Панфилов Борис БПМИ-216 Вариант 67

№1

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\underset{2\times2}{X}\underset{2\times2}{A} = \underset{2\times2}{A}X + \underset{2\times2}{B}$$

Заметим, что $X \in Mat_{2\times2}$. Обозначим её $X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$

$$XA = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_1+4x_2 & x_1-2x_2 \\ -2x_3+4x_4 & x_3-2x_4 \end{pmatrix}$$

$$AX = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_1+x_3 & -2x_2+x_4 \\ 4x_1-2x_3 & 4x_2-2x_4 \end{pmatrix}$$

$$AX+B = \begin{pmatrix} -2x_1+x_3-5 & -2x_2+x_4+1 \\ 4x_1-2x_3-4 & 4x_2-2x_4+5 \end{pmatrix}$$

Получаем:

$$\begin{pmatrix} -2x_1+4x_2 & x_1-2x_2 \\ -2x_3+4x_4 & x_3-2x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x_1+x_3-5 & -2x_2+x_4+1 \\ 4x_1-2x_3-4 & 4x_2-2x_4+5 \end{pmatrix}$$

Чтобы матрицы были равны все их элементы должны быть равны:

$$\begin{cases} -2x_1+4x_2 = -2x_1+x_3-5 \\ -2x_3+4x_4 = 4x_1-2x_3-4 \\ x_1-2x_2 = -2x_2+x_4+1 \\ x_3-2x_4 = 4x_2-2x_4+5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x_2-x_3 = -5 \\ -4x_1+4x_4 = -4 \\ x_1-x_4 = 1 \\ -4x_2+x_3 = 5 \end{cases}$$

Запишем в расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 4 & -1 & 0 & -5 \\ -4 & 0 & 0 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{\overline{II}\to\overline{II}+\overline{III}\cdot4 \\ \overline{IV}\to\overline{IV}+\overline{I}}} \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 4 & -1 & 0 & -5 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{I}\leftrightarrow\overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 0 & -5 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{\overline{II}\to\overline{II}\cdot\frac{1}{4}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{5}{4} \end{array}\right)$$

Scanned with CamScanner

$$\begin{cases} x_1 = 1 + x_4 \\ x_2 = -\frac{5}{4} + \frac{1}{4}x_3 \end{cases}$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 1+x_4 & -\frac{5}{4}+\frac{1}{4}x_3 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$.

№2

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & 2 \\ 5 & 6 & c & -8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad b_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ d \end{pmatrix}$$

$\underset{3\times4}{A}\, x = \underset{3\times1}{b_1} \Rightarrow x \in Mat_{4\times1}$. Представим ее как $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & 2 \\ 5 & 6 & c & -8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 \\ 5x_1 + 6x_2 + cx_3 - 8x_4 \\ 3x_1 + 1\cdot x_2 - 2x_3 + 3x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Матрицы равны => все элементы равны

Запишем систему сразу в расширенную матрицу системы:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 4 & -3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & c & -8 & 0 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{II} \leftrightarrow \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 4 & -3 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & c & -8 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{x_3 \leftrightarrow x_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 4 & 2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 5 & 6 & -8 & c & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{\overline{I} \to \overline{I} - 2\cdot\overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 5 & 6 & -8 & c & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{III} \to \overline{III} - 5\cdot\overline{I}]{\overline{II} \to \overline{II} - 3\cdot\overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & -5 & 15 & -5 & -3 \\ 0 & -4 & 12 & c-5 & -5 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{III} \to -1\cdot\overline{III}]{\overline{II} \to -1\cdot\overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -15 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & -12 & 5-c & 5 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\overline{II} \to \overline{II} - \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & c & -2 \\ 0 & 4 & -12 & 5-c & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} - 4\cdot\overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & c & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 5-5c & 13 \end{array}\right)$$

Система будет несовместна, если 3-е уравнение обратится в уравнение вида $0 = y$, где $y \neq 0$. В нашем случае $y = 13$. Поэтому, чтобы система стала несовместной требуется, чтобы

$5 - 5c = 0 \Rightarrow 5c = 5 \Rightarrow c = 1$

~~[illegible]~~ !

В остальных уравнениях мы уже никак не сможем обнулить левую часть ⇒ во всех остальных случаях система совместна.

⇒ C может принимать только 1 значение равное 1.

