

x の関数 $f(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 9)$ の, $t \leq x \leq t+1$ という範囲における最大値を $g(t)$ とする. t が $-3 \leq t \leq 3$ の範囲を動く時, 関数 $s = g(t)$ を求め, そのグラフを描け.

[解] まず,

$$f'(x) = 2x(2x^2 - 13)$$

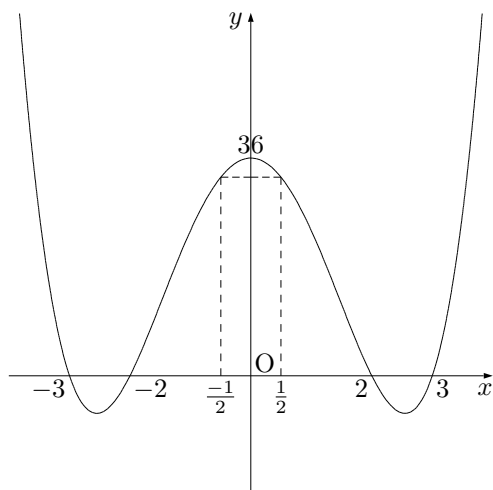
である. 故に $\alpha = \sqrt{13/2}$ において下表を得る.

t		$-\alpha$		0		β	
f'	-	0	+	0	-	0	+
f	\searrow		\nearrow		\searrow		\nearrow

また,

$$\begin{aligned} f(t) &= f(t+1) \\ \iff (t+3)(t-2)(4t+2) &= 0 \end{aligned}$$

である. 故に $y = f(x)$ のグラフは下図.



従って, 求める関数 $g(x)$ は以下ようになる.

$$g(x) = \begin{cases} f(t+1) & (-3 \leq t \leq -1) \\ 36 & (-1 \leq t \leq 0) \\ f(t) & (0 \leq t \leq 2) \\ f(t+1) & (2 \leq t \leq 3) \end{cases}$$

$f(x+1) = x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 22x + 24$ に注意して, このグラフは右上図. ... (答)

