Höhere Algorithmik, WS 2014/15 — 13. Übungsblatt

25 Betonpunkte. Schriftliche Abgabe in Zweiergruppen bis Montag, 26. 1. 2015, 18:00 Uhr im Briefkasten. Aufgabe 73 elektronisch in Zweiergruppen bis Montag, 2. 2. 2015, 18:00 Uhr.

---

71. Clique, 0 Punkte

    Eingabe: Ein Graph $G = (V, E)$ mit n Knoten; eine Schranke k.

    Frage: Gibt es einen vollständigen Untergraphen (eine Clique) $S \subseteq V$ mit k Knoten: $\forall u, v \in S : (u, v) \in E \vee u = v$?

    Zeigen Sie, dass dieses Problem NP-vollständig ist.

72. Kürzester einfacher Weg, 10 Punkte

    Die Entscheidungsversion des kürzesten-einfachen-Wege-Problems KEW ist folgendermaßen definiert:

    EINGABE: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ mit Kantengewichten $c_{ij} \in \mathbb{Z}$ (können auch negativ sein); zwei Knoten $s, t \in V$; eine Schranke $k \in \mathbb{Z}$.

    FRAGE: Gibt es in G einen Weg von s nach t, der keinen Knoten mehrfach besucht (einen einfachen Weg), und der Gesamtlänge $\leq k$ hat?

    Zeigen Sie, dass dieses Problem NP-vollständig ist. Verwenden Sie dabei eine Reduktion von HAMILTONKREIS in gerichteten Graphen.

73. Klausuraufgaben, 5 Betonpunkte

    In der Klausur wollen wir auch einfache Fragen stellen, die alleine durch Verständnis der Vorlesung und Übungen innerhalb von 5 bis 10 Minuten zu bearbeiten sind. Beispiele finden Sie in Aufgabe 64 vom 11. Übungsblatt. Um Ihnen bei der Klausurvorbereitung zu helfen, möchten wir solche Fragen auch schon vorab veröffentlichen.

    Helfen Sie uns, solche Aufgaben zu erstellen, und laden Sie ihre Aufgabenvorschläge bis 18:00 Uhr am Montag den 2. Februar 2015 im LaTeX-Quellformat *und* als PDF-Datei in das KVV-System (`http://kvv.imp.fu-berlin.de`). Doppelt gesendete Fragen oder sich ähnelnde Fragen werden nicht belohnt.

    Wenn wir mindestens 10 geeignete Fragen bekommen, wird mindestens eine davon in der Klausur verwendet, eventuell in abgewandelter Form.

74. Das Mengenüberdeckungsproblem, Selbstreduktion, 10 Punkte

    Beim Mengenüberdeckungsproblem ist eine Grundmenge S, eine Familie $F \subseteq 2^S$ von Teilmengen von S, und eine Schranke $k \in \mathbb{N}$ gegeben. Gesucht ist eine Teilmenge $U \subseteq F$ von höchstens k Mengen, die S überdeckt:

    $$\bigcup_{A \in U} A = S$$

    Nehmen wir an, es gäbe einen Algorithmus X, der die Enscheidungsversion dieses Problems in polynomieller Zeit löst. Dieser Algorithmus bestimmt also, ob es eine Lösung gibt, ohne diese Lösung zu verraten. Zeigen Sie, dass man mit Hilfe von X eine Überdeckung U mit der kleinsten Zahl $|U|$ von Mengen in polynomieller Zeit finden könnte.

75. Das Knotenüberdeckungsproblem (vertex cover), 0 Punkte

    Eine Knotenüberdeckung in einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge $S \subseteq V$, sodass jede Kante $ij \in E$ mindestens einen Endknoten in S hat: $i \in S \vee j \in S$. Zeigen Sie, dass S genau dann eine Knotenüberdeckung ist, wenn $V - S$ eine unabhängige Knotenmenge ist. Was folgt daraus für die Komplexität dieses Problems?