Панфилов Борис

№1

Запишем их в одну матрицу и воспользуемся методом по строкам.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow[\overline{V} \to \overline{V} - \overline{I}]{\overline{II} \to \overline{II} + \overline{I},\ \overline{III} \to \overline{III} + 2\cdot\overline{I}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & -6 & -2 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{II} \leftrightarrow \overline{V}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & -6 & -2 \\ 0 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix} \to$$

$$\xrightarrow[\overline{V} \to \overline{V} + \overline{II}]{\overline{III} \to \overline{III} + 2\cdot\overline{II},\ \overline{IV} \to \overline{IV} + \overline{II}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow[\overline{V} \to \overline{V} + 2\cdot\overline{IV}]{\overline{III} \to \overline{III} + 4\cdot\overline{IV}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{III} \leftrightarrow \overline{IV}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Получили ступеньки в 1, 2, 4 столбцах $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ берем V_1, V_2, V_4, это - базис их линейной оболочки.

Приведем матрицу из V_1, V_2, V_4 к нижнетр. преобр столбцов

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{II} \to \overline{II} + 2\cdot\overline{I},\ \overline{III} \to \overline{III} + \overline{I}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} - \overline{II}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Дополняем до базиса $\mathbb{R}^5$ ~~[illegible]~~ векторами e_1 и e_2, где

$$e_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Базисом $\mathbb{R}^5$ будет являться набор векторов V_1, V_2, V_4, e_1, e_2.