ИДЗ - 2

№1

$$\begin{cases} ax + y + z = -7 \\ y - 5z = 2 \\ -5x + bz = 4 \end{cases}$$

Запишем в расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a & 1 & 1 & -7 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \\ -5 & 0 & b & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{I} \leftrightarrow \text{II}} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -5 & 2 \\ a & 1 & 1 & -7 \\ -5 & 0 & b & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 1 & a & 1 & -7 \\ 0 & -5 & b & 4 \end{array}\right) \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{II} \to \text{II} - \text{I}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & a & 6 & -9 \\ 0 & -5 & b & 4 \end{array}\right)$$

При $a = 0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & -9 \\ 0 & -5 & b & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{II} \leftrightarrow \text{III}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & -5 & b & 4 \\ 0 & 0 & 6 & -9 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{III} \to \frac{1}{6} \cdot \text{III}]{\text{II} \to -5 \cdot \text{II}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{b}{5} & -\frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \xrightarrow[\text{II} \to \text{II} + \frac{b}{5} \cdot \text{III}]{\text{I} \to \text{I} + 5 \cdot \text{III}}$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{11}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{8+3b}{10} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{array}\right) \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -\frac{11}{2} \\ 1 & 0 & 0 & -\frac{8+3b}{10} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{2} \end{array}\right)$$

При $a \neq 0$

$$\xrightarrow{\text{II} \to \frac{1}{a} \cdot \text{II}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{6}{a} & -\frac{9}{a} \\ 0 & -5 & b & 4 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{III} \to \text{III} + 5\text{II}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{6}{a} & -\frac{9}{a} \\ 0 & 0 & \frac{ab+30}{a} & \frac{4a-45}{a} \end{array}\right)$$

При $ab = -30$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{6}{a} & -\frac{9}{a} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4a-45}{a} \end{array}\right)$$

Чтобы были решения должно выполняться $4a-45=0 \Rightarrow a = \frac{45}{4}$

При $a = \frac{45}{4}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{24}{45} & -\frac{4}{5} \end{array}\right) \xrightarrow{x \leftrightarrow y} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -5 & 2 \\ 1 & 0 & \frac{8}{15} & -\frac{4}{5} \end{array}\right)$$

При $a \neq \frac{45}{4}$

Система несовместна, т.к. в III получаем $0 = 4a-45$

При $ab \neq -30$

$$\xrightarrow{\text{III} \to \frac{a}{ab+30}\cdot \text{III}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & \frac{6}{a} & -\frac{9}{a} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4a-45}{ab+30} \end{array}\right) \xrightarrow[\text{II} \to \text{II} - \frac{6}{a}\cdot\text{III}]{\text{I} \to \text{I} + \text{III}\cdot 5} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{2ab+20a-165}{ab+30} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-9ab-24a+243}{a(ab+3)} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4a-45}{ab+30} \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{x \leftrightarrow y} \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & \frac{2ab+20a-165}{ab+30} \\ 1 & 0 & 0 & \frac{-9ab-24a+243}{a(ab+3)} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{4a-45}{ab+30} \end{array}\right)$$

Ответ: $\begin{cases} \text{при } a=0 & 1 \text{ решение} \\ \text{при } a=\frac{45}{4},\ b=-\frac{8}{3} & \text{бесконечно много решений} \\ \text{при } a\neq\frac{45}{4},\ ab=-30 & 0 \text{ решений} \\ \text{при } ab\neq-30 & 1 \text{ решение} \end{cases}$

№2

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

Решить уравнение $AX=XA$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x_1 & 0 & x_2 \\ x_3 & x_4 & x_5 \\ 0 & 0 & x_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x_1 & 0 & x_2 \\ x_3 & x_4 & x_5 \\ 0 & 0 & x_6 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 4 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8x_6 \\ 4x_1+x_3 & x_4 & 4x_2+x_5-2x_6 \\ 0 & 0 & 9x_6 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 8x_1+9x_2 \\ 4x_4 & x_4 & 8x_3-2x_4+9x_6 \\ 0 & 0 & 9x_6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 8x_6=8x_1+9x_2 \\ 4x_1+x_3=4x_4 \\ 4x_2+x_5-11x_6=8x_3-2x_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x_1+9x_2+8x_6=0 \\ 4x_1+x_3-4x_4=0 \\ 4x_2-8x_3+2x_4+x_5-11x_6=0 \end{cases}$$

