Aufgabe 1

Beweisen Sie die Formel

$$\{true\} \quad x := 7; y := x + 3 \quad \{y = 10\}$$

im Hoare-Kalkül.
Idee von Tobi:
kurze Regelkunde:

$$\{P[x \leftarrow e]\} \quad x := e \quad \{P\} \qquad \text{(Zuweisung)}$$

Mit anderen Worten: Man ersetzt in der Nachbedingung alle vorkommen von x durch e.
and here we go: (von hinten nach vorne, also von unten nach oben lesen ;))

$$\begin{array}{lllr}
\{true\} & & \{true\} & \\
\{true\} & & \{7 + 3 = 10\} & \text{(Zuweisung)} \\
\{true\} & x := 7 & \{x + 3 = 10\} & \text{(Zuweisung)} \\
\{true\} & x := 7; y := x + 3 & \{y = 10\} &
\end{array}$$

Aufgabe 2

Schreiben Sie ein WHILE'-Programm zur Berechnung der Signum-Funktion und beweisen Sie seine Korrektheit im Hoare-Kalkül.
Idee von Tobi:
Erstmal die Regeln

$$\frac{\{I \wedge B\} \quad S \quad \{I\}}{\{I\} \quad \underline{while}\ B\ \underline{do}\ S \quad \{I \wedge \neg B\}} \qquad \text{(while)}$$

```
sum:=0;
while not eof do
  read x;
  sum := sum + x;
output sum
```

Die Vorbedingung P ist relativ egal. Viel wichtiger ist die Nachbedingung Q, die muss den Zustand $e = \epsilon$ enthalten, da das Programm terminieren muss und der Wahrheitswert von $\underline{eof}$ davon abhängt. Eine Herausforderung ist die Schleifeninvariante I zu finden. Da unser Programm eigentlich nur aus der Schleife besteht und davor nichts wesentliches passiert. Kann man die schwächste und einfachste Invariante $\{True\}$ wählen. Im folgenden werden die Variablen a für die Ausgabe und e für die Eingabe verwendet.

$$\begin{aligned}
P = \{True\} \\
sum := 0; \\
\underline{while}\ \neg\underline{eof}\ \underline{do}\ \underline{read}\ x; sum := sum + x; \\
\underline{output}\ sum \\
Q = \{a = sum \wedge e = \epsilon\}
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

Führen Sie einen Korrektheitsbeweis unter Verwendung der axiomatischen Semantik zu folgendem Programm:

```
sum:=0;
while not eof do
  read x;
  sum := sum + x;
output sum
```

Aufgabe 4

Beweisen Sie die Gültigkeit des Axioms (A.4), d.h. zeigen Sie die Gültigkeit der Formel:

$$\{Q[output.T/output]\} \quad outputT \quad \{Q\}$$