Aufgabe 1

Beweisen Sie die Formel

$$\{true\} \quad x := 7; y := x + 3 \quad \{y = 10\}$$

im Hoare-Kalkül.

$\{P\} true$

$7 = 7 \Rightarrow true$

$x := 7$

$x + 3 = 10 \Rightarrow x = 7$

$y := x + 3$

$\{Q\} y = 10$

Aufgabe 2

Schreiben Sie ein WHILE'-Programm zur Berechnung der Signum-Funktion und beweisen Sie seine Korrektheit im Hoare-Kalkül.

```
read x
signum := 0
if x > 0 then
  signum := 1
if x < 0 then
  signum := -1
```

$\{I\} x \in \mathbb{Z}$

`read x`

$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (0 = 1 \lor 0 = -1 \lor 0 = 0)$

`signum := 0`

$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$

if x > 0

true	false
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land x > 0\ true$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land x \leq 0 \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$
$\{I\}(1 = 1) \lor (1 = -1) \lor (1 = 0) \Rightarrow true \lor false \lor false$	
`signum := 1`	`skip`
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$	
$\varnothing$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$

$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$

if x < 0

true	false
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land x < 0\ true$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land x \geq 0 \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$
$\{I\}(-1 = 1) \lor (-1 = -1) \lor (-1 = 0) \Rightarrow false \lor true \lor false$	
`signum := -1`	`skip`
$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$	
$\varnothing$	$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$

$\{I\} x \in \mathbb{Z} \land (signum = 1 \lor signum = -1 \lor signum = 0)$

Aufgabe 3

Führen Sie einen Korrektheitsbeweis unter Verwendung der axiomatischen Semantik zu folgendem Programm:

```
sum:=0;
while not eof do
  read x;
  sum := sum + x;
output sum
```

$\{I\} sum \in \mathbb{Z}$

`sum := 0`

$\{I\} sum \in \mathbb{Z}$

$\neg eof$

> $\{I\} sum \in \mathbb{Z} \wedge \neg eof$
>
> `read x`
>
> $\{I\} sum \in \mathbb{Z}$
>
> `sum := sum + x`
>
> $\{I\} sum \in \mathbb{Z}$

$\{I \wedge \neg B\} sum \in \mathbb{Z} \wedge eof$

`output sum`

$\{I\} sum \in \mathbb{Z}$

Aufgabe 4

Beweisen Sie die Gültigkeit des Axioms (A.4), d.h. zeigen Sie die Gültigkeit der Formel:

$$\{Q[output.T/output]\} \quad outputT \quad \{Q\}$$

Wir unterscheiden zwei Fälle:

a) **Fehler:**

$\{Q[output.T/output]\}$

$\{Q[output.T/output]\} Fehler$

`output T`

$\{Q\} Fehler$

b) **kein Fehler:**

$\{Q[output.T/output]\}$

$\{Q[output.T/output]\}(n, (s, e', a))$

`output T`

$\{Q\}(s, e', a.n)$