# BE1- plans d'expériences et régression logistique

Tulio NAVARRO TUTUI, Filipe PENNA CERAVOLO SOARES

26 October, 2022

# Exercice 01 - Plan d'expériences - Criblage

## 1. Étude du plan

Selon l'ennonce, chaque experiment est fait 4 fois. Donc on a 16 experiences differénts. À partir de la lecture de le fichier, on réalise que on a un plan fractionnaire, avec $n = 2^{6-2} = 2^4 = 16$.

En étudiant les 16 premières lignes, on note que : (A.B.C = E) et (A.C.D = F). Autrement dit, Ctemp est une interaction triple de Ltemp, Ltime et Lpress , et Catmos est une interaction triple de Ltemp, Lpress, Ctemp. De ce fait, les effets principaux se confondent tous avec des interactions triples. Or, comme dans le cours, on fait l'hypothèse que les interactions triples sont d'influence inenvisageable et donc négligeables. De ce fait, les effets principaux peuvent être estimés sans confusion. Cependant, ce n'est pas le cas des effets des interactions doubles.

```
silicium = read.table(file = "silicium.txt",  # ./02. Segundo BE/01. Treinamento/silicium.txt
                              header = TRUE)
head(silicium)
```

```
##   Ltemp Ltime Lpress Ctemp Ctime Catmos Camber
## 1    -1    -1     -1    -1    -1     -1    167
## 2     1    -1     -1    -1     1      1     62
## 3    -1     1     -1    -1     1     -1     41
## 4     1     1     -1    -1    -1      1     73
## 5    -1    -1      1    -1     1      1     47
## 6     1    -1      1    -1    -1     -1    219
```

```
p = length(silicium) - 1
n = nrow(silicium)
x = as.matrix(silicium[,-7])
nombre = t(x) %*% x
```

## 2. Ajuster un modèle linéaire de la variable Camber en fonction des 6 facteurs. Analyser la sortie summary du modèle

## 3. Retrouver par le calcul le chiffre de la colonne Std Error

En analysant le summary du modèle, on observe que les paramètres Ltemp, Lpress, Ctime et Catoms sont des paramètres explicatifs du modèle. Par contre, Ltime et Ctemp n'en sont pas.

```r
mod1 = lm(Camber~., data = silicium)
summary(mod1)
```

```
## 
## Call:
## lm(formula = Camber ~ ., data = silicium)
## 
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max 
## -67.672 -22.703  -3.875  28.797  81.328 
## 
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
## (Intercept)  107.016      4.793  22.328  < 2e-16 ***
## Ltemp         19.453      4.793   4.059 0.000152 ***
## Ltime          2.891      4.793   0.603 0.548823    
## Lpress        28.016      4.793   5.845 2.57e-07 ***
## Ctemp         -7.109      4.793  -1.483 0.143492    
## Ctime        -17.234      4.793  -3.596 0.000676 ***
## Catmos       -38.734      4.793  -8.082 5.03e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## 
## Residual standard error: 38.34 on 57 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6975, Adjusted R-squared:  0.6657 
## F-statistic: 21.91 on 6 and 57 DF,  p-value: 3.566e-13
```

```r
anova(mod1)
```

```
## Analysis of Variance Table
## 
## Response: Camber
##           Df Sum Sq Mean Sq F value    Pr(>F)    
## Ltemp      1  24219   24219 16.4740 0.0001520 ***
## Ltime      1    535     535  0.3638 0.5488232    
## Lpress     1  50232   50232 34.1681 2.574e-07 ***
## Ctemp      1   3235    3235  2.2003 0.1434922    
## Ctime      1  19010   19010 12.9304 0.0006762 ***
## Catmos     1  96023   96023 65.3150 5.028e-11 ***
## Residuals 57  83798    1470                      
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Du summury, on obtient que $\sigma = 38.34$. Donc

```r
library(matlib)
```

```
## Warning in rgl.init(initValue, onlyNULL): RGL: unable to open X11 display

## Warning: 'rgl.init' failed, running with 'rgl.useNULL = TRUE'.
```

```
std_error = (38.34*sqrt((inv(nombre))))[1,1]
```

## 4. Estimer un modèle plus simple ne comprenant que les facteurs influents. Comparer l'estimation des coefficients avec le modèle précédent

