* strcat(char* dest, const char* src);
char* strncat(char* dest, const char* src, size_t num);
```

操作

```
int strcmp(const char* str1, const char* str2);
int strncmp(const char* str1, const char* str2, size_t num);
```

查找

```
size_t strspn(const char* str, const char* charset);
size_t strcspn(const char* str, const char* charset);
const char* strpbrk(const char* str, const char* charset);
```

str 开始处连续出现的字符中，包含在 charset 中的字符的个数
str 开始处连续出现的字符中，不包含在 charset 中的字符的个数
str 中第一次出现的任何 charset 中的字符，并返回指向该字符的指针
总结：从效果上 strcspn 和 strpbrk 更像
实际：变量 charset 不是真的集合，查询时间复杂度 O(nm)

```
const char* strchr(const char* str, int val);
const char* strstr(const char* str, const char* substr);
```

链表（STL）

着重讲解<list>里面的成员函数。

元素访问

front()：返回列表第一个元素的引用。
back()：返回列表最后一个元素的引用。

迭代器

begin()：返回一个迭代器，指向列表的第一个元素。
cbegin()：（C++11）返回一个常量迭代器，指向列表的第一个元素。
end()：返回一个迭代器，指向列表末尾的下一个位置。
cend()：（C++11）返回一个常量迭代器，指向列表末尾的下一个位置。
rbegin()：返回一个逆向迭代器，指向列表的最后一个元素。
crbegin()：（C++11）返回一个常量逆向迭代器，指向列表的最后一个元素。

容量

empty()：检查列表是否为空。如果列表为空，返回 true；否则返回 false。
size()：返回列表中的元素数量。

修改器

clear()：清空容器，移除所有元素。
insert()：在容器中插入一个或多个元素。
emplace()：在容器中就地构造一个新元素。
erase()：从容器中移除一个或多个元素。
push_back()/emplace_back()：在容器末尾添加一个元素。
pop_back()：移除容器末尾的元素。
push_front()/emplace_front()：在容器开头添加一个元素。
pop_front()：移除容器开头的元素。
resize()：改变容器的大小。
swap()：交换两个容器的内容。

操作

merge()：合并两个容器，通常用于有序容器。
splice()：将一个容器中的元素或一段元素移动到另一个容器。
remove()/remove_if()：从容器中移除满足特定条件的元素，但不改变容器的容量。
reverse()：反转容器中的元素顺序。
unique()：移除容器中连续重复的元素。
sort()：对容器中的元素进行排序。

正则表达式

记得写上 #include<regex>

作者评价：　　要区分匹配的是单个字符串，还是长句（多个字符串组合）
　　否则就是匹配不了，一点都匹配不了。

普遍语法

记不住没关系，多看几遍就行

基础篇（简单占位）

. - 除换行符以外的所有字符。
^ - 字符串开头。
$ - 字符串结尾。
\d,\w,\s - 匹配数字、字符、空格。
\D,\W,\S - 匹配非数字、非字符、非空格。

进阶篇（选择）

[abc] - 匹配 a、b 或 c 中的一个字母。
[a-z] - 匹配 a 到 z 中的一个字母。
[^abc] - 匹配除了 a、b 或 c 中的其他字母。
aa|bb - 匹配 aa 或 bb。

进阶篇（量词）

? - 0 次或 1 次匹配。
* - 匹配 0 次或多次。
+ - 匹配 1 次或多次。
{n} - 匹配 n 次。
{n,} - 匹配 n 次以上。
{m,n} - 最少 m 次，最多 n 次匹配。

然后是高级篇，说实话，作者本人也没搞懂。不会可以选择跳过。

高级篇（模式）

(expr) - 捕获 expr 子模式,以\1 使用它。
(?:expr) - 忽略捕获的子模式。
(?=expr) - 正向预查模式 expr。
(?!expr) - 负向预查模式 expr。

语法优先级

优先级，从上往下，依次下降

\	转义符
() (?:) (?=) []	圆括号和方括号
* + ? {n} {n,} {n,m}	限定符
^ $ \char char	定位点和序列
|	或

三个算法函数

regex_match　　用 regex 模式串匹配整个 basic_string 主串
regex_search　　用 regex 模式串匹配 basic_string 主串中的子串
regex_replace　　替换匹配成功的 basic_string 主串中的子串

以下是简单的实战演示：

```
#include<regex>
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;

int main() {
    // 主串
    string str = "Hello World";    //aString

    // 模式串
    string pt;   //pattern
    regex re;    //aRegex

    // 格式串
    string fmt("DEBUG");  //format
    char cfmt[5] = "BUG"; //cstyle_format

    // sm:固定(const_iterator)
    // mr:可变(iterator)
```

```
    smatch sm;    //aSmatch
    match_results<string::iterator> mr;//aMatch_results

    // 输出迭代器
    string ostr; //output_string
    back_insert_iterator<string> bii = back_inserter(ostr);   //aBack_insert_iterator

    /*————————————————————————————————————————————————————————————*/

    // 匹配整个 string
    pt = string{ "He.{9}" };
    re = regex(pt);

    cout << regex_match(str, re) << endl;
    cout << regex_match(str, sm, re) << endl;

    cout << regex_match(str.begin(), str.end(), re) << endl;
    cout << regex_match(str.begin(), str.end(), mr, re) << endl;

    // 匹配 string 的子串
    pt = string{ "l{1,2}\\d" };
    re = regex(pt);

    cout << regex_search(str, re) << endl;
    cout << regex_search(str, sm, re) << endl;

    cout << regex_search(str.begin(), str.end(), re) << endl;
    cout << regex_search(str.begin(), str.end(), mr, re) << endl;

    // 替换匹配部分
    pt = string{ "l{1,2}\\d" };
    re = regex(pt);

    cout << regex_replace(str, re, fmt) << endl;
    cout << regex_replace(str, re, cfmt) << endl;
    regex_replace(bii, str.begin(), str.end(), re, fmt);
    cout << ostr << endl;
    regex_replace(bii, str.begin(), str.end(), re, cfmt);
    cout << ostr << endl;

    return 0;
}
```

图论

图的储存

边集数组

主体

```
//边集数组
struct Node {
    int u;
    int v;
    int w;
} edge[MAXE];
//当前边数
int cnt = 0;
```

功能函数

```
//新插入一条边
void add(int u, int v, int w) {
    edge[cnt].u = u;
    edge[cnt].v = v;
    edge[cnt].w = w;
    cnt++;
}
```

STL 邻接表

主体

```
//节点结构体
struct Node {
    int v;  //下一个节点
    int w;  //权重
};

//STL 邻接表（动态）
vector<list<Node>> g;
//STL 邻接表（静态）
```

```
list<Node> g[MAXV];
```

功能函数

```
//重载构造函数（可选，写在 struct Node 内部）
Node(int _v, int _w) : v(_v), w(_w) {}
```

链式前向星

主体

```
//节点结构体 & 半边集数组
struct Node {
    int v;
    int w;
    int next;  //下一个子节点
} edge[MAXE];

//头节点数组
int head[MAXV];

//当前边数
//指向半边级数组空位
int cnt = 0;
```

功能函数

```
//添加一条边
void add(int u, int v, int w) {
    edge[cnt].v = v;
    edge[cnt].w = w;
    edge[cnt].next = head[u];
    head[u] = cnt++;
}
```

补充

无

最短路径

目前你需要学会的最短路径算法有 5 个

1. BFS
2. Floyd
3. Dijkstra
4. Bellman-Ford
5. SPFA

BFS 在其它章节会讲；Floyd 不实用；SPFA 比 Bellman-Ford 难
所以本书只教 Dijkstra 和 Bellman-Ford

路径保存方法

前驱节点

```
list<int> pre[MAXV];
```

路径集

回溯过程中得到的一条最短路径不一定是答案，这个具体看题目要求。回溯以后可以选择更新答案 ans，也可以把这条路径添加到 result 中。

```
vector<int> path;

//第一种选择（更新）
vector<int> ans;
//第二种选择（添加）
vector<vector<int>> result;
```

回溯

```
//回溯法
void DFS(int s) {

    //确定这个点是不是源点
    if (pre[s].empty()) {
        /* 使用 for 循环遍历最小路径 */
        /* 在遍历的过程动态修改（可选）*/
        return;
```

```
    }

    //回溯
    for (auto& node : pre[s]) {
        path.push_back(node);
        DFS(node);
        path.pop_back();
    }
}
```

Dijkstra

简单距离（邻接矩阵）

前置

```
int n;
int g[MAXV][MAXV];
int dis[MAXV];
bool vis[MAXV];
```

主体

```
//迪杰斯特拉
void Dijkstra(int s) {
    //初始化数组
    fill(dis, dis + MAXV, INF);
    fill(vis, vis + MAXV, false);
    //初始化 dis 起点为 0
    dis[s] = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        int u = -1;
        int MIN = INF;
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            if (!vis[j] && dis[j]!=INF && dis[j] < MIN) {
                u = j;
                MIN = dis[j];
            }
        }
        //找不到小于 INF 的 dis[u]，说明剩下的节点不连通
        if (u == -1) return;
        vis[u] = true;
        for (int v = 0; v < n; v++) {
            if (!vis[v] && g[u][v] != INF && dis[v] > dis[u] + g[u][v]) {
```

