

## Лабораторная работа XII: Уравнения Лагранжа первого рода

### Задание №1: Движение по эллипсоиду

Материальная точка массы  $m$  скатывается по гладкому неподвижному эллипсоиду с полуосями  $a, b, c$  под действием центральной силы тяжести  $mg$  без начальной скорости. Уравнения связей в этом случае имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{x}{a^2} \cdot \lambda \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{y}{b^2} \cdot \lambda \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -g + \frac{x}{a^2} \cdot \lambda \end{cases} \quad (1)$$

множитель Лагранжа равен:

$$\lambda = \frac{g - \frac{v_x^2}{a^2} - \frac{v_y^2}{b^2} - \frac{v_z^2}{c^2}}{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}} \quad (2)$$

смоделируйте движение точки и изобразите поверхность, по которой она движется.

### Задание №2: Движение в цилиндре

Материальная точка массы  $m$  движется по внутренней поверхности цилиндра радиуса под действием центральной силы тяжести.

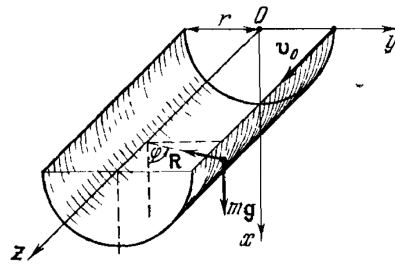


Рис. 1: Схематический рисунок движение точки по внутренности цилиндра

Уравнения связей в этом случае имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \lambda x \\ \frac{d^2y}{dt^2} = 0 \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -g + \lambda z \end{cases} \quad (3)$$

множитель Лагранжа равен:

$$\lambda = -\frac{3gz}{z^2 + x^2} \quad (4)$$

смоделируйте движение точки и изобразите поверхность, если уравнения, определяющие цилиндр имеют следующий вид:

$$\begin{cases} x = R \cdot \cos(\theta) \\ y = y \\ z = R \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (5)$$

где  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,  $y \in [0, 10]$ . В начальный момент тело находится в точке, с координатами  $(1, 0, 0)$  и компонентами скорости  $(0, 1, 0)$ .