```
silicium_adj = lm(Camber ~ Ltemp + Lpress + Ctime + Catmos, data = silicium)
summary(silicium_adj)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = Camber ~ Ltemp + Lpress + Ctime + Catmos, data = silicium)
##
## Residuals:
##     Min      1Q  Median      3Q     Max
## -74.953 -26.547  -4.016  25.844  85.547
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  107.016      4.816  22.222  < 2e-16 ***
## Ltemp         19.453      4.816   4.040 0.000157 ***
## Lpress        28.016      4.816   5.818 2.59e-07 ***
## Ctime        -17.234      4.816  -3.579 0.000698 ***
## Catmos       -38.734      4.816  -8.043 4.62e-11 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 38.53 on 59 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.6839, Adjusted R-squared:  0.6625
## F-statistic: 31.92 on 4 and 59 DF,  p-value: 3.711e-14
```

Les quatre coefficients obtenus avec ce modèle sont strictement similaires aux quatre coefficients associées aux mêmes variables explicatives (identifiés en jaune précédemment) dans le modèle précédent qui prenait en compte les six variables explicatives. De ce fait, en supprimant deux variables explicatives, aucun potentiel effet d'interaction n'a été perdu. Ceci valide la suppression des deux variables Ltime et Ctemp.

## 5.

### 5.1. Quelles sont les conditions expérimentales qui permettent de minimiser la courbure Camber ?

Pour minimiser la courbure de la plaque de silicium dans notre modèle, on veut d'une part maximiser l'influence des facteurs à influence négative sur la courbure, et d'autre part minimiser l'influence des facteurs à influence positive sur la courbure. Ainsi, on va se placer en 1 pour Ctime et Catmos et en -1 pour Ltemp et Lpress. Autrement dit, les conditions expérimentales pour minimiser la courbure sont : Ctime 29 secondes ; Catmos 26°C ; Ltemp 55 °C et Lpress 5bars.

### 5.2. Donner un intervalle de confiance pour la courbure moyenne en ce point de fonctionnement optimal

On cherche maintenant un intervalle de confiance pour la courbure moyenne en ce point de fonctionnement optimal.

```
frame = data.frame(Ltemp = -1, Lpress = -1, Ctime = 1, Catmos = 1)
base_prediction = data.frame(predict(silicium_adj, frame, interval="confidence", level=0.95))
upper_limit = 25 + 2*38.53/sqrt(64)
```

### 5.3. Quel est l'impact sur la courbure d'une augmentation de 5 degrés C de la température de laminage ?

On étudie enfin l'influence dans notre modèle d'une augmentation de 5°C de la température de laminage de la plaque (soit +0,5 en valeurs normalisées par rapport à l'intervalle [55C;75C] ).

