平面上に正四面体が置いてある.平面と接している面の3辺のひとつを任意に選び,これを軸として正四面体を倒す.n回の操作の後に,最初に平面と接していた面が再び平面と接する確率を求めよ.

[解] 題意の確率 p_n とおくと,対称性から

$$p_{n+1} = \frac{1}{3}(1 - p_n)$$
$$\therefore p_{n+1} - \frac{1}{4} = \frac{-1}{3}\left(p_n - \frac{1}{4}\right)$$

 $p_0=1$ だから,繰り返し用いて

$$p_n = \frac{1}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{-1}{3} \right)^{n-1} \right\}$$
 (答)

となる.