

東工大理系後期 2005 年度

July 1, 2025

1 問題 1

数列 $\{a_m\}$ (ただし $a_m = m$ とする) に対し $b_n = \sum_{m=1}^n a_m$ とおく.

1. $0 < r < 1$ とするとき, $\lim_{n \rightarrow \infty} nr^n = 0$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 r^n = 0$ となることを証明せよ.
2. $S_m = a_1 r + a_2 r^2 + \cdots + a_m r^m$, $T_n = b_1 r + b_2 r^2 + \cdots + b_n r^n$ とおくとき, $\lim_{m \rightarrow \infty} S_m$ および $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ を求めよ.

2 問題 2

C を半径 1 の円とし, その周上に長さ θ の円弧 PQ をおく. C と P で接し C の内部にある円を A , C と Q で接し, A にも接する円を B とする.

1. A と B の面積の和の最小値 S_θ を θ で表せ.
2. θ が 0 から 2π まで動くとき, S_θ の最大値を求めよ.