装订线　学号＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿　班级＿＿＿＿　考场＿＿＿＿　装订线

2022 至 2023 学年第 一 学期　　考试时间：120 分钟

课程名称：概率论与数理统计（理）（A）卷　考试形式：闭卷

年级：2021　专业：网络、数科等；　层次：本科

题号	一	二	三						总分
分数									

说明：本试题不能使用计算器解答。

一、填空题（每题 3 分，共 27 分）

1. 设事件 A 与 B 相互独立，$P(\overline{A})=0.2, P(\overline{AB})=0.6$，求 $P(\overline{B}\mid A)=$______.

2. 设独立的随机变量 X,Y 的分布函数均为 $F(x)$，则二维变量 (X,Y) 的概率分布密度函数为________.

3. 设随机变量 a 在(0, 2)上服从均匀分布,则方程 $x^2+2ax+4a-3=0$ 有实根的概率是__________.

4. 设随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\dfrac{d}{10}, k=2,4,6,\ldots,20$, 其中 d 是未知参数,则数学期望 $E(X)=$____________.

5.设随机变量 $X\sim B(3,p)$ 的二项分布,且数学期望 $E(X^2)=3$,则参数 p 的值是__________.

6. 设随机变量 $X\sim N(2,4)$ 正态分布，$Y\sim P(4)$ 泊松分布，且它们的相关系数 $R(X,Y)=0.25$, 则方差 $D(2X-3Y)=$_____________.

7. 已知总体 $X\sim N(0,4)$ 的正态分布，设 X_1,X_2,X_3,X_4, 是其简单样本，则统计量 $\dfrac{X_2{}^2+X_4{}^2}{X_1{}^2+X_3{}^2}$ 服从的分布是 ___________.

8. 设总体 $X\sim N(\mu,4)$，随机抽取 16 个样本,样本均值是 3，求总体均值的 90%的置信区间______________________. (u_α 是标准正态分布上 α 分位点.)

9. 已知总体 $X\sim e(2)$ 的指数分布,设 X_1,X_2,X_3,X_4 是其简单样本,其样本方差是 S^2,则 $E(S^2)=$_______________.

二、单选题(每题 3 分,共 24 分)

1. 设事件 A、B 的概率均大于 0 且互不相容，则下列关系成立的是（　　）.
 (A) A 与 B 互为对立事件　(B) A 与 B 相互独立
 (C) A 与 B 不相互独立　(D) A 的对立事件与 B 的对立事件可能独立

2. 甲乙两支队伍共进行某种比赛 m 次，分别以 X 和 Y 表示甲和乙胜出的次数，则 X 和 Y 的相关系数为（　　）.
（A）1　（B）0　（C）0.5　（D）-1

3. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$\overline{X}$ 是样本容量为 n 的简单样本的均值，则随 σ 的增大，概率 $P(|\overline{X}-\mu|<\sigma)$ 是（　　）.
（A）保持不变　（B）单调减少　（C）单调增大　（D）增减不定

4. 设随机变量 X 和 Y 的方差存在且不等于 0，满足 $D(X+Y)=DX+DY$，则下列关于 X 和 Y 的说法正确的是（　　）.
（A） X 和 Y 独立　（B）相关系数不一定等于 0
（C） X 和 Y 线性无关　（D） $D(X-Y)=DX-DY$

5. 下列关于参数估计的描述错误的是(　　).
（A）样本均值是总体均值的无偏估计　（B）同一个参数的无偏估计量唯一
（C）样本方差是总体方差的一致估计（D）样本均值比单个个体估计更有效

6. 关于单因素方差分析正确的描述是(　　).
(A)每个水平服从的正态分布方差相异 (B)不同水平的数据必须独立
(C)每个水平不必都服从正态分布 (D)检验时,备选假设是每个均值都不相等

7. 已知随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} cx+d, 0<x<1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$，且概率 $P(X>1/2)=5/8$，则 c,d 的值分别是（　　）.
（A）2，1　（B）0.5，1　（C）2，0.5　（D）1，0.5

8. 设总体 $X\sim N(0,1)$ 标准正态分布，X_1,X_2,X_3，...，X_{10} 是简单随机样本，并设 $\overline{X}$ 是其样本均值，S^2 是样本方差，则下列结论错误的是（　　）
（A） $\overline{X}\sim N(0,0.1)$　（B） $X_i-\overline{X}\sim N(0,0.9)$
（C） $9S^2\sim\chi^2(9)$　（D） $10\overline{X}\sim N(0,1)$.

三、综合题(49 分)

1.（6 分）仓库中共有 10 箱同一规格的产品，其中 2 箱由甲厂生产，3 箱由乙厂生产，其他由丙厂生产，三厂的合格率分别是 85%、80%和 90%.

（1）求仓库中这批产品的合格率；

（2）从仓库中任取一箱该产品，再从箱中任取一件，若此产品不合格，求此产品是乙厂生产的概率.

2. （8 分）设连续型随机变量 X 的分布函数是 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ Ax^2+B, & 0\le x<2\\ C, & x\ge 2\end{cases}$，

其中 A、B、C 是未知参数.

(1) 求参数 A、B、C 的值； (2) 求概率 $P(|X|<1)$；（3）求随机变量函数 $Y=X^2$ 的概率密度.

3.（10 分）设 (X,Y) 的密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}x+y, & 0<x<1, 0<y<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

（1）求 $\boldsymbol{X}$ 与 Y-1 的协方差 $COV(X,Y-1)$；

（2）求概率 $P(y\le x^2)$.

4.（7 分）已知随机变量(X,Y)的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
1	0.1	$\boldsymbol{a}$	0.3
2	0.1	0.2	$\boldsymbol{b}$

求未知参数 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 使得 $\boldsymbol{X}$ 与 $\boldsymbol{Y}$ 独立. 并求 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律.

5. （8 分）设总体 X 的概率密度为

$$f(x,\theta)=\begin{cases}(\theta-1)x^{\theta-2}, & 0<x<1,\\ 0, & 其它.\end{cases}$$

其中参数$\theta>1$，如果取得样本观测值为$x_1,x_2,\cdots,x_n$，求参数θ的矩估计值和最大似然估计值.

6.（5 分）从模具厂生产的某种模具中随机抽取 30 个，测其直径后得到平均值是 14.92 毫米，样本方差是 0.18. 要求生产的模具直径的方差不大于 0.12 才能合格，假设模具的直径服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，检验生产的模具是否合格？（显著性水平取 0.05，$\chi_{0.05}{}^2(29)=42.56, \chi_{0.025}{}^2(29)=45.72$）

7. （5 分）根据线性回归分析中回归方程的显著性检验相关理论知识，请计算表中 H1 和 H2 的值并说明其表示的意义，并给出检验结论及判断依据.

方差来源	平方和	自由度	F 值	显著性结论
回归平方和	H1	3	5.79	$F_\alpha=5.56$
剩余平方和	5488	14		
总偏差平方和	12293	H2		$\alpha=0.01$