

# 東工大理系後期 2000 年度

July 1, 2025

## 1 問題 1

実数  $a, b$  にたいし  $f(x) = x^3 + x^2 + (a + b - a^2)x + ab$  とおく.

1.  $f(x)$  を因数分解せよ.
2. すべての  $x \geq 0$  にたいし  $f(x) \geq 0$  が成り立つための  $a, b$  の条件を求め, それを満たす点  $(a, b)$  の存在する範囲を図示せよ.

## 2 問題 2

1. (1)  $m \geq 0, n \geq 1$  である整数  $m, n$  にたいし  $a_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \cos n\theta d\theta$ ,  $b_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \sin n\theta d\theta$  とおくと, 次の式を示せ.

$$a_{m+1,n} = -\frac{m+1}{n}b_{m,n}, \quad b_{m+1,n} = (-1)^{n+1}\frac{\pi^{m+1}}{n} + \frac{m+1}{n}a_{m,n}$$

2. 半径 1 の球球体上の定点を端点とする長さ  $\pi$  のひもを考える. このひもが球の外側の空間を動くとき, ひもの通過する領域の体積を求めよ.