```
frame_augment = data.frame(Ltemp = -0.5, Lpress = -1, Ctime = 1, Catmos = 1)
adj_prediction = data.frame(predict(silicium_adj, frame_augment, interval="confidence", level=0.95))
dif = adj_prediction$fit - base_prediction$fit
```

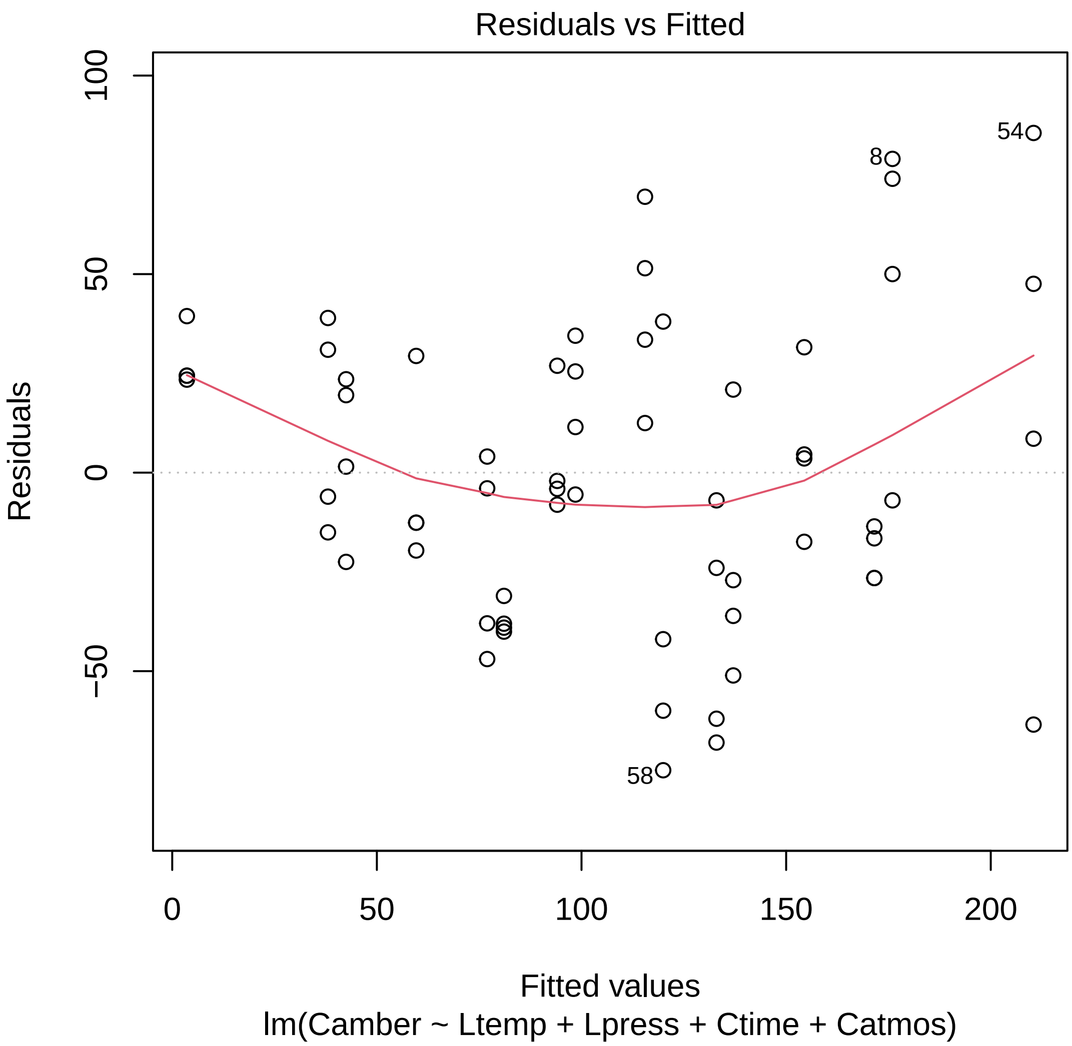
Précédemment on avait en les points minimum une courbure attendue de 3,57. Ici, après une augmentation de 5°C on obtient une courbure de 13,30. Ainsi, une telle augmentation de la température de laminage aboutit à une augmentation de 9,73 de la courbure.

## 6. Les hypothèses du modèle sont-elles vérifiées ? expliquer

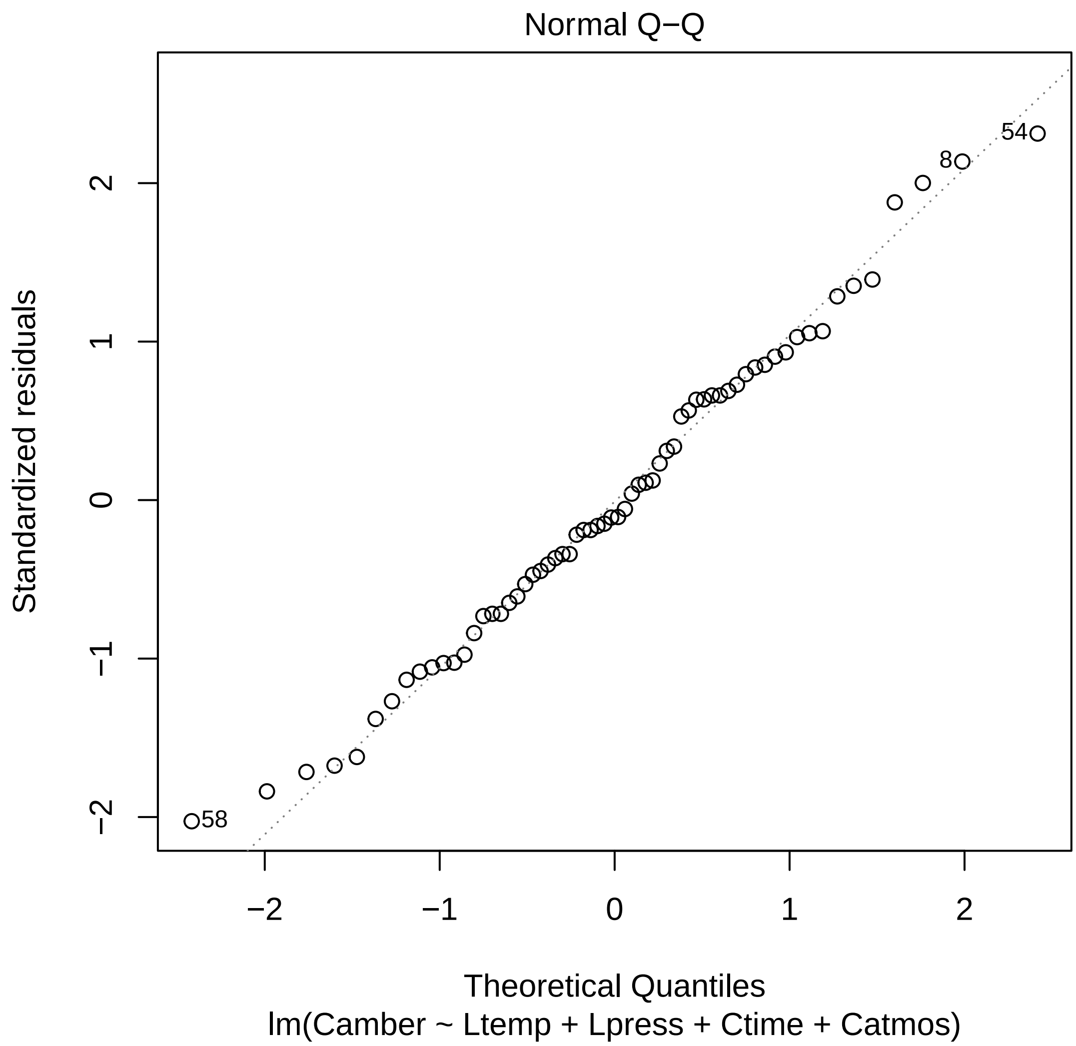
