

Höhere Algorithmik, WS 2014/15 — 11. Übungsblatt

20 Zusatz-Betonpunkte. Schriftliche Abgabe bis Montag, 12. Januar 2015, 18:00 Uhr
in den Briefkasten vor dem Büro 111

62. Reflexion, 0 Zusatzpunkte

Nutzen Sie die Weihnachtszeit zur Reflexion. Denken Sie über folgende Fragen nach:

- Welche Ziele verfolgen Sie mit dem Besuch der Lehrveranstaltung?
- Wie weit sind Sie dabei gekommen?
- Wie sehen Sie ihre Möglichkeiten, Ihre Ziele in diesem Semester zu erreichen?
- Beschreiben Sie ein Szenario, in dem Sie ihre Ziele erreichen.
- Beschreiben Sie ein Szenario, in dem Sie ihre Ziele nicht erreichen.
- Was haben Sie bis jetzt gut gemacht? In welchen Punkten sind Sie mit sich selbst unzufrieden?
- Mit welcher Motivation sind Sie in das Semester gegangen? Welche Motivation haben Sie nun?

Sicherlich fallen Ihnen noch weitere Fragen ein. Die Liste ist weder erschöpfend noch müssen Sie jede Frage direkt beantworten. Schreiben Sie einen kurzen Text, der ungefähr eine Seite lang ist, aber nicht länger als zwei.

Achtung: Schreiben Sie hier nicht, wie toll oder schlecht die Veranstaltung ist. Dazu bekommen sie noch Gelegenheit während der Evaluation, welche anonym ist. Für jeden Kommentar (gut oder schlecht) zur Veranstaltung werden pauschal 2 Punkte abgezogen.

63. Floyd–Warshall / Irrfahrten, 10 Zusatzpunkte

Die folgende Matrix $C = (c_{ij})$ der Übergangswahrscheinlichkeiten beschreibt eine Irrfahrt (*random walk*) auf 4 Knoten. Das Element c_{ij} bezeichnet die Wahrscheinlichkeit, von Knoten i im nächsten Schritt zum Knoten j zu gehen. Die Zeilen addieren sich nicht zur Summe 1; es kann daher passieren, dass die Irrfahrt abbricht (zum Beispiel im Knoten 1 mit Wahrscheinlichkeit 0.7). Die Irrfahrt startet im Knoten 1.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.3 & 0.47 & 0 & 0.1 \\ 0.2 & 0.28 & 0.124 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Knoten 4 erreicht wird. Interpretieren Sie dazu dieses Problem als algebraisches Wegproblem über einem passenden Halbring, und verwenden Sie den Algorithmus von Floyd–Warshall.
- (0 Punkte) C^* sei die Ergebnismatrix des Algorithmus. Welche Bedeutung hat das Element c_{11}^* ? Welche Bedeutung hat das Element c_{13}^* ? Welche Bedeutung hat das Element c_{14}^* ?
- Wie kann man die Wahrscheinlichkeit ausrechnen, dass der Knoten 3 erreicht wird, bevor die Irrfahrt abbricht?
- (0 Punkte) Wie kann man die Wahrscheinlichkeit ausrechnen, dass der Knoten 2 erreicht wird, bevor der Knoten 3 erreicht wird (oder die Irrfahrt abbricht)?

64. Kurze Wissensfragen, 10 Punkte

Diese Aufgaben ähneln stark schon behandelten Aufgaben, deswegen sollten Sie in der Lage sein diese ohne lange zu überlegen zu lösen.

- (a) Schreiben Sie ein korrektes RAM-Programm.

Input: $R_0 = n, R_1, \dots, R_n$ irgendwelche Zahlen.

Output: Die Summe aller Registerinhalte R_1, \dots, R_n . In R_1 steht das Ergebnis.

$i = 2$

loop:

$R_1 = R_1 + R_i$

$i++$

if $i \leq n$ **then**

 GOTO loop

end

HALT

- (b) Gegeben sei ein vollständiger balanzierter Wurzelbaum mit n Knoten. Jeder innere Knoten hat genau d Kinder. Zudem sei in jedem Knoten v ein numerischer Wert w_v gespeichert. Ein Knoten v ist ein lokales Maximum, wenn alle Nachbarn u einen Wert $w_u \leq w_v$ haben.

In Abhängigkeit von d und n , wieviele Werte muss man sich asymptotisch anschauen um ein lokales Maximum zu finden? Gefragt ist nicht nach dem Algorithmus, sondern lediglich nach der Anzahl der angeschauten Werte.

- (c) Gegeben Sei ein Binärbaum mit n Knoten. Sie wollen alle unabhängige Knotenmengen zählen. Im Tutorium wurde eine Lösung mit dynamischen Programmieren vorgestellt, um die größte unabhängige Knotenmengen zu bestimmen. Diese Lösung kann eins zu eins übernommen werden, es muss lediglich die Definition der Teilprobleme, die Rekursion und der Anker angepasst werden. Geben Sie diese an.

- (d) Gegeben ist eine Rekursion für die Funktion f :

$$f(n) = 5f\left(\left\lceil \frac{n+7}{4} \right\rceil\right) + 12$$

Definieren Sie eine Funktion $g(n) = f(n) + A$, so dass der Störterm $+12$ verschwindet und die Rekursion für g einfacherere Gestalt hat.

65. Programmierprojekt Baumzerlegung, 15 Zusatzbetonpunkte

Baumzerlegungen sind ein wichtiges Werkzeug, um effiziente Algorithmen zu finden. Leider ist das Konzept nicht so einfach. Es gibt eine schöne Charakterisierung durch ein Spiel mit Polizisten und einem Räuber¹.

Schreiben Sie ein Programm, welches eine Baumzerlegung eines Graphen darstellt, und auf dem zwei Spieler das oben genannte Spiel ausprobieren können. Kommen Sie in die Sprechstunde von Felix oder Till, wenn Sie Interesse an diesem Projekt haben.

¹<http://logicomp.blogspot.de/2006/05/game-theoretic-characterization-of.html>