**Formale Sprachen und Automaten**

**1. Einführung**

**Berechenbarkeit:** Die Berechenbarkeit beschäftigt sich mit der Frage, welche Probleme von einem Computer berechenbar sind und welche Voraussetzungen dieser erfüllen muss, damit er alle berechenbaren Probleme lösen kann.

**Turing-Berechenbarkeit:** Ein Problem ist berechenbar, wenn es von einer Turing-Maschine berechnet werden kann.

**Church-Turing-These:** Die beiden Begriffe der Berechenbarkeit sind äquivalent, d.h. für jedes intuitiv berechenbare Problem gibt es auch eine Turingmaschine, die das Problem löst.

**Komplexitätstheorie:** Neben der Berechenbarkeit muss auch geprüft werden, ob ein Problem handhabbar ist, d.h. ob es auch für große Eingabewerte in vertretbarer Zeit gelöst werden kann:

* Algorithmen mit polynomialer Laufzeit gelten als handhabbar
* Algorithmen mit exponentieller Laufzeit gelten als nicht handhabbar

**Komplexitätsklassen:**

* P: Problem kann in polynomialer Zeit von einem deterministischen System berechnet werden
* NP: Problem kann in polynomialer Zeit von einem nichtdeterministischen System berechnet werden

**Formale Sprachen:** Formale Sprachen lassen sich als Analogie zu natürlichen Sprachen wie folgt definieren:

* Man wählt eine Menge von Buchstaben als Alphabet und erzeuge Worte durch Aneinanderhängen von Buchstaben aus dem Alphabet.
* Eine Teilmenge der gesamten Wortmenge bezeichnet eine formale Sprache.

**Automaten:** Automaten sind das akzeptierende Konzept: Eine Sprache gehört zu einer Sprachklasse, wenn es einen Automaten des vorgegebenen Automatentyps gibt, der die Sprache akzeptiert.

**Grammatik:** Grammatik ist das erzeugende Konzept: Eine Sprache gehört zur Sprachklasse, wenn es eine Grammatik des vorgegebenen Grammatiktyps gibt, der die Sprache erzeugt.

**2. Formale Sprachen und Grammatiken**

**Grundlegende Begriffe:**

* Alphabet: Eine nichtleere, endliche Menge ∑ von Buchstaben.
* Wörter: Eine geordnete, endliche Folge von Zeichen .
* Länge: ist die Anzahl der Buchstaben von .
* Häufigkeit: ist die Anzahl des Vorkommens von a in .
* Präfix: ist Präfix von , wenn gilt für ein Wort .
* Infix: ist Infix von , wenn gilt für die Wörter .
* Suffix: ist Suffix von , wenn gilt für ein Wort .
* Leeres Wort: bezeichnet das leere Wort.

**Operationen:** Man kann auf Wörtern Rechenoperationen anwenden und so neue Wörter erschaffen. Es gibt folgende Operationen:

* Konkatenation: Die Operation bezeichnet die Verkettung zweier Wörter und .
* Potenzen: bezeichnet die -fache Konkatenation von mit sich selbst.
* Inverses Wort: besteht aus den Buchstaben von in der umgekehrten Reihenfolge.

**Wortmengen und Sprachen:**

* bezeichnet die Menge aller Worte über dem Alphabet .
* Eine Teilmenge heißt formale Sprache über dem Alphabet .

**Operationen über Sprachen:** Auch über Sprachen lassen sich Rechenoperationen ausführen.

* Konkatenation: besteht aus allen Worten, die durch Konkatenation von zwei Wörtern aus und entstehen.
* Potenzen: bezeichnet die mehrfache Konkatenation der Sprache mit sich selbst.
* Kleenesche-Hülle: besteht aus allen Potenzen .
* Inverse Sprache: besteht aus allen inversen Worten von .

**Grammatik:** Eine Grammatik (Typ-0) ist ein Tupel bestehend aus:

* Einem Alphabet .
* Einer Menge von Variablen mit .
* Einer Menge von Produktionsregeln mit .
* Einer Startvariablen .

**Ableitungen:** Mithilfe von Produktionsregeln lassen sich Worte ableiten:

* Ableitungsschritt Die Anwendung einer Produktionsregel auf ein Wort .
* Ableitung Eine endliche Folge von Ableitungsschritten beginnend mit dem Wort .
* Sprache : Besteht aus allen Worten , die man durch eine Ableitung erzeugen kann.