Запишем в расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{cccccc|c} -8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\mathrm{I}\to\mathrm{I}+2\cdot\mathrm{II}} \left(\begin{array}{cccccc|c} 0 & 9 & 2 & -8 & 0 & 8 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\mathrm{II}\to\mathrm{II}-2\cdot\mathrm{III}]{\mathrm{I}\leftrightarrow\mathrm{II}}$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccccc|c} 4 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 18 & -12 & -2 & 16 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{III} \to \text{III} - 4 \cdot \text{II}} \left(\begin{array}{cccccc|c} 4 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 18 & -12 & -2 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & -80 & 50 & 9 & -68 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\begin{array}{c} \text{I} \to \text{I} \cdot \frac{1}{4} \\ \text{III} \to -\frac{1}{80} \cdot \text{III} \\ \longrightarrow \end{array} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{4} & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 18 & -12 & -2 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{9}{80} & \frac{17}{20} & 0 \end{array}\right) \begin{array}{c} \text{I} \to \text{I} - \text{III} \cdot \frac{1}{4} \\ \text{II} \to \text{II} - \text{III} \cdot 18 \\ \longrightarrow \end{array} \left(\begin{array}{cccccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{27}{32} & \frac{9}{320} & -\frac{17}{80} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{4} & \frac{1}{40} & \frac{7}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{5}{8} & -\frac{9}{80} & \frac{17}{20} & 0 \end{array}\right)$$

Получаем решения:

$$\begin{pmatrix} \frac{27}{32}x_4 - \frac{9}{320}x_5 + \frac{17}{80}x_6 \\ \frac{3}{4}x_4 - \frac{1}{40}x_5 - \frac{7}{10}x_6 \\ \frac{5}{8}x_4 + \frac{9}{80}x_5 - \frac{17}{20}x_6 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}, \quad x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{R}$$

Ответ:

$$\begin{pmatrix} \frac{27}{32}x_4 - \frac{9}{320}x_5 + \frac{17}{80}x_6 & 0 & \frac{3}{4}x_4 - \frac{1}{40}x_5 - \frac{7}{10}x_6 \\ \frac{5}{8}x_4 + \frac{9}{80}x_5 - \frac{17}{20}x_6 & x_4 & x_5 \\ 0 & 0 & x_6 \end{pmatrix}, \quad x_4, x_5, x_6 \in \mathbb{R}$$

№3

$$\begin{pmatrix} -12 & 26 & -5 & -1 \\ -1 & 6 & -1 & 1 \\ 3 & -5 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 76 & -60 & -140 \\ 20 & -16 & -32 \\ -13 & 11 & 26 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} -12 & 26 & -5 & -1 & 76 & -60 & -140 \\ -1 & 6 & -1 & 1 & 20 & -16 & -32 \\ 3 & -5 & 1 & 1 & -13 & 11 & 26 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{I} \leftrightarrow \text{II}]{\text{II} \to -1\text{II}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & -6 & 1 & -1 & -20 & 16 & 32 \\ -12 & 26 & -5 & -1 & 76 & -60 & -140 \\ 3 & -5 & 1 & 1 & -13 & 11 & 26 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\text{II} \to \text{II} + 4\cdot\text{III}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & -6 & 1 & -1 & -20 & 16 & 32 \\ 0 & 6 & -1 & 3 & 24 & -16 & -36 \\ 3 & -5 & 1 & 1 & -13 & 11 & 26 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{III} \to \text{III} - 3\cdot\text{I}]{\text{I} \to \text{I} + \text{II}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 6 & -1 & 3 & 24 & -16 & -36 \\ 0 & -5 & 1 & -5 & -25 & 11 & 38 \end{array}\right) \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{II} \to \text{II} + \text{III}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & -5 & 1 & -5 & -25 & 11 & 38 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{III} \to \text{III} + 5\cdot\text{II}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -15 & -30 & -14 & 48 \end{array}\right)$$

