

曲線 $y = 6 \sin(x/6)$ の上で $x = 2\pi$, $x = 6\pi$ なる点をそれぞれ P , Q とし, 点 P , Q における曲線の接線の交点を R とする. このとき

- (1) R の座標を求めよ.
- (2) 線分 PR , QR と上の曲線とで囲まれる図形の面積を求めよ.

[解]

- (1) $h(x) = 6 \sin(x/6)$ とおく.

$$h'(x) = \cos(x/6)$$

だから, P , Q における接線 l_p , l_q は,

$$\begin{cases} l_p : y = \frac{1}{2}(x - 2\pi) + 3\sqrt{3} \equiv f(x) \\ l_q : y = -(x - 6\pi) \equiv g(x) \end{cases}$$

だから, R はこれらの交点で,

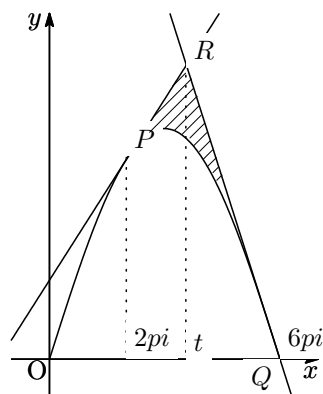
$$R(14\pi/3 - 2\sqrt{3}, 4\pi/3 + 2\sqrt{3})$$

である. …(答)

- (2) グラフの概形は下図である. ただし,

$$t = 14\pi/3 - 2\sqrt{3}$$

である.



従って, 求める面積 S として,

$$\begin{aligned} S &= \int_{2\pi}^t f dx + \int_t^{6\pi} g dx - \int_{2\pi}^{6\pi} h dx \\ &= \frac{8}{3}\pi^2 + 8\sqrt{3}\pi - 63 \end{aligned}$$

である. …(答)