```
                dis[v] = dis[u] + g[u][v];
            }
        }
    }
}
```

补充

时间复杂度：O(n^2)

前驱节点记录

修改位置：for（for if for）

```
    for (int v = 0; v < n; v++) {
        if (!vis[v]) {
            if (dis[v] > dis[u] + g[u][v]) {
                dis[v] = dis[u] + g[u][v];
                pre[v].clear();
                pre[v].push_back(u);
            }
            else if (dis[v] == dis[u] + g[u][v]) {
                pre[v].push_back(u);
            }
        }
    }
```

Bellman-Ford

简单距离（STL 邻接表）

前置

一个 STL 邻接表；

```
int n;
int dis[MAXV];
```

主体

```
//贝尔曼福德（STL 邻接表）
bool Bellman_Ford(int s) {
    fill(dis, dis + MAXV, INF);
    dis[s] = 0;
```

```
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        bool flag = false;
        for (int u = 0; u < n; u++) {
            for (auto& ele : g[u]) {
                if (dis[ele.v] > dis[u] + ele.w) {
                    dis[ele.v] = dis[u] + ele.w;
                    flag = true;
                }
            }
        }
        //没有可以松弛的边，提前退出
        if (!flag) {
            return false;
        }
    }
    //再执行一边，检测是否有负权环
    for (int u = 0; u < n; u++) {
        for (auto& ele : g[u]) {
            if (dis[ele.v] > dis[u] + ele.w) {
                return true;
            }
        }
    }
    return false;
}
```

补充

无

简单距离（边集数组）

前置

一个边集数组：

```
int n;
int dis[MAXV];
```

主体

```
//贝尔曼福德（边集数组）
bool Bellman_Ford(int s) {
    fill(dis, dis + MAXV, INF);
    dis[s] = 0;
```

```
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        bool flag = false;
        for (int j = 0; j < cnt; j++) {
            if (dis[edge[j].v] > dis[edge[j].u] + edge[j].w) {
                dis[edge[j].v] = dis[edge[j].u] + edge[j].w;
                flag = true;
            }
        }
        //没有可以松弛的边，提前退出
        if (!flag) {
            return false;
        }
    }
    //再执行一边，检测是否有负权环
    for (int i = 0; i < cnt; i++) {
        if (dis[edge[i].v] > dis[edge[i].u] + edge[i].w) {
            return true;
        }
    }

    return false;
}
```

补充

无

动态规划

章节前言：

这是反人类的算法。

动态规划的简单思路是从前到后推导数据。但是实际很少人能想出题解，这是很正常的情况，需要多练。

按方向来分，动态规划可以分为“自上而下”和“自下而上”。“自上而下”主要依靠递归，另外可以附加记忆答案的哈希表。“自下而上”主要依靠迭代。作者推荐大家主要学习自下而上的动态规划，因为自下而上的代码通常更为简短。

按类型来分，主要有 5 种，“01 背包”、“完全背包”、“股票问题”、“子序列问题”、“其它线性 DP”。

本书专注于，介绍模板的使用和效果，会更少地介绍基本原理，所以有什么想不清楚的最好去翻一翻其它书籍。这里我推荐《代码随想录》，这是我学习动态规划的主要工具。

DP 数组如何降维？

动态规划中，若下一层的数据的初始状态，由上层数据复制粘贴得到，那么可以实现 dp 数组的降维。

降维 dp 数组具有重要优势，占用空间小，编写方便。特别是，基于降维 dp 数组的“01 背包”和“完全背包”的模板十分容易记忆。接下来展示的“背包问题”就直接采用降维 dp 数组了，不再介绍原来的版本。

示例

```
//二维数组（一种转移方程）
dp[i][j] = max(dp[i - 1][j], dp[i - 1][j - weight[i]] + value[i]);
//一维数组（转化后的结果）
dp[j] = max(dp[j], dp[j - weight[i]] + value[i]);
```

01 背包

最大价值

主体

```
//01 背包
int maxValue(vector<int>& value, vector<int>& weight, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
    //先物品后背包。背包从后往前遍历
    for (int i = 0; i < weight.size(); i++) {
        for (int j = bagSize; j >= weight[i]; j--) {
            dp[j] = max(dp[j], dp[j-weight[i]]+value[i]);
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

填充方法数

主体

```
//01 背包
```

```
int findWay(vector<int>& nums, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
    //初始化
    dp[0] = 1;
    //先物品后背包。背包从后往前遍历
    for (int i = 0; i < nums.size(); i++) {
        for (int j = bagSize; j >= nums[i]; j--) {
            dp[j] += dp[j - nums[i]];
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

完全背包

最大价值

与“01 背包：最大价值”的区别在于换了第二层 for 循环的遍历方向。

主体

```
//完全背包：最大价值
int maxValue(vector<int>& value, vector<int>& weight, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
    //先物品后背包。背包从前往后遍历
    for (int i = 0; i < weight.size(); i++) {
        for (int j = weight[i]; j <= bagSize; j++) {
            dp[j] = max(dp[j], dp[j-weight[i]]+value[i]);
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

还可以简单交换内外层。以下是演示。

主体

```
//完全背包：最大价值
int findValue(vector<int>& value, vector<int>& weight, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
```

```
    //初始化
    //先物品后背包。背包从前往后遍历
    for (int j = 0; j <= bagSize; j++) {
        for (int i = 0; i < weight.size(); i++) {
            if (j - weight[i] >= 0) dp[j] = max(dp[j], dp[j - weight[i]] + value[i]);
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

可以看到，因为把第一层调到了内部，所以指针 j 无法享受指针 i 的“照顾”。要在内层加上一个 if 语句来防止数组越界访问。

完全背包的填充有“排列”和“组合”之分。

在“完全背包：最大价值”的算法中，我们可以知道，交换两层 for 循环是不会改变输出结果的。但是在这里就会有明显的区别。

先物品后容量，这样的选择是稳定的。比如说有一个物品栏：[V,I,N,E]，我们假定选出的物品按先后顺序排列，那么就不会选出类似[N,V]这样的列表。因为必然先有 V 再有 N。

先容量后物品，这样的选择是不稳定的。我们同样假设物品栏是[V,I,N,E]，选出的物品按先后顺序排列。你会发现对物品的一遍 for 循环扫描以后，还可以再来一遍。这样物品栏上的靠前物品就可以在后来的扫描中被选上，从而产生诸如[V,N,N],[N,V,N]这样的元素类型和数量相同的列表。

综上，我们可以知道，“组合”和“排列”的区分在于，物品的扫描（或者说“遍历”）是否会多次从头开始。

只遍历一次，那就是稳定的，得到的结果是“组合”数；

多次从头开始，那就是不稳定的，得到的结果是“排列”数。

读者初次阅读可能会被绕晕。

为什么稳定代表“组合”呢？我们可以这样想，有答案：[V,I,N]、[I,V,N]、[V,N,I]...但是我们只算其中一个，那就是按物品栏相对顺序来存放的[V,I,N]。我们忽略了后者，把它们看作了同一个答案，而这就是“组合”的含义。

“排列”同理可推测，这里不再赘述。

填充方法数：排列

主体

```
//完全背包：排列
int findWay(vector<int>& nums, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
```

```
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
    //初始化
    dp[0] = 1;
    //先容量后物品
    for (int i = 0; i <= bagSize; i++) {
        for (int j = 0; j < nums.size(); j++) {
            if (i - nums[j] >= 0) dp[i] += dp[i-nums[j]];
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

填充方法数：组合

主体

```
//完全背包：组合
int findWay(vector<int>& nums, int bagSize) {
    //确定 dp 数组
    vector<int> dp(bagSize + 1, 0);
    //初始化
    dp[0] = 1;
    //先物品后容量
    for (int i = 0; i < nums.size(); i++) {
        for (int j = nums[i]; j <= bagSize; j++) {
            dp[j] += dp[j - nums[i]];
        }
    }
    return dp[bagSize];
}
```

区分相同元素的概念。

排列组合有些需要注意的地方，“价值相同的元素”和“同一个元素”的概念是不一样的。以下拿排列作讲解：

若背包容量是 2。物品栏存在“价值相同的元素”：[1,1’]，那么统计的排列是：[1,1’]，[1’,1]，[1’,1’]，[1,1]，输出 4。物品栏存在的是“同一个元素”：[1]，那么统计的排列就是[1,1]，输出 1。

股票问题

至多购一张

主体

```
//股票问题（一）
int maxProfit1(vector<int>& prices) {
    int len = prices.size();
    if (len == 0) return 0;
    vector<vector<int>> dp(len, vector<int>(2, 0));
    dp[0][0] -= prices[0];
    for (int i = 1; i < len; i++) {
        dp[i][0] = max(dp[i - 1][0], -prices[i]);
        dp[i][1] = max(dp[i - 1][1], prices[i] + dp[i - 1][0]);
    }
    return dp[len - 1][1];
}
```

这里的 dp[i][0]和 dp[i][1]分别代表在第 i+1 天“持有股票”和“不持有股票”所能获得的最大利润。所以说，“股票问题”也是“状态问题”，求某件物在某处的某个状态的最佳效果。

```
//股票问题（一，压缩）
int maxProfit(vector<int>& prices) {
    int len = prices.size();
    if (len == 0) return 0;
    vector<vector<int>> dp(2, vector<int>(2, 0));
    dp[0][0] -= prices[0];
    for (int i = 1; i < len; i++) {
        dp[i % 2][0] = max(dp[(i - 1) % 2][0], -prices[i]);
        dp[i % 2][1] = max(dp[(i - 1) % 2][1], prices[i] + dp[(i - 1) % 2][0]);
    }
    return dp[(len - 1) % 2][1];
}
```

