

07 - Filtry s konečnou impulzní odezvou (FIR): část I.

(návrh prototypem dolní propusti)

Filtry představují lineární časově invariantní (LTI) systém, který přenáší/tlumí požadované frekvenční složky - **frekvenční pásmo**. Inverzním Fourierovým obrazem přenosové funkce filtru je jeho impulzní odezva, která je v případě FIR konečná (Finite Impulse Response). Signál je tedy průchodem systému konvolován s konečnou impulzní odezvou - **konvoluční maskou**. Řád filtru (M) je odvozen od délky konvoluční masky (impulzní odezvy) ($M + 1$). Matematicky řád filtru reprezentuje řád polynomu přenosové funkce $H[j\omega]$, která je frekvenčním obrazem $h[n]$. Diskrétní konvoluci lze rozepsat na diferenční rovnici, ze které také vyplývá mřížková struktura filtru (konvoluční automat). Signál postupně vstupuje do paměti systému, jejíž buňky jsou posunuty o jeden vzorek (z^{-1}). U FIR filtru je zavedeným pravidlem, že impulzní odezva $h[n]$ je značena jako $b[k] = h[n]$ a tvoří tak koeficienty filtru uvnitř mřížkové struktury. Pro intuitivnější značení budeme první vzorek signálu a impulzní odezvy uvažovat jako $n = 0$, řád filtru M pak odpovídá počtu zpožďovacích členů.

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \dots + b_Mx[n-M]$$

Výstupem FIR filtru $y[n]$ je výsledek konvoluce impulzní odezvy $b[k]$ a vstupního signálu $x[n]$:

$$y[n] = b[k] * x[n], \text{ kde délka odezvy } K \text{ se nemusí rovnat délce signálu } N; K = M + 1.$$

Z věty o posunu v čase ve Fourierově transformaci vychází tzv. **Z-transformace** ($z^{-M} = e^{-j\omega M}$), tj. posun signálu v čase vede k fázovému posunu ve spektru. Z-transformace přepisuje diferenční rovnici (z časové oblasti) do komplexní z-roviny (frekvenční oblasti): $y[n - \Delta] \longrightarrow Y[z] \cdot z^{-\Delta}$, kde $\Delta \in \langle 0, M \rangle$.

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \dots + b_Mx[n-M]$$

$$Y[z] = b_0X[z] + b_1X[z]z^{-1} + \dots + b_MX[z]z^{-M}$$

Řešení si lze představit jako superpozici spekter vstupního signálu $X[z]$, který je postupně pro každý zpožďovací člen fázově posunut o z^{-k} a násoben koeficienty b_k . Sečtením/odečtením harmonických složek v protifázi/fázi tak dochází k potlačení/zesílení, tj. filtraci.

Vyjádříme přenosovou funkci a dosadíme diferenční rovnici po z-transformaci:

$$H[z] = \frac{Y[z]}{X[z]}$$

$$H[z] = \frac{b_0X[z] + b_1X[z]z^{-1} + \dots + b_MX[z]z^{-M}}{X[z]}$$

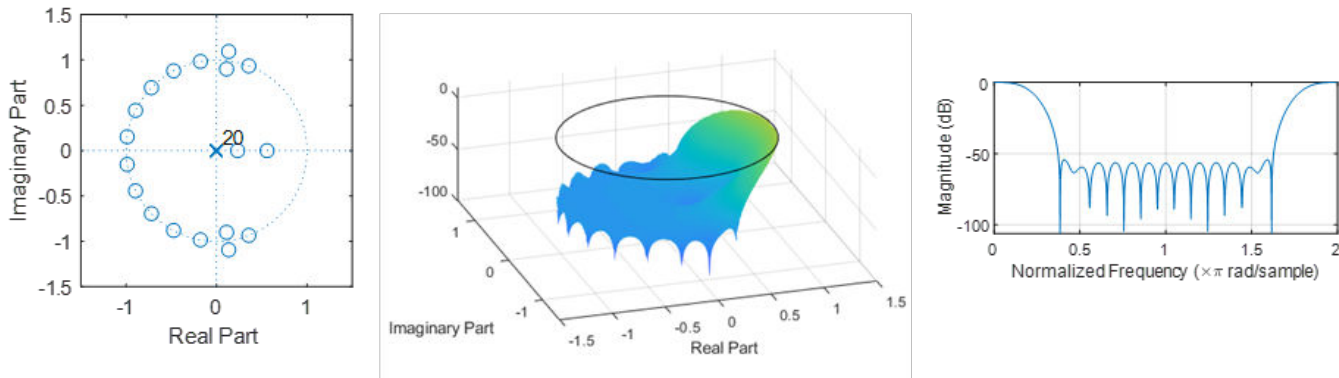
Jmenovatel $X[z]$ se vykrátí ve jmenovateli za vzniku polynomu:

$$H[z] = b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_Mz^{-M} \text{ po úpravě vynásobením } \cdot \frac{z^M}{z^M}$$

$$H[z] = \frac{b_0z^M + b_1z^{M-1} + \dots + b_M}{z^M}$$

Vyřešením kořenů polynomu získáváme tzv. póly a nuly, ve kterých hodnoty z-roviny nabývají extrémních hodnot (nuly: 0, póly: ∞). U FIR jsou všechny póly M -násobné v 0. Inverzní z-transformací (substitucí $z^{-M} = e^{j\omega M}$) vzniká komplexní z-rovina celého oboru komplexních čísel, které po dosazení do polynomu

přenosové funkce vytvoří tzv. membránový model z-roviny. Membrána z-roviny je deformována pozicí nul a pólů. Přenos filtru je pak popsán hodnotami ležícími právě na jednotkové kružnici $|H[1e^{j\omega}]|$.



Uživatelský návrh filtru hledá polynom s koeficienty b_k (nuly a póly), aby přenosová funkce filtru splňovala požadavky na zlomový kmitočet f_0 (-3dB), přenos v propustném pásmu (~ 0 dB) a útlum v zadržném pásmu (např. < -60 dB). Nejjednodušším způsobem návrhu je využití prototypových funkcí, jejichž přenosová funkce je snadno popsatelná i v z-rovině. Touto funkcí je například tzv. sampling function:

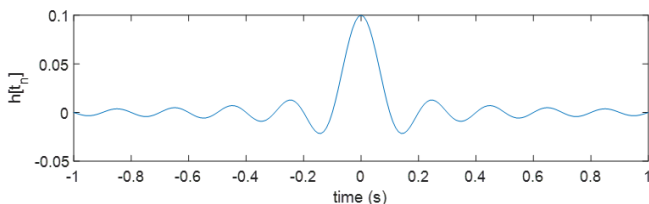
$$\text{sinc}(\Omega_0 t) = \frac{\sin(\Omega_0 t)}{\Omega_0 t}; t \in (-\infty, \infty); \lim_{t \rightarrow 0} \text{sinc}(t) = 1$$

Jedná se o ideální dolní propust se zlomovým kmitočtem $f_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi}$, ale jen v případě infinitní odezvy $t \in (-\infty; \infty)$.

