

TD1 Arithmétique

Mignard Mael

1^{er} octobre 2025

1 Exercice 1

1.1 Question a

- $2^6 = 64$
- $(-3)^4 = 81$
- $5^0 = 1$
- $(-2)^5 = -32$

1.2 Question b

- $2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$
- $\frac{7^8}{7^3} = 7^{8-3} = 7^5 = 16807$
- $(3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8 = 6561$

1.3 Question c

- $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$

2 Exercice 2

2.1 Question a

- Si n est pair : $n = 2 \times k$
- Alors $n^2 = (2 \times k)^2 = 4 \times k^2 = 2 \times (2 \times k^2)$
- On nomme $K = 2 \times k^2$
- Donc $n^2 = 2 \times K$, donc n^2 est pair

2.2 Question b

- Si n est impair : $n = 2 \times k + 1$
- Alors $n^2 = (2 \times k + 1)^2 = 4 \times k^2 + 4 \times k + 1 = 2 \times (2 \times k^2 + 2 \times k) + 1$
- On nomme $K = 2 \times k^2 + 2 \times k$
- Donc $n^2 = 2 \times K + 1$, donc n^2 est impair

2.3 Question c

- Vérifier que $(ab)^n = a^n \times b^n$
- $(ab)^n = ab \times ab \times \dots \times ab$ (n fois)
- $= a \times a \times \dots \times a$ (n fois) $\times b \times b \times \dots \times b$ (n fois)
- $= a^n \times b^n$

3 Exercice 3

3.1 Question a

3.1.1 Décomposition en facteurs premiers

- $84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2^2 \times 3 \times 7$
- $210 = 2 \times 105 = 2 \times 3 \times 35 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

3.1.2 Plus grand commun diviseur

- $\text{pgcd}(84, 210) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

3.2 Question b

3.2.1 Décomposition en facteurs premiers

- $144 = 2^4 \times 3^2$
- $198 = 2 \times 3^2 \times 11$

3.2.2 Plus grand commun diviseur

- $\text{pgcd}(144, 198) = 2 \times 3^2 = 18$

3.3 Question c

3.3.1 Décomposition en facteurs premiers

- $128 = 2^7$
- $160 = 2^5 \times 5$

3.3.2 Plus grand commun diviseur

- $\text{pgcd}(128, 160) = 2^5 = 32$

4 Exercice 5

4.1 Question a

- Décomposer en facteurs premiers :
 - $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
 - $126 = 2 \times 3^2 \times 7$
 - $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
- PGCD des 3 nombres : $\text{pgcd}(84, 126, 210) = 2^1 \times 3^1 \times 7^1 = 42$
- La longueur d'un morceau est donc de 42 cm