Панфилов Борис

№1

Запишем систему в расширенную матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\overline{IV} \to \overline{IV} - \overline{I}]{\overline{II} \to \overline{II} - 2\cdot\overline{I},\ \overline{III} \to \overline{III} + \overline{I}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{II} \leftrightarrow \overline{IV}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \to$$

$$\xrightarrow[\overline{IV} \to \overline{IV} - 3\cdot\overline{II}]{\overline{III} \to \overline{III} + \overline{II}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{IV} \to \overline{IV} + \overline{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{III} \to \frac{1}{2}\cdot\overline{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \to$$

$$\xrightarrow[\overline{I} \to \overline{I} - 2\cdot\overline{III}]{\overline{II} \to \overline{II} + \overline{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{I} \to \overline{I} + \overline{II}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

ФСР: $V_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad V_2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

№2

$V_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad V_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\quad V_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad V_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Найдем такую матрицу A, что при подставлении вместо X в уравнение $AX=0$ любой из векторов $\{V_1, V_2, V_3, V_4\}$, у нас получалось верное равенство. Запишем это условие в систему, а систему в матрицу.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -2 & -3 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow[\overline{IV} \to \overline{IV} + \overline{I}]{\overline{II} \to \overline{II} + 2\cdot\overline{I},\ \overline{III} \to \overline{III} + 2\cdot\overline{I}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -6 & -3 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} - 3\cdot\overline{II}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \to$$

$$\xrightarrow{III \to III - 2I} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow[III \to III \cdot \frac{1}{3}]{II \to II \cdot (-1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{II \to II - III} \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{I \to I + II} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

ФСР: $v_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{cases} -2x_3 + x_2 = 0 \\ -x_4 + x_1 + x_0 = 0 \end{cases}$