Aufgabe 1

Wenn man für die α-Reduktion $\lambda x.t \underset{\alpha}{\longrightarrow} \lambda y.\$^{x}_{y}\, t$ auf die Bedingung $y \notin \mathtt{Var}(t)$ verzichtet, kann eine solche Reduktion die Semantik verändern. Geben Sie dafür ein Beispiel an.

Aufgabe 2

Wenn man für die β-Reduktion

$$(\lambda x.t)s \underset{\beta}{\longrightarrow} \$^{x}_{s}\, t$$

auf die Forderung $\mathtt{Fr}(s) \cap \mathtt{Geb}(t) = \varnothing$ verzichtet, kann eine solche Reduktion die Semantik verändern. Geben Sie dafür ein Beispiel an.

Aufgabe 3

Konstruieren Sie einen λ-Ausdruck t, der keine Normalform besitzt und dessen Reduktion zu immer größeren Ausdrücken führt.

Idee:

$$\lambda x.x(x) : D \in A_{\lambda} \text{für } alle\ x \in x^{D}$$

Sollte eigentlich dazu führen, dass x sich immer wieder selbst aufruft und damit keine Normalform möglich ist.

Aufgabe 4

Schreiben Sie je einen getypten λ-Ausdruck für folgende Aufgaben:

a) Eine symmetrische Funktion soll dreifach auf ein Argument angewendet werden.
b) Gegeben sei eine Liste der Länge 4 von Elementen des Typs D und eine Funktion vom Typ $[\mathtt{D} \rightarrow \mathtt{D}]$, berechne die Anwendung dieser Funktion auf alle Listenelemente.
c) Beschreibe den uncurry-Operator im getypten λ-Kalkül, der angewendet auf eine Funktion vom Typ $[\mathtt{D}_1 \rightarrow [\mathtt{D}_2 \rightarrow \mathtt{D}_3]]$ eine Funktion des Typs $[(\mathtt{D}_1 \times \mathtt{D}_2) \rightarrow \mathtt{D}_3]$ liefert, wobei für alle `f`, `a` und `b`

```
(uncurry f) <a,b> = f a b
```

gelten soll.