

東工大理系後期 2008 年度

July 1, 2025

1 問題 1

次の問に答えよ.

1. 実数 $a_1, a_2, x_1, x_2, y_1, y_2$ が

$$\begin{aligned}0 < a_1 &\leq a_2 \\ a_1 x_1 &\leq a_1 y_1 \\ a_1 x_1 + a_2 x_2 &\leq a_1 y_1 + a_2 y_2\end{aligned}$$

をみたすとしている. このとき $x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2$ であることを証明せよ.

2. n を 2 以上の整数とし, $3n$ 個の実数 $a_1, a_2, \dots, a_n, x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ が

$$0 < a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$$

および n 個の不等式

$$\sum_{i=1}^j a_i x_i \leq \sum_{i=1}^j a_i y_i \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

をみたしているならば,

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n y_i$$

であることを証明せよ.

2 問題 2

自然数 n に対して

$$I_n = \int_0^1 x^2 |\sin n\pi x| dx$$

とおく. 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ を求めよ.