压缩的编写方式是减少 dp 数组的空间为 4，然后令每个 dp 数组的第一个空“%2”。但是由于压缩版不容易直接写出来，所以作者推荐先记未压缩版。

同时限持一

唯一不同：

```
    dp[i][0] = max(dp[i - 1][0], -prices[i]);

    改为了：
    dp[i][0] = max(dp[i - 1][0], dp[i - 1][1] - prices[i]);
```

即在第一条 dp 状态转移方程的“-prices[i]”前加上“dp[i - 1][1]”。

主体

```
//股票问题（二）
int maxProfit(vector<int>& prices) {
    int len = prices.size();
    if (len == 0) return 0;
    vector<vector<int>> dp(len, vector<int>(2, 0));
    dp[0][0] -= prices[0];
    for (int i = 1; i < len; i++) {
        dp[i][0] = max(dp[i - 1][0], dp[i - 1][1] - prices[i]);
        dp[i][1] = max(dp[i - 1][1], dp[i - 1][0] + prices[i]);
    }
    return dp[len - 1][1];
}
```

同时限持一，至多购 N 张

以限购 2 张为例，那么 dp 数组可以表示为：

dp[i][0] 不操作
dp[i][1] 第一次持有
dp[i][2] 第一次不持有
dp[i][3] 第二次持有
dp[i][4] 第二次不持有

主体

```
//股票问题（三）
int maxProfit(vector<int>& prices) {
    int len = prices.size();
    if (len == 0) return 0;
    vector<vector<int>> dp(len, vector<int>(5, 0));
    dp[0][1] = -prices[0];
    dp[0][3] = -prices[0];
    for (int i = 1; i < len; i++) {
```

```
        dp[i][0] = dp[i - 1][0];
        dp[i][1] = max(dp[i - 1][1], dp[i - 1][0] - prices[i]);
        dp[i][2] = max(dp[i - 1][2], dp[i - 1][1] + prices[i]);
        dp[i][3] = max(dp[i - 1][3], dp[i - 1][2] - prices[i]);
        dp[i][4] = max(dp[i - 1][4], dp[i - 1][3] + prices[i]);
    }
    return dp[len - 1][4];
}
```

区间信息维护与查询

RMQ 区间查询

接下来介绍三种，ST 算法、线段树、树状数组。

算法\时间复杂度	创建	查询	修改
ST 算法	O(nlogn)	O(1)	不支持
线段树	O(nlogn)	O(logn)	O(logn)
树状数组	O(nlogn)	O(logn)	O(logn)

总结：

- ST 算法：适合查询频繁且不需要修改的场景。
- 线段树：适合查询和修改都频繁的场景，支持更复杂的查询，如区间和、区间最大值等。
- 树状数组：适合前缀和查询和单点更新频繁的场景，不支持区间修改。

ST 算法

这里演示的是查询给定区域的最大值和最小值的差。

由于 F[j][i]表示的是 j 到 j+2^i-1 之间的区间，所以当 i 设定为 20 时可以覆盖 1 到 5e5 的范围，设定为 32 时可覆盖到 1 到 2e9 的范围。

前置

```
//倍增表
int Fmax[MAXN][32];
int Fmin[MAXN][32];
```

```
    //准备一个数组和一个变量
    //范围从 1 到 n
    int a[MAXN], n;
```

创建

```
//创建稀疏表
void ST_create() {
    for (int i = 1; i <= n; i++) {
        Fmax[i][0] = a[i];
        Fmin[i][0] = a[i];
    }
    int k = log2(n);
    //倍率
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        //动态规划
        for (int j = 1; j + (1 << i) <= n - 1; j++) {
            Fmax[j][i] = max(Fmax[j][i - 1], Fmax[j + (1 << (i - 1))][i - 1]);
            Fmin[j][i] = min(Fmin[j][i - 1], Fmin[j + (1 << (i - 1))][i - 1]);
        }
    }
}
```

查询

```
int RMQ(int left, int right) {
    int k = log2(right - left + 1);
    int m1 = max(Fmax[left][k], Fmax[right - (1 << k) + 1][k]);
    int m2 = min(Fmin[left][k], Fmin[right - (1 << k) + 1][k]);
    return m1 - m2;
}
```

线段树

这里演示的是查询给定区域的元素和。

主要学习 4 个函数，创建、查询、下压、修改（标记）。

如果是静态查询，那么只要“创建”和“查询”函数；如果要加入“区间修改”功能，那么需要 4 个函数，这时“下压”会成为“查询”和“修改”函数的前置。

创建和查询

前置

```
    //准备一个数组
    //范围从 1 到 n
    int a[MAXN];

    //静态数组
    struct Node {
        int l;
        int r;
        int sum;
        int lz;
    }tree[MAXN * 4];
```

创建

```
//创建
void build(int i, int l, int r) {
    tree[i].l = l;
    tree[i].r = r;
    if (l == r) {
        tree[i].sum = a[l];
        return;
    }
    int mid = l + r >> 1;
    build(i * 2, l, mid);
    build(i * 2 + 1, mid + 1, r);
    tree[i].sum = tree[i * 2].sum + tree[i * 2 + 1].sum;
}
```

采用了后序遍历，先划分，然后递归从小到大确定每个区间的值。函数的结构是，给区间变量赋值，接下来赋值 sum 数据。

查询

```
//区间查询
int search(int i, int l, int r) {
    if (tree[i].l >= l && tree[i].r <= r) return tree[i].sum;
    if (tree[i].l > r || tree[i].r < l) return 0;
```

```
    push_down(i);
    int s = 0;
    if (tree[i * 2].r >= l) s += search(i * 2, l, r);
    if (tree[i * 2 + 1].l <= r) s += search(i * 2 + 1, l, r);
    return s;
}
```

如果没有修改的必要，那么可以把函数里面的 push_down 函数删去。关于 push_down 函数，接下来会讲。

区间更新

下压

```
//下压
void push_down(int i) {
    if (tree[i].lz != 0) {
        int l = i * 2;
        int r = i * 2 + 1;
        tree[l].lz += tree[i].lz;
        tree[r].lz += tree[i].lz;
        tree[l].sum += tree[i].lz * (tree[l].r - tree[l].l + 1);
        tree[r].sum += tree[i].lz * (tree[r].r - tree[r].l + 1);
        tree[i].lz = 0;
    }
}
```

区间标记

```
//标记
void modify(int i, int l, int r, int val) {
    if (tree[i].l >= l && tree[i].r <= r) {
        tree[i].sum += val * (tree[i].r - tree[i].l + 1);
        tree[i].lz += val;
        return;
    }
    push_down(i);
    if (tree[i * 2].r >= l) modify(i * 2, l, r, val);
    if (tree[i * 2 + 1].l <= r) modify(i * 2 + 1, l, r, val);
    tree[i].sum = tree[i * 2].sum + tree[i * 2 + 1].sum;
}
```

找到合适的区间，标记起来。

关于下压函数，我有一个技巧，那就是在递归之前下压。

单查询（可被代替）

遵循一个原则，位置在哪边就进入哪个区间。抗逆性不如 search 函数。至少 search 函数越界依然可以发挥作用。而且特别麻烦的是，每次查询，都要把 ans 初始化为 0。

单点查询

```
//单点查询的结果
int ans = 0;

//单点查询
void query(int i, int pos) {
    ans += sign[i].sum;
    if (sign[i].l == sign[i].r) return;
    int mid = sign[i].l + sign[i].r >> 1;
    if (pos <= mid) query(i * 2, pos);
    else query(i * 2 + 1, pos);
}
```

树状数组

前置部分

前置

```
    //普通数组和树状数组
    //范围从 1 到 n
    int a[MAXN];
    int c[MAXN];
    int n;
```

前驱后继区间计算

```
//计算跳跃距离
int lowBit(int i) {
    return (-i) & i;
}
```

简单来讲，跳跃的距离是当前位置的二进制下，从低位到高位第一个 1 出现的位置的值。前驱指的是左侧兄弟节点，后继指的是右侧父节点，前驱会往左走，后继会往右走。

更新与初始化

更新

```
//更新某个位置
void add(int i, int val) {
    for (; i <= n; i += lowBit(i)) {
        c[i] += val;
    }
}
```

初始化

```
//初始化
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    add(i, a[i]);
}
```

区间查询

区间查询

```
//查询区间
int search(int l, int r) {
    return sum(r) - sum(l-1);
}
```

“树状数组”比“线段树”的“区间查询”的抗逆性弱一点，一旦区间查询反过来就会导致 bug。作者觉得，这里的树状数组的 bug 和前缀表的 bug 有点像。

LCA 最近祖先

DFS 暴力解

这是作者最早接触的 LCA 算法题型，来自力扣 236. 二叉树的最近公共祖先。

```
/**
 * Definition for a binary tree node.
 * struct TreeNode {
 *     int val;
 *     TreeNode *left;
 *     TreeNode *right;
 *     TreeNode(int x) : val(x), left(NULL), right(NULL) {}
 * };
 */
class Solution {
public:
    TreeNode* lowestCommonAncestor(TreeNode* root, TreeNode* p, TreeNode* q) {
        //如果其中一个节点是祖先，
        //那么所有路径只有这个节点的返回。
        //如果这个节点是两节点外的祖先，
        //那么它的 left 和 right 应当不返回 nullptr
        if (root == nullptr || root == p || root == q) {
            return root;
        }

        TreeNode* left = lowestCommonAncestor(root->left, p, q);
        TreeNode* right = lowestCommonAncestor(root->right, p, q);

        if (left && right) {
            return root;
        }
        return left ? left : right;
    }
};
```

