

2022 至 2023 学年第 一 学期 考试时间: 120 分钟

课程名称: 概率论与数理统计(理)(B) 卷 考试形式: 闭卷

年级: 2021 专业: 网络、数科等; 层次: 本科

| | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|--|--|--|--|--|----|
| 题号 | 一 | 二 | 三 | | | | | | 总分 |
| 分数 | | | | | | | | | |

说明: 本试题不能使用计算器解答。

一、填空题(每题 3 分, 共 27 分)

1. 设 A 、 B 两个随机事件, 且概率 $P(A)=0.8$, $P(A-B)=0.5$, 则条件概率 $P(B|A)=$ _____.

2. 设随机变量 Y 服从 $[0, 6]$ 上的均匀分布, 则方程 $x^2 + 2Yx + 5Y - 4 = 0$ 无实根的概率是_____.

3. 随机变量 X 与 Y 相互独立, 且分布是 $X \sim P(3)$, $Y \sim B(8, 0.5)$, 则 $D(2X-Y)=$ _____.

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则 $P(\min\{X, Y\} < 2) =$ _____.

5. 随机变量 $X \sim e(0.6)$ 指数分布, $Y \sim G(0.6)$ 几何分布, 相关系数 $R(X, Y)=0.9$, 求协方差 $Cov(X, Y)=$ _____.

6. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(3, 169)$, $Y \sim N(1, 1)$ 且它们相互独立, 则 $X + 2Y$ 服从的分布是_____.

7. 设 x_1, x_2, \dots, x_9 是来自总体 $N(0, 1)$ 的简单随机样本, 假设 $Y = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2$, $Z = x_7^2 + x_8^2 + x_9^2$, 则 $\frac{Y}{2Z} \sim$ _____.

8. 单因素方差分析时用的假设检验的备选假设是_____.

9. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 而 1.70, 1.75, 1.70, 1.65, 1.75 是从总体 X 中抽取的简单样本, 则 μ 的矩估计值为_____.

二、单选题(每题 3 分, 共 24 分)

1. 甲、乙、丙三人各自独立地向某一目标射击一次, 三人的命中率分别是 0.5, 0.4, 0.3, 则目标被击中的概率为().

(A) 0.79 (B) 0.94 (C) 0.95 (D) 0.90

2. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1, P(B|A) = P(B|\bar{A})$, 则正确的是().

(A) A 与 B 不相容 (B) $P(\overline{AB}) = P(\bar{A})P(\bar{B})$

(C) $P(\overline{AB}) = P(\bar{A})P(B)$ (D) A 与 B 相容

3. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(1, 2, 3, 4, 0)$ 二维正态分布, $f_x(x), f_y(y)$ 分别表示 X, Y 的边缘概率密度, 则条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$ 为().

(A) $f_x(x)$ (B) $f_y(y)$ (C) $f_x(x)f_y(y)$ (D) $f(x, y)$

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, \bar{X} 是样本均值, S 是样本标准差, 则服从 $t(n-1)$ 分布的统计变量是().

(A) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n-1}}$ (B) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n+1}}$ (C) $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}}$ (D) $t = \frac{\bar{X} + \mu}{S/\sqrt{n}}$

5. 设总体 X 的数学期望为 μ , 方差为 σ^2 , X_1, X_2, \dots, X_n 是来自 X 的简单样本, 则下列结论中不正确的是().

(A) X_1 是 μ 的无偏估计量. (B) 样本方差是 σ^2 的极大似然估计.

(C) 样本均值是 μ 的一致估计量. (D) 样本方差是 σ^2 的一致估计.

6. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P(|X - \mu_1| < 1) > P(|Y - \mu_2| < 1)$, 则正确的是().

(A) $\sigma_1 < \sigma_2$ (B) $\sigma_1 > \sigma_2$ (C) $\mu_1 < \mu_2$ (D) $\mu_1 > \mu_2$

7. 随机变量的协方差 $COV(X, Y) = 0$, 则下列正确是().

(A) X 与 Y 相互独立 (B) X 与 Y 不相互独立

(C) $D(X+Y) = D(X-Y)$ (D) $E(XY) = EXEY$

8. 设两独立随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim \chi^2(9)$, 则 $3X/\sqrt{Y}$ 服从().

(A) $N(0, 1)$ (B) $t(3)$ (C) $t(9)$ (D) $F(1, 9)$

三、综合题（共 49 分）

1. (6 分) 用某种新型抗原检测病毒感染, 已知确实感染病毒者被诊断为阳性的概率为 0.9, 未感染者被误诊为阳性的概率为 0.01. 假设特定人群中病毒感染的概率为 0.1, 现有该特定人群中一人被诊断为阳性, 求此人确实为病毒感染者的概率.

2. (9 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} k(2 - \frac{1}{x^2}), & 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求

(1) 参数 k ; (2) X 落在区间 $(0, 1.5)$ 内的概率; (3) X 的分布函数.

3. (10 分) 设随机变量 X 和 Y 在平面区域 D 上服从均匀分布, 其中 D 为 $y = x, y + x = 0, x = 1$ 围成, 试求: (1) X 和 Y 的联合密度函数; (2) X 和 Y 的边缘分布, 并讨论 X 和 Y 是否独立; (3) 期望 $E(XY)$ 的值.

4. (9 分) 随机地投掷一个骰子两次, 分别用 X 和 Y 表示第一次出现的点数和两次点数的最小值, 求 X 的分布和 Y 的分布以及数学期望 $E(X)$.

5. (5 分) 设 X 的密度函数 $p(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta, \end{cases} \quad \theta > 0,$

x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体的一个样本, 求 θ 的极大似然估计.

6. (5 分) 正常人的脉搏平均 72 次每分钟, 现在测得 9 例被麻醉者的脉搏, 算得平均次数为 67.4 次, 样本标准差为 6. 已知人的脉搏次数服从正态分布, 试问: 被麻醉者与正常人脉搏有无显著差异.

(显著性水平取 0.05; 可能用到的分位数: $t_{0.025}(9) = 2.262$, $t_{0.05}(9) = 1.833$, $t_{0.025}(8) = 2.31$, $t_{0.05}(8) = 1.86$)

7. (5 分) 简述线性回归分析考虑的主要问题 (或者说回归分析的步骤) 及其统计原理或方法.

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|

| | |
|--|--|
| | |
|--|--|