

$(x+1)(x-2)$ の小数第 1 位を四捨五入したものが $1+5x$ と等しくなるような実数 x を求めよ.

[解]

実数 x に対して $f(x) = (x+1)(x-2)$, $g(x) = 1+5x$ とおく. 題意から,

$$g(x) \in \mathbb{Z}, \quad g(x) - \frac{1}{2} \leq f(x) < g(x) + \frac{1}{2} \quad (1)$$

をみたす $x \in \mathbb{R}$ をもとめればよい. $g(x) \in \mathbb{Z}$ から $5x \in \mathbb{Z}$.
つまり, $x = \frac{t}{5}$ ($t \in \mathbb{Z}$) とかける. eq. (1) に代入して t の条件式を求めると,

$$\begin{aligned} t + \frac{1}{2} &\leq \left(\frac{t}{5} + 1\right) \left(\frac{t}{5} - 2\right) < t + \frac{3}{2} \\ t + \frac{1}{2} &\leq \frac{1}{25}t^2 - \frac{1}{5}t - 2 < t + \frac{3}{2} \\ \therefore 125 &\leq 2t^2 - 60t < 175 \end{aligned} \quad (2)$$

を得る.

ここで, 二次関数 $y = p(t) = 2t^2 - 60t$ のグラフの概形は fig. 1 のようになっており,

$$\begin{array}{ll} p(-3) = 198 & p(-1) = 62 \\ p(31) = 62 & p(33) = 198 \end{array}$$

だから, eq. (2) を満たすような $t \in \mathbb{Z}$ は $t = -2, 32$ である. したがって求めるべき $x = t/5$ は $x = \frac{32}{5}, -\frac{2}{5}$ である. ... (答)

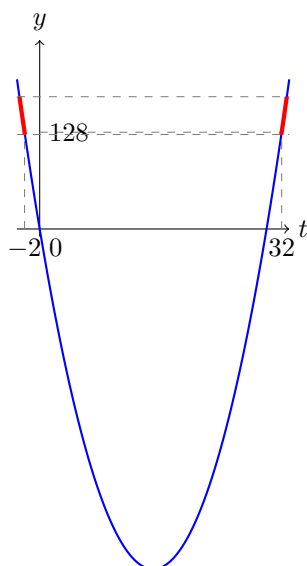


図 1 二次関数 $y = 2t^2 - 60t$ のグラフ