查询的时间复杂度是 O(n)，创建时间大概是 0，因为它直接使用了原链树。这也是本书的 LCA 问题的模板中唯一对链树的解法。

树上倍增法

注意，这里的 ST 算法与 RMQ 问题的 ST 算法的含义不同，前者表示的是倍增以后所到达的位置，后者表示区间内的最值。

前置

```
int F[MAXN][32];
int D[MAXN];
```

```
    int n, k;
```

接下来要初始化，初始化的前提是已获得 f[j][0]，即每个节点的父节点。如果您还不知道怎么获得 f[j][0]，这里提供了一种基于 DFS 的思路：

前置

```
    //子节点链表
    list<int> C[MAXN];
```

父节点与深度获取

```
//获取树的必要信息
void DFS(int pre, int num, int deep) {
    F[num][0] = pre;
    D[num] = deep;
    for (auto& ele : C[num]) {
        DFS(num, ele, deep + 1);
    }
}
```

初始化

```
//建表
void ST_create() {
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        for (int j = 1; j <= n; j++) {
            F[j][i] = F[F[j][i - 1]][i - 1];
        }
    }
}
```

查询的时候要用到数组 D[MAXN]，如果还未获取可参照上文的“父节点与深度获取”。

查询

```
//查询
int LCA(int x, int y) {
    //使得 y 离祖宗更远
    if (D[x] > D[y]) {
        swap(x, y);
    }
```

```
    //从 y 出发，往上走
    for (int i = k; i >= 0; i--) {
        if (D[F[y][i]] >= D[x]) {
            y = F[y][i];
        }
    }
    //发现祖宗是 x
    if (x == y) return x;
    //一起向上走
    for (int i = k; i >= 0; i--) {
        if (F[x][i] != F[y][i]) {
            x = F[x][i];
            y = F[y][i];
        }
    }
    return F[x][0];
}
```

对了，不要忘记计算 k 的值（k = log2(n);）。写的时候要注意，不要重复定义，否则会出现赋值给局部变量 k，而不改变全局变量 k 的情况。以下是实机演示：

```
int main() {
    int root = 8;
    n = 16;
    k = log2(n);

    C[8] = list<int>{ 5, 4, 1 };
    C[5] = list<int>{ 9 };
    C[4] = list<int>{ 6, 10 };
    C[1] = list<int>{ 14, 13 };
    C[6] = list<int>{ 15, 7 };
    C[10] = list<int>{ 11, 16, 2 };
    C[16] = list<int>{ 3, 12 };

    DFS(root, root, 1);
    // 第一个空填 root 或 0，推荐填 root。
    // 第二个空填随你便
    ST_create();
    cout << LCA(5, 1) << endl;
    cout << LCA(8, 1) << endl;
    cout << LCA(6, 14) << endl;
    cout << LCA(10, 15) << endl;
    cout << LCA(15, 13) << endl;
```

```
    cout << LCA(3, 2) << endl;
    cout << LCA(15, 7) << endl;
    cout << LCA(3, 12) << endl;
    //输出应为 8 8 8 4 8 10 6 16
    return 0;
}
```

在线 RMQ 算法

该算法通过查询 DFS 遍历的路径，找到两个点最早出现的位置。祖先就在这两个位置的区间内。显然祖先就是这个区间内深度最小的元素。

对于这个区间，想要快速查询，我们自然而然地想到，这不就是求区间最值吗，最值对应的元素就是我们想要的元素。

所以这里作者使用 RMQ 的 ST 算法，注意这里的 ST 算法有所不同。要处理映射关系，我们的 F[][]主要是为元素服务的，而不是深度，所以 D[]只是我们用来判断的工具，接下来你将会注意到这点。

前置

```
    //属性
    list<int> C[MAXN];
    int D[MAXN];

    //访问
    vector<int> seq = { 0 };
    bool vis[MAXN];
    int pos[MAXN];
```

这里给 seq 先垫了一个 0 用来占位，使得元素由 1 到 len。这里的 len 是有效数据段的长度，也是 seq.size()-1。稍后，会给出 len 全局变量。

获取欧拉序列、深度哈希表

```
void DFS(int num, int deep) {
    vis[num] = true;
    pos[num] = seq.size();
    seq.push_back(num);
    D[num] = deep;
    for (auto& ele : C[num]) {
        if (!vis[ele]) {
            DFS(ele, deep + 1);
```

```
                seq.push_back(num);
            }
        }
}
```

ST 算法的前置

```
    //下标对应 seq 的下标，记录对应 seq 的数字
    int F[MAXN<<2][20];
    int len;
```

实际上作者没有仔细计算过欧拉序列 F 数组要开多长，只是粗略推测了一下。DFS 遍历从宏观上来讲不是每个元素都要走一个来回吗？考虑到中转节点要写入不止两次，开 2 倍空间长度一定不够用，所以应当开 4 倍空间。

ST 算法

```
void ST_create() {
    len = seq.size();
    for (int i = 1; i < len; i++) {
        F[i][0] = seq[i];
    }
    int k = log2(len);
    for (int i = 1; i <= k; i++) {
        for (int j = 1; j + (1<<i)-1 <= len; j++) {
            if (D[F[j][i - 1]] < D[F[j + (1 << (i - 1))][i - 1]]) {
                F[j][i] = F[j][i - 1];
            }
            else {
                F[j][i] = F[j + (1 << (i - 1))][i - 1];
            }
        }
    }
}
int RMQ(int l, int r) {
    int k = log2(r - l + 1);
    if (D[F[l][k]] < D[F[r - (1 << k) + 1][k]]) {
        return F[l][k];
    }
    else {
        return F[r - (1 << k) + 1][k];
```

```
    }
}
```

查询

```
int LCA(int x, int y) {
    int l = pos[x];
    int r = pos[y];
    if (l > r) {
        swap(l, r);
    }
    return seq[RMQ(l, r)];
}
```

以下是作者在研究的时候用的演示：

```
int main() {
    C[1] = list<int>{ 2,3 };
    C[2] = list<int>{ 4,5 };
    C[4] = list<int>{ 6 };
    C[5] = list<int>{ 7 };
    C[6] = list<int>{ 8,9 };
    DFS(1, 1);
    for (auto& ele : seq) {
        cout << ele << " ";
    } cout << endl;
    for (auto& ele : seq) {
        cout << D[ele] << " ";
    } cout << endl;
    ST_create();
    cout << LCA(2, 3) << endl;
    cout << LCA(1, 1) << endl;
    cout << LCA(6, 7) << endl;
    cout << LCA(6, 9) << endl;
    cout << LCA(8, 3) << endl;
    // 输出应为：
    // 0 1 2 4 6 8 6 9 6 4 2 5 7 5 2 1 3 1
    // 0 1 2 3 4 5 4 5 4 3 2 3 4 3 2 1 2 1
    // 1 1 2 6 1
    return 0;
}
```

集合与归类

BFS 扩散

多维数组的 BFS（以三维作演示）

队列的节点

```
struct Node {
    int x;
    int y;
    int z;
    Node(int a, int b, int c) :
        x(a), y(b), z(c) {}
};
```

注：低于三维时，可以不用编写队列的节点。

扩散字典

```
int X[6] = { 1, 0, 0, -1, 0, 0 };
int Y[6] = { 0, 1, 0, 0, -1, 0 };
int Z[6] = { 0 ,0, 1, 0, 0, -1 };
```

节点合法性判断

```
bool judge(int x, int y, int z) {
    if (x >= n || x < 0) return false;
    if (y >= m || y < 0) return false;
    if (z >= l || z < 0) return false;
    if (v[x][y][z] == 1) return false;
    if (g[x][y][z] == 0) return false;
    return true;
}
```

广度优先遍历

```
//统计有效体积（可选）
int Volume = 0;
```

```
//广度优先队列
void BFS(int x, int y, int z) {
    if (judge(x, y, z)) {
        int nowVolume = 0;

        queue<Node> q;
        q.push(Node(x, y, z));
        v[x][y][z] = 1;

        while (!q.empty()) {
            Node now = q.front();
            q.pop();
            nowVolume++;

            for (int i = 0; i < 6; i++) {
                int nowX = now.x + X[i];
                int nowY = now.y + Y[i];
                int nowZ = now.z + Z[i];

                if (judge(nowX, nowY, nowZ)) {
                    q.push(Node(nowX, nowY, nowZ));
                    v[nowX][nowY][nowZ] = 1;
                }
            }
        }

        //保存大于阈值的体积（可选）
        if (nowVolume >= t) {
            Volume += nowVolume;
        }
    }
}
```

DFS 回溯

模板一

```
void DFS(int s, int index, int deep) {
    path.push_back(s);
    if (deep == /* 这里填入一个目标深度 */) {
```

```
            path.pop_back();
            return;
        }
        for (int i = index; i < arr.size(); i++) {
            DFS(arr[i], i, deep + 1);
        }
        path.pop_back();
}
```

