x 軸上原点から出発し，効果を投げて表がでたら右へ 1 だけ進み，裏がでたら左へ 1 だけすすむことにする．

(1) これを 4 回くりかえしたとき $x=0$，$x=\pm 1$，$x=\pm 2$，$x=\pm 3$，$x=\pm 4$ の各点にいる確率をもとめよ．

(2) 一般にこれを n 回くりかえしたとき $x=n-2$ にいる確率と $x=n-4$ にいる確率とを求めよ．

[解]

(1) 4 回操作した時，$x=\pm 1, \pm 3$ にある確率は明らかに 0 であることに注意する．又，$x=\pm 2$ にいる確率は対称性から等しく，例えば表が 3 回出る時で

$$\frac{{}_4C_1}{2^4}=\frac{1}{4} \tag{1}$$

$x=\pm 4$ にいる確率は対称性から等しく，例えば表が 4 回出る時で

$$\frac{{}_4C_0}{2^4}=\frac{1}{16} \tag{2}$$

(1)，(2) から，余事象より $x=0$ にいる確率は

$$1-2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)=\frac{3}{8}$$

である．以上をまとめて

$$\begin{cases} x=\pm 1, \pm 3 & 0 \\ x=0 & 3/8 \\ x=\pm 2 & 1/4 \\ x=\pm 4 & 1/16 \end{cases}$$

である．$\cdots$(答)

(2) $x=n-2$ にいるのは表が $n-1$ 回出た時で $\dfrac{{}_nC_{n-1}}{2^n}=\dfrac{n}{2^n}$．$\cdots$(答) また $x=n-4$ にいるのは表が $n-2$ 回出た時で $\dfrac{{}_nC_{n-2}}{2^n}=\dfrac{n(n-1)}{2^{n+1}}$．$\cdots$(答)