V digitálním zpracování signálů je ovšem výhodnější pracovat se vzorky $[n]$ a mezní kmitočat filtru (zlomový kmitočet) f_0 definovat poměrově k f_s . Přenosová funkce je proto uváděna pro normovaný kmitočet $\omega \in \langle 0, 2 \rangle$, který koresponduje s $f \in \langle 0, f_s \rangle$. Prostou trojčlenkou můžeme převádět frekvenci na normovaný kmitočet a zpět $\omega_0 = 2f_0/f_s$ a realizaci provádět přímo ve vzorcích $\text{sinc}(\pi\omega_0 n)$.

$$\text{sinc}(\pi\omega_0 n) = \frac{\sin(\pi\omega_0 n)}{\pi\omega_0 n}; \lim_{n \rightarrow 0} \text{sinc}(n) = 1$$

Realizace impulzní odezvy pomocí $\text{sinc}()$ funkce musí být na konečném časovém intervalu diskrétního času, tj. konečné délky $M + 1$ a pro symetrický tvar s nulovou hodnotu času uprostře intervalu.



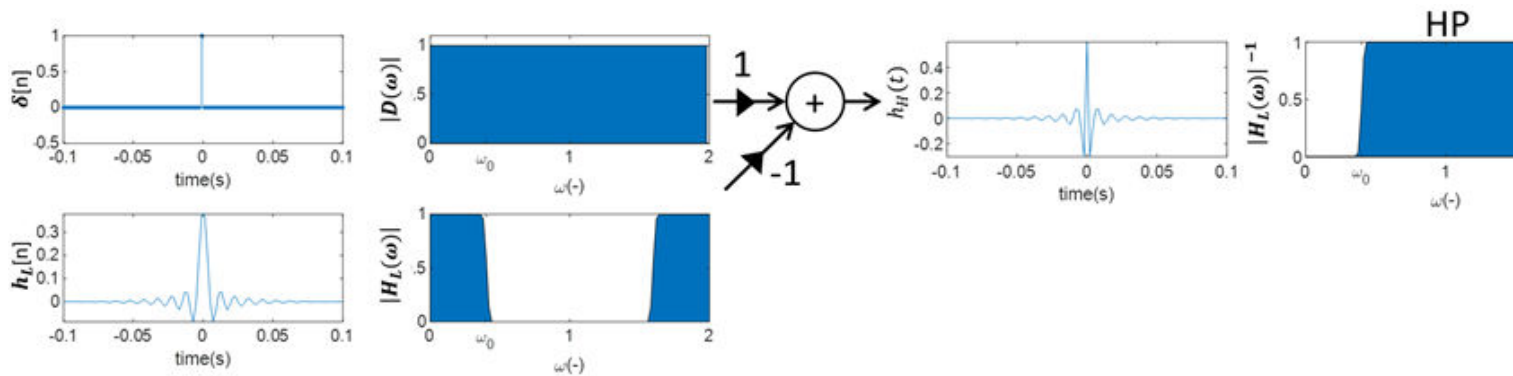
$$t_k \in \left\langle -\frac{M/f_s}{2}; \frac{M/f_s}{2} \right\rangle \dots \text{diskrétní čas}$$

$$n \in \left\langle -\frac{M}{2}; \frac{M}{2} \right\rangle \dots \text{vzorky}$$

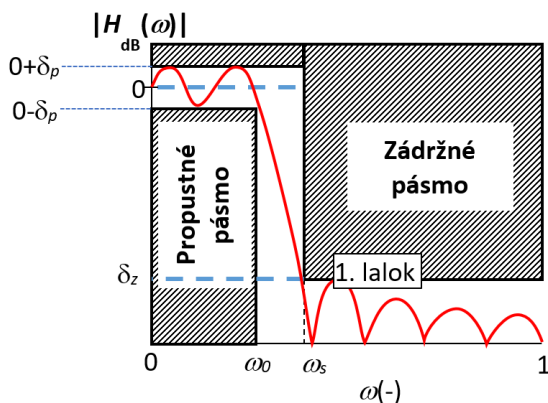
Kratší impulzní odezva oproti $n \in (-\infty, \infty)$ se přenosová funkce vzdaluje od ideálu a dochází ke zvlnění a menší strmosti. Volba řádu filtru M je tedy klíčovým parametrem ke splnění požadované strmosti a útlumu filtru. Zvlnění filtru lze omezit převážením $\text{sinc}()$ funkce např. Hammingovým oknem $w[n]$: $\hat{b}[n] = b[n] \times w[n]$. Pokud je splněna symetrie/antisymetrie impulzní odezvy, má filtr lineární fázový přenos a **zpoždění filtru lze kompenzovat posunem výstupního signálu** zpět o $M/2$ vzorků $\hat{y}[n] = y[n + M/2]$.

Návrh horní, pásmové propusti a zádržky lze realizovat kombinací filtrů, distributivní zákon v LTI:

$x[n] * (g[k] \pm h[k]) = X[f] \cdot (G[f] \pm H[f])$. Např. horní propust (HP) je rovna rovnoměrnému spektru (spektrum jednotkového impulsu $\delta[n]$) bez dolní propusti: $x[n] * (\delta[n] - \text{sinc}(\pi\omega_0 n))$. **Pro zachování symetrie musí být řád filtru M sudý, délka impulzní odezvy $h[n]$, respektive $b[n]$ je lichá $M + 1$ a jednotkový impuls leží přesně uprostřed.**



Kvalitu filtru nebo požadavky návrhu definujeme dle tolerančního pásma filtru, zde pro dolní propust:



Cíle:

Základní filtry:

1) Návrh filtru prototypem $\text{sinc}()$ funkce:

- **Realizujte dolní propust DP:**
- zobrazte impulzní odezvu
- zobrazte pozici nul a pólů v z-rovině
- zobrazte přenosovou funkci (amplitudovou i fázovou)
- sledujte vliv řádu filtru M

- **Realizujte pásmová zadrž (PZ) jako kombinací dolní a horní propusti (DP a HP)**

2) Praktický příklad: Filtrace EEG pro vizuální hodnocení

- Návrh pásmové propusti (PP)
- Filtrace signálu
- Kompenzace fázového zpoždění

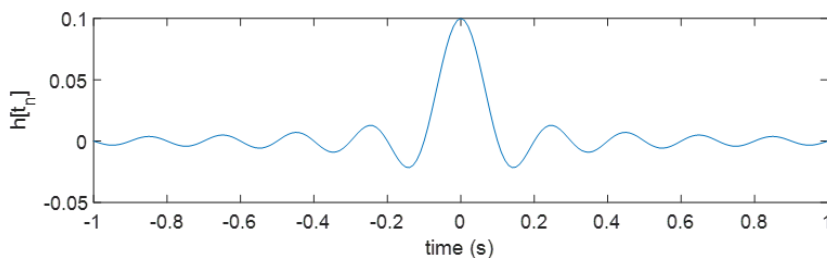
Užitečné funkce: `impz`, `zplane`, `freqz`, `pwelch`, `filter`, `fir1`

Užitečné nástroje: `filterDesigner`

Nápověda:

1) Prototyp dolní propusti

Pomocí `sinc()` funkce navrhnete dolní propust. Podle teorie vytvořte impulzní odezvu filtru $h[t_n]$, kterou je nutno ještě normovat na jednotkovou plochu, čímž vznikne filtrační maska maska FIR filtru $b[n] = \frac{1}{A} h[n]$ dle normované funkce $h[n] = \text{sinc}(\pi\omega n)$:



$$h[t_n] = \text{sinc}(\Omega_0 t) = \frac{\sin(\Omega_0 t)}{\Omega_0 t}; \quad h[0] = \text{sinc}(0) = 1$$

$$A = \frac{f_s}{2f_0}$$

$$n = \frac{t}{f_s}$$

$$\Omega_0 = 2\pi f_0 = \pi\omega_0$$

$$\omega_0 = \frac{2f_0}{f_s}; \quad \omega_0 \in \langle 0, 1 \rangle \text{ pokud } f_0 < \frac{f_s}{2} \dots \text{normovaný kmitočet}$$

$$h[n] = \text{sinc}(\pi\omega_0 n) = \frac{\sin(\pi\omega_0 n)}{\pi\omega_0 n}; \quad h[0] = \text{sinc}(0) = 1$$

