

東工大理系後期 2011 年度

July 1, 2025

1 問題 1

正の実数 t に対して、座標空間における 4 点 $O(0, 0, 0)$, $A(t, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$ を考える。このとき、次の問に答えよ。

1. 四面体 $OABC$ のすべての面に内接する球 P の半径 r を t を用いて表せ。
2. t が動くとき、球 P の体積を四面体 $OABC$ の体積で割った値の最大値を求めよ。

2 問題 2

次の式 $x = \tan \theta$, $y = \frac{1}{\cos \theta}$ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$) で表される xy 平面上の曲線 C を考える。定数 $t > 0$ に対し点 $P(t, 0)$ を通り x 軸に垂直な直線 l と曲線 C の交点を Q とする。曲線 C , x 軸, y 軸, および直線 l で囲まれた図形の面積を S_1 とし, $\triangle OPQ$ の面積を S_2 とする。

1. S_1, S_2 を t を用いて表せ。
2. 極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S_1 - S_2}{\log t}$ を求めよ。