

東大 96-6

平成 27 年 7 月 8 日

xyz 空間に 5 点 $A(1, 1, 0), B(-1, 1, 0), C(-1, -1, 0), D(1, -1, 0), P(0, 0, 3)$ をとる . 四角錐 $PABCD$ の $x^2 + y^2 \geq 1$ を満たす部分の体積を求めよ .

[解] 対称性から ,

$$0 \leq y \leq x \quad (1)$$

の部分で題意を満たす部分の体積 V' , 求める体積 V として

$$V = 8V' \quad (2)$$

となる . 以下 V' について考える .

さて , $0 \leq \theta \leq \pi/2$ に対して $c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$ とおき , 四角錐を $x = s$ で切断すると , 題意の不等式は以下ようになる . ただし , (??) に注意した .

$$c \leq y \leq s$$

$$0 \leq z \leq$$