$Ax = b_2$ - совместна

$$\begin{pmatrix} 7 & 4 & -3 & 2 \\ 5 & 6 & 1 & -8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ d \end{pmatrix}$$

Запишем сразу в расширенную матрицу

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 7 & 4 & -3 & 2 & -2 \\ 5 & 6 & 1 & -8 & 8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & d \end{array}\right) \xrightarrow{I \to I - 2\cdot III} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -4 & -2-2d \\ 5 & 6 & 1 & -8 & 8 \\ 3 & 1 & -2 & 3 & d \end{array}\right) \xrightarrow[III \to III - 3\cdot I]{II \to II - 5\cdot I}$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -4 & -2-2d \\ 0 & -4 & -4 & 12 & 18+10d \\ 0 & -5 & -5 & 15 & 6+7d \end{array}\right) \xrightarrow[III \to III\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)]{II \to II\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -4 & -2-2d \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -\frac{9+5d}{2} \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -\frac{6+7d}{5} \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{III \to III - II} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 1 & -4 & -2-2d \\ 0 & 1 & 1 & -3 & -\frac{9+5d}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{6+7d}{5} + \frac{9+5d}{2} \end{array}\right)$$

Система будет совместна только в том случае, когда в третьем уравнении правая часть тоже обнулится

$$\frac{9+5d}{2} - \frac{6+7d}{5} = 0$$

$$45 + 25d - 12 - 14d = 0$$

$$33 + 11d = 0$$

$$d = -3$$

$\cancel{36+6c = 16(c-1)}$

$$\left(\begin{array}{cccc|c}1&2&1&-4&4\\0&1&1&-3&3\end{array}\right)\xrightarrow{I\to I-2\cdot II}\left(\begin{array}{cccc|c}1&0&-1&2&-2\\0&1&1&-3&3\end{array}\right)$$

$$\begin{cases}x_1=-2+x_3-2x_4\\x_2=3-x_3+3x_4\end{cases}$$

Ответ: $c=1$

$d=-3$

общее решение:

$$\begin{pmatrix}-2+x_3-2x_4\\3-x_3+3x_4\\x_3\\x_4\end{pmatrix},\ x_3,x_4\in\mathbb{R}.$$

№3

$$\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\5&1&8&*&*&4&6&*\end{pmatrix}$$

~~Да, существует.~~

~~Пример:~~

$\cancel{\sigma=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\5&1&8&7&2&4&6&3\end{pmatrix}^{136}=(152)}$

Нет, не существует:

Док-во

Переберем все возможные перестановки:

$$\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\5&1&8&7&2&4&6&3\end{pmatrix}^{136}=(152)^{136}\cdot(38)^{136}\cdot(476)^{136}=(152)\cdot(3)\cdot(8)\cdot(476)$$ не подходит

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8 \\ 5&1&8&7&3&4&6&2 \end{pmatrix}^{196} = (15382)^{196} \cdot (476)^{196} = (15382)\cdot(476)$$

$$\operatorname{sgn}\sigma = (-1)^{5+3-2} = (-1)^6 = 1 \Rightarrow \text{четная} \Rightarrow \text{не подх}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8 \\ 5&1&8&3&2&4&6&7 \end{pmatrix} = (152)\cdot(38764)$$

$$\operatorname{sgn}\sigma = (-1)^{5+3-2} = 1 \Rightarrow \text{четная} \Rightarrow \text{не подх}$$

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8 \\ 5&1&8&3&7&4&6&2 \end{pmatrix}^{196} = (15764382)^{196} = (15764382)^4 = (14)\cdot(53)\cdot(78)\cdot(62)$$

уже другая перестановка $\Rightarrow$ не подх

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8 \\ 5&1&8&2&3&4&6&7 \end{pmatrix}^{196} = (1538764 2)^{196} = (15387642)^4 = (17)(56)(34)(82)$$

уже другая перестановка $\Rightarrow$ не подх

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1&2&3&4&5&6&7&8 \\ 5&1&8&2&7&4&6&3 \end{pmatrix}^{196} = (157642)^{196}(38)^{196}$$

$$\operatorname{sgn}\sigma = (-1)^{6+2-2} = (-1)^6 = 1 \Rightarrow \text{четная} \Rightarrow \text{не подх}$$

Ответ: не существует

№ 1

$$\begin{vmatrix} 3x & 2x & -x & -2x & 1 \\ 2x & -3x & -x & 1 & x \\ 2x & 1 & 3x & x & -5x \\ 1 & -4x & 2x & 3x & -x \\ 1 & 5x & 1 & 1 & -2x \end{vmatrix}$$

Чтобы в ~~[illegible]~~ произведении получилось x^1 мы должны перемножить 1 множитель с x-м и 4 единицы.