模板二

```
void DFS(int index, int deep) {
        if (deep == /* 这里填入一个目标深度 */) {
            return;
        }
        for (int i = index; i < arr.size(); i++) {
            path.push_back(arr[i]);
            DFS(i, deep + 1);
            path.pop_back();
        }
}
```

经过观察可以知道第二种会在进入 if 语句的时候少第一个元素。

并查集

前置

```
int f[MAXN];
```

主体

```
//刷新
void init(int num) {
    for (int i = 0; i < num; i++) {
        f[i] = i;
    }
}
//查找祖先
int find(int v) {
    if (f[v] != v) f[v] = find(f[v]);
    return f[v];
}
//把 a 集合绑定到 b 集合
```

```
void merge(int a, int b) {
    int fa = find(a);
    int fb = find(b);
    f[fa] = fb;
}
```

STL 扩展

```
//STL 并查集容器
map<int, set<int>> toSet;

//收集到 STL 容器
void collect(int num) {
    for (int i = 0; i < num; i++) {
        toSet[find(i)].insert(i);
    }
}

//从 STL 容器读取
//双现代迭代，快捷操作
void load() {
    for (auto& aPair : toSet) {
        for (auto& ele : aPair.second) {
            /* 在这里填上 存放的容器 */
        }
    }
}

//从 STL 容器读取
//单现代迭代，精准操作
void load() {
    for (auto& aPair : toSet) {
        set<int>& aSet = aPair.second;
        for (auto i = aSet.begin(); i != aSet.end();) {
            /* 在这里填上 存放的容器 */
            if (i++ != aSet.end()) {
                /* 在这里填上 间隔元素 */
            }
        }
        /* 在这里填上 末尾处理方法 */
    }
}

//从 STL 容器读取，双现代迭代（示范）
void load() {
```

```
    ostream_iterator<int> it(cout, " ");
    for (auto& aPair : toSet) {
        copy(aPair.second.begin(), aPair.second.end(), it);
        cout << endl;
    }
}

//从 STL 容器读取，单现代迭代（示范）
void load() {
    for (auto& aPair : toSet) {
        set<int>& aSet = aPair.second;
        for (auto i = aSet.begin(); i != aSet.end();) {
            printf("%d", *i);
            if (i++ != aSet.end()) {
                printf(" ");
            }
        }
        printf("\n");
    }
}
```

集合运算（STL）

本文介绍四种

填空：

第一至第四：填写迭代器（指针也可以）

第五：填写输出的容器的迭代器或指针

最后的可选空：填写元素之间的比较器

注意事项：

1. multiset 也可以使用，但是基于哈希表的 unordered_set 不行。

2. 第五个空的迭代器或指针对应的输出容器，内存必须充足，否则运行以后程序崩溃。
   可填 ostream_iterator<int>(cout, " ")，表示打印；
   或者填 inserter 迭代器，可以写入容器；
   ……更多的用法，需要使用者去挖掘。

3. 算法会消除容器间的重复项，但是对输入容器自身重复的元素不会消除。
   例如：　[1,2,2,4]和[1,2,5]求并集，得[1,2,2,4,5]。
   可以看到第一个集合里面的两个 2 并未去重

主体

```
//迭代器（每次算法运算完以后，迭代器会被改变，需要刷新）
multiset<int>::iterator beg1 = str1.begin();
multiset<int>::iterator end1 = str1.end();
multiset<int>::iterator beg2 = str2.begin();
multiset<int>::iterator end2 = str2.end();

set_union                       (beg1, end1, beg2, end2, dest);
set_intersection                (beg1, end1, beg2, end2, dest);
set_difference                  (beg1, end1, beg2, end2, dest);
set_symmetric_difference        (beg1, end1, beg2, end2, dest);
```

实际上这些集合算法，不是和 set 绑定的，可以用于其它容器。但是有必须明确的是，这些容器内部元素的排序必须是有序的，否则运行以后程序崩溃。

补充示范（数组）

```
int num1[4] = { 0, 1, 3, 4 };
int num2[3] = { 2, 3, 4 };
int num3[10];
set_union(num1, num1+4, num2, num2+3, num3);
```

平衡二叉树

必背部分

节点的定义（前置）

```
//建议指针默认构造为 nullptr（如下）
struct Node {
    int val;
    int height;
    Node* left;
    Node* right;
    Node(int a, int b) {
        val = a;
        height = b;
        left = nullptr;
        right = nullptr;
```

```
        }
    };

    //可以用 list 来管理所有动态分配的节点（如下）
    list<Node> tree;
```

平衡二叉树要默写的最基本的函数有：

1. getHeight 获取高度
2. getFactor 获取平衡因子
3. update 更新高度
4. L 左旋
5. R 右旋
6. insert 插入

获取高度

```
int getHeight(Node* root) {
    //树的高度是倒着计算的
    //树根的高度最高，叶子节点的高度是 1
    if (root == nullptr) return 0;
    return root->height;
}
```

返回当前节点的成员变量 height。
因为一个节点的高度至少为 1，所以如果节点不存在就返回 0。

获取平衡因子

```
int getFactor(Node* root) {
    return getHeight(root->left) - getHeight(root->right);
}
```

左子树高度-右子树高度

更新高度

```
void update(Node* root) {
    root->height = max(getHeight(root->left), getHeight(root->right)) + 1;
}
```

把当前节点的高度赋值为左右子树的最高高度，然后加 1。（注意：后面这个加 1 很关键）

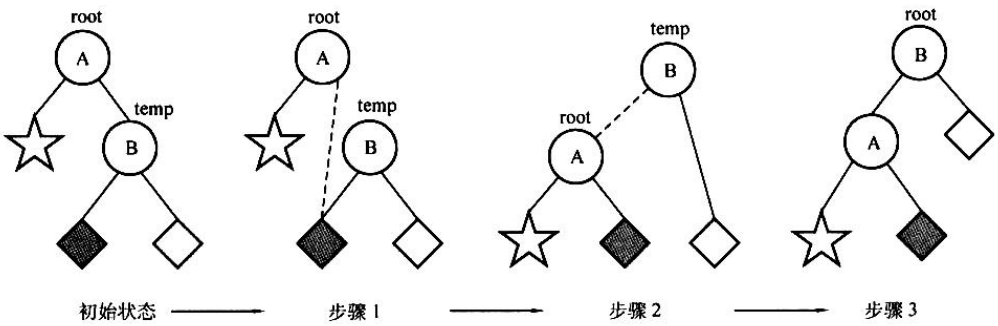
左旋右旋

```
void L(Node*& root) {
    Node* temp = root->right;
    root->right = temp->left;
    temp->left = root;
    update(root);
    update(temp);
    root = temp;
}
void R(Node*& root) {
    Node* temp = root->left;
    root->left = temp->right;
    temp->right = root;
    update(root);
    update(temp);
    root = temp;
}
```

这里采用指针引用，root 实际为树的局部根的“位置”
（若一个指针赋值给了 root，那么这个指针就成为了这部分树的根）

1. 获取子节点
2. 根接管子节点的叶子
3. 子节点接管根
4. 子节点成为根

以下引自《算法笔记》，该书解释得够好。



插入

```
void insert(Node*& root, int val) {
    if (root == nullptr) {
        //新建节点
        tree.push_back(Node(val, 1));
        root = &tree.back();
    }
    else if (root->val > val) {
        insert(root->left, val);
        update(root);
        if (getFactor(root) == 2) {
            if (getFactor(root->left) == 1) {
                R(root);
            }
            else if (getFactor(root->left) == -1) {
                L(root->left);
                R(root);
            }
        }
    }
    else if (root->val < val) {
        insert(root->right, val);
        update(root);
        if (getFactor(root) == -2) {
            if (getFactor(root->right) == -1) {
                L(root);
            }
            else if (getFactor(root->right) == 1) {
                R(root->right);
                L(root);
            }
        }
    }
}
```

测试样例

查询函数

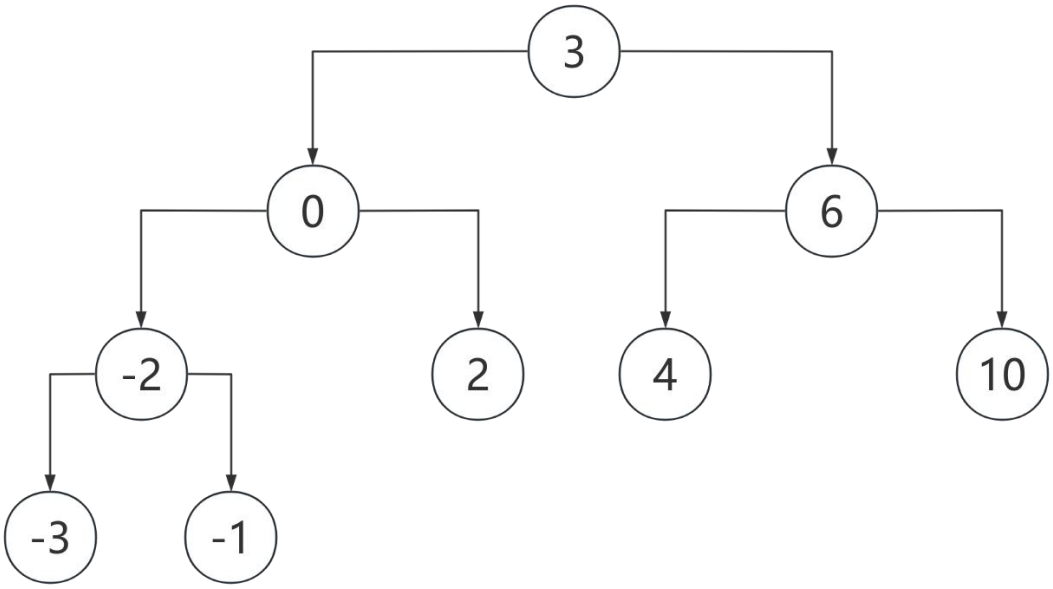
```
//查询
void search(Node* root, int val) {
```

```
    if (root == nullptr) {
        printf("不存在\n");
    }
    else if (val == root->val) {
        //这里填写查找成功后输出的信息，例如：
        printf("节点 %d 存在，高度为 %d ，", root->val, root->height);
        if (root->left) printf("左孩子为 %d ，", root->left->val);
        else printf("无左孩子，");
        if (root->right) printf("右孩子为 %d \n", root->right->val);
        else printf("无右孩子\n");
    }
    else if (val < root->val) {
        search(root->left, val);
    }
    else {
        search(root->right, val);
    }
}
```