L'hypothèse d'une dépendance uniquement linéaire en les quatre variables explicatives Ltemp, Lpress, Ctime et Catmos n'est pas parfaitement vérifiée. En effet, le modèle de régression obtenu a un coefficient de régression R2=0,6839 assez faible.

De plus, on plot la régression linéaire comme montré en haut de page suivante. Les résidus ne sont pas uniformément répartis, ce qui confirme l'existence de dépendances qui restent à expliquer.

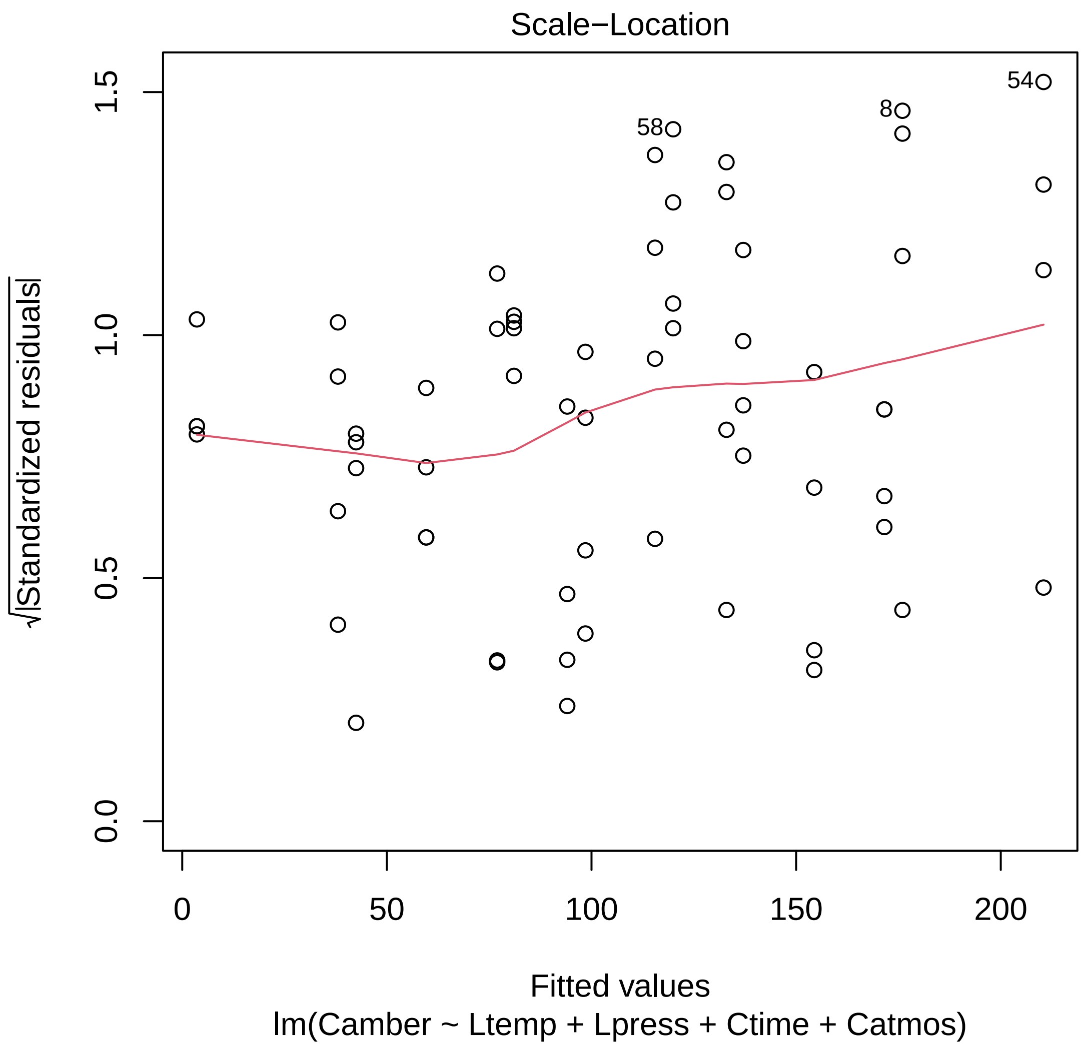
```
plot(silicium_adj)
```



Residuals vs Fitted
Residuals
100
50
0
−50
0
50
100
150
200
Fitted values
lm(Camber ~ Ltemp + Lpress + Ctime + Catmos)
54
8
58




