Johannes Kepler Universität Linz

Einführungspraktikum Physik

3. Versuch

Brennweite

Autoren:
Eva Brandstätter (k12406599)
Tobias Mittermair (k12412801)

Gruppe:
Freitag Vormittag

Betreuer:
Gerald Gmachmeier

Abgabe:
19. Dezember 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die Brennweite und die zugehörige Unsicherheit einer Sammellinse durch das Bessel-Verfahren bestimmt werden.

2 Grundlagen

Das Bessel-Verfahren leitet sich aus der Annäherung an achsennahe Parallelstrahlen und einer dünnen Sammellinse ab. Diese Umstände sind annähernd erfüllt. Der genaue Ablauf des Verfahrens kann der Versuchsdurchführung 3.2 entnommen werden.

Die Formel zur Berechnung der Brennweite f mit dem Bessel-Verfahren lautet:

$$f = \frac{s^2 - e^2}{4s} \tag{1}$$

wobei s der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm und e der Abstand zwischen den beiden Positionen (e_1, e_2), an denen das Bild scharf ist, ist. Die Positionen e_1 und e_2 sind dabei symmetrisch zum Mittelpunkt von s.

Damit es tatsächlich zwei Positionen gibt, an denen ein scharfes Bild entsteht, muss der Gegenstand in beiden Positionen weiter als f von der Linse entfernt sein. Daraus folgt die Bedingung $s > 4f$.

Als Anhaltspunkt für die Brennweite wird eine zweite Methode angewandt, die ein schnelles, aber ungenaues Ergebnis liefert: es wird ausgenutzt, dass sich Parallelstrahlen annähernd in einem Punkt schneiden, wenn sie durch eine Sammellinse fokussiert werden. Dieser Punkt ist der Brennpunkt der Linse und befindet sich in der Entfernung f von der Linse.

$$e = e_2 - e_1 \tag{2}$$

Da bei der Ermittlung der Position der Linse für eine Scharfstellung die Schärfe nur schwer (und nur subjektiv) beurteilt werden kann, wird je ein Intervall $[e_{i_\text{links}}; e_{i_\text{rechts}}]$ für e_1 und e_2 bestimmt, in dem das Bild gerade noch scharf ist. Daraus wird e_i folgendermaßen berechnet.

$$e_i = \frac{e_{i_\text{rechts}} + e_{i_\text{links}}}{2} \tag{3}$$

Da die Größen s, e_{i_rechts} und e_{i_links} gemessen wurden, sind sie mit einer Messunsicherheit behaftet, deshalb wird die (Gauß'sche) Fortpflanzung von Unsicherheiten angewendet, um daraus die Unsicherheit der Brennweite u_f zu berechnen. Diese lautet wie folgt:

$$u_f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial s}\right)^2 \cdot u_s^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e}\right)^2 \cdot u_e^2} \tag{4}$$

die partiellen Ableitungen lauten:

$$\frac{\partial f}{\partial s} = \frac{s^2 + e^2}{4s^2} \tag{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial e} = -\frac{e}{2s} \tag{6}$$

daraus ergibt sich eingesetzt in die Gleichung 4

$$u_f(s,e) = \sqrt{\left(\frac{s^2+e^2}{4s^2}\right)^2 \cdot u_s^2 + \left(-\frac{e}{2s}\right)^2 \cdot u_e^2} \tag{7}$$

Nun können die, aus den verschiedenen s_i ermittelten, f_i per gewichtetem Mittelwert zu einem mittleren $\bar{f}_g$ zusammengefasst werden. Die Gewichte g_i entsprechen dabei den inversen Varianzen.

$$g_i = \frac{1}{u_{f_i}^2} \tag{8}$$

$$\bar{f}_g = \frac{\sum_{i=1}^{N} g_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{N} g_i} \tag{9}$$

Dieser gewichtete Mittelwert verfügt auch über eine gewichtete Unsicherheit $u_{\bar{f}_g}$.

$$u_{\bar{f}_g} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{N} g_i}} \tag{10}$$

3 Versuchsbeschreibung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuch wurde am 13.12.2024 im Praktikumsraum P122 an der JKU in Linz zwischen 11:15 und 13:15 durchgeführt.

