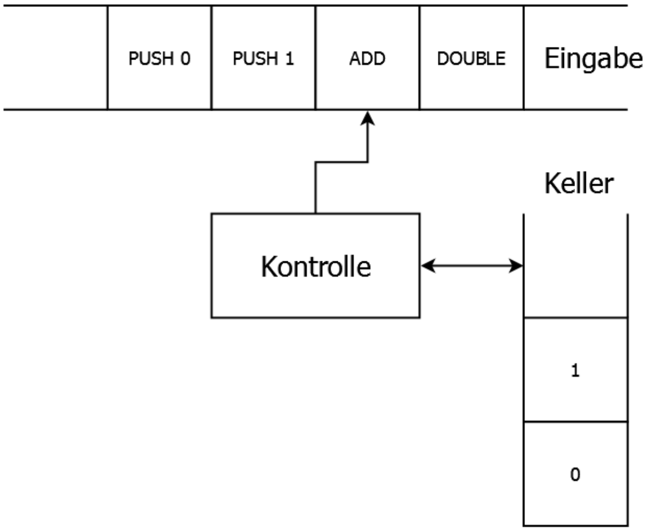


Abbildung 1: Einfacher Kellerautomat

Betrachten Sie folgende Syntax für Terme über Binärzahlen:

$$\begin{aligned} N &::= D|ND \\ D &::= 0|1 \\ \underline{OP} &::= +|- \\ T &::= N|T_1\underline{OP}T_2|\underline{read} \end{aligned}$$

# Aufgabe 1

Erklären Sie eine informelle Semantik für Binärzahlen $N$ und Terme $T$ unter der Annahme, dass bei zusammengesetzten Termen der rechte Teilterm vor dem linken ausgewertet wird.
Eine informelle Semantik ist eine allgemeine und umgangssprachliche Erklärung der vorliegenden Grammatik. In diesem Fall können Binärzahlen $N$ von Rechts nach Links aus Nullen und Einsen erzeugt werden. Die Operationen Addition (+) und Subtraktion (−) sind auf Terme definiert. Ein Term besteht entweder aus einer einzelnen Binärzahl $N$, zwei Binärzahlen verbunden durch eine Operation oder durch auslesen des zuletzt gespeicherten Elements aus dem Keller ($\underline{read}$).

# Aufgabe 2

Formalisieren Sie Ihre Semantik aus Aufgabe 1 durch Angabe eines Übersetzers, der Terme in Maschinenprogramme einer einfachen Kellermaschine mit dem Befehlssatz

```
Push 0
Push 1
Read
Add
Sub
Double
```

und dem Zustandsraum $STACK \times EINGABE$ übersetzt.

Grundzustand der in Abb. 1 dargestellten Kellermaschine ist $\langle K_0|S|E_0\rangle$

$\langle K_0|S|E_0\rangle \xrightarrow{Push\ 0} \langle 0.K|S|E_0\rangle$

$\langle K_0|S|E_0\rangle \xrightarrow{Push\ 1} \langle 1.K|S|E_0\rangle$

$\langle K_0|S|n.E_0\rangle \xrightarrow{Read} \langle n.K|S|E_0\rangle$, für alle $n \in N$
$\langle n_1.n_2.K_0|S|E_0\rangle \xrightarrow{Add} \langle n_1 + n_2.K|S|E_0\rangle$, für alle $n_1, n_2 \in N$
$\langle n_1.n_2.K_0|S|E_0\rangle \xrightarrow{Sub} \langle n_1 - n_2.K|S|E_0\rangle$, für alle $n_1, n_2 \in N$
$\langle n.K_0|S|E_0\rangle \xrightarrow{Double} \langle 2 \cdot n.K|S|E_0\rangle$, für alle $n \in N$

Die Ergebnisse der Operationen (`Add, Sub, Double`) liegen nach Ausführung des Befehls an erster Stelle auf dem Stack. Wenn eine Operation zwei Operanden verwendet wird das erste und das darunter liegende zweite Element verwendet.
**Anmerk. v. Tobi:** *Das ist meine grobe Idee, da fehlt vermutlich noch ein Ausgabezustand in* $< E_0|K_0 >$*, also eher etwas wie* $< A_0|E_0|K_0 >$.
*ich sehe gerade das ich die Reihenfolge von Stack und Eingabe vertauscht habe, sollte aber kein großes Problem sein, bei mir steht einfach die Eingabe an erster Stelle.*

# Aufgabe 3

Formalisieren Sie Ihre Semantik aus Aufgabe 1 durch Angabe eines Interpreters bzgl. einer abstrakten Maschine mit dem Zustandsraum: $STACK \times KONTROLLE \times EINGABE$.

- **Anfangszustand:**
  $Z_{T,S,E} = \langle \epsilon|S|T.\epsilon|E\rangle$

- **Zustandsüberführungsfunktion** $\Delta$**:**
  $\Delta$ induktiv über die Struktur der Kontrollkellerspitze:

  $\Delta(W|S|n.K|E) := \langle n.W|SęKęE\rangle$ für $n \in N$
  $\Delta(W|S|\underline{read}.K|n.E) := \langle n.W|S|K|E\rangle$ für $n \in N$
  $\Delta(W|S|\overline{T_1\underline{OP}T_2}.K|E) := \langle W|S|T_1.T_2.\underline{OP}.K|E\rangle$
  $\Delta(n_2.n_1.W|S|\underline{OP}.K|E) := \langle \underline{n_1\underline{OP}n_2}.W|S|K|E\rangle$ für $n_1, n_2 \in N$

  $\Delta(W|S|ND.K|E) := \langle W|S|N.N. + .D. + K|E\rangle$