Панфилов Борис БПМИ-216

№1

$A = Mat_{n\times n}$

$$\det \underset{n\times n}{A} = \begin{vmatrix} -1 & -6 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -1 & -6 & 0 & \vdots \\ 0 & 1 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & -1 & -6 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -1\cdot \det \underset{n-1\times n-1}{A} + 6\cdot 1\cdot \det \underset{n-2\times n-2}{A}$$

Пусть $p_n = \det \underset{n\times n}{A}$

Мы получили $p_n = -p_{n-1} + 6p_{n-2}$

Попробуем найти тут 2 неколлениарные последовательности.
Например геом. прогрессии.

$t^n = -t^{n-1} + 6t^{n-2} \quad : t^{n-2}$

$t^2 = -t + 6$

$t^2 + t - 6 = 0$

$D = 1 + 24 = 25$

$t = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow t_1 = 2, \quad t_2 = -3$

Получили $p_n = \lambda\cdot 2^n + \beta\cdot(-3)^n$

Заметим, что $p_1 = -1$, а $p_2 = 1 + 6 = 7$

$$\begin{cases} p_1 = -1 = \lambda\cdot 2 + \beta\cdot(-3) \\ p_2 = 7 = \lambda\cdot 4 + \beta\cdot 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\lambda - 3\beta = -1 \\ 4\lambda + 9\beta = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}(1)\\(2)\end{matrix}\begin{cases} 4\lambda - 6\beta = -2 \\ 4\lambda + 9\beta = 7 \end{cases}$$

$(1)-(2)$: $15\beta = 9$

$\beta = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$$\begin{cases} -6\lambda + 9\beta = 3 & (1) \\ 4\lambda + 9\beta = 7 & (2) \end{cases}$$

$(2)-(1)$: $10\lambda = 4$

$\lambda = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Ответ: $p_n = \frac{2}{5}\cdot(2)^n + \frac{3}{5}\cdot(-3)^n$

№2

$$\frac{1-5i}{2i-3} = \frac{(1-5i)(-3-2i)}{(-3+2i)(-3-2i)} = \frac{-3-2i+15i-10}{9+4} = \frac{-13+13i}{13} =$$

$$= -1+i$$

Ответ: $-1+i$