2018-2019-1《概率论与数理统计》试题（A）参考答案和评分标准

一、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1、0.7； 2. $\ln 3$；3. $\mathbf{\frac{9}{64}}$；4. $\mathbf{\frac{1}{2}}$；5、19；6、0.2；7、F(n,1)；8、$\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i-1$ 或 $2\bar{x}-1$

二、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1．(B)； 2．(C)； 3．(B)； 4．(D)； 5．(A)； 6. (A)；

三、计算应用题（共 58 分）

1．（8 分）解:（1）设 $B=\{$旅游遇到雨天$\}$，$A_1=\{$去甲国$\}$，$A_2=\{$去乙国$\}$，$A_3=\{$去丙国$\}$，由全概率公式得：

$$p(B)=p(A_1)p(B|A_1)+p(A_2)p(B|A_2)+p(A_3)p(B|A_3) \qquad \text{………3 分}$$

$$=0.3\times\frac{1}{4}+0.2\times\frac{1}{3}+0.5\times\frac{1}{12}=\frac{11}{60}=0.183 \qquad \text{………………5 分}$$

（2）$$P(A_2|B)=\frac{P(A_2B)}{P(B)}=\frac{P(A_2)P(B|A_2)}{P(B)}=\frac{0.2\times\frac{1}{3}}{\frac{11}{60}}=\frac{4}{11}$$

$$=0.3636 \qquad \text{……………8 分}$$

2．(8 分)解:（1）由 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$，即

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{A}{e^x+e^{-x}}dx=A\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^x}{1+(e^x)^2}dx=A\cdot\arctan e^x\Big|_{-\infty}^{+\infty}=\frac{\pi}{2}A=1$$

所以 $A=\frac{2}{\pi}$. ………3 分

（2）$$P\left\{0<X<\frac{1}{2}\ln 3\right\}=\frac{2}{\pi}\cdot\int_0^{\frac{1}{2}\ln 3}\frac{dx}{e^x+e^{-x}}=\frac{2}{\pi}\cdot\int_0^{\frac{1}{2}\ln 3}\frac{e^x}{1+(e^x)^2}dx$$

$$=\frac{2}{\pi}\cdot\arctan e^x\Big|_0^{\frac{1}{2}\ln 3}=\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{6} \qquad \text{…………5 分}$$

（3）分布函数 $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\frac{2}{\pi}\cdot\int_{-\infty}^{x}\frac{dt}{e^t+e^{-t}}=\frac{2}{\pi}\arctan e^x$ ……………8 分

3. (10 分)**解：**先求出 Y 的分布函数 $\boldsymbol{F_Y(y)}$，再求 $\boldsymbol{f_Y(y)}$

$$F_Y(y)=P(2X+1\le y)=P(X\le\frac{y-1}{2})=\int_{-\infty}^{\frac{y-1}{2}}f(x)dx \text{…………4 分}$$

当 $y\le 1$时，$F_Y(y)=0$ …………5 分

当$1<y\le 3$时，$F_Y(y)=\int_0^{\frac{y-1}{2}}6x(1-x)dx=\frac{1}{4}(y-1)^2(4-y)$ …………7 分

当 $y>3$ 时， $F_Y(y)=\int_0^1 6x(1-x)dx=1$ …………8 分

即

$$F_Y(y)=\begin{cases}0, & y\le 1\\ \frac{1}{4}(y-1)^2(4-y), & 1<y\le 3\\ 1, & y>3\end{cases}$$ …………9 分

所以 $f_Y(y)=\begin{cases}\frac{3}{4}(y-1)(3-y), & 1<y<3\\ 0, & 其它\end{cases}$ …………10 分

4．(12 分)**解**：(1) 由规范性得， $a+b+c=0.4$ …………………… 2 分

由 $EX=-0.2$ 得， $-(a+0.2)+(0.1+c)=-0.2$ …………………… 4 分

由 $P\{Y\le 0\mid X\le 0\}=0.5$ 得 $\dfrac{a+0.1+b}{a+b+0.5}=0.5$ …………………… 6 分

解得 $a=0.2, b=0.1, c=0.1$， ……………………7 分

(2)

Z	－2	－1	0	1	2
P	0.2	0.1	0.3	0.3	0.1

……………………12 分

5. (12 分)**解**：（1） $S=\int_0^1[x-(-x)]dx=x^2\mid_0^1=1$

$$\mathrm{f(x,y)}=\begin{cases}1 & （x,y）\in D\\ 0 & 其他\end{cases}$$ ………………………..2 分

（2） $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{-x}^{x}1dy=2x$

$$f_X(x)=\begin{cases}2x & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$$ …………………….4 分

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$$

当 $-1\le y<0$ 时， $f_Y(y)=\int_{-y}^{1}1dx=1+y$

当 $0\le y\le 1$ 时， $f_Y(y)=\int_{y}^{1}1dx=1-y$

故 $f_Y(y)=\begin{cases}1+y & -1\le y<0\\ 1-y & 0\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$ …………………………7 分

由于 $f_X(x)\cdot f_Y(y)\ne f(x,y)$，所以不独立。 ……………………….8 分

（3）$E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)dy=\int_{0}^{1}dx\int_{-x}^{x}xydy=\int_{0}^{1}0dx=0$

……. …………….12 分

6．(8 分)**解**：似然函数为：

$$L(p)=\prod_{i=1}^{n}P(X_i=x_i)=\prod_{i=1}^{n}(1-p)^{x_i-1}p=p^n(1-p)^{\sum_{1=1}^{n}x_i-n}$$ …………..2 分

$$\ln L(p)=n\ln p+\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\right)\ln(1-p)$$ …………..4 分

令 $\frac{d\ln L(p)}{dp}=\frac{n}{p}-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i-n}{1-p}=0$ …………..6 分

得参数 p 的极大似然估计为：$\hat{p}=\frac{1}{\overline{X}}$ ..…………..8 分