

京大数学理科後期 2005 年度

1 問題 1

曲線 $y = x^3$ の $x > 0$ の部分を C とする. C 上の点 P に対し, P における C の接線と x 軸との交点を Q とし, P における C の法線と y 軸との交点を R とする. P が C 上を動く時, $\frac{OR}{OQ}$ の最小値をもとめよ. ただし, O は原点である.

2 問題 2

$\frac{2z + 2i}{z + 2i} = \bar{z}$ をみたす複素数 z をすべてもとめよ. (ただし, i は虚数単位, \bar{z} は z の共役な複素数である.)

3 問題 3

二次元列ベクトル A_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) が

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, A_{n+2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} A_{n+1} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A_n, (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

を満たす時, A_n を求めよ.

4 問題 4

四面体 $OABC$ において, 三角形 ABC の重心を G とし, 線分 OG を $t:1-t$ ($0 < t < 1$) に内分する点を P とする. また, 直線 AP と面 OBC との交点を A' , 直線 BP と面 OCA との交点を B' , 直線 CP と面 OAB との交点を C' とする. このとき, 三角形 $A'B'C'$ は

三角形 ABC と相似であることをしめし，相似比を t であらわせ．

5 問題 5

$n < \int_{10}^{100} \log_{10} x dx$ を満たす最大の自然数 n を求めよ．ただし， $0.434 < \log_{10} e < 0.435$ (e は自然対数の底) である．

6 問題 6

n 枚の 100 円玉と $n + 1$ 枚の 500 円玉を同時に投げたとき，表の出た 100 円玉の枚数より表の出た 500 円玉の枚数の方が多い確率を求めよ．