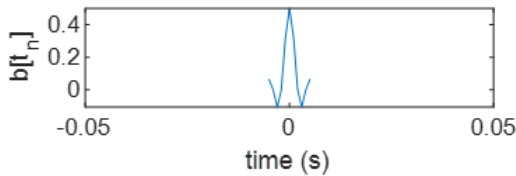
$$b[n] = \frac{1}{A} h[n]$$

Pokud délka **konečné impulzní odezvy** $h[t_n]$ je T_n , musí být definiční obor funkce $t_n \in \left\langle -\frac{T_n}{2}, \frac{T_n}{2} \right\rangle$. To

samé můžeme zapsat ve vzorcích; celková délka finitní impulzní odezvy $h[n]$ odpovídá $M + 1$ vzorků, kde

M je řád filtru. Tedy pro diskrétní zápis $n \in \left\langle -\frac{M}{2}; \frac{M}{2} \right\rangle$. Jelikož plocha pod křivkou $\sum_n h[n] > 1$, docházelo by po filtraci k zesílení. Finální impulzní odezva DP (koeficienty filtru) $b[n] = \frac{1}{A} h[n]$. Koeficient A normalizuje plochu pod křivkou (intenzitu) na jednotkovou.

Navrhnete impulzní odezvu dolní propusti (DP), která pro $f_s=1000$ Hz bude mít mezní kmitočet $f_0=250$ Hz a řád filtru $M=10$:



```
fs=1000; % Hz vzorkovací kmitočet
f0=250; % Hz mezní kmitočet filtru
M=10; % řád filtru
n = -M/2:M/2; % n=... v intervalu <-M/2; M/2>
w0 = 2*f0/fs ; % w0=... normovaný mezní kmitočet filtru

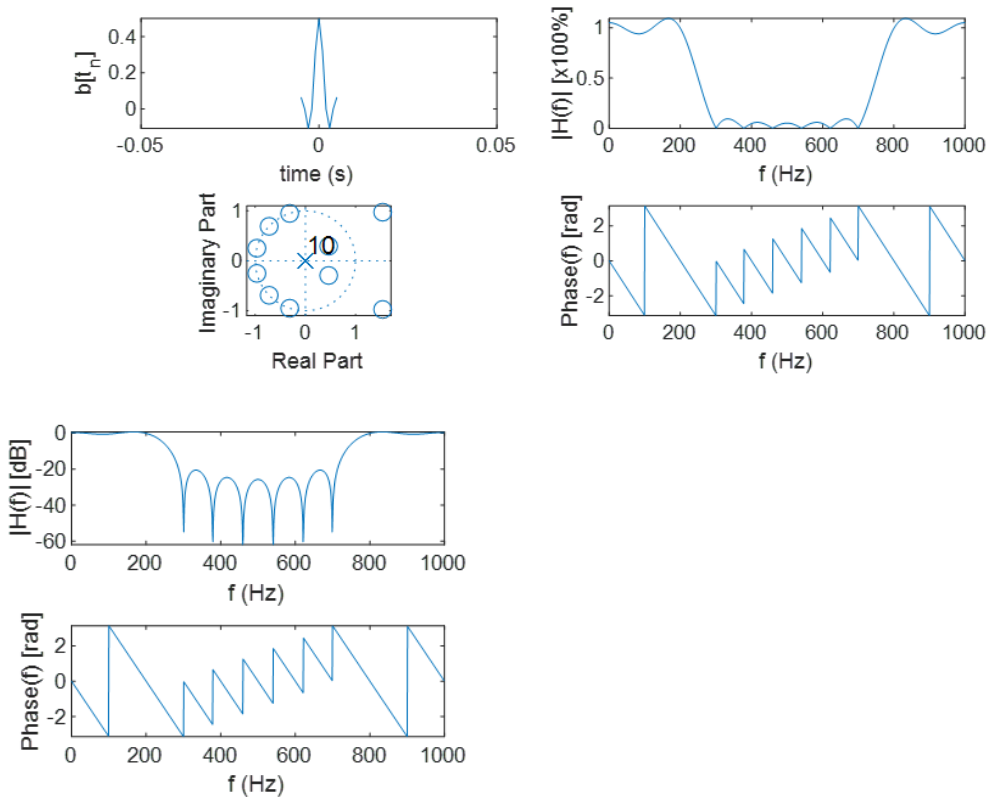
h = sin(pi*w0*n)./(pi*w0*n); % h=... h[n] dle předpisu sinc() funkce
h(M/2+1) = 1; % h[0]=1... pro čas t=0 je hodnota sinc(0)=1
A = fs/(2*f0); % A=... koeficient normalizující sum(h[n])=1;
b = 1/A*h; % b=... impulzní odezva filtru

t_n = n/fs; % t_n=... pro vykreslení v čase přepočítejte vektor "n" na
čas t_n
```

Spočtete přenosovou funkci filtru $H[f_k]$, zobrazte absolutní přenos (magnitudové spektrum) a fázové zpoždění (fázové spektrum). Využijte Fourierovy transformace, nebo rovnou funkce `freqz()`. Zobrazte rozložení pólů (x) a nul (o) přenosové funkce v z-rovině (membránový model) - funkce `zplane()`.

```
[H,f]=freqz(b,1,fs,'whole',fs); % H... komplexní přenosová funkce
% abs(H) ... absolutní přenos
% angle(H) ... fázové zpoždění

zplane(b,1)
```

