

45. Wege mit Transportkapazität, 10 Punkte

Lösung: Der Algorithmus orientiert sich an dem Prim Algorithmus zum erstellen eines minimalen Spannbau-
baums. Jedoch brechen wir früher ab, wenn wir am Knoten B angekommen sind. Da wir dann den
optimalen Weg von A nach B gefunden haben.

- Wähle Knoten A als Graph S
- Solange S noch nicht B enthält:
 - Wähle Kante (x, y) mit dem minimalen Gewicht w_{xy} aus, die einen neuen Knoten T mit S verbindet
 - Füge T und Kante (x, y) zu S hinzu

Die Kanten werden bei Entdeckung eines neuen Knotens in eine Prioritätswarteschlange einsortiert. Die
Prioritätswarteschlange liefert immer die Kante mit optimalen Gewicht.

Der Algorithmus bricht ab, wenn der Knoten B im Graphen S enthalten ist. Anschließend muss noch ein
Weg von A nach B in S gefunden werden.

Korrektheit

Der Algorithmus nimmt immer nur die kleinste Kante, um von den bereits entdeckten Knoten zu einem
neuen Knoten zu kommen. Der entstehende Graph ist mindestens ein Teilgraph des minimalen Spann-
baums, der gegebenen Knotenmenge. Im schlimmsten Fall entsteht ein minimaler Spannbaum, dessen
Korrektheit bereits bekannt ist.

Laufzeit

Die Laufzeit ist stark von der verwendeten Prioritätswarteschlange abhängig. Die optimale Struktur für
die Warteschlange bietet der Fibonacci Heap, mit der die Laufzeit optimal wird. Die Gesamtlaufzeit des
Algorithmus beträgt $\mathcal{O}(|E| + |V| \log |V| + |S|)$ für das finden eines Weges von A nach B .

48. Wechselgeld, 10 Punkte

- b) Beweisidee: Die Münzwerte sind so konstruiert, dass bestimmte Paare vielfache voneinander sind.
Der Greedy-Algorithmus teilt immer den Betrag durch den gegebenen Geldwert und wiederholt
diesen Schritt mit dem Restbetrag und den verbleibenden Geldwerten, bis der Betrag vollständig
abgebildet ist.
Der Greedyalgorithmus wird immer die optimale Lösung finden, solange die gegebenen Geldwerte
Teiler untereinander sind.
- c) siehe B.