Für diesen Versuch wurden eine Sammellinse, ein Lineal, eine optische Bank (mit Reitern, LED mit Kondensorlinse, Geodreieck als Objekt und Schirm) bereitgestellt. Weiters stand ein Laptop zur Führung des Laborprotokolls und zur Dokumentation der Werte bereit. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Aufbau des Versuches dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass von links weg eine LED mit Kondensorlinse, danach der Objektträger mit Geodreieck und darauffolgend eine Linse, vor dem sich ganz rechts befindenden Schirm auf der optischen Bank angeordnet sind.

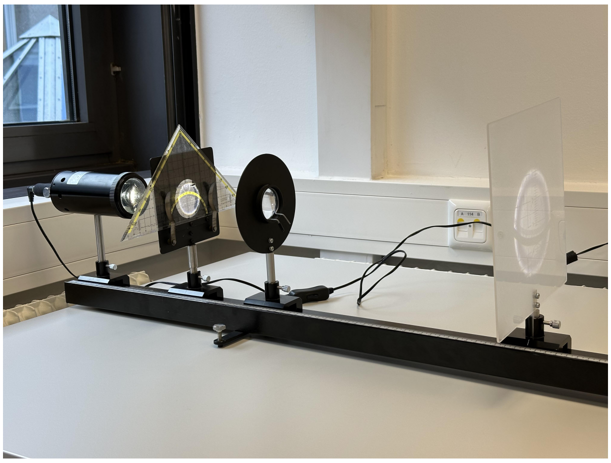

Abbildung 1: optische Bank mit optischen Elementen

3.2 Durchführung

Vor dem tatsächlichen Versuch wurde zuerst die Brennweite der Linse grob abgeschätzt. Dabei wurde die Linse über den Labortisch gehalten und so lange auf und ab bewegt, bis das Abbild der Deckenbeleuchtung scharf erkennbar war. Der Abstand zwischen Linse und Abbildung wurde dann mit dem Lineal abgemessen. Dieser Abstand entspricht annähernd der Brennweite der Linse und beträgt ungefähr 9,6cm ± 1cm. Dies kann man sagen, da der Abstand zur Deckenleuchte im Verhältnis zum Abstand der Abbildung zur Linse hinreichend groß ist.

Nun kann mit dem eigentlichen Versuch begonnen werden, da jetzt $s > 4f$ gewählt werden kann. Nach Festlegung des ersten s stellt man diesen Abstand zwischen Gegenstand und Schirm auf der optischen Bank ein. Nun wird die Linse so verschoben, dass sich auf dem Schirm ein scharfes Abbild des Gegenstandes zeigt. Die zweite Position, an der die Linse auch ein scharfes Bild erzeugt befindet sich symmetrisch zum Mittelpunkt von s.

Die Messung wird für verschiedene s wiederholt, um eine möglichst genaue Bestimmung der Brennweite zu erhalten. Die Messwerte werden im angehängten Laborprotokoll festgehalten.

4 Messergebnisse und Auswertung

Die Messwerte sind dem auf `https://eln.jku.at/` zugänglichen bzw. angehängten Laborprotokoll unter 6 zu entnehmen.

s /cm	e_1 /cm	e_2 /cm	e /cm
45.0	14,30 ± 0,05	30,85 ± 0,05	16,55 ± 0,1
50.0	13,10 ± 0,05	36,75 ± 0,05	23,65 ± 0,1
55.0	12,65 ± 0,05	42,35 ± 0,05	29,70 ± 0,1
60.0	12,30 ± 0,05	48,80 ± 0,05	36,10 ± 0,1
65.0	11,70 ± 0,05	54,00 ± 0,05	42,30 ± 0,1

Tabelle 1: Ermittlung von e

Dabei werden die Größen s, e_1, e_2 von der optischen Bank abgelesen, welche über ein kleinstes Skalenteil von 1mm verfügt. Die Unsicherheit der Messung beträgt somit ±0,5mm.

Übersetzt auf eine äquivalente Normalverteilung ergibt sich eine Standardabweichung von $\sigma = 0{,}5\text{mm}/\sqrt{3} \approx 0{,}29\text{mm}$.

