**Zusammenfassung Digitaltechnik – Semester 2**

**1. Zahlensysteme**

**Definition:** Ein Zahlensystem ist eine Art der Darstellung von Zahlen mit Hilfe einer begrenzten Anzahl von Zeichen unter Verwendung eines Bildungsgesetzes.

**Additionssysteme:** Die Position der Ziffern spielt keine Rolle, jede Ziffer steht für ein Wert, und alle Werte werden addiert. Bsp.: Römische Zahlen, Strichliste.

**Stellenwertsysteme:** Der Wert einer Ziffer hängt von der Position der Ziffer in der Zahl ab. Bsp.: Dezimalsystem, Dualsystem.

**Polyadische Zahlensysteme:** Man nimmt eine Basiszahl b und setzt die Wertigkeit der Stellen gleich der Potenzen der Basiszahl. Man braucht hierfür genau b Ziffern. Bsp.: Dualsystem mit Basiszahl 2 hat die Stellenwertigkeiten

**Horner Schema:** Das Horner Schema ermöglicht es Zahlen vom Dezimalzahlsystem ganz einfach in ein anderes umzuschreiben. Bei dem Schema geht man wie folgt vor:

1. Man nimmt eine beliebige Zahl N und eine Darstellung der Basis b, welcher N dargestellt werden soll.
2. Man beginnt mit s = 0
3. Man dividiert N durch b mit Rest
4. Man notiert den Rest als
5. Man setzt N = N : b und erhöht s um eins
6. Man wiederholt Schritt 3 – 5, bis N = 0

Dieses Schema lässt sich auf Kommazahlen anwenden, indem man die Bereiche vor und nach dem Komma separat behandelt und bei den Stellen nach dem Komma N mit b multipliziert.

Für die Umrechnung einer Zahl in einem beliebigen Zahlensystem in eine Dezimalzahlkann man das Horner Schema wie folgt benutzen:

1. Setze N = 0 und s auf die höchstwertige Ziffer
2. Multipliziere N mit b
3. Addiere zu N
4. Verringere s um eins
5. Wiederhole 2 – 4, bis alle Ziffern berücksichtigt wurden

**Rechnen mit Dualzahlen:** Mit allen polyadischen Zahlensystemen lässt sich schriftlich addieren, subtrahieren und multiplizieren, wie man es in der Grundschule gelernt hat. Bei der Multiplikation zweier Dualzahlen der Länge n-Bit ist das Ergebnis dann maximal 2n-Bit groß.

**Negative Zahlen im Dualsystem:** Um negative Zahlen im Dualsystem darzustellen gibt es ganz verschiedene Möglichkeiten:

1. Offset-Darstellung: Auf verschiedene Werte wird ein Offset addiert, sodass alle Werte im positiven Bereich liegen. Dieser Offset muss bei Berechnungen berücksichtigt werden.
2. Vorzeichen-Betrags-Darstellung: Man stellt die Zahl durch ihren Betrag dar und stellt die negative Eigenschaft durch ein Vorzeichen dar. Diese Methode wird auch im Alltag verwendet: + = positiv; - = negativ; 1 = negativ; 0 = positiv.
3. Komplemente: Komplemente gibt es nur in polyadischen Zahlensystemen. Man ergänzt um eine Hilfszahl H und erhält dann das Komplement, indem man die Zahl von dem Komplement abzieht. Bei einem b-Komplement gilt: H = . Das Komplement eines Komplements einer Zahl ist die Zahl selbst. Mithilfe des b-Komplements löst man das Eindeutigkeitsproblem.

**Multiplikation im zweier Komplement:** Bei der Multiplikation mit einer negativen Zahl im Zweierkomplement muss vor diese so viele Einsen geschrieben werden, wie das Ergebnisbit maximal groß sein kann.

**Festkommadarstellung:** Bei der Festkommadarstellung wird eine rationale Zahl als eine ganze Zahl multipliziert mit einem rationalen Vorfaktor dargestellt. Die Genauigkeit ist hierbei gleich dem Vorfaktor. Bsp.: . Die Rechenregeln zur Addition funktionieren hierbei wie gewohnt. Bei der Multiplikation muss allerdings durch den Vorfaktor geteilt werden, da sonst Fehler passieren.

**Gleitkommadarstellung:** Bei der Gleitkommadarstellung einer Zahl braucht es zunächst die Mantisse, welche immer eine Zahl kleiner b sein sollte, und einen Exponent zu einer Basis, welcher angibt, wie groß oder klein die Zahl ist. Die Formel ist  
 .

**Gray-Code:** Bei einem mechanischen Schalter, welcher Ausgangszustände mit Binärzahlen über Leitungen ausgibt, können Fehler auftreten, wenn sich zwei Bits gleichzeitig ändern sollen, aber aufgrund von Leitungsfehlern ein Bit schneller geändert wird als das andere. Bsp.: Bei der Änderung von 01 zu 10 kann es sein, dass der Ausgang kurz 00 oder 11 ist. Der Gray Code verhindert dieses Problem, indem sich bei ihm beim Wechsel einer Zahl immer nur ein Bit ändert. Bsp.:

Ein Bild, das Text, Schrift, Screenshot, Typografie enthält.

Automatisch generierte BeschreibungEin Bild, das Text, Schrift, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

**BCD-Code:** Man kann Binärzahlen auch mit einem BCD-Code abspeichern. Bei diesem werden die Ziffern 1 – 9 wie gewohnt in Binärzahlen abgespeichert und dann in ein dezimales Stellenwertsystem gebracht Bsp.: 1 = 0001; 2 = 0010; 9 = 1001; 4 = 0100;   
1294 = 0001 0010 1001 0100.

