

$x$  に関する方程式  $\frac{x}{9} - \sin \frac{\pi x}{6} = 0$  の最大の根に, もっとも近い整数を求めよ.

[解]  $f(x) = \frac{x}{9} - \sin \frac{\pi x}{6}$  とおく. まず  $6 \leq x$  の時  $f(x) = 0$  の解が存在しないことを示す.

(i)  $6 \leq x \leq 12$  の時

$$\sin \frac{\pi x}{6} \leq 0 < \frac{1}{9}x \text{ より明らか.}$$

(ii)  $12 \leq x$  の時

$$\frac{1}{4}x > 1 \geq \sin \frac{\pi x}{6} \text{ より明らか.}$$

以上から示された.  $\square$

さらに  $f(x)$  は  $3 \leq x \leq 6$  で単調減少であり  
( $f(x)$  は単調減少な関数の和)

$$f(4.5) = \frac{\sqrt{2}-1}{2} > 0, f(5) = \frac{-1}{18} < 0$$

より, 中間値の定理から  $4.5 < x < 5$  に最大の解を持つ. よって求める整数は 5 である.  $\dots$  (答)