

## Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Typen folgender Funktionen:

- (i)  $\lambda f x. (f x) + 1$

Lösung aus dem Tutorium:

$$\begin{aligned} 1 &: \mathbb{Z}_{\perp} \\ + &: [\mathbb{Z}_{\perp} \times \mathbb{Z}_{\perp} \rightarrow \mathbb{Z}_{\perp}] \\ x &: D \\ f &: [D \rightarrow \mathbb{Z}_{\perp}] \end{aligned}$$

alternativ, allgemeiner

$$\begin{aligned} 1 &: D_1 \\ + &: [D_2 \times D_1 \rightarrow D_3] \\ f &: [D_4 \rightarrow D_2] \\ x &: D_4 \end{aligned}$$

- (ii)  $\lambda(x, y) f. f x y$

Lösung aus dem Tutorium:

$$\begin{aligned} x &: D_1 \\ y &: D_2 \\ f &: D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_3 \\ &: (D_1 \times D_2) \rightarrow D \rightarrow D_3 \end{aligned}$$

- (iii)  $\lambda f. (f \lambda y. y)$  Lösung aus dem Tutorium:

$$\begin{aligned} y &: D_1 \\ id &:= \lambda y. y : D_1 \rightarrow D_1 \\ f &: [D_1 \rightarrow D_1] \rightarrow D_2 \end{aligned}$$

## Aufgabe 2

Der Faltungsoperator lit sei informell bestimmt durch:  $\underline{lit} f \langle x_1, \dots, x_n \rangle x_{n+1} = f x_1 (f x_2 (\dots (f x_n x_{n+1}) \dots))$   
 z.B.  $\underline{lit} \underline{plusc} \langle x_1, \dots, x_n \rangle x_{n+1} = x_1 + x_2 + \dots + x_{n+1}$

- (i) Bestimmen Sie den Typ von lit  
 Aus dem Tut:

$$\underline{lit} : [D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_2] \rightarrow D_1^* \rightarrow D_2 \rightarrow D_2$$

- (ii) Definieren Sie den Operator lit im getypten  $\lambda$ -Kalkül unter Verwendung der Gleichungsschreibweise (s. S. 102).  
 Aus dem Tut:

$$\begin{aligned} (a) \quad \underline{lit} &:= \lambda f L x. (L = \langle \rangle \rightarrow x), f(\underline{hd} L)(\underline{lit} f(\underline{tl} x)) \\ (b) \quad \underline{lit} f L x &:= L = \langle \rangle \rightarrow x, f(\underline{hd} L)(\underline{lit} f(\underline{tl} x)) \end{aligned}$$

(iii) Definieren Sie eine Funktion  $f$  im getypten  $\lambda$ -Kalkül, so dass

$$f \langle x_1, \dots, x_n \rangle x = \begin{cases} \text{wahr, falls } x = x_i \text{ für ein } i \\ \text{falsch, sonst.} \end{cases}$$

Aus dem Tut:

$$\begin{aligned} f &: D_1^* \rightarrow D_1 \rightarrow \text{B00L} \\ \underline{eq} &: D_1 \rightarrow D_1 \rightarrow \text{B00L} \\ \underline{eq} \, d_1 \, d_2 &= \begin{cases} \underline{true}, & \text{falls } d_1 = d_2 \\ \underline{false}, & \text{sonst} \end{cases} \\ f &:= \lambda L \, d. \underline{lit}(\lambda x. \underline{or}(\underline{eq} \, d \, x)) \underline{Lfalse} \end{aligned}$$

(iv) Bearbeiten Sie (i)-(iii) für  $\underline{lit}' \, f x_1 \langle x_2, \dots, x_{n+1} \rangle = (f \dots (f(f x_1 x_2) x_3) \dots x_{n+1})$

### Aufgabe 3

Erweitern Sie die Syntax von WHILE um Anweisungen der Form

repeat  $C$  until  $B$

und definieren Sie dazu eine geeignete denotationelle Semantik.