

東工大理系後期 2010 年度

July 1, 2025

1 問題 1

a, b, t は実数で, $a \geq 0 > b$ とする. 次の漸化式により, 数列 a_n, b_n ($n = 1, 2, \dots$) を定める.

$$a_1 = a, \quad b_1 = b$$

$$a_{n+1} = \left(\frac{t}{2} + \frac{5}{t^2 + 1} \right) a_n + \left(\frac{t}{2} - \frac{5}{t^2 + 1} \right) b_n, \quad b_{n+1} = \left(\frac{t}{2} - \frac{5}{t^2 + 1} \right) a_n + \left(\frac{t}{2} + \frac{5}{t^2 + 1} \right) b_n$$

1. a_n を a, b, t, n を用いて表せ.
2. $n \rightarrow \infty$ とするとき, a_n が収束するための a, b, t についての必要十分条件を求めよ.

2 問題 2

座標平面上で $y = (\log x)^2$ ($x > 0$) の表す曲線を C とし, $\alpha > 0$ に対し, 点 $(\alpha, (\log \alpha)^2)$ における C の接線を $L(\alpha)$ で表す.

1. C のグラフの概形を掛け.
2. C と $L(\alpha)$ との共有点の個数を $n(\alpha)$ とする. $n(\alpha)$ を求めよ.
3. $0 < \alpha < 1$ とし, C と $L(\alpha)$ および x 軸とで囲まれる領域の面積を $S(\alpha)$ とする. $S(\alpha)$ を求めよ.