

# RBF Networks

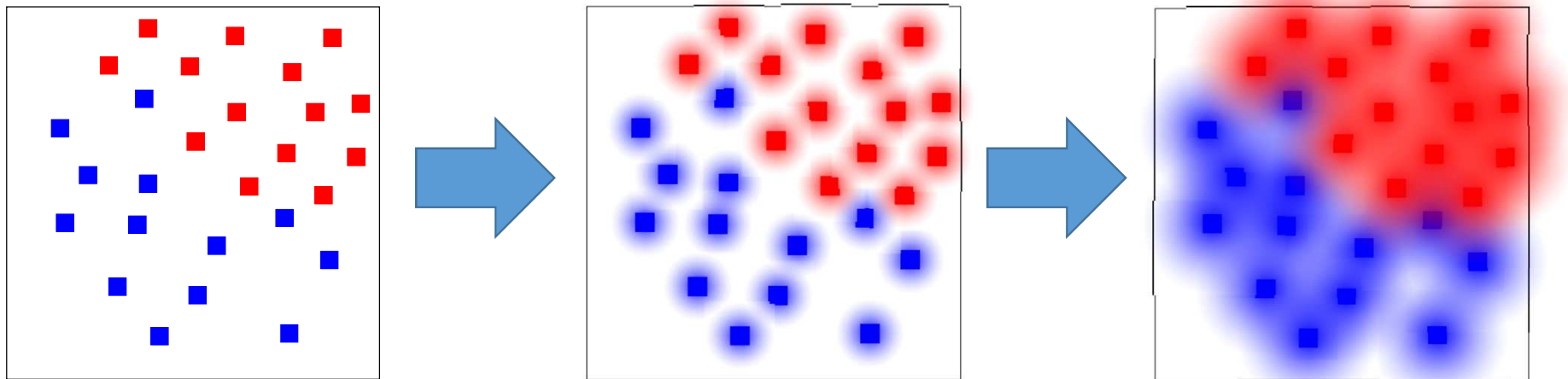
# Intuition

Retours sur l'apprentissage « par cœur »

# Intuition

Retours sur l'apprentissage « par cœur »

Conserver les exemples et attribuer une 'zone d'influence'



# Principes

Régression RBF Naïf :

$$output(x) = \sum_{n=1}^N w_n e^{-\gamma ||X - X_n||^2}$$

Classification RBF Naïf :

$$output(x) = sign(\sum_{n=1}^N w_n e^{-\gamma ||X - X_n||^2})$$

# Principes

Régression RBF Naïf :

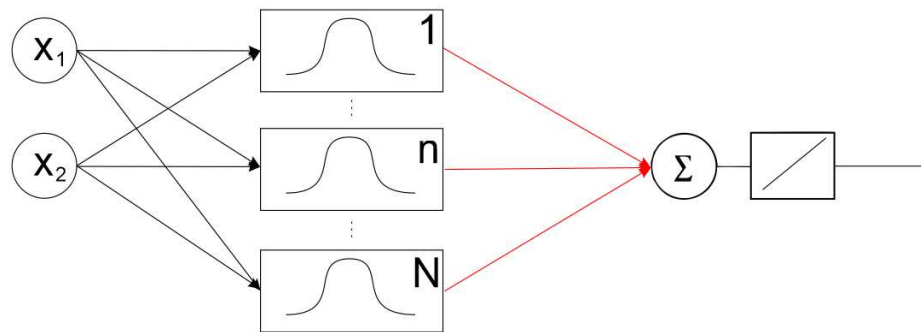
$$output(x) = \sum_{n=1}^N w_n e^{-\gamma ||x - X_n||^2}$$

Classification RBF Naïf :

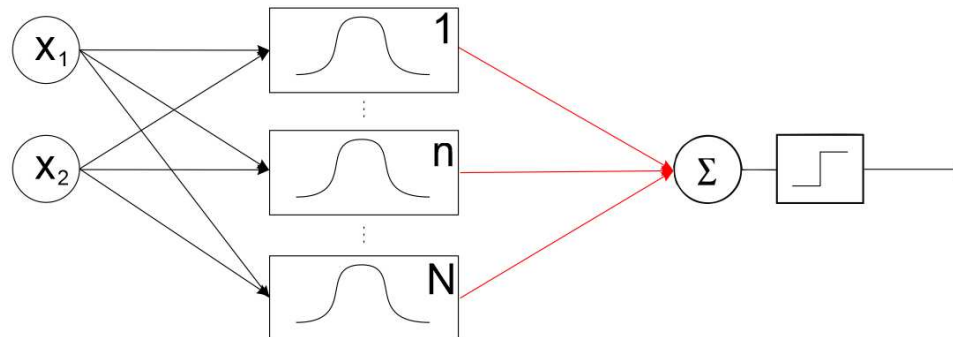
$$output(x) = sign(\sum_{n=1}^N w_n e^{-\gamma ||x - X_n||^2})$$

# Principes

Régression RBF Naïf :



Classification RBF Naïf :



