

全ての正の実数  $x, y$  に対し

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq k\sqrt{2x+y}$$

が成立するような実数  $k$  の最小値を求めよ .

[解] コーシーシュワルツの不等式から

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \sqrt{2x+y}$$

である . 等号成立は  $\begin{pmatrix} \sqrt{2x} \\ y \end{pmatrix} \parallel \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$  の時である . これは例えば  $(x, y) = (1, 2)$  とでもすれば成立する . 故に求める  $\min k = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdots$  (答) である .