```
## hat values (leverages) are all = 0.078125
##  and there are no factor predictors; no plot no. 5
```


Scale−Location
√|Standardized residuals|
0.0
0.5
1.0
1.5
0
50
100
150
200
Fitted values
lm(Camber ~ Ltemp + Lpress + Ctime + Catmos)
58
8
54

# Exercice 01 - Régression logistique

## 1. Décrire les variables

Le fichier neuralgia.txt décrit un ensemble de 60 patients soignés pour névralgie avec chacun quatre variables explicatives : l'âge (variabe à modalités mutliples), le sexe, (variable à deux modalités) le traitement suivi (variable à trois modalités) et la durée (variable à modalités multiples). La variable étudiée est Pain et représente la souffrance du patient : 0 s'il ne souffre pas et 1 s'il souffre. On visualise les premières lignes de ce fichier importé dans R ci-dessous

```
neuralgia = read.table(file = "neuralgia.txt",  # ./02. Segundo BE/01. Treinamento/neuralgia.txt
                       header = TRUE)
head(neuralgia)
```

```
##   Treatment Sex Age Duration Pain
```

```
## 1         P   F  68        1    0
## 2         B   M  74       16    0
## 3         P   F  67       30    0
## 4         P   M  66       26    1
## 5         B   F  67       28    0
## 6         B   F  77       16    0
```

```
unique(neuralgia$Treatment)
```

```
## [1] "P" "B" "A"
```

```
unique(neuralgia$Sex)
```

```
## [1] "F" "M"
```

### 2. Partager le fichier en un fichier d'apprentissage (80%) et un fichier de test (20%)

```
n = nrow(neuralgia)
p = n * 0.8
u = sample(1:n,p)
donnes_apprentissage = neuralgia[u,]
donnes_test = neuralgia[-u,]
nrow(donnes_apprentissage)
```

```
## [1] 48
```

```
nrow(donnes_test)
```

```
## [1] 12
```

### 3. Réaliser sur le fichier d'apprentissage une régression logistique pour prédire la variable Pain

L'évènement modélisé ici est l'évènement « il y a Pain ». Soit $\pi(x)$ la probabilité de l'évènement que l'on cherche à modéliser. Alors le modèle logit consiste à écrire que :

Où sont les paramètres à estimer. La fonction Logit est la fonction définie par :

