Scheda Esercitazione su R - Elementi di Probabilità 1

ESERCIZIO

In un gruppo di N persone, la probabilità che non ci sia nemmeno una coppia con il compleanno lo stesso giorno è:

$$P(E) = \frac{365 \times (365 - 1) \times ... \times (365 - (N - 1))}{365^n} = \frac{365!}{(365 - N)! \times 365^N} = \frac{N! \binom{365}{N}}{365^N},$$

dove:

 $E = \{N \text{ persone hanno il compleanno in giorni distinti}\}.$

Tramite l'utilizzo di R, si risponda ai punti seguenti

- Calcolare il fattoriale di un numero n (funzione factorial(n))
- Calcolare il coefficiente binomiale di n su k (funzione choose(n,k))
- Calcolare P(E) per N fissato
- Per lo stesso valore di *N* scelto al punto precedente, calcolare la probabilità che ci siano almeno due persone che hanno il compleanno lo stesso giorno.
- Cosa succede per *N* =23?
- Studiare l'andamento di P(E) e $P(E^c)$ al variare di N e generarne il grafico (a linee). Per studiare l'andamento delle probabilità al variare di N si consiglia di utilizzare un ciclo "for":

```
for (variable in vector) {
}
```

- Utilizzare la funzione y=sample(x, size, resample= TRUE) per simulare il compleanno di una persona (size=1) inteso come l'estrazione di un compleanno dall'insieme di tutti i giorni dell'anno, salvati nel vettore x. Ripetere la prova con diversi valori di size. Perché si pone resample= TRUE?
- Utilizzare la funzione duplicated(y) e anyDuplicated(y) per verificare se ci sono dei compleanni nella stessa data dentro a y=sample(x, size, resample= TRUE)
- Per ogni valore di N (all'interno del ciclo "for" creato al punto precedente), simulare un
 certo numero di esperimenti (ad esempio, nexp=100) dove, per ogni esperimento, si
 generano con sample i possibili compleanni. Si verifichi con anyDuplicated se ci sono stati
 compleanni duplicati, si calcoli la frequenza relativa e si confronti con il valore teorico di
 probabilità.
- Si ripeta il punto precedente per diversi valori di nexp
- Riportare su un grafico la frequenza relativa sovrapposta a quella della probabilità teorica (funzione lines())