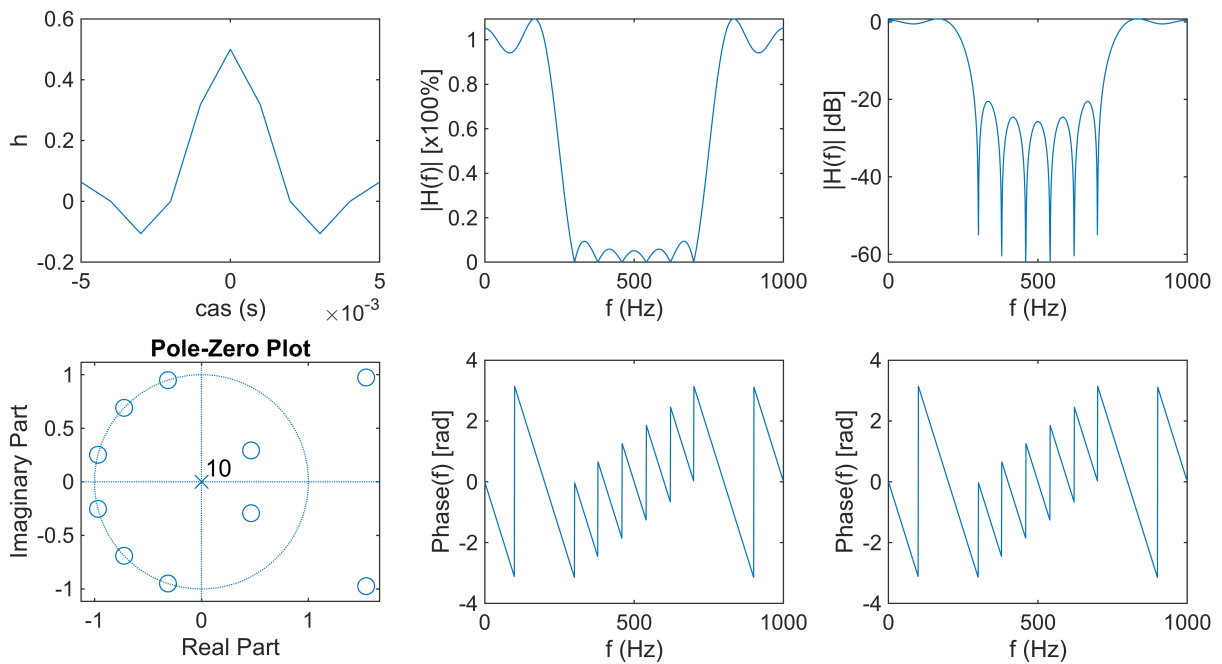


a v dB:

```
H = fft(b,fs);
f = linspace(0,fs-1,length(H));
figure
set(gcf,'Position', [0 0 800 400])
subplot(231)
plot(t_n,b)
xlabel('cas (s)')
ylabel('h')

subplot(232)
plot(f, abs(H))
xlabel('f (Hz)')
ylabel("|H(f)| [x100%]")
subplot(233)
plot(f, 20*log10(abs(H)))
xlabel('f (Hz)')
ylabel("|H(f)| [dB]")
subplot(234)
zplane(b,1)

subplot(235)
plot(f,angle(H))
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Phase(f) [rad]')
subplot(236)
plot(f,angle(H))
xlabel('f (Hz)')
ylabel('Phase(f) [rad]')
```



```
H_dB = 20*log10(abs(H));
max_zvlneni = max(H_dB)
```

```
max_zvlneni =
0.7817
```

```
f0 = f(H_dB(1:fs/2) == min(H_dB(H_dB>-3)))
```

```
f0 =
232
```

```
H_dB(f == 333)
```

```
ans =
-20.5217
```

Dobře si všimněte, že přenos v propustném pásmu je zvlněný, ačkoli bychom od filtru očekávali, že v propustném pásmu nebude frekvenční složky měnit a přenos $H[f] = 1$ (0 dB); $f < f_0$. Mezní kmitočet f_0 je definován pro místo, kde přenos klesne na $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.7071$ (-3 dB), jinými slovy útlum vzroste o 3 dB.

$$|H[f_0]| = -3 \text{ dB}.$$

Pozn.: výpočet dB pro přenos je poměr vstupní a výstupní skalární veličiny, tedy $H_{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}(H)$.

Odečtěte reálné hodnoty z grafu a odpovězte:

Maximální zvlnění v propustném pásmu δ_p filtru je 0.7817 dB

Mezní kmitočet f_0 navrženého filtru, kde přenos je -3 dB, je 232 Hz.

Útlum v zádržném pásmu na prvním laloku (333 Hz) je -20.52 dB.

```
% TIP: Vytvořte si funkci např. "fir_plot(b,fs)", která vykreslí figuru se subplot(2,3,...) s
impulzní odezvou, přenosovou charakteristikou a z-rovinou. Touto funkcí si zjednodušíte práci v
dalších sekcích
fir_plot(b,fs)
fir_plot(b,fs,t_n)
% apod.
```

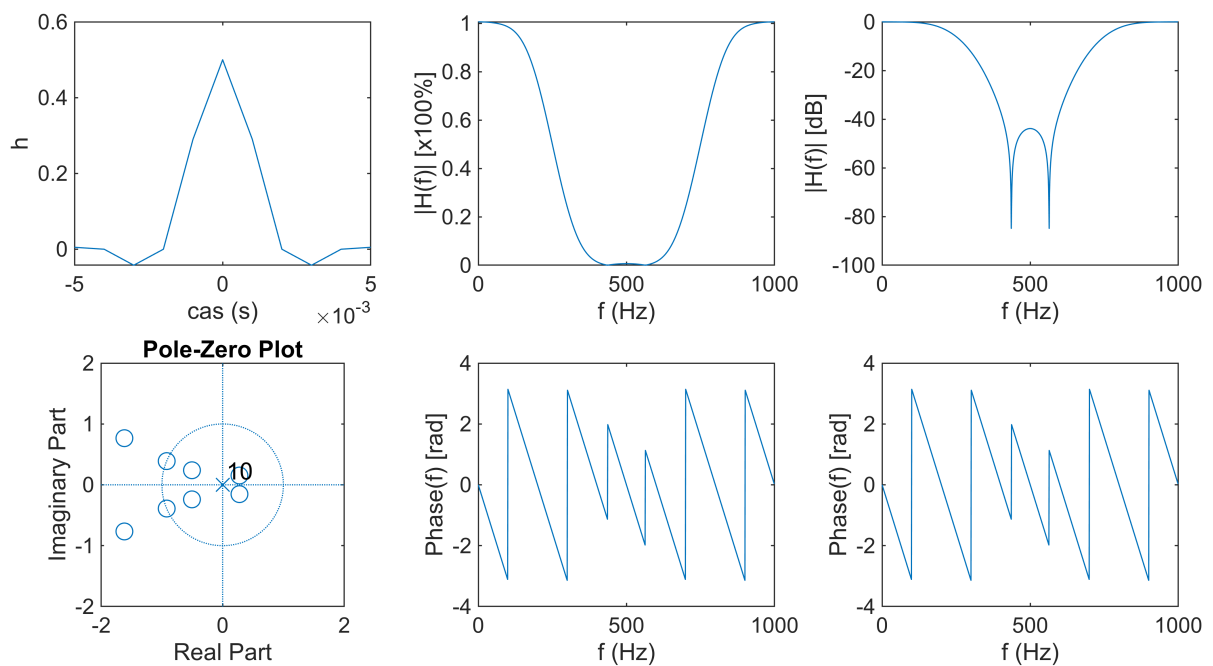
Modifikujte tvar impulzní odezvy $b[n]$ filtru jeho přenásobením Hammingovým oknem $w[n]$, čímž dojde k potlačení okrajů impulzní odezvy, vyhlazení přenosové funkce a mírním snížením strmosti filtru:

```
w=hamming(M+1);
```

```
w = hamming(length(h));
bw = b.*w'% bw[n]=b[n] x w[n] skalární násobení (.*), pozor na orientaci vektorů
('');
```

```
bw = 1×11
    0.0051    -0.0000    -0.0422     0.0000     0.2903     0.5000     0.2903     0.0000 ...
```

```
[H, H_dB] = fir_plot(bw,fs,t_n);
```



```
max_zvlneni = max(H_dB)
```

