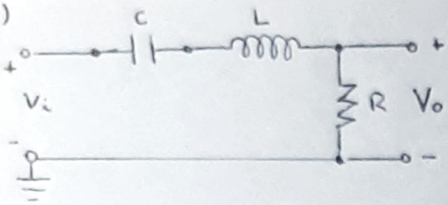
a)



$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{sC} + sL} = \frac{R.s}{Rs + \frac{1}{C} + s^2L} = \frac{R}{L} \cdot \frac{s}{\frac{R}{L}s + \frac{1}{LC} + s^2}$$

$Z_L = s.L$

$Z_C = \frac{1}{sC}$

$Z_R = R$

Luego, con $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$ y $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$

$$\boxed{H(s) = \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{s}{\left(\frac{\omega_0}{Q}.s + \omega_0^2 + s^2\right)}}$$

Siendo $s = j\omega \Rightarrow H(j\omega) = \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{j\omega}{\left(\frac{\omega_0}{Q}.\omega j + \omega_0^2 - \omega^2\right)} = \frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{\omega_0/Q \cdot j\omega}{\omega_0/Q \cdot j\omega + \omega_0^2 - \omega^2}$

$$\boxed{|H(j\omega)| = \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0\omega}{Q}\right)^2}}}$$

respuesta en módulo

$\to |H(\omega\to 0)| \approx \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega_0^2} = \frac{\omega}{Q \cdot \omega_0} \to$ comporta como ω al tender hacia 0.

$\to |H(\omega\to\infty)| \approx \frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{\omega}{\omega^2} = \frac{\omega_0}{Q\cdot\omega} \to$ comporta como $\frac{1}{\omega}$ al tender a $+\infty$.

$\to |H(\omega=\omega_0)| = 1$

$\to$ Cuando la frecuencia es baja $(\omega\to 0) \Rightarrow$ en dB se tiene: $20\log(\omega) \Rightarrow$ comportamiento lineal con pendiente $+20$ dB/década

$\to$ Cuando la frecuencia es alta $(\omega\to+\infty) \Rightarrow$ en dB se tiene: $20\log\left(\frac{1}{\omega}\right) = -20\log(\omega) \Rightarrow$ comportamiento lineal con pendiente -20 dB/década

$\angle H(j\omega) = \angle P(j\omega) - \angle Q(j\omega)$

respuesta en fase

$\angle P(j\omega) = \text{arctg}\left(\frac{Im(P)}{Re(P)}\right) \Rightarrow$ como $P(j\omega)$ es imaginario $\Rightarrow \angle P(j\omega) = \frac{\pi}{2}$

$\angle Q(j\omega) = \text{arctg}\left(\frac{\frac{\omega_0.\omega}{Q}}{\omega_0^2-\omega^2}\right) \to \boxed{\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\frac{\omega_0.\omega}{Q}}{\omega_0^2-\omega^2}\right)}$

$\to$ Cuando $\omega\to 0$: $\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{0}{\omega_0^2}\right) = \frac{\pi}{2} - 0 = \pi/2$

$\to$ Cuando $\omega\to+\infty$: $\angle H(j\omega) \approx \frac{\pi}{2} - \underbrace{\text{arctg}\left(-\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)} = \frac{\pi}{2} - \pi = -\pi/2$

Para frecuencias altas, la parte real de $Q(j\omega)$ SIEMPRE en semiplano negativo $\to$ corrido fase en π

$\to$ Cuando $\omega = \omega_0$: $\angle H(j\omega) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

Tipo de filtro: Pasa banda

Ancho de Banda $= \omega_2 - \omega_1 \to$ Para hallar ω_1 y ω_2 debo buscar frecuencias tal que $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\omega_0}{Q} \cdot \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left(\frac{\omega_0.\omega}{Q}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2\right]$

$\left(\frac{\omega.\omega_0}{Q}\right)^2 = (\omega_0^2-\omega^2)^2$

$\frac{\omega.\omega_0}{Q} = \pm(\omega_0^2-\omega^2)^{*_1,*_2}$

$*_1$ $\frac{\omega_1.\omega_0}{Q} = \omega_0^2 - \omega_1^2$

$\omega_1^2 + \omega_1\frac{\omega_0}{Q} - \omega_0^2 = 0$

$\omega_1 = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm\sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$

$\omega_1 = \frac{-\frac{\omega_0}{Q} \pm \frac{\omega_0}{Q}\sqrt{1+4Q^2}}{2}$

$\omega_1 = \frac{\omega_0}{2Q}\left(\sqrt{1+4Q^2} - 1\right)$

$*_2$ $\frac{\omega_2.\omega_0}{Q} = \omega_2^2 - \omega_0^2$

$0 = \omega_2^2 - \omega_2\frac{\omega_0}{Q} - \omega_0^2$

$\omega_2 = \frac{\frac{\omega_0}{Q} \pm\sqrt{\left(-\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0^2}}{2}$

$\omega_2 = \frac{\omega_0}{2Q}\left(1 + \sqrt{1+4Q^2}\right)$

Luego, $\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{2Q}\left(1 + \sqrt{1+4Q^2} - \sqrt{1+4Q^2} + 1\right)$

$= \frac{\omega_0}{2Q} \cdot 2 = \frac{\omega_0}{Q} \Rightarrow$ Ancho de Banda $= \boxed{\frac{\omega_0}{Q}}$