25 m 隔てて二地点 PQ がある．いま AB 二人がそれぞれ PQ に立ち，同時に向かい合って走り出す．走り出してから t 秒後の AB の速度を，P から Q に向かう方向を正の向きとしてそれぞれ u m/s，v m/s とすれば，u は一定で，$v = 3t^2/4 - 3t$ である．
このとき，B が Q に帰るまでに A が B に出会うかまたは追いつくためには，u が少なくともどれほどの大きさでなければならないか．

[解] AB の P からの距離をそれぞれ $A(t)$, $B(t)$ とすると，

$$A(t) = \int_0^t u dt + A(0) = ut$$
$$B(t) = \int_0^t v dt + B(0) = \frac{1}{4}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 25$$

である.$B(t) \leq 25 \iff 0 \leq t \leq 6$ であるから，A が B に追いつくには，$y = A(t)$ と $y = B(t)$ が $0 < t < 6$ で少なくとも一回交わればよい．y を消去して

$$\begin{aligned} & A(t) = B(t) \\ \iff & u = \frac{1}{4}t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{25}{t} \equiv f(t) \qquad (1) \end{aligned}$$

である．

$$f'(t) = \frac{1}{2}t - \frac{3}{2} - \frac{25}{t^2} = \frac{(t-5)(t^2+2t+10)}{2t^2}$$

から，下表を得る．

t	0		5		6
f'		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	15/4	$\nearrow$	25/6

よって，$f(t) \to \infty (t \to 0)$ と合わせて，グラフは下図.

a

従って (1) が $0 < t < 6$ に解を持つ条件は

$$\frac{15}{4} \leq u$$

であるから，求める最小値は 15/4 m/s である．
$\cdots$(答)