

ある鉄道の旅客運賃計算規則は以下のとおりであり，それによると，距離が 319 km，349 km のときの運賃は，それぞれ 970 円，1010 円となる．下記の文中の a, b はともに 0.1 の整数倍の数である．

旅客運賃は，距離が 300 km 以下の分に対しては 1 km につき a 円，300 km を超過した分に対しては 1 km につき b 円として計算し，その結果において，10 円未満の端数は 10 円に切り上げるものとする．

[解] $p, q \in \mathbb{N}$ とする． $a = 0.1p$ ， $b = 0.1q$ とおく．距離 x の時の運賃を $f(x)$ とする．

$$\begin{cases} f(319) = 970 \\ f(349) = 1010 \end{cases}$$

となる．後半の文章から

$$\begin{cases} 960 < 300a + 19b \leq 970 \\ 1000 < 300a + 49b \leq 1010 \end{cases} \iff \begin{cases} 960 < 30p + 1.9q \leq 970 \\ 1000 < 30p + 4.9q \leq 1010 \end{cases}$$

辺々引いて

$$30 < 3q < 50$$

故に $q \in \mathbb{N}$ と合わせて $q = 11, 12, \dots, 16$ である．以下 $A = f(349) - f(319)$ とおく． $A = 40$ となる必要がある．

$$(i) \underline{q = 11}$$