曲線 $y = 3\sin 2x + \cos 3x$ の $0 < x < \pi$ の範囲にある部分の接線のうち，直線 $3x + y = 0$ に平行なものの方程式を求めよ．

**[解]** $\cos x = c, \sin x = s$ とおく． 題意の曲線 $y = f(x)$ とすると

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6\cos 2x - 3\sin 3x \\ &= 6(1 - 2s^2) - 3(3s - 4s^3) \\ &= 3(4s^3 - 4s^2 - 3s + 2) \qquad (1) \end{aligned}$$

である．題意の直線の傾きは $-3$ だから，$f'(x) = -3$ となる $x$ での接線を求めればよい．(1) から

$$\begin{aligned} f'(x) = -3 \iff 4s^3 - 4s^2 - 3s + 2 &= -1 \\ (4s^2 - 3)(s - 1) &= 0 \\ s &= \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 \\ (\because 0 < x &< \pi) \\ x &= \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3} \end{aligned}$$

であり，$f(\pi/2) = 0$，$f(\pi/3) = 3\sqrt{3}/2 - 1$，$f(2\pi/3) = 1 - 3\sqrt{3}/2$ から求める方程式は

$$\begin{cases} y = -3(x - \dfrac{\pi}{2}) \\ y = -3(x - \dfrac{\pi}{3}) + \dfrac{3\sqrt{3}}{2} - 1 \\ y = -3(x - \dfrac{2\pi}{3}) + 1 - \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \qquad (答)$$

となる．