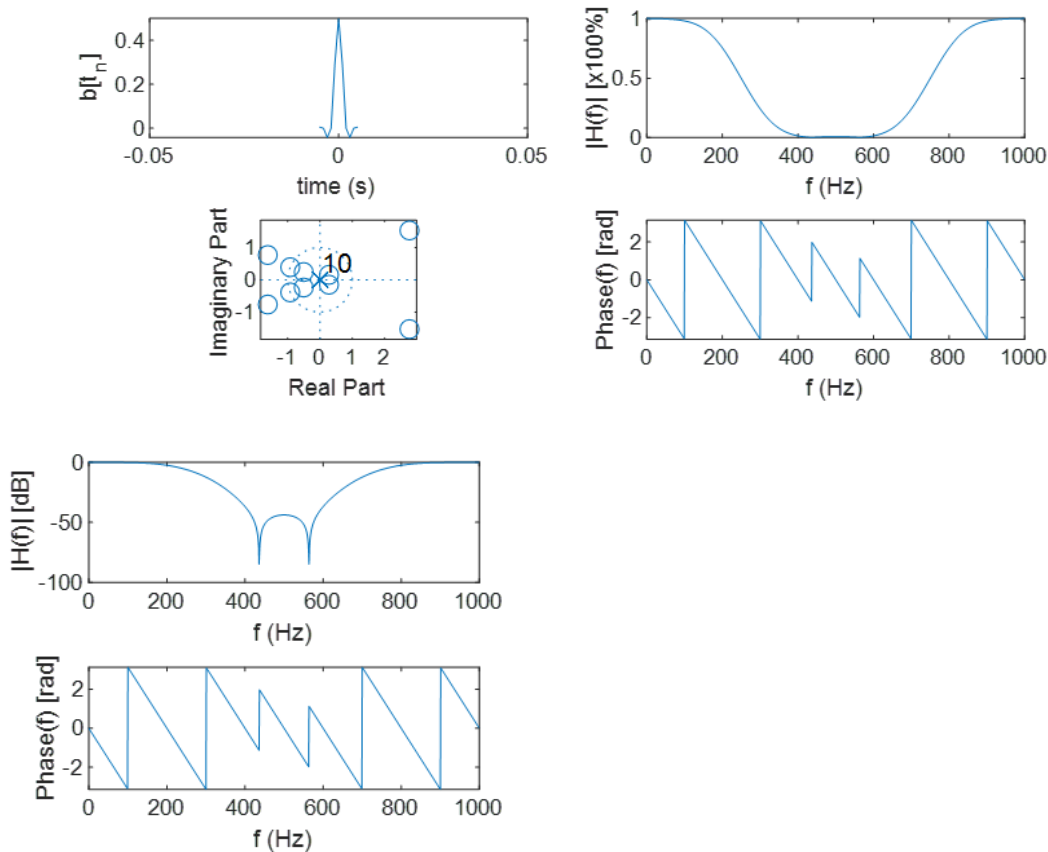
```
max_zvlneni =
    0.0558
```

```
f0 = f(H_dB(1:fs/2) == min(H_dB(H_dB>-3)))
```

```
f0 =
    210
```

```
H_dB(f == 333)
```

```
ans =
```

a v dB:

Znovu odpovězte na otázky a doplňte, zdali se jedná o zlepšení či zhoršení:

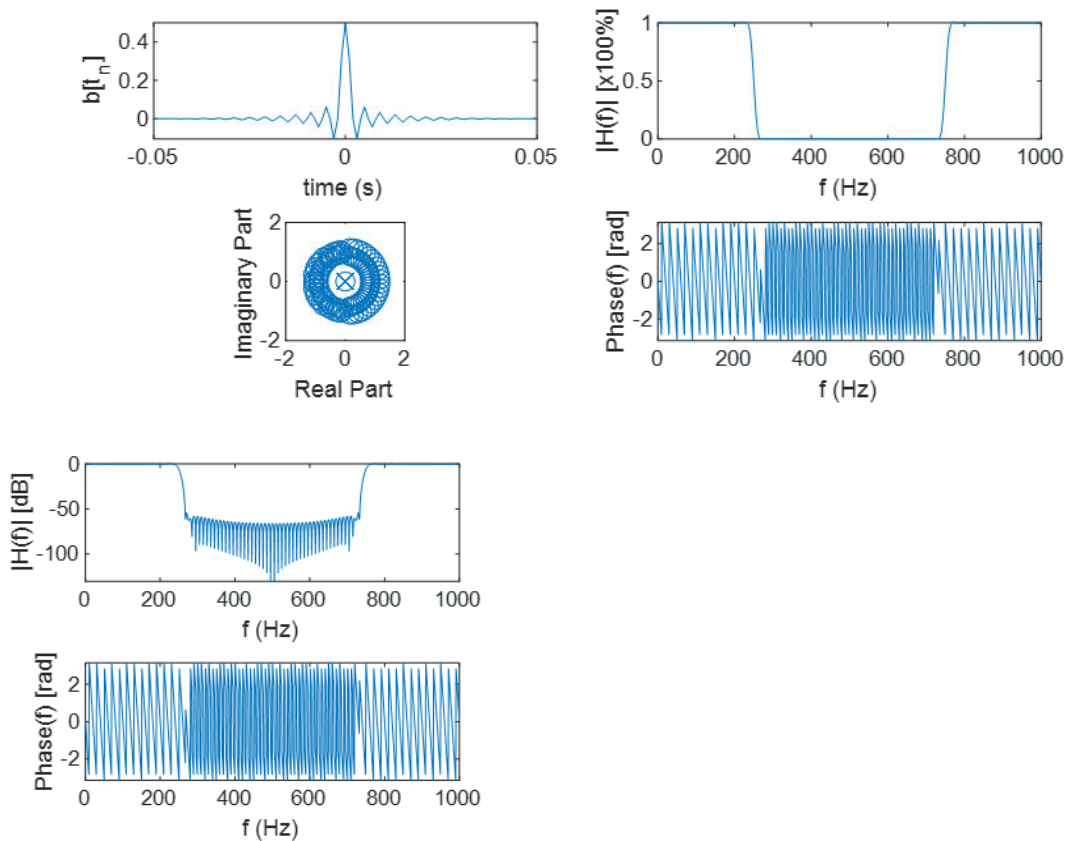
Maximální zvlnění v propustném pásmu δ_p filtru je 0.0558 dB, jedná se o lepší parametr než bez převážení oknem.

Mezní kmitočet f_0 navrženého filtru, kde přenos je -3 dB, je 210 Hz, , jedná se o horší parametr než bez převážení oknem.

Útlum v zádržném pásmu na frekvenci 333 Hz je -18.33 dB, jedná se o horší parametr než bez převážení oknem.

Navrhněte obdobnou dolní propust pro stejný mezní kmitočet $f_0 = 250$ Hz pro $f_s = 1000$ Hz, ale výrazně vyšího řádu $M = 100$.

Využijte návrhu s převážením Hammingovým oknem a porovnejte parametry filtru pro řád $M = 10$ oproti $M = 100$.



a v dB:

