

- (1) xyz 空間において, 3 点 $A(0, 0, 1/2), B(0, 1/2, 1), C(1, 0, 1)$ を通る平面 S_0 に垂直で, 長さが 1 のベクトル \vec{n}_0 を全て求めよ.
- (2) 2 点 $D(1, 0, 0), E(0, 1, 0)$ を通る直線 l を軸として, 平面 S_0 を回転して得られる全ての平面 S を考える. このような平面 S に垂直で長さ 1 のベクトル $\vec{n} = (x, y, z)$ の y 成分の絶対値 $|y|$ は S と共に変化するが, その最大値及び最小値を求めよ.

[解]

- (1) \vec{n}_0 は互いに反対を向いた 2 つのベクトルである. S_0 の法線ベクトルの一つに $\vec{n} = (1, 2, -2)$ があるから, 求めるベクトルは $k \in \mathbb{R}$ として $k\vec{n}$ の形で書ける. この絶対値が 1 であるから, $k = \pm \frac{1}{3}$. 故に $\vec{n}_0 = \pm \frac{1}{3}(1, 2, -2) \cdots$ (答) が求める答えである.
- (2) l の方向ベクトル $\vec{l} = (-1, 1, 0)$ である. 又, $\vec{n}_0 =$ を \vec{l} の周りに回転させたベクトルを考えればよい. l 上に点 A をとる. 以下位置ベクトルの基準点を A として, 点