Aufgabe 1

a) Geben Sieein Beispiel für eine nicht stetige Funktion f über cpo's an.

b) Beweisen Sie, dass die Komposition stetiger Funktionen wieder eine stetige Funktion ergibt.

Aufgabe 2

a) Zeigen Sie, wie Sie zu gegebenen cpos $D_1, ..., D_n$ mit $n \geq 2$ den Bereich der disjunkten Vereinigung $(D_1 + ... + D_n)$ erklären können, ohne die minimalen Elemente zu verschmelzen.

b) Definieren Sie folgende Injektions-, Projektions- und Testfunktionen in kanonischer Weise:

$$in_i : D_i \rightarrow (D_1 + ... + D_n) \text{ für alle } 1 \leq i \leq n$$
$$out_i : (D_1 + ... + D_n) \rightarrow D_i \text{ für alle } 1 \leq i \leq n$$
$$is_i : (D_1 + ... + D_n) \rightarrow BOOL_\perp \text{ für alle } 1 \leq i \leq n$$

Aufgabe 3

Definieren Sie stetige Erweiterungen der Addition und des Tests auf Gleichheit, so dass diese Operationen total werden auf den cpo's $\mathbb{N}_\perp$ und $BOOL_\perp$. Diskutieren Sie, ob es mehrere solche Erweiterungen gibt.

Aufgabe 4

Seien D_1 und D_2 cpo's und auf $f : D_1 \rightarrow D_2$ und $d : D_2 \rightarrow D_1$ stetige Funktionen.
Beweisen Sie:

$$fix_{f \circ g} = f(fix_{g \circ f}) \text{ und}$$
$$fix_{g \circ f} = g(fix_{f \circ g}$$