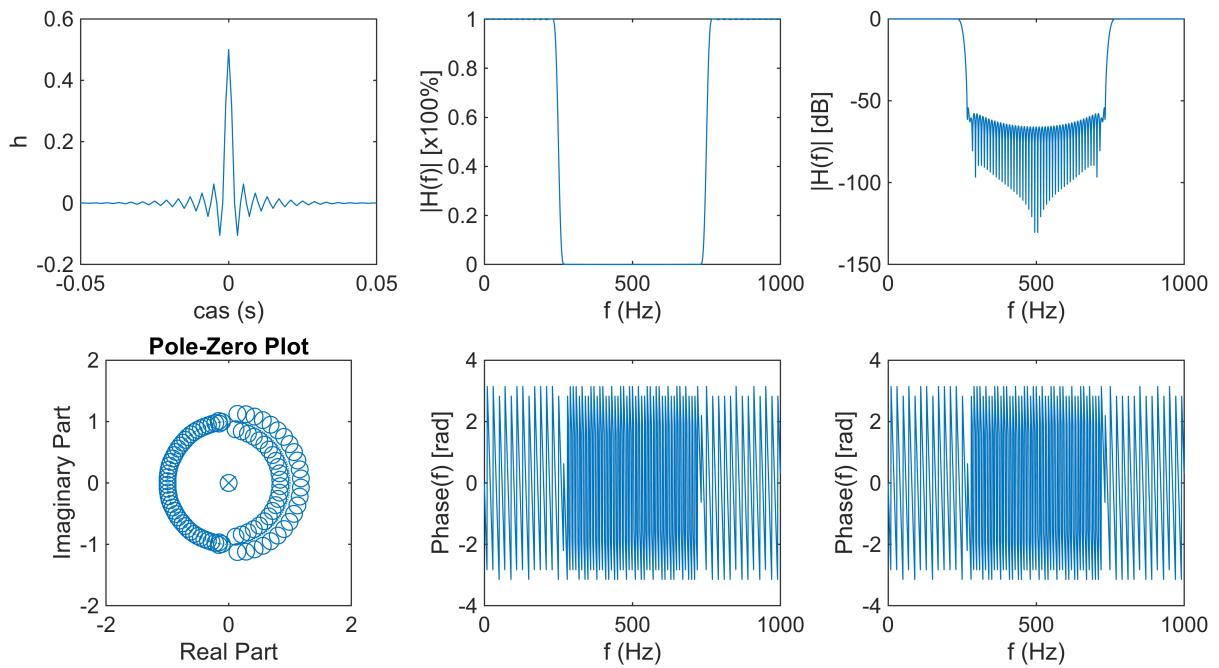
```

fs=1000; % Hz vzorkovací kmitočet
f0=250; % Hz mezní kmitočet filtru
M=100; % řád filtru
n = -M/2:M/2; % n=... v intervalu <-M/2; M/2>
w0 = 2*f0/fs ; % w0=... normovaný mezní kmitočet filtru

h = sin(pi*w0*n)./(pi*w0*n); % h=... h[n] dle předpisu sinc() funkce
h(M/2+1) = 1; % h[0]=1... pro čas t=0 je hodnota sinc(0)=1
A = fs/(2*f0); % A=... koeficient normalizující sum(h[n])=1;
b = 1/A*h; % b=... impulzní odezva filtru
bw = b.*hamming(length(h))';
t_n = n/fs;

[H, H_dB] = fir_plot(bw,fs,t_n);

```



```
f0 = f(H_dB(1:fs/2) == min(H_dB(H_dB>-3)))
```

```
f0 =  
245
```

```
H_dB(f == 333)
```

```
ans =  
-64.8489
```

Porovnejte filtry:

M	f_0	$ H(333 \text{ Hz}) $
10	210	-18.33
100	245	-64.84

Pomocí dolních propustí navrhnete pásmovou zadrž (PZ).

```
clear all
```

Z teorie o LTI systémem již víte, že platí princip superpozice, tj. stejně jako v časové oblasti pro impulzní odezvy, tak i ve frekvenční pro jejich přenosové funkce: $h[n] + g[n] = H[f] + G[f]$.

Pásmovou zadrž lze tedy realizovat jako kombinaci dolní propusti (DP) s mezním kmitočtem $f_{0_{\text{low}}}$ a horní propusti (HP) s mezním kmitočtem $f_{0_{\text{high}}}$:

$$h_{\text{DP}}[n] + h_{\text{HP}}[n] \approx H_{\text{DP}}[f] + H_{\text{HP}}[f]$$

Přenosová charakteristika horní propusti $1 - H[f]$ je tedy inverzní k dolní propusti $H[f]$. Lze opět využít principu superpozice, kdy ze znalosti konstantního přenosu $D[f] = 1$ jednotkového impulsu $\delta[n]$ můžeme realizovat impulzní odezvu horní propusti jako jednotkový impuls minus impulzní odezva dolní propusti: $\delta[n] - h[n]$.

Pro realizaci pásmové zádrže s mezními kmitočty $f_{0_{\text{low}}}$ a $f_{0_{\text{high}}}$ tedy budeme potřebovat realizovat dvě dolní propusti s impulzními odezvami $h_{\text{low}}[n]$ a $h_{\text{high}}[n]$, přičemž druhou využijeme pro realizaci horní propusti $g[n] = \delta[n] - h_{\text{high}}[n]$. Impulzní odezva je tedy dána:

$$h[n] = h_{\text{low}}[n] + (\delta[n] - h_{\text{high}}[n]); \quad \delta[0] = 1$$

Pro realizaci filtru ovšem opět musíme kompenzovat plochu pod impulzní odezvou na jednotkovou. Proto při návrhu jednotlivých dolních propustí musíme provést normalizaci amplitudy:

$$b[n] = \frac{1}{A} h_{\text{low}}[n] + \left(\delta[n] - \frac{1}{B} h_{\text{high}}[n] \right)$$

$$A = \frac{f_s}{2f_{0_{\text{low}}}} \quad \text{a} \quad B = \frac{f_s}{2f_{0_{\text{high}}}}$$

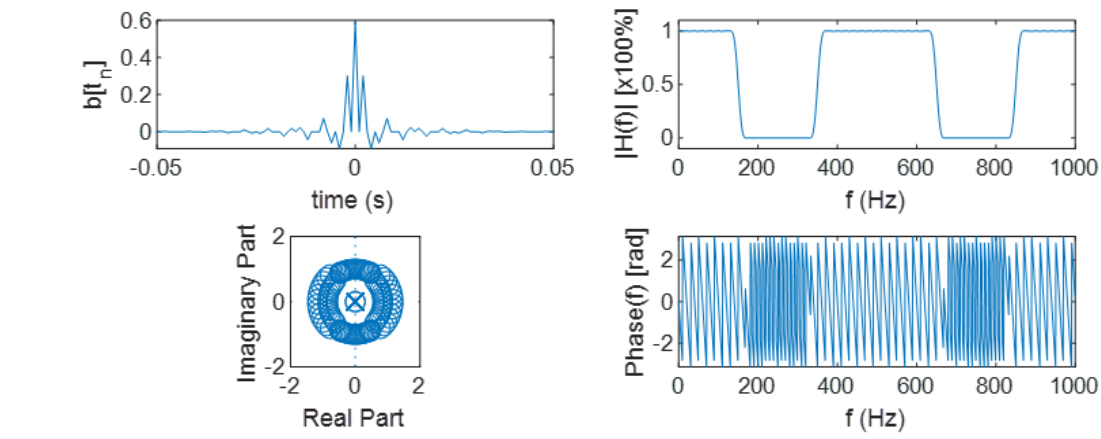
Celý vzorec lze tedy rozepsat pomocí součtu $\text{sinc}()$ funkcí:

$$b[n] = \frac{1}{A} \text{sinc}(\pi \omega_{0_{\text{low}}} n) + \left(\delta[n] - \frac{1}{B} \text{sinc}(\pi \omega_{0_{\text{high}}} n) \right)$$