```
donnes_apprentissage$Treatment = as.factor(donnes_apprentissage$Treatment)
donnes_apprentissage$Sex = as.factor(donnes_apprentissage$Sex)
logistic_model = glm(Pain ~ Treatment + Sex + Age + Duration, family=binomial(link="logit"), data=donnes
```

### 4. Analyser le résultat des commandes Anova

```r
anova(logistic_model,test="Chisq") # test du Chi carré
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model: binomial, link: logit
##
## Response: Pain
##
## Terms added sequentially (first to last)
##
##
##           Df Deviance Resid. Df Resid. Dev Pr(>Chi)
## NULL                         47     65.203
## Treatment  2  13.7236        45     51.479 0.001047 **
## Sex        1   5.0861        44     46.393 0.024118 *
## Age        1   7.0691        43     39.324 0.007842 **
## Duration   1   0.0168        42     39.307 0.896743
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```r
anova(logistic_model,test.statistic = "LR", type= 'III') # test de maximum de vraisemblance
```

```
## Warning in anova.glm(logistic_model, test.statistic = "LR", type = "III"): the
## following arguments to 'anova.glm' are invalid and dropped: list(test.statistic
## = "LR", type = "III")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
## Model: binomial, link: logit
##
## Response: Pain
##
## Terms added sequentially (first to last)
##
##
##           Df Deviance Resid. Df Resid. Dev
## NULL                         47     65.203
## Treatment  2  13.7236        45     51.479
## Sex        1   5.0861        44     46.393
## Age        1   7.0691        43     39.324
## Duration   1   0.0168        42     39.307
```

```r
anova(logistic_model,test.statistic = "Wald", type= 'III') # test de Wald-Wolfowitz
```

```
## Warning in anova.glm(logistic_model, test.statistic = "Wald", type = "III"): the
## following arguments to 'anova.glm' are invalid and dropped: list(test.statistic
## = "Wald", type = "III")
```

```
## Analysis of Deviance Table
##
```

```
## Model: binomial, link: logit
##
## Response: Pain
##
## Terms added sequentially (first to last)
##
##
##           Df Deviance Resid. Df Resid. Dev
## NULL                         47     65.203
## Treatment  2  13.7236        45     51.479
## Sex        1   5.0861        44     46.393
## Age        1   7.0691        43     39.324
## Duration   1   0.0168        42     39.307
```

Avec le test du Chi carré, la durée du traitement n'a aucune influence sur la douleur du patient. Le traitement employé, le sexe et l'âge du patient ont eux une influence.

Dans le test de maximum de vraisemblance, la durée du traitement n'a toujours pas d'influence et le traitement employé, l'âge et le sexe du patient ont une influence. Notons néanmoins que l'influence estimée de ces trois variables explicatives est différente du test précédent. Ici, le type de traitement appliqué a une plus forte influence ainsi que l'âge, le sexe ayant une influence du même ordre de grandeur.

Pour le Wald-Wolfwitz, la même conclusion sur la non influence de la durée du traitement. De la même manière, les influences estimées du type de traitement, de l'âge et du sexe du patient sont différentes des analyses précédentes.

```
summary(glm(Pain ~.,family=binomial(link="logit"),data=donnes_apprentissage))
```

```
##
## Call:
## glm(formula = Pain ~ ., family = binomial(link = "logit"), data = donnes_apprentissage)
##
## Deviance Residuals:
##     Min       1Q   Median       3Q      Max
## -2.6836  -0.5751  -0.2493   0.6570   2.0796
##
## Coefficients:
##               Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept) -17.235403   7.212426  -2.390  0.01686 *
## TreatmentB   -0.822777   1.012906  -0.812  0.41662
## TreatmentP    2.871400   1.079599   2.660  0.00782 **
## SexM          1.563858   0.826601   1.892  0.05850 .
## Age           0.221531   0.099280   2.231  0.02566 *
## Duration     -0.005021   0.038819  -0.129  0.89708
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
##
##     Null deviance: 65.203  on 47  degrees of freedom
## Residual deviance: 39.307  on 42  degrees of freedom
## AIC: 51.307
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

A la lecture de ce summary, on conclut encore une fois sur la large non-influence (en rouge) de la durée du traitement sur la douleur ressentie par le patient. Le sexe et l'âge du patient sont tout deux influents. Concernant le traitement, on peut préciser à la lecture du summary que le traitement B n'a aucune influence sur Pain alors que le traitement P en a une grande (en vert).

