

2017 至 2018 学年第 2 学期 考试时间: 120 分钟

课程名称: 概率论与数理统计 C (A) 卷 考试形式: 闭卷

年级: 2016 级 专业: 全校开设本课程专业 层次: 本科

题号	一	二	三						总分
分数									

### 一、填空题 (每题 3 分, 共 24 分)

- 两个随机事件  $A$  和  $B$ , 设概率  $P(A)=0.6, P(B)=0.8, P(B|\bar{A})=0.8$ , 则  $P(\bar{B}|A)=$ \_\_\_\_\_.
- 设随机变量  $Y$  服从  $(1, 6)$  上的均匀分布, 求一元二次方程  $x^2 + Yx + 1 = 0$  无实根的概率是\_\_\_\_\_.
- 设随机变量  $Y$  的分布函数  $F(y) = A + B \arctan \frac{y}{5}, -\infty < y < \infty$ , 则参数的乘积  $AB =$ \_\_\_\_\_.
- 已知总体  $X$  服从二项分布  $B(10, 0.2)$ , 设  $X_1, X_2, X_3$  是总体  $X$  的简单随机样本, 则数学期望  $E(2X_1X_2X_3 + 5X_3) =$ \_\_\_\_\_.
- 设随机变量  $X, Y$  独立且均服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则随机变量  $2X - 3Y + 1$  服从的分布是\_\_\_\_\_.
- 设两个随机变量  $Y, Z$  的相关系数为 0.5, 数学期望  $EY = 0, EZ = 0$ , 方差  $D(Y) = D(Z) = 2$ . 则  $E[(Y - Z)^2] =$ \_\_\_\_\_.
- 设随机变量  $X$  和  $Y$  数学期望分别是 -2 和 2, 方差分别是 1 和 4, 而协方差是 -1, 则  $P(|X + Y| \geq 6) \leq$ \_\_\_\_\_.
- 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 36)$ , 随机抽取 9 个样本, 则总体均值  $\mu$  的 90% 的置信区间的区间长度是\_\_\_\_\_. (已知标准正态分布函数  $\Phi(1.645) = 0.95, \Phi(1.285) = 0.9, \Phi(1.96) = 0.975$ )

### 二、单项选择题 (每题 3 分, 共 21 分)

- 设两随机事件  $A, B$  独立, 且  $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$ . 则下列描述错误的是 ( ).  
 (A)  $P(A|B) = P(A|\bar{B})$ ; (B)  $\bar{A}, \bar{B}$  相互独立;  
 (C)  $P(A) > 0$  时,  $P(B|A) = P(B)$ ; (D)  $P(B+A) = P(B) + P(A)$ .
- 某品牌充电宝使用寿命在 1000 小时以上的概率是 0.8, 求三个充电宝在使用 1000 小时后, 最多只有一个坏了的概率是 ( ).  
 (A)  $C_3^1 \times 0.2^2 \times 0.8 + 0.2^3$ ; (B)  $C_3^1 \times 0.2 \times 0.8^2 + 0.8^3$ ;  
 (C)  $C_3^1 \times 0.2^2 \times 0.2 + 0.8^3$ ; (D)  $C_3^1 \times 0.8^2 \times 0.8 + 0.2^3$ .
- 对于任意两个随机变量  $X$  和  $Y$ , 若  $E(XY) = E(X)E(Y)$ , 则 ( ).  
 (A)  $X$  与  $Y$  独立; (B)  $D(X - Y) \neq DX + DY$ ;  
 (C)  $X$  与  $Y$  线性无关; (D) 相关系数  $R(X, Y) = -1$
- 设随机变量  $X$  和  $Y$  都服从标准正态分布, 则 ( ).  
 (A)  $\frac{X}{Y}$  服从  $t$  分布; (B)  $X^2, Y^2$  都服从  $\chi^2$  分布;  
 (C)  $X^2 + Y^2$  服从  $\chi^2$  分布; (D)  $\frac{X^2}{Y^2}$  服从  $F$  分布
- 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是总体  $X$  的一个简单随机样本, 其样本均值是  $\bar{X}$ , 又  $DX = \sigma^2, EX = \mu$ , 则下列关于参数估计的说法错误的是 ( ).  
 (A)  $X_2$  不是总体均值  $\mu$  的无偏估计; (B)  $\bar{X}$  是总体均值  $\mu$  的无偏估计量;  
 (C) 样本方差是总体方差的无偏估计; (D) 样本方差是  $\sigma^2$  的一致估计量.
- 设二维随机变量  $(X, Y)$  服从二维正态分布  $f(x, y)$ , 且  $X$  与  $Y$  不相关,  $f_X(x), f_Y(y)$  分别表示  $X, Y$  的概率密度,  $f_{Y|X}(y|x)$  表示  $X = x$  的条件下  $Y$  的概率密度. 则下列描述正确的是 ( ).  
 (A)  $f_Y(y)$  不是正态分布; (B)  $f(x, y) \neq f_X(x)f_Y(y)$ ;  
 (C)  $X + Y$  服从正态分布; (D)  $f_{Y|X}(y|x) = f_Y(y)$ .
- 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  未知, 在均值  $\mu \geq \mu_0$  的假设检验中使用的统计量及分布是 ( ).  
 (A)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n)$ ; (B)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ ; (C)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S} \sim t(n-1)$ ; (D)  $\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .

## 三、计算应用题（共 55 分）

1、（6 分）某产品生产企业收到来自三个销售地区的各 10 份、15 份、25 份调查表，其中了解该产品的调查表分别有 3 份、7 份、5 份。随机地取一个地区的调查表，从中先后抽出两份。

(1) 求先抽到的一份是了解该产品调查表的概率。

(2) 若先抽到的一份是不了解该产品的调查表，则它来至哪个地区的可能性大？

2、（9 分）设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = Ae^{-|x-1|}$ ,  $-\infty < x < \infty$  .  
求：（1）参数  $A$ ；（2） $X$  的分布函数；（3） $X$  落在区间  $(0,1)$  内的概率；

3、（12 分）已知随机变量  $X$  的分布律  $P(X=i) = \frac{1}{3}, i=1,2,3$ , 而  $Y$  与  $X$  相互独立且同分布，又设  $Z_1 = \max(X,Y), Z_2 = \min(X,Y)$ , 求：

(1) 二维随机变量  $(Z_1, Z_2)$  的概率分布律；(2)  $Z_1, Z_2$  的边缘分布律；(3)  $Z_1$  的数学期望和方差；(4)  $Z_1, Z_2$  相互独立吗？

学号

姓名

装订线

装订线

装订线

4、(8 分) 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ , 其概率密度

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < +\infty$$

求: (1) 求随机变量函数  $Y = |X|$  的概率密度; (2) 数学期望  $E(|X|)$ ;

5、(12 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  服从单位圆上的均匀分布,

求: (1) 边缘密度函数  $f_X(x)$  和条件密度函数  $f_{Y|X}(y|x)$ ; (2) 数学期望  $E(XY^2)$ 、 $E(X)$ ; (3)  $(X, Y)$  落在区域  $R: |x| < y < 1$  内的概率.

6、(8 分) 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(0, \sigma^2)$ , 求:

(1) 参数  $\sigma$  的矩估计; (2) 参数  $\sigma$  的最大似然估计.