

Übungsblatt 8

Abgabe bis Dienstag, den 24. Juni 2014

Besprechungstermin: Mittwoch, den 25. bzw. Donnerstag, den 26. Juni 2014

Aufgabe 1

- a) Geben Sie ein Beispiel für eine nicht stetige Funktion f über **cpo**'s an.
- b) Beweisen Sie, dass die Komposition stetiger Funktionen wieder eine stetige Funktion ergibt.

Aufgabe 2

- a) Zeigen Sie, wie Sie zu gegebenen **cpo**s D_1, \dots, D_n mit $n \geq 2$ den Bereich der disjunkten Vereinigung $(D_1 + \dots + D_n)$ erklären können, ohne die minimalen Elemente zu verschmelzen.
- b) Definieren Sie folgende Injektions-, Projektions- und Testfunktionen in kanonischer Weise:

$$\begin{aligned} \text{in}_i &: D_i \rightarrow (D_1 + \dots + D_n) && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \text{out}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow D_i && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \\ \text{is}_i &: (D_1 + \dots + D_n) \rightarrow \text{BOOL}_\perp && \text{für alle } 1 \leq i \leq n \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Definieren Sie stetige Erweiterungen der Addition und des Tests auf Gleichheit, so dass diese Operationen total werden auf den **cpo**'s IN_\perp und BOOL_\perp . Diskutieren Sie, ob es mehrere solcher Erweiterungen gibt.

Aufgabe 4

Seien D_1 und D_2 **cpo**'s und $f : D_1 \rightarrow D_2$ und $g : D_2 \rightarrow D_1$, stetige Funktionen. Beweisen Sie:

$$\begin{aligned} \text{fix}_{f \circ g} &= f(\text{fix}_{g \circ f}) \quad \text{und} \\ \text{fix}_{g \circ f} &= g(\text{fix}_{f \circ g}) \end{aligned}$$