Если мы возьмем x из 1-й строки, то нам придется брать x ~~из~~ из 5-го столбца $\Rightarrow$ из 1-й строки в произведении обязательно участвует 1.

По аналогичной причине рассматривая 2-ю строку и 2-й столбец, из 3й строки мы обязательно должны выбрать 1.

Получаем

$$\begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ 2x & \cdot & -x & 1 & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & 2x & 3x & \cdot \\ 1 & \cdot & 1 & 1 & \cdot \end{vmatrix}$$

Рассмотрим по-очереди оставшиеся иксы

Если мы возьмем элемент a_{21}, то из 4-й строки нам придется взять еще 1 x $\Rightarrow$ не подх

При выборе a_{23} получаем слагаемое $-x$

При выборе a_{43} получаем слагаемое $2x$

При выборе a_{44} мы обязаны из 2-й строки выбрать еще один ~~x~~ $\Rightarrow$ не подх $\quad 2x+(-x)=1x \quad$ Ответ: 1.

№5

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{vmatrix} \overset{\substack{3 \text{ столбец} \\ \downarrow \\ 3 \text{ столбец} \\ + \\ 1 \text{ столбец}}}{=} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \\ a & 3 & 2 \end{vmatrix} \overset{\substack{1 \text{ столбец} \\ \updownarrow \\ 3 \text{ столбец}}}{=} -2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & a \end{vmatrix} =$$

$$\overset{I \to I - III}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1-a \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 3 & a \end{vmatrix} \overset{III \to III - 2 \cdot I}{=} -2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1-a \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 5 & 3a-2 \end{vmatrix} = -2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3a-2 \end{vmatrix} =$$

$$= -2 \cdot (9a - 6 + 10) = -2 \cdot (9a + 4) = -18a - 8$$

Добавим ко всем элементам второй строки одно и то же число $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ \alpha & 1+\alpha & 2+\alpha & 3+\alpha \\ 3 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{vmatrix} \overset{\substack{3 \text{ столбец} \\ \downarrow \\ 3 \text{ столбец} \\ + \\ 1 \text{ столбец}}}{=} \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 1+\alpha & 2+2\alpha & 3+\alpha \\ 3 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & a & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1+\alpha & 2+2\alpha & 3+\alpha \\ -2 & 3 & 0 \\ a & 3 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$\overset{\substack{2 \text{ столбец} \\ \downarrow \\ 2 \text{ столбец} - \\ -2 \cdot 1 \text{ столбец}}}{=} 2 \begin{vmatrix} 1+\alpha & 0 & 3+\alpha \\ -2 & 7 & 0 \\ a & 3-2a & 2 \end{vmatrix} \overset{\substack{3 \text{ столбец} \to \\ \to 3 \text{ столбец} - \\ - \frac{3+\alpha}{1+\alpha} \cdot 1 \text{ столбец}}}{=} 2 \begin{vmatrix} 1+\alpha & 0 & 0 \\ -2 & 7 & \frac{6+2\alpha}{1+\alpha} \\ a & 3-2a & 2 - \frac{(3+\alpha)a}{1+\alpha} \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \cdot (1+\alpha) \cdot \left(14 - \frac{7a(3+\alpha)}{1+\alpha} - \frac{(6+2\alpha)(3-2a)}{1+\alpha} \right) =$$

$$= 2 \left(14 + 14\alpha - 21a - 7a\alpha - (18 - 12a + 6\alpha - 4\alpha a) \right) =$$

$$= 2 \left(14 + 14\alpha - 21a - 7a\alpha - 18 + 12a - 6\alpha + 4\alpha a \right) =$$

$= 2(-4 + 8\alpha - 9a - 3a\alpha) = -8 + 16\alpha - 18a - 6a\alpha$

~~Ответ~~ Получившиеся определители должны быть равны; вне зависимости от α

$-18a - 8 = -8 + 16\alpha - 18a - 6a\alpha$

$\cancel{16 + 36a - 16\alpha + 6a\alpha = 0}$

$\cancel{a(36 + 6\alpha) = 16\alpha - 16}$

$\cancel{a = \frac{16\alpha - 16}{36 + 6\alpha} = \frac{16(\alpha - 1)}{6(6 + \alpha)} =}$