测试

```
int main() {
    int data[11] = { 3, 4, 2, 10, 4, 6, 10, 0, -1, -2, -3 };
    int n = 11;
    Node* root = nullptr;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        insert(root, data[i]);
    }
    search(root, 3);
    search(root, 4);
    search(root, 10);
    search(root, -2);
    search(root, 0);
    //测试一个不存在的值
    search(root, 9);
    return 0;
}
```

测试样例输出的树的模型：



最近点问题

KD 树

前置

```
//维度
const int k = 2;

//原数据的储存
struct Node {
    int t[k];
    Node(int x = 0, int y = 0) {
        t[0] = x;
        t[1] = y;
    }
} a[MAXN];

//kd 树的节点的存在（储存式）
//kd 树的节点的储存（储存式）
bool ex[MAXN << k];
Node kd[MAXN << k];
```

创建

```
void build(int i, int l, int r, int d) {
    //是否合法
    if (l > r) return;

    //选择中点和维度
    int mid = l + r >> 1;
    int dim = d % k;

    //状态描述（储存式）
    ex[i] = 1;
    ex[i * 2] = 0;
    ex[i * 2 + 1] = 0;

    //接下来把点移到正确的位置
    nth_element(a + l, a + mid, a + r + 1, [&](Node& x, Node& y) {
        return x.t[dim] < y.t[dim];
        });
    //节点赋值（储存式）
    kd[i] = a[mid];

    build(i * 2, l, mid - 1, d + 1);
    build(i * 2 + 1, mid + 1, r, d + 1);
}
```

前置数学函数

```
//平方
int sq(int a) {
    return a * a;
}

//距离的平方
int distance(Node& a, Node& b) {
    int res = 0;
    for (int i = 0; i < k; i++) {
        res += sq(a.t[i] - b.t[i]);
    }
    return res?res:INF;
}
```

运行查询

```
class Method {
private:
    Node p;
    int ans = INF;

    void query(int l, int r, int d) {
        if (l > r) return;
        int mid = l + r >> 1;
        int dim = d % k;

        int dis = distance(a[mid], p);
        if (ans > dis) {
            ans = dis;
        }

        int cir = sq(a[mid].t[dim] - p.t[dim]);
        if (p.t[dim] < a[mid].t[dim]) {
            query(l, mid - 1, d + 1);
            if (cir < ans) {
                query(mid + 1, r, d + 1);
            }
        }
        else {
            query(mid + 1, r, d + 1);
            if (cir < ans) {
                query(l, mid - 1, d + 1);
            }
        }
    }
public:
    void run(int x, int y, int n) {
        p = Node(x, y);
        ans = INF;
        query(1, n, 1);
        cout << ans << endl;
    }
};
```

多指针

滑动窗口

窗口内符合元素的最大数量

总结就是：

1. 进入窗口，判断长度
2. 更新答案
3. 离开窗口

以统计元音字母为例：

前置

```
#include<algorithm>
#include<string>
using namespace std;
```

主体

```
class Solution {
private:
    bool isVowel[128] = { 0 };
public:
    int maxVowels(string& s, int k) {
        isVowel['a'] = 1;
        isVowel['e'] = 1;
        isVowel['i'] = 1;
        isVowel['o'] = 1;
        isVowel['u'] = 1;
        int ans = 0, vowel = 0;
        for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
            // 1. 进入窗口
            if (isVowel[s[i]]) vowel++;
            // 窗口大小不足 k
            if (i < k - 1) continue;
            // 2. 更新答案
            ans = max(ans, vowel);
            // 3. 离开窗口
            char out = s[i - k + 1];
            if (isVowel[out]) vowel--;
```

```
        }
        return ans;
    }
};
```

同向尺取法

用来解决重复数区间的问题。比如说，求数组中满足 A+B=target 的组合的个数，A 和 B 都可能重复出现，这时简单的双指针就不够用了。

由于 STL 的 equal_range 很好地利用了二分法，所以计算速度特别快。

前置

```
#include<algorithm>
#include<utility>
#include<vector>
```

主体

```
//数对统计
int pairCount(vector<int>& nums, int target) {

    sort(nums.begin(), nums.end());

    int res = 0;
    auto p = make_pair(nums.begin(), nums.begin());
    for (int i = 0; i < nums.size(); i++) {
        p = equal_range(p.first, nums.end(), target - nums[i]);
        res += p.second - p.first;
    }
    return res;
}
```

补充

时间复杂度：O(nlogn)

致命问题通解

大数运算（C++）

本章内容属于是，我可以用不上但是我不能不会系列。万一考了呢？好的不多废话。大数运算主要考两种：

1. 高精度运算
2. 低精度求模

“高精度运算”是“模拟”，采用数组的形式，模拟一个很大的数字；“低精度求模”是“对 long long 变量的处理”，这个看起来简单，但是运算可能会涉及一些非常难的公式（如果出题人想这么考）。

接下来对于这两种大数运算会有特别的区分

高精度运算

以下模板已经尽可能精简了,采用的都是 string 储存。

为什么建议使用 string？

与数组相比，string 的优良性主要在于它的智能，遍历的时候首尾明确，不需要使用一个指针盯着两端；可以直接翻转、拼接、剪切、复制、粘贴，而且 string 足够直观，每个字符已经足够储存数据。它把大量指针操作交给了 C++自带的函数，这样我们编写代码时犯傻的概率将大幅度降低！

总之，无论如何肯定是薄纱数组的。接下来我们的代码将基于 string。

五种基础算法

	对象	长度对齐	剩余运算	遍历顺序	书写方式	负数运算	借位进位
加法	str_str	需要	进位→补位	反向	倒置 str	不支持	carry
减法	str_str	需要	零位→删位	反向	倒置 str	不支持	if
乘法	str_int	不需要	进位→补位	反向	倒置 str	不支持	carry
除法	str_int	不需要	零位→删位	正向	正常 str	不支持	carry
求模	str_int	不需要	无	正向	统计 int	不支持	res

“对象”：指的是函数的参数列表上的两个参数的类型
“长度对齐”：通过扑上前导 0，可以使 string 的长度一致
“剩余运算”：指当前位在计算过程中产生的对其它位的影响
“遍历顺序”：对第一个参数的遍历顺序，正向是 0 位开始

“书写方式”：答案在运算中逐位产生，是“遍历顺序”所导致的不同
“负数运算”：基础算法都不能直接传入带负号的 string，不支持
“借位进位”：加法、乘法、除法的进位和借位都要依赖 for 循环外的 carry 变量来完成；减法依赖 for 循环内的 if 语句来完成；求模依赖“统计的 int”自身，即可完成。

基础算法原理须知：

显而易见的是，只有 str_str 需要在开始的时候长度对齐，因为它们是同位之间的运算。

乘法和加法的结果只能变大（或不变），于是就有进位问题，在运算完以后若有剩余值，需要补位。加法的剩余值很小，最大为 1，所以用 if 即可；而乘法的剩余值可以很大，最大为 89999999，为“最大 8 位数”乘“1 位数”的值除以 10（在“双大数乘法”的绿色字方框内有证明），所以要使用 while 来补位，只要剩余值不为 0，就一直迭代下去。

减法和除法的结果只能变小（或不变），于是可能会出现前导零。而储存结果的 res（string 类型）出现前导零的方式也是不一样的。由于运算方向的不同，减法的前导零最先出现在右侧（string 末位），而除法的前导零总是从左侧（string 首位）出现。

这里我提供两种函数，可以分别从左右两侧开始查询第一个没有 0 的位置：

```
size_t pos = res.find_first_no_of( ‘0’ );
size_t pos = res.find_last_no_of( ‘0’ );
```

加法

```
string add(string a, string b)
{
    string res;

    //对齐
    int len = max(a.size(), b.size());
    a = string(len - a.size(), '0') + a;
    b = string(len - b.size(), '0') + b;

    int carry = 0;
    for (int i = len - 1; i >= 0; i--) {
        int numa = a[i] - '0';
        int numb = b[i] - '0';
        int temp = numa + numb + carry;
        res += temp % 10 + '0';
        carry = temp / 10;
    }
    //补位
    if (carry) res += "1";

    //翻转
```

```
    reverse(res.begin(), res.end());
    return res;
}
```