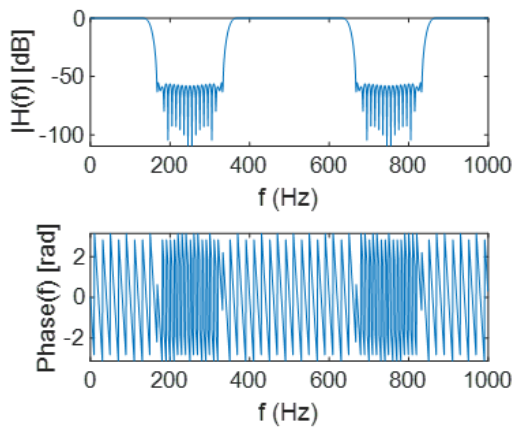
Jen připomínáme, že $\text{sinc}(0) = 1$ a $\delta[0] = 1$. Impulzní odezva musí být symetrická kolem $t = 0$, tedy řád filtru M musí být sudý, tj. délka impulzní odezvy lichá $M + 1$. Na závěr upravte impulzní odezvu filtru Hammingovým oknem.

$$\hat{b}[n] = b[n]w[n]$$

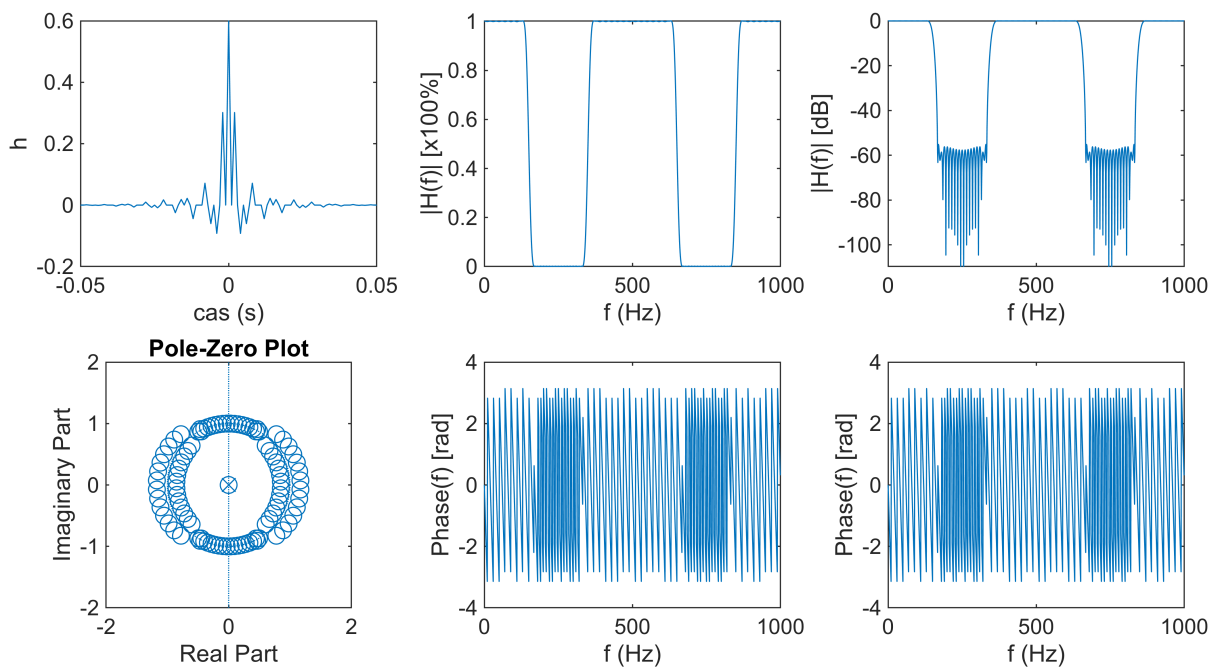
Realizujte pásmovou zádrž (PZ) řádu $M = 100$ pro $f_s = 1000$ Hz, která bude tlumit frekvence v rozsahu 150 až 350 Hz ($f_{0_{\text{low}}} = 150$ Hz, $f_{0_{\text{high}}} = 350$ Hz).



a v dB:



$M = 100;$



```
fs = 1000;
f_low = 150;
f_high = 350;
n = -M/2:M/2;
A = fs/(2*f_low);
```

```

B = fs/(2*f_high);
w_low = (2*f_low)/fs;
w_high = (2*f_high)/fs;
dirac = zeros([(M+1) 1]);
dirac(M/2+1) = 1;
b_low = sinc(w_low.*n);
b_low(M/2+1) = 1;
b_low = b_low/A;
b_high = sinc(w_high*n);
b_high(M/2+1) = 1;
b_high = b_high/B;
b = b_low + (dirac' - b_high);
bw = b.*hamming(length(b))';
t_n = n/fs;
fir_plot(bw,fs,t_n);

```

2) Filtrace iEEG v pásmu 0.5 až 45 Hz

V klinické praxi se pro zběžné prohlížení signálů používají jednoduché filtry, jež odstraňují běžné artefakty v signálu.

Kolísání izolinie signálu

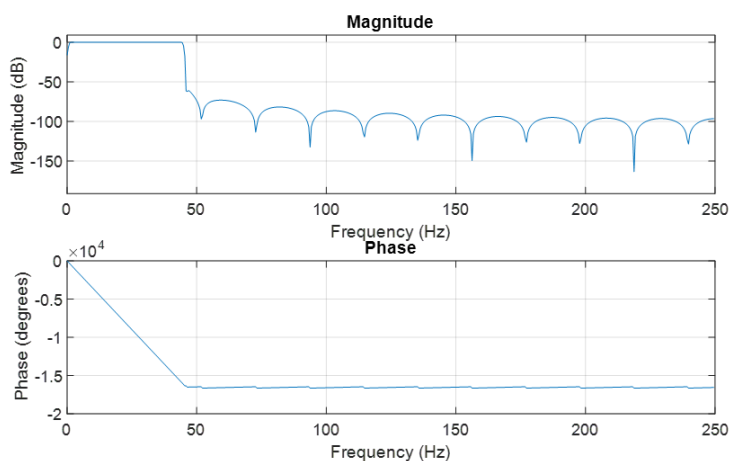
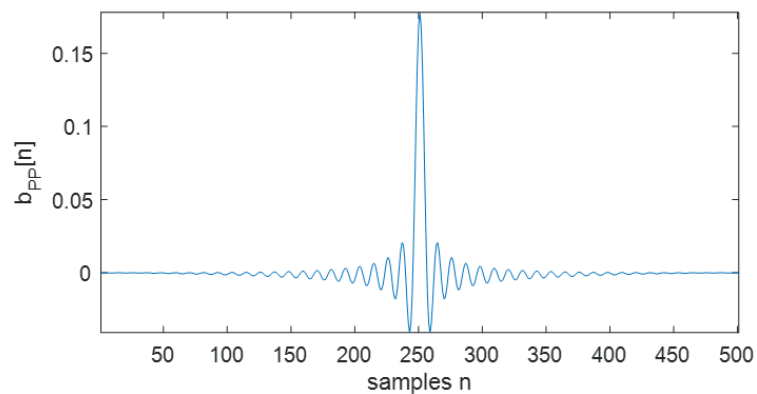
Vlivem elektrolitického spojení kovové snímací elektrody a kůže dochází k přenosu náboje elektrochemicky, pomocí iontů v použitém vodivém gelu, potu či tělními tekutinami. Přechod *kov - elektrolit - tkáň/kůže* si lze přectavit jako RLC článek. Vlivem pohybu (změna kapacity C) a změnou koncentrace elektrolitu např. vysycháním (změna R), pohybem vodičů v magnetickém poli (indukce na L) začne izolinie signálu kolísat, slangově "signál plave" orpoti referenci. Tato změna je relativně pomalá a děje se typicky pod frekvencí **0.5 Hz**.

