

2018 至 2019 学年第 2 学期 考试时间: 120 分钟  
课程名称: 概率论与数理统计 C (A) 卷 考试形式: 闭卷  
年级: 2017 级 专业: 全校开设本课程专业 层次: 本科

题号	一	二	三						总分
分数									

(说明: 本试题考试时, 不能使用计算器。)

### 一、填空题 (每题 3 分, 共 21 分)

1、设随机事件  $A$ 、 $B$  独立, 且概率  $P(A) = 0.5$ ,  $P(A \cup B) = 0.6$ , 则条件概率  $P(\bar{B}|A) =$  .

2、10 把钥匙中有 4 把能打开门, 现任取两把, 能打开门的概率是\_\_\_\_\_.

3、设随机变量  $X$  服从指数分布  $e(2)$ , 随机变量  $Y$  的密度函数  $f(y) = \begin{cases} A, 1 \leq y \leq 3 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$ , 则  $E(2X) + D(Y) =$  \_\_\_\_\_.

4、已知总体  $X$  服从二项分布  $B(10, 0.2)$ , 设  $X_1, X_2, X_3$  是总体  $X$  的简单随机样本, 则  $D(X_1 + 2X_3 + 10) + E(X_1 X_2) =$  .

5、设两个随机变量  $Y$ 、 $Z$  的相关系数为 0.5, 方差  $D(Y) = 4$ ,  $D(Z) = 16$ . 则方差  $D(Y - 2Z) =$  .

6、设总体  $X$  服从的分布函数是  $F(x)$ ,  $X_1, X_2$  是其简单随机样本, 则二维随机变量  $(X_1, X_2)$  服从的分布函数  $G(x, y) =$  .

7、设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 36)$ , 随机抽取 9 个样本, 样本均值是 5, 则总体均值  $\mu$  的 90% 的置信区间是\_\_\_\_\_. (已知标准正态分布函数  $\Phi(1.645) = 0.95$ ,  $\Phi(1.285) = 0.9$ ,  $\Phi(1.96) = 0.975$ )

### 二、单项选择题 (每题 3 分, 共 21 分)

1、设两随机事件  $A$ 、 $B$  独立, 且  $0 < P(A) < 1$ ,  $0 < P(B) < 1$ . 则下列描述正确的是 ( ).

- (A)  $P(\bar{A}|B) = P(A|\bar{B})$ ; (B)  $P(\bar{A}|\bar{B}) = P(\bar{A})$ ;  
(C)  $A$  和  $B$  是不相容的; (D)  $P(B+A) = P(B) + P(A)$ .

2、设随机变量  $X$  与  $Y$  独立同分布, 记  $U = X - Y$ ,  $V = X + Y$ , 则  $U$  与  $V$  之间必有 ( ).

- (A) 相关系数为零; (B) 相关系数不为零; (C) 独立; (D) 不独立.

3、设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x)$ , 分布函数为  $F(x)$ , 若  $F(-x) = 1 - F(x)$ . 则对任意给定实数  $a$  都有 ( ).

- (A)  $-f(x) = f(-x)$ ; (B)  $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x)dx$ ;  
(C)  $F(a) = F(-a)$ ; (D)  $F(-a) = 2F(a) - 1$ .

4、设  $X_1, X_2, X_3$  是标准正态分布总体  $X$  的简单随机样本, 则错误的是 ( ).

- (A)  $E(X_1 + X_2 + X_3) = 0$ ; (B)  $X_1^2, X_3^2$  都服从  $\chi^2(1)$  分布;  
(C)  $2X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 \sim \chi^2(4)$ ; (D)  $\frac{2X_1^2}{X_2^2 + X_3^2} \sim F(1, 2)$

5、设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X$  的一个简单随机样本, 其样本均值是  $\bar{X}$ , 又  $DX = \sigma^2$ ,  $EX = \mu$ , 则下列关于参数估计的描述错误的是 ( ).

- (A)  $E(X_n) = \mu$ ; (B)  $\bar{X}$  是总体均值  $\mu$  的无偏估计量;  
(C) 样本方差是总体方差的无偏估计; (D)  $X_n$  比  $\bar{X}$  有效.

6、设  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $Y = aX - b$ , 其中  $a$ 、 $b$  为常数, 且  $a \neq 0$ , 则  $Y \sim$  ( ).

- (A)  $N(a\mu - b, a^2\sigma^2 + b^2)$ ; (B)  $N(a\mu + b, a^2\sigma^2 - b^2)$ ;  
(C)  $N(a\mu + b, a^2\sigma^2)$ ; (D)  $N(a\mu - b, a^2\sigma^2)$ .

7、设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  已知, 设  $\bar{X}$  是样本均值,  $S^2$  是样本方差. 在均值  $\mu \leq 5$  的假设检验中使用的统计量及分布是 ( ).

- (A)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$ ; (B)  $\frac{\bar{X} - 5}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ ; (C)  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \sim t(n-1)$ ; (D)  $\frac{\bar{X} - 5}{S/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

三、计算应用题（共 58 分）

1、（6 分）有朋友自远方来访，他乘火车、轮船、汽车来的概率分别为 0.3、0.2、0.5，如果他乘火车、轮船、汽车来的话，迟到的概率分别为  $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{12}$ ，求：（1）他迟到的概率；（2）如果他迟到了，则他是乘轮船来的概率是多少。

2、（10 分）设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} ax+b, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，且其数

学期望  $E(X) = 0.2$ 。求：

（1）参数  $a$  和  $b$ ；（2） $X$  的分布函数；（3）对  $X$  进行 5 次独立观察恰好有 3 次落在区间  $(0, 0.5)$  内的概率；

3、（9 分）设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = a + b \arctan x, -\infty < x < \infty$ ，其中  $a, b$  为未知参数，求随机变量函数  $Y = X^2 + 1$  的概率密度。

姓名学号

装订线装订线

4、(12分) 已知随机变量  $X$  的分布律  $P(X=i)=\frac{1}{2}, i=-1,1$ , 随机变量  $Y$  的分布律是  $P(Y=0)=\frac{1}{4}, P(Y=1)=\frac{3}{4}$ , 且  $P(X=Y)=\frac{1}{4}$ . 求: (1) 二维随机变量  $(X,Y)$  的概率分布律; (2)  $X,Y$  的相关系数; (3)  $Z=\max(X,Y)$  的分布率.

6、(8分) 设随机变量  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是其简单样本. 求: (1) 参数  $p$  的矩估计; (2) 参数  $p$  的极大似然估计.

5、(13分) 设随机变量  $X$  和  $Y$  在区域  $D$  上服从均匀分布, 其中  $D$  为  $y=x, y=x^2$  围成, 求: (1)  $X$  和  $Y$  的联合密度函数; (2)  $X$  边缘分布密度和条件密度  $f_{Y|X}(y|x)$ ; (3) 期望  $E(X)$  的值; (4) 期望  $E(XY)$  的值.