Ответ: $\begin{pmatrix} 4-2x_1 & -2x_2 & -4-2x_3 \\ -1+2x_1 & -5+2x_2 & 2+2x_3 \\ -30+15x_1 & -14+15x_2 & 48+15x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$

№4

$$A = \begin{pmatrix} -11 & 6 & -4 & 8 & -2 \\ -8 & 4 & -2 & 8 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -11 & 6 & -4 & 8 & -2 \\ -8 & 4 & -2 & 8 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 6 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{II} \leftrightarrow \mathrm{III}]{\mathrm{I} \leftrightarrow \mathrm{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -11 & 6 & -4 & 8 & -2 \\ -8 & 4 & -2 & 8 & -4 \\ -5 & 2 & -1 & 6 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{III} \to \mathrm{III} - \mathrm{IV}]{\mathrm{II} \to \mathrm{II} - \mathrm{III}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -2 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & -1 & 2 & 0 \\ -5 & 2 & -1 & 6 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{III} \to \mathrm{III} - \mathrm{II}]{\mathrm{IV} \to \mathrm{IV} - \mathrm{II}}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{IV} \to \mathrm{IV} + 2 \cdot \mathrm{I}]{\mathrm{II} \to \mathrm{II} + 3\mathrm{I}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 2 & 4 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{IV} \to \mathrm{IV} + 2 \cdot \mathrm{II}]{\substack{\mathrm{II} \to \mathrm{II} \cdot (-1) \\ \mathrm{I} \to \mathrm{I} + \mathrm{II}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & -4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathrm{IV} \to \mathrm{IV} \cdot \frac{1}{4}}$$

$$\longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow[\mathrm{II} \to \mathrm{II} + \mathrm{III}]{\mathrm{III} \to \mathrm{III} - 2 \cdot \mathrm{IV}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Запишем все проделанные элементарные преобразования в виде умножения исходной матрицы на матрицы эл. преобразований слева.

Поэтому чем ~~[illegible]~~ позже было данное преобразование, тем левее будет матрица этого преобразования в произведении.

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&-2\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&\frac{1}{4}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&2&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\3&1&0&0\\0&0&1&0\\2&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&-1&1&0\\0&0&-1&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot$$

$$\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&-2\\0&0&1&-2\\0&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&\frac{1}{2}&0&\frac{1}{4}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-3&-1&0&0\\0&0&1&0\\2&0&0&1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&-1&0\\0&-1&2&-1\\0&0&-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}1&1&0&0\\0&0&1&-\frac{1}{2}\\0&-1&1&-\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&0&\frac{1}{4}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&0&0\\-3&-1&1&0\\0&-1&2&-1\\2&0&-1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&-1&1&0\\-1&-1&\frac{5}{2}&-2\\2&0&\frac{3}{2}&-2\\-1&-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&\frac{1}{2}\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-1&1&-2&0\\-1&\frac{5}{2}&-1&-2\\0&\frac{3}{2}&2&-2\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

Ответ: $\begin{pmatrix}-1&1&-2&0\\-1&\frac{5}{2}&-1&-2\\0&\frac{3}{2}&2&-2\\-\frac{1}{2}&\frac{1}{4}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

№5

Найдем C^{-1}

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & -3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{II} \to \overline{II} - 2\cdot\overline{I}]{\overline{IV} \to \overline{IV} - \overline{I},\ \overline{III} \to \overline{III} + \overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -6 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 & 5 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{IV} \to \overline{IV} + 2\,\overline{II}]{\overline{III} \to \overline{III} - 3\cdot\overline{II}}$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -5 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{IV} \to \overline{IV} - 2\cdot\overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -17 & 6 & -2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{I} \to \overline{I} + 2\,\overline{IV}]{\overline{II} \to \overline{II} + 2\cdot\overline{IV}}$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 1 & 0 & -33 & 12 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -36 & 13 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -17 & 6 & -2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{I} \to \overline{I} - \overline{III}]{\overline{II} \to \overline{II} + \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & -2 & 0 & 0 & -39 & 14 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -30 & 11 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -17 & 6 & -2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{I} \to \overline{I} + 2\cdot\overline{II}}$$