## 5. Réaliser maintenant une procédure forward pour le critère AIC

On effectue maintenant une procédure forward pour construire le modèle basé sur les variables les plus significatives. Celui ci fonctionne en ajoutant à chaque itération une variable au modèle. La variable ajoutée sera celle qui minimisera le critère AIC. On arrête les itérations quand toutes les variables auront été ajoutées ou bien quand toutes les variables restantes à ajouter dépassent un certain seuil (5%) du critère. Dans notre cas, on obtient les itérations et le résultat (en vert) affichés ci dessous :

```
logistic_model_2=glm(Pain ~ 1,family=binomial,data=donnes_apprentissage)
next_step <- step(logistic_model_2, direction="forward", scope=list(upper=~(Treatment + Sex + Age + Dura
```

```
## Start:  AIC=67.2
## Pain ~ 1
##
##             Df Deviance    AIC
## + Treatment  2   51.479 57.479
## + Age        1   59.450 63.450
## + Sex        1   60.057 64.057
## <none>           65.203 67.203
## + Duration   1   63.946 67.946
##
## Step:  AIC=57.48
## Pain ~ Treatment
##
##            Df Deviance    AIC
## + Age       1   43.256 51.256
## + Sex       1   46.393 54.393
## <none>          51.479 57.479
## + Duration  1   50.531 58.531
##
## Step:  AIC=51.26
## Pain ~ Treatment + Age
##
##            Df Deviance    AIC
## + Sex       1   39.324 49.324
## <none>          43.256 51.256
## + Duration  1   43.249 53.249
##
## Step:  AIC=49.32
## Pain ~ Treatment + Age + Sex
##
##            Df Deviance    AIC
## <none>          39.324 49.324
## + Duration  1   39.307 51.307
```

```
next_step$anova
```

```
##          Step Df  Deviance Resid. Df Resid. Dev      AIC
## 1              NA        NA        47   65.20255 67.20255
## 2 + Treatment -2 13.723603        45   51.47895 57.47895
## 3       + Age -1  8.223191        44   43.25576 51.25576
## 4       + Sex -1  3.932081        43   39.32368 49.32368
```

```
# anova(next_step,test.statistic="LR",type = 'III')
```

Le modèle obtenu par cette procédure confirme les analyses faites précédemment. Il sélectionne les variables explicatives Traitement, Age et Sex avec Traitement qui a la plus grande influence car sélectionné en premier.

### 6. A l'aide du fichier test, comparer les matrices de confusions pour les deux modèles

```
logistic_model_reduit = glm(Pain ~ Treatment + Sex + Age, family=binomial(link="logit"), data=donnes_ap
predict = exp(predict(logistic_model, newdata = donnes_test))/(1+exp(predict(logistic_model, newdata=do
predict_reduit = exp(predict(logistic_model_reduit, newdata =donnes_test))/(1+exp(predict(logistic_mode
table(predict > 0.5, donnes_test$Pain)
```

```
##
##         0 1
##   FALSE 5 1
##   TRUE  2 4
```

```
table(predict_reduit > 0.5, donnes_test$Pain)
```

```
##
##         0 1
##   FALSE 5 0
##   TRUE  2 5
```

Même résultat !!