# Principes :

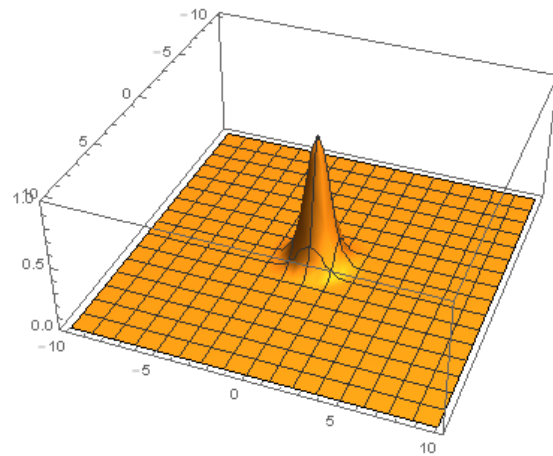
Trouver  $W$  pour un RBF naïf :

$$\text{Soit } \phi = \begin{bmatrix} e^{-\gamma \|X_1 - X_1\|^2} & \dots & e^{-\gamma \|X_1 - X_N\|^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-\gamma \|X_N - X_1\|^2} & \dots & e^{-\gamma \|X_N - X_N\|^2} \end{bmatrix} \text{ et } Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}$$

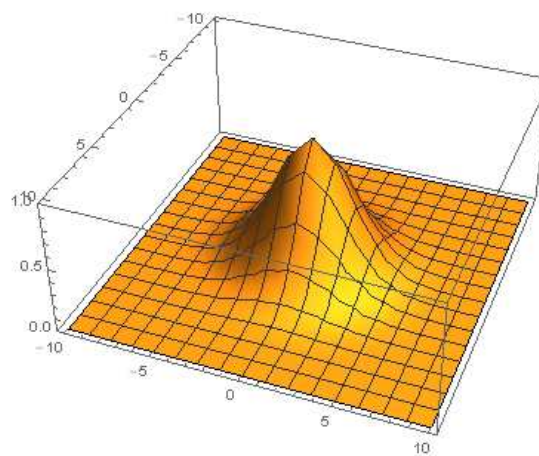
$$\text{Alors } W = \phi^{-1} Y$$

# Principes :

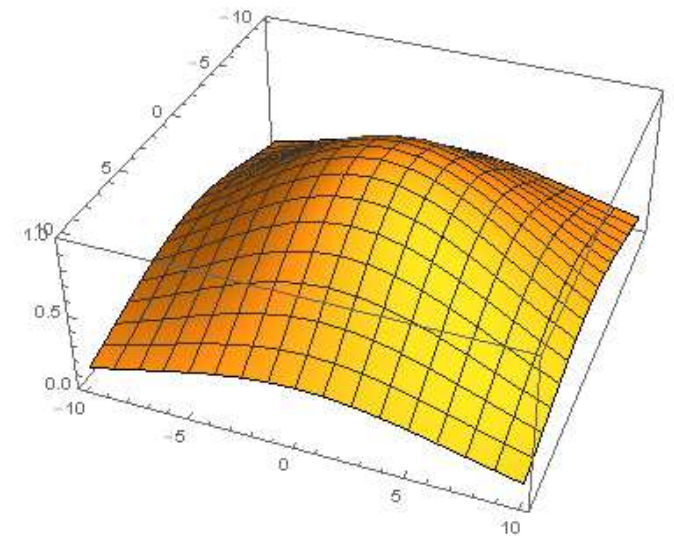
Impact du choix de Gamma :



$$\gamma = 1$$



$$\gamma = 0,1$$



$$\gamma = 0,01$$



# Principes

Plus on a d'exemples à disposition, mieux c'est ?

# Principes

En a d'exemple disposition, mieux c'est ?



# Principes

Plus on a d'exemples à disposition, mieux c'est ?

Nombre de  $w_i$  = nombre d'exemples !



# Principes

Plus on a d'exemples à disposition, mieux c'est ?

Nombre de  $w_i$  = nombre d'exemples !

Mauvais signe pour la généralisation.



# Intuition

Ne pas prendre tous les exemples !

# Intuition

Ne pas prendre tous les exemples !

Elire des 'représentants'

# Principes

k-Means

Méthode exacte : NP-Difficile !

# Algorithme de LLoyd

Répéter :

1 : 
$$\mu_k = \frac{1}{|S_k|} \sum_{x_n \in S_k} X_n$$

2 : 
$$S_k = \{X_n \mid \forall l, \|X_n - \mu_k\| \leq \|X_n - \mu_l\|\}$$



## RBF utilisant $K$ centres

Trouver  $W$  pour un RBF utilisant  $K$  Centres :

$$\text{Soit } \phi = \begin{bmatrix} e^{-\gamma \|x_1 - \mu_1\|^2} & \dots & e^{-\gamma \|x_1 - \mu_K\|^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-\gamma \|x_N - \mu_1\|^2} & \dots & e^{-\gamma \|x_N - \mu_K\|^2} \end{bmatrix} \text{ et } Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

$$\text{Alors } W = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y$$