$0 = 16\alpha - 6a\alpha$

$0 = 16 - 6a$

$6a = 16$

$a = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$

Ответ: $a = \frac{8}{3}$

№6

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Матрица A^{-1} существует $\Leftrightarrow$ ~~det~~ $\det A \neq 0$

Посчитаем $\det A$:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \overset{\substack{1\ \text{столбец} \\ \updownarrow \\ 3\ \text{столбец}}}{=\!=} - \begin{vmatrix} 0 & -4 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -1\cdot(-1)^{4+1} \begin{vmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & a & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} -4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & a & -1 \end{vmatrix} \overset{I \leftrightarrow II}{=\!=} - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & a & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ a & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= -1(-2 - 3a) = 2 + 3a \neq 0$$

$$3a \neq -2$$

$$a \neq -\frac{2}{3}$$

A^{-1} является решением уравнения $AX = E$

Решим это уравнение

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 2 & -4 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{x_1 \leftrightarrow x_3} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 0 & -4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{I \leftrightarrow IV}$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & a & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{IV} \to \overline{IV} + 4\cdot \overline{II}]{\overline{III} \to \overline{III} - 2\cdot \overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 1 & 4 & 0 & 0 \end{array}\right) \to$$

$x_1 \leftrightarrow x_4$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & a & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 4 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{III} \to -1\cdot \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 4 & 0 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\overline{IV} \to \overline{IV} - 3\cdot \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2+3a & 1 & -2 & 3 & 0 \end{array}\right)$$

Можем поделить $\overline{IV}$ на $2+3a$, т.к. $a \neq -\frac{2}{3}$ (При таком a нет обратной матрицы) $\to$

$$\xrightarrow{\overline{IV} \to \frac{1}{2+3a}\cdot \overline{IV}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2+3a} & -\frac{2}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} + \overline{IV}\cdot a}$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{a}{2+3a} & 2-\frac{2a}{2+3a} & -1+\frac{3a}{2+3a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2+3a} & -\frac{2}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{I} \to \overline{I} + 2\cdot \overline{III}}$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{2a}{2+3a} & 4-\frac{4a}{2+3a} & -2+\frac{6a}{2+3a} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{a}{2+3a} & 2-\frac{2a}{2+3a} & -1+\frac{3a}{2+3a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2+3a} & -\frac{2}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} & 0 \end{array}\right)$$

общий вид обратной матрицы

Посмотрим на определитель

$$\begin{vmatrix} \frac{2a}{2+3a} & 4-\frac{4a}{2+3a} & -2+\frac{6a}{2+3a} & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{a}{2+3a} & 2-\frac{2a}{2+3a} & -1+\frac{3a}{2+3a} & 0 \\ \frac{1}{2+3a} & -\frac{2}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{a}{2+3a} & 2-\frac{2a}{2+3a} & -1+\frac{3a}{2+3a} \\ \frac{1}{2+3a} & -\frac{2}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} \end{vmatrix} =$$

$$= - \begin{vmatrix} \frac{a}{2+3a} & -1+\frac{3a}{2+3a} \\ \frac{1}{2+3a} & \frac{3}{2+3a} \end{vmatrix} =$$

$$= -\left(\frac{a\cdot 3}{(2+3a)^2} - \frac{1}{2+3a}\left(-1+\frac{3a}{2+3a}\right)\right) =$$

Scanned with CamScanner

$$= \frac{3a}{(2+3a)^2} + \frac{3a}{(2+3a)^2} - \frac{1}{2+3a} = \frac{6a}{(2+3a)^2} - \frac{1}{2+3a} =$$

$$= \frac{6a - 2 - 3a}{(2+3a)^2} = \frac{3a-2}{(2+3a)^2} =$$

$(2+3a)^2 = 1$

$4 + 12a + 9a^2 = 1$

$9a^2 + 12a + 3 = 0$

$3a^2 + 4a + 1 = 0$

$D = 16 - 12 = 4$

$a = \frac{-4 \pm 2}{6}$

$a = -1$

$a = -\frac{1}{3}$

Ответ: $a = -1$

$a = -\frac{1}{3}$