假如两个 string 有一个负数，请转换为减法运算；假如两个都是负数，先将负数转换为正数，运算结束以后再把负号加回去。

减法

```
string sub(string a, string b)
{
    string res;

    //对齐
    int len = max(a.size(), b.size());
    a = string(len - a.size(), '0') + a;
    b = string(len - b.size(), '0') + b;

    //排序
    bool flag = 0;
    if (a < b) {
        swap(a, b);
        flag = 1;
    }

    for (int i = len - 1; i >= 0; i--)
    {
        //借位
        if (a[i] < b[i]) {
            a[i - 1] -= 1;
            a[i] += 10;
        }
        res += a[i] - b[i] + '0';
    }

    //定零
    size_t pos = res.find_last_not_of('0');
    //特判
    if (pos == string::npos) {
        res = "0";
    }
    else {
        res = res.substr(0, pos + 1);
```

```
        if (flag) res += "-";
        reverse(res.begin(), res.end());
    }
    return res;
}
```

单大数乘法（基础）

```
string mul(string a, int b)
{
    string res;
    int len = a.size();
    int carry = 0;
    for (int i = len - 1; i >= 0; i--) {
        int temp = (a[i] - '0') * b + carry;
        res += temp % 10 + '0';
        carry = temp / 10;
    }
    //补位
    while (carry) {
        res += carry % 10 + '0';
        carry /= 10;
    }

    //翻转
    reverse(res.begin(), res.end());
    return res;
}
```

单大数除法（基础）

```
string div(string a, int b)
{
    string res;
    int len = a.size();
    int carry = 0;
    for (int i = 0; i < len; i++) {
        int temp = carry * 10 + a[i] - '0';
        res += temp / b + '0';
        carry = temp % b;
    }
    //定零
```

```
    size_t pos = res.find_first_not_of('0');
    //特判
    if (pos == string::npos) {
        res = "0";
    }
    else {
        res = res.substr(pos);
    }
    return res;
}
```

求模

```
int mod(string s, int m)
{
    int len = s.length();
    int res = 0;
    for (int i = 0; i < len; i++) {
        res = (res * 10 + s[i] - '0') % m;
    }
    return res;
}
```

求余符号是 %，求模是 mod，遇到负数的运算结果可能不同。

C++的 %是求余运算，这是一种本源上的优势。何为优势？我们知道，C++的 %的运算结果的正负性只取决于第一位（被除数）的正负性，所以 mod 的正负性取决于第二位（除数）。好，完美区分开了这两个概念。

（注：这条规则可能不适合其它语言，例如：python 的 %是求模）

双大数乘法

双大数乘法

```
//后序遍历
string DFS(string a, string b) {
    if (b.size() <= 8) {
        return mul(a, stoi(b));
    }
    int cut = b.size() - 8;
    string left = DFS(a + string(8, '0'), b.substr(0, cut));
    string right = DFS(a, b.substr(cut, 8));
```

```
    return add(left, right);
}
```

显而易见，双大数乘法的原理是拆分，然后集合。天哪，这简直完美符合递归的特性，此时不用递归，还要等到何时用？

以下是算法解释：

```
// 已知 string * int
// 如何计算 string * string ?
//
// 可拆分，例如：
// 17,800 * 18,545,454 = (178,000 * 18,545,45) + (17,800 * 4)
//                       (1,780,000 * 18,545,4) + (178,000 * 5) + (17,800 * 4)
//                       ......
// 但是有没有一种可能，计算机的单次乘法运算恒为一个固定值
// 那么我们这样计算：
// 17,800 * 18,545,454 = (17,800,000 * 18,545) + (17,800 * 454)
//                     = (17,800,000,000 * 18) + (17,800,000 * 545) + (17,800 * 454)
//
// 岂不是更快?
//
// 首先我们只考虑一种思路：string 只能逐项计算
// 由 string 上的单位数最大为 9，可知 string 每次提供的最大被乘数为 9
// 设从右侧拆分出来的 int 变量为 num
// 则进位最大为 9*num/10，当前位乘积最大为 9*num
//
// 考虑到溢出，需满足：9*num/10 + 9*num <= 2,147,483,647
// 通过简单的计算可得 num <= 21,474,836,470/99 = 216,917,540
// 所以每次应当提取 8 位数
```

本质上是拆分，过程是二叉树，很简单吧。可是大数除法就难了。

双大数除法

化为减法，从高项往下减

双大数除法

负数支持

选择器

```
string selector(string a, string b) {
    // - - → +
    // - + → -
    // + - → -
    // + + → +

    //记录负号信息
    bool flag1 = a[0] == '-';
    bool flag2 = b[0] == '-';

    //去负号运算
    if (flag1) a = a.substr(1);
    if (flag2) b = b.substr(1);
    string res = DFS(a, b);

    //正负判断
    if (flag1 ^ flag2) res = '-' + res;
    return res;
}
```

低精度求模

以下公式都为求逆元运算，逆元主要运用于除法运算。例如：

题目给出 mod，求 a/b，那么

1. 求 a % b → rem
2. 求 1 / b → inv
3. 则 a / b == (a - rem) * inv % mod

第一步，求模。这大家都会。

第二步，求 b 的逆元。这个逆元要通过“扩展欧几里得”或“费马小定理”来获取。特别要注意的是求得的 inv 只能用在整除运算中，这也是第一步求 rem 的原因。

第三步，将 a 减去 rem 得到“可整除”的被除数，然后将这个数和逆元相乘，再求模。

扩展欧几里得

主体

```
// 扩展欧几里得
int exgcd(int a, int b, int& x, int& y) {
    if (b == 0) {
        x = 1;
        y = 0;
        return a;
    }

    int temp = exgcd(b, a % b, y, x);
    y -= (a / b) * x;
    return temp;
}

// 逆元
int inv(int a, int p) {
    int x = 1, y = 0;
    exgcd(a, p, x, y);
    return (x % p + p) % p;
}
```

补充

时间复杂度：O(logn)

使用条件：对于 int x，只要 mod 和 x 互质，那么可求得 1/x（逆元）

快速幂&费马小定理

主体

```
// 快速幂
int fast_pow(int a, int n, int mod) {
    int res = 1;
    a %= mod;
    while (n) {
        if (n & 1) {
            res = res * a % mod;
        }
        a = a * a % mod;
        n >>= 1;
```

```
    }
    return res;
}
// 逆元
int inv(int x, int p) {
    return fast_pow(x, p - 2, p);
}
```

补充

快速幂：

时间复杂度：O(logn)

费马小定理：

时间复杂度：O(logn)

使用条件：对于 int x，只要 mod 是质数，那么可求得 1/x（逆元）

数组处理

排序

归并排序

前置

```
//逆序数（可选）
int cnt = 0;
```

主体

```
//归并
void merge(int left, int mid, int right, int* arr) {

    //数组两段指针
    int i = left;
    int j = mid + 1;
    //临时数组
    int temp[MAXN];
    int t = 0;

    //选择和并入
```

```
    while (i <= mid && j <= right) {
        if (arr[i] > arr[j]) {
            temp[t++] = arr[j++];
            //逆序数收集器（可选）
            cnt += mid - i + 1;
        }
        else {
            temp[t++] = arr[i++];
        }
    }
    //拼接
    while (i <= mid)  temp[t++] = arr[i++];
    while (j <= right)    temp[t++] = arr[j++];

    //复制临时数组，粘贴回原数组
    for (i = 0; i < t; i++) {
        arr[left + i] = temp[i];
    }
}

//划分
void mergeSort(int left, int right, int arr[]) {
    if (left < right) {
        int mid = (left + right) / 2;
        mergeSort(left, mid, arr);
        mergeSort(mid + 1, right, arr);
        merge(left, mid, right, arr);
    }
}
```

补充

注意事项：这里的归并排序使用左闭右闭区间

拓展功能：归并排序可以用来求逆序数

二分

倍增法：除法

前置

```
#include<limits>
using namespace std;
```

主体

```
//倍增法实现除法
int divide(int a, int b) {
    //最终的商
    int res = 0;
    while (a >= b) {
        //部分除数和部分商
        int temp = b;
        int count = 1;
        while (temp <= (INT_MAX >> 1) && temp + temp <= a) {
            //部分除数和部分商 倍增
            temp += temp;
            count += count;
        }
        a -= temp;
        res += count;
    }
    return res;
}
```

差分标记

本示例基于一道题目，链接是：

https://www.matiji.net/exam/brushquestion/18/4498/F16DA07A4D99E21DFFEF46BD18FF68AD?from=1

前置

```
map<int, int> mp;
int tab[MAXN << 1][2];
int cnt = 0;
int ans = 0;
```

因为要按位置排序，所以一定要用有序排列的 map 容器。

为了方便读取，我们先将数据制成表格，读取到了 tab，实际上可以省掉这一步。不过，我并不建议省，这样会导致程序可读性下降。

读出

```
for (auto& p : mp) {
    tab[cnt][0] = p.first;
    tab[cnt][1] = p.second;
    cnt++;
}
```

统计的时候，我们可以知道，一个区域内的元素的加成一定和区的第一个标记一致。举例说，该区第一个元素（第一个标记）为 9，那么该区域内第二个标志之前的元素全部加 9。

