概率论与数理统计 C（试卷 A）答案

一、　填空题（每题 3 分，共 24 分）

（1） 0.8；　　（2） $\frac{2}{3}$；　　（3） $\frac{4}{3}$ ；　　（4）12;

（5）52；　　（6） F(x)F(y)；　　（7）[1.71,　8.29]；

二、　单选题（每题 3 分，共 21 分）

1. B;　2. A　3. B　4. C　5. D　6. D　7. B

三、　计算应用题（共 58 分）

1. 共 6 分

(1) 由全概率公式:

$P(A) = 0.3\times\frac{1}{4} + 0.2\times\frac{1}{3} + 0.5\times\frac{1}{12} = \frac{11}{60}$ ………………………3’

(2) $P(B) = \frac{2/30}{11/60} = 4/11,$ ……………………..3

2. 共 10 分

(1) $1 = \int_0^1 (ax+b)dx = \frac{a}{2} + b.$ ……………………….1’

$EX = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 0.2$ ……………………… .1

a=-3.6;b=2.8 ……………………2

(2) $x \le 0, F(x) = 0$ ……………………….1

$F(x) = \int_0^x (-3.6x+2.8)dx = \text{-}1.8x^2 + 2.8x, 0 \le x \le 1;$ ’ ……………………….2

$, F(x) = 1, x > 1$ ……………………….1

(3) $p = \int_0^{0.5} (-3.6x+2.8)dx = 0.95$ ………………..1’

$P = C_5^{\ 3} p^3 (1-p)^2$ = x ………………..1’

3. 共 9 分

(1) $F(+\infty) = 1, a + b\frac{\pi}{2} = 1.$ ………………1’

$F(-\infty) = 0, a - b\frac{\pi}{2} = 0.$ ………………1’

解得 $a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{\pi}$ ----------------------------1

$f(x)=\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2},k\in R$ ----------------------------1

$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(X^2\le y-1)=P(-\sqrt{y-1}\le X\le\sqrt{y-1})$

$=\frac{2}{\pi}\int_0^{\sqrt{y-1}}\frac{1}{1+x^2}dx$ ……………………….2’

$f_Y(y)=\frac{1}{\pi}\frac{1}{y}\frac{1}{\sqrt{y-1}},y\ge 1$ ……………………….2’

$f_Y(y)=0,y\le 1$ ……………………….1’

4. 12 分

(1) …………………….3’

Y \ X	-1	1	
0	**0**	**1/4**	1/4
1	**1/2**	**1/4**	3/4
	1/2	1/2	1

（2） $EX=0,EY=\frac{3}{4}$ ......……….1’

$EX^2=1,EY^2=\frac{3}{4}$ ......……….1’

$DX=1,DY=\frac{3}{16}$ ......……….1’

COV(X,Y)=-1/4, R(X,Y)=$-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ………………..2’

(3) $P(Z=0)=P(-1,0)=0.$ ………………………..………2’

$P(Z=1)=1.$ ……………….……….2’

5. 共 13 分

(1) 联合密度 $f(x,y)=\begin{cases}0, & 其他;\\ 6, & 0\le x\le 1, x^2\le y\le x.\end{cases}$ ………………………4

(2) $f_X(x)=\int_{x^2}^{x}f(x,y)dy=\begin{cases}6(x-x^2), 0\le x\le 1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$, ……………………2'

$f_{Y|X}(y\,|\,x)=\dfrac{f(x,y)}{f_X(x)}=\dfrac{1}{x-x^2},\quad x^2\le y\le x.$ ……………..2'

(3) $EX=\int_{-\infty}^{\infty}xf_X(x)dx=\dfrac{1}{2}$ .. ..………2'

(4) $EXY=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}xyf(x,y)dxdy=\int_0^1 6x\int_{x^2}^{x}ydy=\dfrac{1}{4}$ ......………3'

6. 共 8 分

$P(X=k)=C_n^{\ k}p^k(1-p)^{n-k}, k=0,1,2,..,n.$ ……………………………..1'

（1）令$EX=np=\dfrac{1}{n}\sum X_i$,解得$p=\dfrac{\overline{X}}{n}$ ………………………2;

(2) $L(p)=\prod_{i=1}^{n}C_n^{\ x_i}p^{x_i}(1-p)^{n-x_i}=\prod_{i=1}^{n}C_n^{\ x_i}p^{\sum x_i}(1-p)^{\sum(n-x_i)}$ …………………………2'

取对数得，$\ln L(p)=\ln(\prod_{i=1}^{n}C_n^{\ x_i})+n\overline{X}\ln p+(n^2-n\overline{X})\ln(1-p)$ …………………………..1'

求导得$\dfrac{1}{p}n\overline{X}-\dfrac{1}{1-p}(n^2-n\overline{X})=0$， ………………………………1

$p=\dfrac{1}{n}\overline{X}$ ………………………………1'