**ASCII:** Mithilfe von ASCII lassen sich Buchstaben und Zeichen in Bit Form abspeichern und versenden. Hierbei hat jedes Zeichen seine eigene Zahl. Bsp.: 41 = A, 61 = a. Heutzutage wurde es um Unicode und UTF-8 erweitert, um alle Zeichen, welche es gibt, abzubilden. UTF-8-Codierung:

Ein Bild, das Text, Schrift, Screenshot, Quittung enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

**2. Schaltalgebra**

**Definition:** Schaltalgebra bezeichnet das Rechnen und Verknüpfen von Wahrheitswerten, um aus einem Input einen Output zu erhalten.

**Verknüpfungen:**

1. Oder-Verknüpfung:

* Schaltsymbol:
* Logiksymbol:
* Wahrheitstabelle:

Ein Bild, das Zahl, Schrift, Diagramm, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Und-Verknüpfung:

* Schaltsymbol: &
* Logiksymbol:
* Wahrheitstabelle:

Ein Bild, das Zahl, Schrift, Diagramm, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Exklusiv Oder-Verknüpfung:

* Schaltsymbol: = 1
* Logiksymbol:
* Wahrheitstabelle:

Ein Bild, das Zahl, Diagramm, Schrift, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Nicht Oder-Verknüpfung:

* Schaltsymbol:
* Logiksymbol:
* Wahrheitstabelle:

Ein Bild, das Zahl, Diagramm, Schrift, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

**Postulate:** Postulate legen als feste Regeln den Grundstein für die Schaltalgebra fest:

* Es gibt nur die Konstanten 0 und 1

**Theoreme:** Aus den Postulaten lassen sich grundlegende Theoreme ableiten:

**Gesetze:**

1. Kommutativgesetz bei Und & Oder:
2. Assoziativgesetz bei Und & Oder:

1. Distributivgesetz bei Und & Oder:
2. De Morgan:

**Min- und Maxterme:** Der Minterm einer Wertekombination liefert genau dann eine 1, wenn die entsprechende Wertekombination vorliegt und 0 in allen anderen Fällen. Der Maxterm liefert genau dann eine 0, wenn die entsprechende Wertekombination vorliegt, und in allen anderen Fällen 1.

Ein Bild, das Text, Screenshot, Schrift, Zahl enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

**KV-Diagramme:** KV-Diagramme helfen beim Vereinfachen von Schaltalgebra. Hierbei geht man wie folgt vor:

1. Man erstellt ein Diagramm als Tabelle, wobei jedes Feld dieser Tabelle einem Zustand der Eingangsvariablen zugeordnet wird. Benachbarte Felder unterscheiden sich lediglich um den Zustand einer Eingangsvariablen.
2. Man trägt in die Felder 1 für existierende Kombinationen und 0 für nichtexistierende Kombinationen ein.
3. Man kann benachbarte 1er zusammenfassen, solange sie in einer Reihe oder einem Block und eine gerade Anzahl sind. Alle 1 müssen genau einmal abgedeckt werden.

Ein Bild, das Diagramm, Reihe, Screenshot, Zahl enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Ein Bild, das Schrift, Typografie, Kalligrafie, Text enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

**Don’t Care Zustände:** Don’t Care Zustände sind Zustände, welche in einer Schaltung nie vorkommen und daher deren Ergebnisse egal sind. In KV-Tabellen stellt man diese mit einem x dar und man kann sie zum Kombinieren benutzen, muss aber nicht (sowohl 1 als auch 0).

**Quine und McCluskey:** Das Verfahren von Quine und McCluskey ist eine weiter Methode zum Vereinfachen von Schaltalgebra. Es ist besser geeignet für mehr als 5 Eingangsvariablen. Man geht dabei wie folgt vor:

1. Man schreibt die Bitmuster der Minterme (Y = 1) in eine neue Tabelle und sortiert diese nach der Anzahl der 1-Bits. Außerdem werden sie mit einem Index versehen.

Ein Bild, das Diagramm, Text, Typografie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Man prüft für jeden Eintrag, ob es Einträge gibt, die sich an nur einer Stelle unterscheiden. Diese können zusammengefasst werden. Man notiert sie mit den Indices der Ursprungseinträge und markiert die Ursprungseinträge danach.

Ein Bild, das Schrift, Diagramm, Reihe, Zahl enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Man wiederholt das Ganze, darf aber nur noch die die Zeilen miteinander vergleichen, welche an der gleichen Stelle ein – haben.
2. Lässt sich nichts mehr zusammenfassen, so fasst man die übrigen Terme zusammen.

Ein Bild, das Schrift, Zahl, Reihe, Text enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

1. Man prüft anhand der Indices , welche Terme verwendet werden müssen, um alle Minterme zu berücksichtigen.

Ein Bild, das Schrift, Typografie, weiß, Kalligrafie enthält.

Automatisch generierte Beschreibung

Lässt sich in einem Schritt kein Paar mit einem anderen Index finden, so muss der Term trotzdem mitgenommen werden. Don’t Cares werden auch mit in die Tabelle übernommen, erhalten allerdings keinen Index (müssen also auch nicht unbedingt gekürzt werden).

**Aufbau mit NAND-Gattern:** Um Schaltungen noch weiter zu vereinfachen lassen sich diese ausschließlich durch NAND-Gatter aufbauen, indem man die Terme doppelt negiert und darauf die De Morganschen Gesetze anwendet.

Ein Bild, das Text, Schrift, weiß, Schwarzweiß enthält.

Automatisch generierte Beschreibung