京大数学理科後期 2005 年度

1 問題1

曲線 $y=x^3$ の x>0 の部分を C とする。C 上の点 P に対し,P における C の接線と x 軸との交点を Q とし,P における C の法線と y 軸との交点を R とする。P が C 上を動く時, $\frac{OR}{OO}$ の最小値をもとめよ。ただし,O は原点である。

2 問題 2

 $\frac{2z+2i}{z+2i}=\bar{z}$ をみたす複素数 z をすべてもとめよ. (ただし, i は虚数単位, \bar{z} は z の共役な複素数である。)

3 問題3

二次元列ベクトル $A_n (n=1,2,3,\cdots)$ が

$$A_{1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, A_{2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, A_{n+2} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} A_{n+1} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} A_{n}, (n = 1, 2, 3, \dots)$$

$$(1)$$

を満たす時, A_n を求めよ.

4 問題 4

四面体 OABC において、三角形 ABC の重心を G とし、線分 OG を t: 1-t (0 < t < 1) に内分する点を P とする。また、直線 AP と面 OBC との交点を A'、直線 BP と面 OCA との交点を B'、直線 CP と面 OAB との交点を C' とする。このとき、三角形 A'B'C' は

三角形 ABC と相似であることをしめし、相似比を t であらわせ、

5 問題5

 $n < \int_{10}^{100} \log_{10} x \mathrm{d}x$ を満たす最大の自然数 n を求めよ. ただし, $0.434 < \log_{10} e < 0.435$ (e は自然対数の底)である.

6 問題 6

n 枚の 100 円玉と n+1 枚の 500 円玉を同時に投げたとき、表の出た 100 円玉の枚数 より表の出た 500 円玉の枚数の方が多い確率を求めよ.