

## Aufgabe 1

Beweisen Sie die Formel

$$\{true\} \quad x := 7; y := x + 3 \quad \{y = 10\}$$

im Hoare-Kalkül.

$\{P\} true$
$7 = 7 \Rightarrow true$
$x := 7$
$x + 3 = 10 \Rightarrow x = 7$
$y := x + 3$
$\{Q\} y = 10$

## Aufgabe 2

Schreiben Sie ein WHILE'-Programm zur Berechnung der Signum-Funktion und beweisen Sie seine Korrektheit im Hoare-Kalkül.

```

1 read x
2 if x > 0 then
3
4 if x < 0 then

```

$\{I\} x \in \mathbb{Z}$	
read x	
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (0 = 1 \vee 0 = -1 \vee 0 = 0)$	
signum=0	
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$	
if x > 0	
true	false
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge x > 0 \quad true$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge x \leq 0 \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$
$\{I\} (1 = 1) \vee (1 = -1) \vee (1 = 0) \Rightarrow true \vee false \vee false$	
signum=1	skip
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$	
$\emptyset$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$	
if x < 0	
true	false
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge x < 0 \quad true$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq 0 \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$
$\{I\} (-1 = 1) \vee (-1 = -1) \vee (-1 = 0) \Rightarrow false \vee true \vee false$	
signum=-1	skip
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$	
$\emptyset$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \wedge (signum = 1 \vee signum = -1 \vee signum = 0)$	

## Aufgabe 3

Führen Sie einen Korrektheitsbeweis unter Verwendung der axiomatischen Semantik zu folgendem Programm:

```

1 sum:=0;
2 while not eof do
3   read x;
4   sum := sum + x;
5 output sum
    
```

**Hinnerks Idee:**

$\{I\}sum \in \mathbb{Z}$
sum:=0
$\{I\}sum \in \mathbb{Z}$
$\neg eof$
$\{I\}sum \in \mathbb{Z} \wedge \neg eof$
read x
$\{I\}sum \in \mathbb{Z}$
sum:=sum+x
$\{I\}sum \in \mathbb{Z}$
$\{I \wedge \neg B\}sum \in \mathbb{Z} \wedge eof$
output sum
$\{I\}sum \in \mathbb{Z}$

## Aufgabe 4

Beweisen Sie die Gültigkeit des Axioms (A.4), d.h. zeigen Sie die Gültigkeit der Formel:

$$\{Q[output.T/output]\} \quad output T \quad \{Q\}$$

Wir unterscheiden zwei Fälle:

a) **Fehler:**

$\{Q[output.T/output]\}$
$\{Q[output.T/output]\}Fehler$
output T
$\{Q\}Fehler$

b) **kein Fehler:**

$\{Q[output.T/output]\}$
$\{Q[output.T/output]\}(n, (s, e', a))$
output T
$\{Q\}(s, e', a.n)$