# Šķidrumi un gāzes

2023-12-09

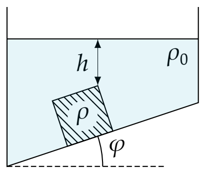
## Iesildīšanās

**1°** Autobusā, kas vienmērīgi brauc pa taisnu ceļu, sēž bērns un tur aiz diega ar hēliju piepildītu gaisa balonu. Autobuss sāk bremzēt. Kurā virzienā attiecībā pret autobusu sāks pārvietoties gaisa balons?

## Hidrostatika

**2°** Gāzes blīvums ir saistīts ar tās temperatūru un spiedienu kā $\rho = ap/T$. Pieņemot, ka gaisa temperatūra lineāri samazinās ar augstumu, t. i. $T = T_0 - bz$, nosakiet (a) kā ar augstumu mainās gaisa spiediens un (b) cik liels ir atmosfēras augstums.

**3°** Traukā ar slīpo dibenu, kas veido leņķi $\varphi$ ar horizontu, ir ielikts kubs ar šķautnes garumu $a$ un blīvumu $\rho$. Kuba augšējā šķautne atrodas dziļumā $h$. Kubs cieši pieguļ dibenam. Atmosfēras spiediens ir $p_0$, šķidruma blīvums $\rho_0$, brīvas krišanas paātrinājums $g$. Nosakiet spēku, ar kuru kubs iedarbojas uz dibenu.

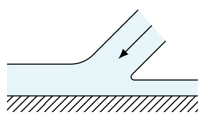



**4°** Nosakiet spiedienu attālumā $r$ no sfēriskas šķidras planētas centra, ja planētas rādiuss ir $R$ un blīvums $\rho$ ir vienāds visos planētas tilpuma punktos.

## Ideāls šķidrums

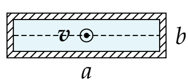
**5°** Cilindriskā trauka sānu malā visā tās augstumā ir izdurti daudz mazu caurumiņu. Traukā ielēj ūdeni līdz augstumam $H$. Aprakstiet ģeometrisko telpas punktu kopu, kurus varēs sasniegt strūklas no caurumiņiem. Cilindra rādiuss ir $R$. Pieņemt, ka ūdens līmenis cilindrā gandrīz nemainās.

**6°** Plata ūdens strūkla ar biezumu $h$ krīt leņķī $\varphi$ uz plakni. Uz plaknes tā sadalās divās mazākās strūklās ar biezumiem $h_1$ un $h_2$. Izsakiet $h_1$ un $h_2$ ar $h$ un $\varphi$. Pieņemiet, ka $\max v^2 \gg \max gz$ un strūklas sākumā ārējais spiediens ir vienāds ar atmosfēras spiedienu.



## Viskozs šķidrums

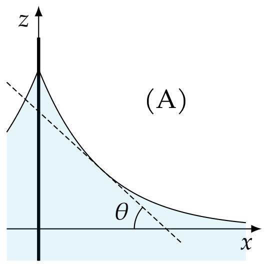
**7°** Viskozs šķidrums lamināri plūst caurulē ar taisnstūra $(a \times b)$ šķērsgriezumu, kur $a \gg b$. Cauruli garenvirzienā sadala uz pusēm ar plānu sieniņu, kā parādīts attēlā. Cik reižu būs izmainījusies plūsma caur cauruli, ja starp caurules galiem uztur nemainīgu spiediena starpību?



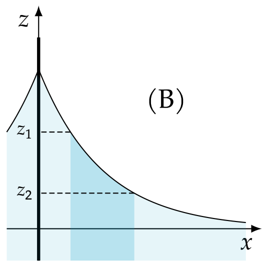
**8°** Ripa, kuras masa ir $m$ un rādiuss $R$, slīd lejup pa slīpu plakni ar slīpuma leņķi $\varphi$. Cik liels ir ripas stacionārais kustības ātrums, ja starp ripu un plakni ir smēres slānis, kura biezums ir $d$ un viskozitāte $\eta$?

## Virsmas spraigums

**9°** (*IPhO 2023, Q3.B*) A flat board of negligible thickness is immersed vertically in water (see Fig. A for a side view). Let $\theta(x)$ be the angle between the water surface and the horizontal plane at a point $(x, z)$ on the water surface in the $xz$-plane. Far away from the board, water surface is flat and $z = 0$. Let $\theta(0) = \theta_0$ be fixed. Water density is $\rho$, surface tension $\gamma$, free-fall acceleration $g$, atmospheric pressure $P_0$.




(a) Water pressure $P$ satisfies $P < P_0$ for $z > 0$ and $P = P_0$ for $z = 0$. Express $P(z)$ in terms of $\rho$, $g$, $z$ and $P_0$.




Consider a water block whose cross-section is shaded in Fig. B. Let $z_1$ and $z_2$ be the left and the right edge coordinates, respectively, of the water surface.

(b) Obtain the $x$-component $f_x$ of the net force per unit length along the $y$-axis, which is exerted on the water block due to the pressure, in terms of $\rho$, $g$, $z_1$ and $z_2$.

Surface tension acting on the water block is balanced with the force $f_x$ discussed previously. Let $\theta_1$ and $\theta_2$ be the angles between the water surface and the horizontal plane at the left and right edges of the block, respectively.

(c) Express $f_x$ in terms of $\gamma$, $\theta_1$ and $\theta_2$.

At an arbitrary point $(x, z)$ on the water surface, $(z/\ell)^a + 2\cos\theta(x) = \text{const}$.

(d) Determine the exponent $a$ and express the constant $\ell$ in terms of $\gamma$ and $\rho$.

In the previous question, we can assume that the variation of water surface is slow, i. e., $|z'(x)| \ll 1$, so that we can expand $\cos\theta(x)$ with respect to $z'(x)$ up to the second order. Then, differentiating the resultant equation with respect to $x$, we obtain the differential equation satisfied by $z(x)$.

(e) Solve this differential equation and determine $z(x)$ for $x \geqslant 0$ in terms of $\tan\theta_0$ and $\ell$.