Jedoch ist es schwierig, genau zu entscheiden, an welcher Stelle das Bild scharf ist. Deshalb wird jeweils für e_1 und e_2 ein ein Intervall bestimmt, dessen unteres Ende ein gerade noch nicht scharfes Bild und dessen oberes Ende ein gerade noch scharfes Bild zeigt. Somit wurde ein Vertrauensintervall ähnlich dem einer Normalverteilung gewählt.

Es lohnt sich, diese beiden Intervalle von e_1 und e_2 als nächstes auf ein Intervall für e zusammenzufassen. Wenn hier e_1 die linke Position und e_2 die rechte Position ist, wird das untere Ende des Intervalls für e durch das untere Ende von e_2 minus das obere Ende von e_1 und das obere Ende des Intervalls für e durch das obere Ende von e_2 minus das untere Ende von e_1 bestimmt.

Es bleibt zu entscheiden, ob dieses Intervall als einfaches, zweifaches oder n-faches Vertrauensintervall interpretiert wird. Für diese Entscheidung kann man den Wert der Wahrscheinlichkeit P heranziehen, der angibt, wie wahrscheinlich es ist, dass der wahre Wert innerhalb des Intervalls liegt. Für ein einfaches Vertrauensintervall gilt $P = 0{,}68$, für ein zweifaches $P = 0{,}95$ und für ein dreifaches $P = 0{,}997$.

$$x = x \tag{11}$$

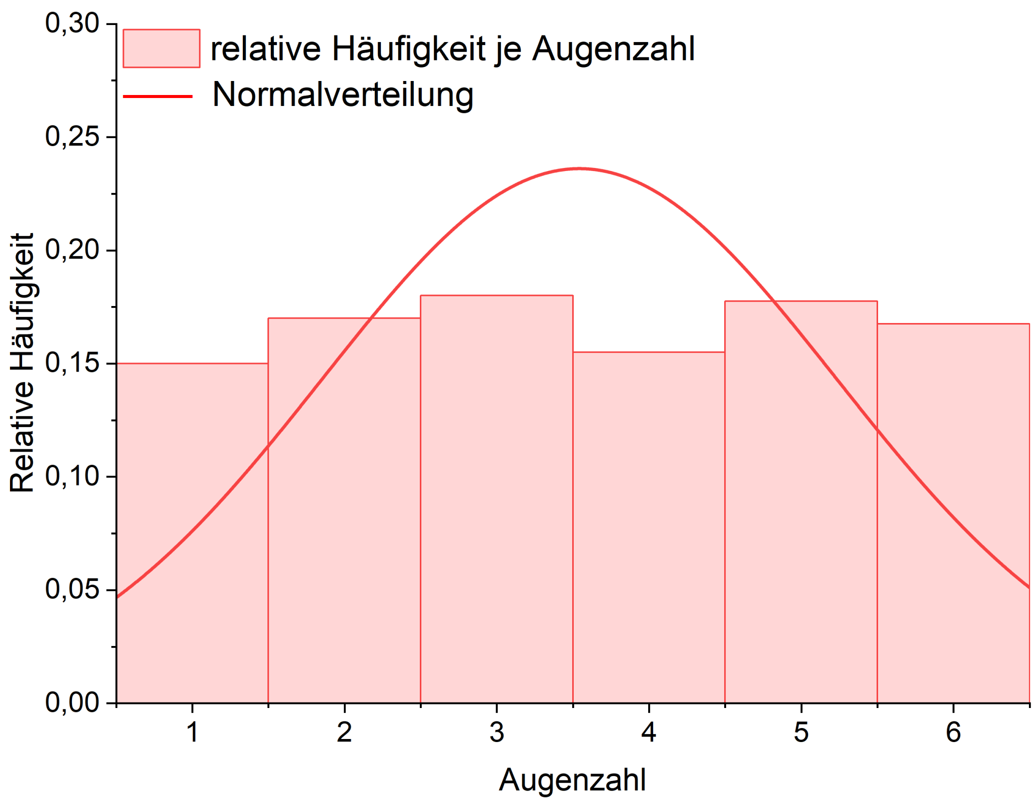

Abbildung 2: <>

5 Diskussion

<>

6 Anhang