

EXAMEN ALGO - JUILLET 2022 - 2H30

1 Introduction

1. Parler de trois algorithmes de tri et de leurs complexités en 10 lignes max.
2. Soient deux algorithmes \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 suivant, ayant respectivement les complexités décrites par les relations suivantes:

$$T_1(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ 2T_1\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad T_2(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1 \\ 3T_1\left(\frac{n}{2}\right) + n & \text{sinon (oui c'est } T_1) \end{cases}$$

Calculer $T_1(n)$ et $T_2(n)$ en fonction de n . En déduire lequel des deux algorithmes est le meilleur ?

2 Développement

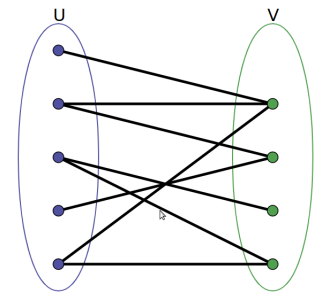
Étant donné un système de monnaie (pièces et billets) noté S (un ensemble de pièces et billets), comment rendre une somme donnée de façon optimale, c'est-à-dire avec le nombre minimal de pièces et billets? Ce problème s'appelle le **problème de rendu de monnaie**.

1. Montrer que 1 doit appartenir à S .
2. Écrire un algorithme résolvant ce problème pour le système de monnaie $S = \{1, 2, 5\}$.
3. Votre algorithme marche-t-il pour le système de monnaie $S = \{1, 3, 4\}$ (prendre l'exemple de la somme 6 à rendre).
4. **Proposer un algorithme qui marchera pour n'importe quel système de monnaie. Et calculer sa complexité

3 Conclusion: Graphe biparti et coloration de graphe

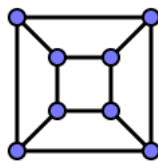
Définitions

- Un graphe est dit biparti s'il existe une partition de son ensemble de sommets en deux sous-ensembles U et V telle que chaque arête ait une extrémité dans U et l'autre dans V .
- La coloration de graphe consiste à attribuer une couleur à chacun de ses sommets de manière que deux sommets reliés par une arête soient de couleur différente. Et on s'intéresse au nombre minimum de couleurs nécessaires pour colorier un graphe.



En d'autres termes, les graphes bipartis sont précisément ceux dont le nombre chromatique (couleur minimum nécessaire pour colorier le graphe) est inférieur ou égal à 2.

1. Colorier le graphe suivant en utilisant le minimum de couleurs possibles:



2. En combien de couleurs peut-on colorier un arbre? Un arbre est-il biparti? Justifier
3. Écrire un algorithme pour savoir si un graphe est biparti ou pas?
4. ** Décrire un algorithme pour savoir si un graphe est 3-colorable. (colorable avec trois couleurs)