**Zusammenfassung Digitaltechnik – Semester 2**

**1. Zahlensysteme**

**Definition:** Ein Zahlensystem ist eine Art der Darstellung von Zahlen mit Hilfe einer begrenzten Anzahl von Zeichen unter Verwendung eines Bildungsgesetzes.

**Additionssysteme:** Die Position der Ziffern spielt keine Rolle, jede Ziffer steht für ein Wert, und alle Werte werden addiert. Bsp.: Römische Zahlen, Strichliste.

**Stellenwertsysteme:** Der Wert einer Ziffer hängt von der Position der Ziffer in der Zahl ab. Bsp.: Dezimalsystem, Dualsystem.

**Polyadische Zahlensysteme:** Man nimmt eine Basiszahl b und setzt die Wertigkeit der Stellen gleich der Potenzen der Basiszahl. Man braucht hierfür genau b Ziffern. Bsp.: Dualsystem mit Basiszahl 2 hat die Stellenwertigkeiten

**Horner Schema:** Das Horner Schema ermöglicht es Zahlen vom Dezimalzahlsystem ganz einfach in ein anderes umzuschreiben. Bei dem Schema geht man wie folgt vor:

1. Man nimmt eine beliebige Zahl N und eine Darstellung der Basis b, welcher N dargestellt werden soll.
2. Man beginnt mit s = 0
3. Man dividiert N durch b mit Rest
4. Man notiert den Rest als
5. Man setzt N = N : b und erhöht s um eins
6. Man wiederholt Schritt 3 – 5, bis N = 0

Dieses Schema lässt sich auf Kommazahlen anwenden, indem man die Bereiche vor und nach dem Komma separat behandelt und bei den Stellen nach dem Komma N mit b multipliziert.

Für die Umrechnung einer Zahl in einem beliebigen Zahlensystem in eine Dezimalzahlkann man das Horner Schema wie folgt benutzen:

1. Setze N = 0 und s auf die höchstwertige Ziffer
2. Multipliziere N mit b
3. Addiere zu N
4. Verringere s um eins
5. Wiederhole 2 – 4, bis alle Ziffern berücksichtigt wurden

**Rechnen mit Dualzahlen:** Mit allen polyadischen Zahlensystemen lässt sich schriftlich addieren, subtrahieren und multiplizieren, wie man es in der Grundschule gelernt hat. Bei der Multiplikation zweier Dualzahlen der Länge n-Bit ist das Ergebnis dann maximal 2n-Bit groß.

**Negative Zahlen im Dualsystem:** Um negative Zahlen im Dualsystem darzustellen gibt es ganz verschiedene Möglichkeiten:

1. Offset-Darstellung: Auf verschiedene Werte wird ein Offset addiert, sodass alle Werte im positiven Bereich liegen. Dieser Offset muss bei Berechnungen berücksichtigt werden.
2. Vorzeichen-Betrags-Darstellung: Man stellt die Zahl durch ihren Betrag dar und stellt die negative Eigenschaft durch ein Vorzeichen dar. Diese Methode wird auch im Alltag verwendet: + = positiv; - = negativ; 1 = negativ; 0 = positiv.
3. Komplemente: Komplemente gibt es nur in polyadischen Zahlensystemen. Man ergänzt um eine Hilfszahl H und erhält dann das Komplement, indem man die Zahl von dem Komplement abzieht. Bei einem b-Komplement gilt: H = . Das Komplement eines Komplements einer Zahl ist die Zahl selbst. Mithilfe des b-Komplements löst man das Eindeutigkeitsproblem.

**Multiplikation im zweier Komplement:** Bei der Multiplikation mit einer negativen Zahl im Zweierkomplement muss vor diese so viele Einsen geschrieben werden, wie das Ergebnisbit maximal groß sein kann.

**Festkommadarstellung:** Bei der Festkommadarstellung wird eine rationale Zahl als eine ganze Zahl multipliziert mit einem rationalen Vorfaktor dargestellt. Die Genauigkeit ist hierbei gleich dem Vorfaktor. Bsp.: . Die Rechenregeln zur Addition funktionieren hierbei wie gewohnt. Bei der Multiplikation muss allerdings durch den Vorfaktor geteilt werden, da sonst Fehler passieren.