$$\to \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & -99 & 36 & -11 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -30 & 11 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -17 & 6 & -2 & 1 \end{array}\right)$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -99 & 36 & -11 & 6 \\ -30 & 11 & -3 & 2 \\ 6 & -2 & 1 & 0 \\ -17 & 6 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Найдем множество решений уравнения $ABC^{-1}X = 0$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 8 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -2 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -2 & -10 \\ 11 & 9 & -22 & -71 \end{pmatrix}$$

$$ABC^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -2 & -10 \\ 11 & 9 & -22 & -71 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -99 & 36 & -11 & 6 \\ -30 & 11 & -3 & 2 \\ 6 & -2 & 1 & 0 \\ -17 & 6 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -43 & 16 & -5 & 2 \\ 21 & -7 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ -284 & 113 & -28 & 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -43 & 16 & -5 & 2 \\ 21 & -7 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ -284 & 113 & -28 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -43 & 16 & -5 & 2 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -284 & 113 & -28 & 13 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{I} \leftrightarrow \overline{III}]{\overline{III} \to -1 \cdot \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \\ -43 & 16 & -5 & 2 & 0 \\ -284 & 113 & -28 & 13 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{III} \to \overline{III} + 2 \cdot \overline{II}]{\overline{IV} \to \overline{IV} - 6 \cdot \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -26 & 17 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\overline{IV} \to \overline{IV} + \overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 10 & 5 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{IV} \to \overline{IV} - 5 \cdot \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} + \overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -7 & 3 & -1 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\overline{II} \to \overline{II} - 21 \cdot \overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 35 & 24 & -1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{II} \to \frac{1}{35} \cdot \overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{24}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\overline{I} \to \overline{I} + 2 \cdot \overline{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & \frac{13}{35} & -\frac{2}{35} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{24}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \end{array}\right)$$

В данном случае $x = \begin{pmatrix} \frac{2}{35} x_4 - \frac{13}{35} x_3 \\ \frac{1}{35} x_4 - \frac{24}{35} x_3 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, $x_3, x_4 \in \mathbb{R}$

Теперь найдём множество решений уравнения $Dx = 0$

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 & 0 \\ -48 & 26 & 0 & 2 \\ 46 & -22 & 2 & -2 \\ -40 & 10 & -8 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{pmatrix} = 0$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 4 & 2 & 0 & 0 \\ -48 & 26 & 0 & 2 & 0 \\ 46 & -22 & 2 & -2 & 0 \\ -40 & 10 & -8 & 2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\substack{\overline{I} \to \overline{I} \cdot \frac{1}{2} \\ \overline{II} \to \overline{II} \cdot \frac{1}{2} \\ \overline{III} \to \overline{III} \cdot \frac{1}{2} \\ \overline{IV} \to \overline{IV} \cdot \frac{1}{2}}} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -24 & 13 & 0 & 1 & 0 \\ 23 & -11 & 1 & -1 & 0 \\ -20 & 5 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{III} \to \overline{III} + \overline{IV}]{\overline{II} \to \overline{II} + \overline{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 0 & 0 \\ -20 & 5 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow{\overline{III} \to \overline{III} + 3\overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -20 & 5 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{III} \to \overline{III} - 20 \cdot \overline{I}]{\overline{II} \to \overline{II} - \overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -35 & -24 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\overline{II} \leftrightarrow \overline{III}]{\overline{I} \to -1 \cdot \overline{I}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -35 & -24 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{array}\right) \to$$

$$\xrightarrow[\mathrm{III} \to -1 \cdot \mathrm{III}]{\mathrm{II} \to -\frac{1}{35} \cdot \mathrm{II}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{24}{35} & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow[\mathrm{I} \to \mathrm{I} + \mathrm{III}]{\mathrm{II} \to \mathrm{II} - \frac{24}{35} \mathrm{III}} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\mathrm{I} \to \mathrm{I} + 2\,\mathrm{II}}$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{35} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{35} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

В данном случае $X = \begin{pmatrix} \frac{2}{35} x_4 \\ \frac{1}{35} x_4 \\ 0 \\ x_4 \end{pmatrix}, \ x_4 \in \mathbb{R}$

Вывод: множества решений этих систем различны, т.к. любое частное решение первой системы при $x_3 \neq 0$ не будет входить в множество решений второй системы.

Ответ: нет, не имеют.