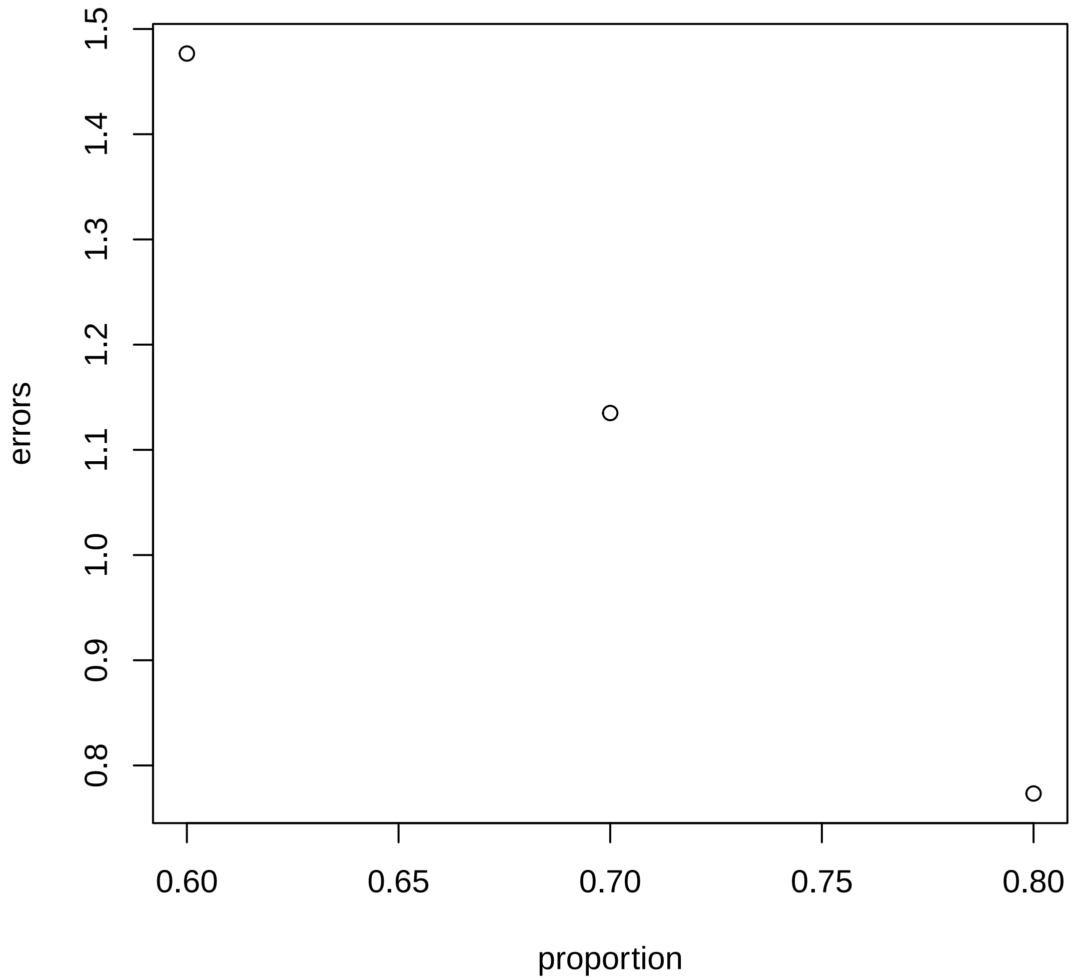
### 7. On se fixe un modèle. Etudier la sensibilité des qualités prédictives à l'échantillon

```
calculer_diff_vector <- function(n,p,neuralgia){

  diff = vector("numeric",50)

  for (i in 1:50) {
    u = sample(1:n,p)
    donnes_apprentissage = neuralgia[u,]
    donnes_test = neuralgia[-u,]
    donnes_apprentissage$Treatment = as.factor(donnes_apprentissage$Treatment)
    donnes_apprentissage$Sex = as.factor(donnes_apprentissage$Sex)
    logistic_model = glm(Pain ~ Treatment + Sex + Age + Duration, family=binomial(link="logit"), data=d
```

```
    predict = exp(predict(logistic_model, newdata = donnes_test))/(1+exp(predict(logistic_model, newdata
    results = table(predict > 0.5, donnes_test$Pain)
    diff[i] = (results[1,1]+results[2,2])/12
  }

  return (diff)

}

base_case = calculer_diff_vector(n,n * 0.8,neuralgia)
# alt_case_1 = calculer_diff_vector(n,n * 0.9,neuralgia)
alt_case_2 = calculer_diff_vector(n,n * 0.7,neuralgia)
alt_case_3 = calculer_diff_vector(n,n * 0.6,neuralgia)
```

```
## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

## Warning: glm.fit: algorithm did not converge

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred

## Warning: glm.fit: fitted probabilities numerically 0 or 1 occurred
```

```
# aver = c(mean(base_case), mean(alt_case_1), mean(alt_case_2), mean(alt_case_3))
errors = c(mean(base_case), mean(alt_case_2), mean(alt_case_3))
proportion = c(0.8, 0.7, 0.6)
plot(proportion,errors)
```


1.5
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
errors
0.60
0.65
0.70
0.75
0.80
proportion