

# 東工大理系後期 1995 年度

June 29, 2025

## 1 問題 1

一辺の長さが 2 の立方体  $C$  がある.  $S_0$  を  $C$  の 6 つの面に内接する球とする. 次に  $S_0$  に外接し,  $C$  の 3 つの面と内接する球  $S_1$  を取る.  $S_1$  に外接し,  $C$  の 3 つの面に内接する球  $S_2$  を  $S_1$  の外側 ( $S_0$  と反対側) に取る. 以下帰納的に,  $S_0, \dots, S_n$  まで取れたとして,  $S_n$  に外接し,  $C$  の 3 つの面に内接する球  $S_{n+1}$  を  $S_n$  の外側にとる.

1.  $S_n$  の半径を  $n$  の式で表せ.
2. 立方体  $C$  の中でどの  $S_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) にも含まれない部分の体積を求めよ.

## 2 問題 2

楕円  $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$  ( $a \geq 1$ ) が与えられている.

1.  $C$  の外部の点  $P(X, Y)$  から  $C$  への 2 接線が直交するように  $P$  を動かす.  $P$  の軌跡を求めよ.
2.  $S$  を (1) で求めた  $P$  の軌跡とする.  $S$  と  $C$  で囲まれた部分を直線  $x = 2a$  を軸として, 回転してできる回転体の体積を求めよ.