

東工大理系後期 1990 年度

June 29, 2025

1 問題 1

$(x+1)(x-2)$ の小数第 1 位を四捨五入したものが $1+5x$ と等しくなるような実数 x を求めよ.

2 問題 2

n を 2 以上の整数とする.

1. $n-1$ 次多項式 $P_n(x)$ と n 次多項式 $Q_n(x)$ で実数 θ に対して

$$\sin(2n\theta) = n \sin(2\theta) P_n(\sin^2 \theta), \quad \cos(2n\theta) = Q_n(\sin^2 \theta)$$

を満たすものが存在することを帰納法を用いて示せ.

2. $k = 1, 2, \dots, n-1$ に対して $\alpha_k = \left(\sin \frac{k\pi}{2n}\right)^{-2}$ とおくと

$$P_n(x) = (1 - \alpha_1 x)(1 - \alpha_2 x) \cdots (1 - \alpha_{n-1} x)$$

となることを示せ.

3. $\sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k = \frac{2n^2-2}{3}$ を示せ.