统计

```
for (int i = 1; i < cnt; i++) {
    tab[i][1] += tab[i - 1][1];
    if (tab[i - 1][1] % 4 == 1) {
        ans += tab[i][0] - tab[i - 1][0];
    }
}
```

字符串

KMP 匹配算法

以下 next 算法模板，运用了“动态规划”的思想。由于算法过于复杂，这里只做总结。

首先准备好两个指针。一个指向 string 第一个串的末尾，另一个指向 string 最后推测出 next 值的位置。例如：

```
      |    |
abbaabbabaabbaa
```

补充知识：next 数组在一些区域上是按公差为 1 单调递增的。一个更大的数字出现时，其前面一定比它小 1 的数。举个例子：[-1,0,0,0,1,1,2,3,4,2,1,1,2,3,4,5,0,0,0,0]。可以很容易发现，诸如[1,2,3,4]这样的递增数列。

既然获取 next 数组的时候，是从左到右的，那么用来遍历的指针的左侧的 next 数组就是已完成的状态。我们可以利用这个已完成的部分推测出下一个节点的 next 值。所以当字符对应得上时，挪动快指针往下一个控填入 next 值+1（p_next[++j] = ++k;）；当字符对应不上时，利用 p_next 数组，对慢指针进行回溯（k = p_next[k]），以此来找到下一个匹配点。

获取 next 数组

前置

```
#include<string>
#include<algorithm>
using namespace std;

string s;
int p_next[MAXN];
```

主体

```
//获取 next 数组
void getNext(string& p) {
    fill(p_next, p_next+MAXN, 0);
    int j = 0;
    int k = -1;
    p_next[0] = -1;
    while (j < p.length()) {
        if (k == -1 || p[j] == p[k]) p_next[++j] = ++k;
        else k = p_next[k];
    }
}
```

模式匹配

前置

```
#include<string>
using namespace std;
```

主体

```
//模式匹配
bool KMP(string& s, string& p, int pos) {
    int i = pos;
    int j = 0;
    int slen = s.length();
    int plen = p.length();
    getNext(p);
    while (i < slen && j < plen) {
        if (j == -1 || s[i] == p[j]) {
            i++;
            j++;
```

```
        }
        else j = p_next[j];
    }
    if (j >= plen) return true;
    else return false;
}
```

附录 A（表格样式）

代码示例

```
正文 1
```

函数

常量（6 号标题字体）
正文 1

链接

超链接 1

数据结构标题

主体（6 号标题字体）
正文 1
功能（6 号标题字体）
正文 1
补充（6 号标题字体）
正文 1

算法标题

前置（6 号标题字体）
正文 1
主体（6 号标题字体）
正文 1
补充（6 号标题字体）
算法名： 时间复杂度： 使用条件： 注意事项： 拓展功能：

附录 B（算法常见词）

实际就两种“常量”和“变量”的讲解
“类型篇”“参数篇”“结构篇”“算法篇”按用途各自偏向一个领域

“类型篇”：“不同类型的变量”的命名
“参数篇”：“面向对象特性元素”与“参数列表元素”的命名
“结构篇”：“数据结构内所用元素”的命名
“算法篇”：“特定算法内所用元素”的命名

常量篇

数组	写法
最大元素数	`const int MAXN;`

图	写法
最大权重	`const int INF = 0x3f3f3f3f;`
最大节点数	`const int MAXV;`
最大边数	`const int MAXE;`

INF 赋值为 0x3f3f3f3f 的好处是：

1. 易写，重复 4 遍 3f 即可（不像 0x7fffffff 要仔细数 f 的数量）

2. 足够大，大于 10e9 小于 10e10
3. 不会轻易溢出。两倍 INF 依然小于 MAX_INT
   但是作者强烈建议先判断再运算，如 Dijkstra 有这么一段：
   `if (... && g[u][v] != INF && dis[v] > dis[u] + g[u][v]) {...}`

变量篇

想不到名字	英文含义	书写
临时	temporary	temp

普遍答案	英文含义	书写
结果	result	res
答案	answer	ans
总和	summary	sum

数学变量	英文含义	书写
数字	number	num
位数	digit	没想好，可写 d
次数	time	没想好，可写 t
系数	coefficient	coe
指数	exponent	exp
逆元	inverse	inv

类型篇

容器	专用变量名
map/unordered_map/multimap	mp
set/unordered_set/multiset	se
vector	v
list	ls
string	s/str
deque/queue/priority_queue	dq/q/pq
stack	sk/stk

流类	专用变量名
stringstream	ss
ostringstream	oss

istringstream	iss

参数篇

函数

功能参数	写法
下标（整数类型）	index/idx
深度（整数类型）	deep/dep
维度（整数类型）	dimention/dim
层级（整数类型）	level/rank/layer
左参数（整数类型）	left_head_side/lhs
右参数（整数类型）	righr_head_side/rhs
左边界（整数类型）	left/l
右边界（整数类型）	right/r
中点（整数类型）	middle/mid
值	value/val
键	key
代价	cost
权重	weight/w

容器

功能元素	英文含义	书写
目标容器（迭代器）	destination	dest
目标容器（迭代器）	location	loc
源容器（迭代器）	source	src
比较器（可调用对象）	compare	cmp
判断器（可调用对象）	predicate	pd
操作器（可调用对象）	operation	op
数组（迭代器）	array	arr
容器（迭代器）	container	cot
指针	pointer	ptr/p
引用	reference	ref/r
迭代器	iterator	it/i
起始迭代器	begin	_beg
结束迭代器	end	_end

注：end 在 C++已经被占用，写的时候建议在前面加上类型缩写，如 send 代表 string 的 end

结构篇

图	写法
边的起点终点	`int u; int v;`
图的源点终点	`int s; int t;`
节点数	`int n;`
图的储存	`g/grid`
到源点的距离	`int dis[MAXV];`
节点是否已访问	`bool vis[MAXV];`

算法篇

动态规划	写法
一维 dp 数组	`int dp[MAXN];`
二维 dp 数组	`int dp[MAXN][MAXN];`

并查集	写法
祖先	`int father[]/f[]`

附录 C（如何使用 VScode）

第一步：创建一个文件夹，在里面创建 main.cpp

写一点简单代码（能跑即可）

```
#include<iostream>
using namespace std;

int main(){
	return 0;
}
```

第二步：上方搜索栏输入“>”（或 Ctrl+Shift+p）

此时进入了命令面板

点击：C/C++ Edit Configurations (UI)
此时会自动进入一个窗口：IntelliSense Configurations

按照以下内容**选择**
Configuration name：Win32
Compiler path：C:/MinGW/bin/g++.exe（这里的路径必须有 bin 和 g++，其它不一样无所谓）
IntelliSense mode：gcc-x64 (legacy)

成功创建了 c_cpp_properties.json

第三步：左上角 Terminal→Configuration Task

选择：C/C++: g++.exe build active file
此时创建并进入了 task.json

第四步：左上角 Terminal→Run Build Task（或 Ctrl+Shift+b）

此时可能弹出命令面板，继续**选择**：C/C++: g++.exe build active file
下方 TERMINAL 会开始执行，执行结束以后，成功创建 main.exe

接下来下列操作可选，对流程无影响
按 Ctrl+Shift+~进入 TERMINAL
输入命令 .\main.exe 即可运行程序

第五步：Run→Add Configuration

此时开始执行一个构建任务。这个功能用于 Debug 调试

选择：C++(GDB/LLDB)
此时创建并进入了 launch.json

右下角点击：按钮 Add Configuration
此时文件会自动补充内容

按照以下内容**修改**

```
    "program": "enter program name, for example ${workspaceFolder}/a.exe"
→   "program": "${workspaceFolder}/main.exe"

    "miDebuggerPath": "/path/to/gdb",
→   "miDebuggerPath": "C:/MinGW/bin/gdb.exe",
```

（拷贝第二步的"compilerPath"内的路径，改 g++为 gdb）
（拷贝 task. json 的"command"内的路径，改 g++为 gdb）

接下来下列操作可选，可改善调试流程

接着在"configurations"的花括号内，写逗号然后**接一条命令**：

"preLaunchTask": "C/C++: g++.exe build active file"

（这条命令的内容就是 task.json 内的"label"的内容）

这条命令的作用是，每次调试程序之前生成新的 main.exe

常见问题

Debug 时数组和容器显示地址，不显示值

有一种可能是你的 MinGW 不行

方法 1：凑合着用*(type(*)[size])array_name

这是竞赛环境下，几乎唯一能做的。较为麻烦，犹如弃车徒步

如：*(int(*)[10]) v

注：不用担心数组越界，数组越界以后不会导致调试崩溃

方法 2：换一个 MinGW

非竞赛环境下可行

附录 D（快捷键）

基于 VS2022 和 VScode

Alt+上下方向	移动整行
Ctrl+[	退缩进
Ctrl+]	缩进
Ctrl+/	注释
Ctrl+左右方向	跳单词
Shift+左右方向	划选

Alt+鼠标左键扫描　　VS2022 是方格选择，VScode 是多选择

组合技：

全局整理

Ctrl+A

Ctrl+K+F

快速划选

Ctrl+Shift+左右方向

编译并运行

Ctrl+Shift+b

Ctrl+F5

注释和去注释

（Ctrl+K 就是一个激活，C 和 U 是招式。有先后顺序）

Ctrl+K+C

Ctrl+K+U