

東工大理系後期 2002 年度

July 1, 2025

1 問題 1

n を自然数とする.

1. 実数 x に対して, $\sum_{k=0}^n (-1)^k x^{2k} - \frac{1}{1+x^2}$ を求めよ.
2. 不等式 $\left| \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1} - \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx \right| \leq \frac{1}{2n+3}$ が成り立つことを示せ.
3. 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1}$ を求めよ.

2 問題 2

xy 平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある. C を底面, $(0, 0, \sqrt{3})$ を頂点とする直円すい S を考える. 点 $P(1, 0, 0)$ および $Q(-2, 0, 0)$ をとる. さらに, 動点 $M(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を線分 MQ が M 以外に C と交わらないように動かす.

1. θ のとりうる値の範囲を求めよ.
2. 点 P から動点 M までは直円すい S の側面を通り, M からは直線にそって点 Q へ向かう道を考える. このような P から Q までの全ての道の長さの最小値を求めよ.