Síťové rušení 50 Hz

Všudypřítomné síťové rušení se indukuje na snímací elektrody (přes plochu smyčky) a ruší signál. Již umíte filtrovat násobky 50 Hz ve spektru, zde si úkol zjednodušíme. Navrhneme filtr, který spektrum **ořízne nad 45 Hz**.

Navrhněte pomocí prototypových oken **pásmovou propust (PP) v pásmu 0.5 - 45 Hz**. Zvolte řád filtru např. $M = 1000$, nebo dle uvážení.

Nápověda: navrhněte dplní propust b_{high} s mezním kmitočtem $f_{\text{high}} = 45 \text{ Hz}$. Navrhněte dolní propust b_{low} s mezním kmitočtem $f_{\text{low}} = 0.5 \text{ Hz}$. Kombinací navrhněte impulzní odezvu filtru pásmové propusti $b_{\text{pp}} = b_{\text{high}} - b_{\text{low}}$. Nezapomeňte při návrhu kompenzovat zesílení propustí a finální impulzní odezvu převážít oknem. Pro ověření správnosti návrhu si zobrazte impulzní odezvu a přenosovou charakteristiku.



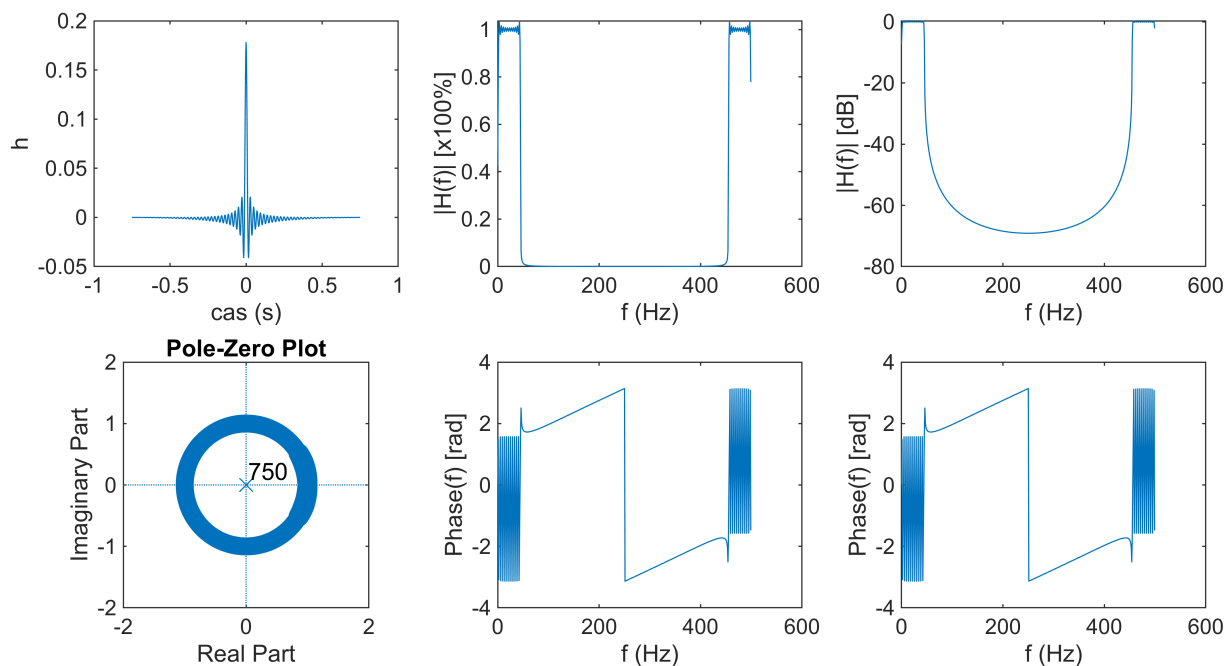
Pozn.: povšiměte si lineární fázové charakteristiky filtru (propustná část)

```
fs=500; % Hz vzorkovací kmitočet
f_high=45; % Hz mezní kmitočet filtru
M=750; % řád filtru
n = -M/2:M/2;
w_high = 2*f_high/fs ;

h_high = sin(pi*w_high*n)./(pi*w_high*n);
h_high(M/2+1) = 1;
A = fs/(2*f_high);
b_high = 1/A*h_high;

f_low = 0.5;

w_low = 2*f_low/fs ;
h_low = sin(pi*w_low*n)./(pi*w_low*n);
h_low(M/2+1) = 1;
B = fs/(2*f_low);
b_low = 1/B*h_low;
b = b_high - b_low;
bw = b.*hamming(length(b_low))';
t_n = n/fs;
[H, H_dB] = fir_plot(bw,fs,t_n);
```



```
disp(H(1))
```

0.4257

Jaký je útlum filtru pro stejnosměrnou složku v dB?

$$|H_{dB}(0)| = -6.12 \text{ dB}$$

$$|H(0)| = 0.494 \text{ poměrově}$$

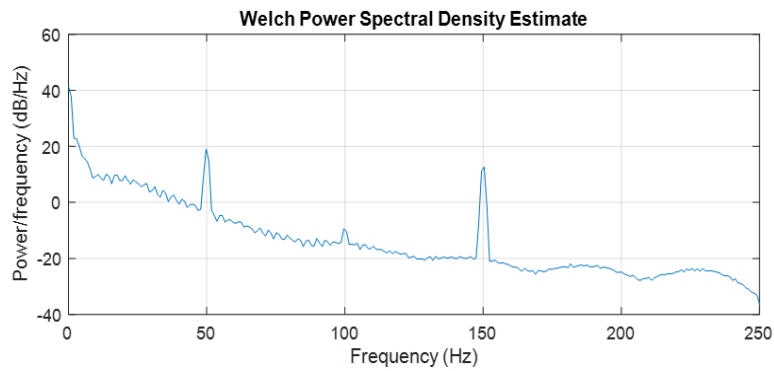
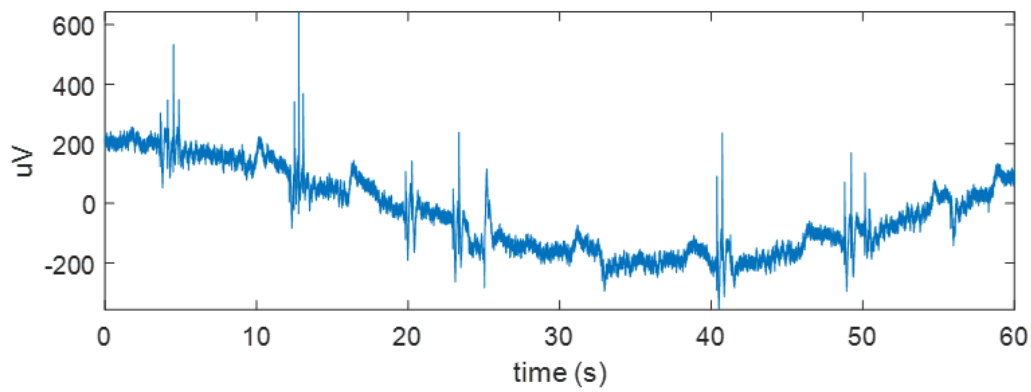
Kolikrát se zmenší stejnosměrná složka po filtraci? 0.494 krát

Tip.: V praxi může stejnosměrná složka být natolik vysoká, že filtr není schopen ji odstranit. Pro její odstranění si pomůžeme odečtením průměrné hodnoty od signálu před samotnou filtrací.

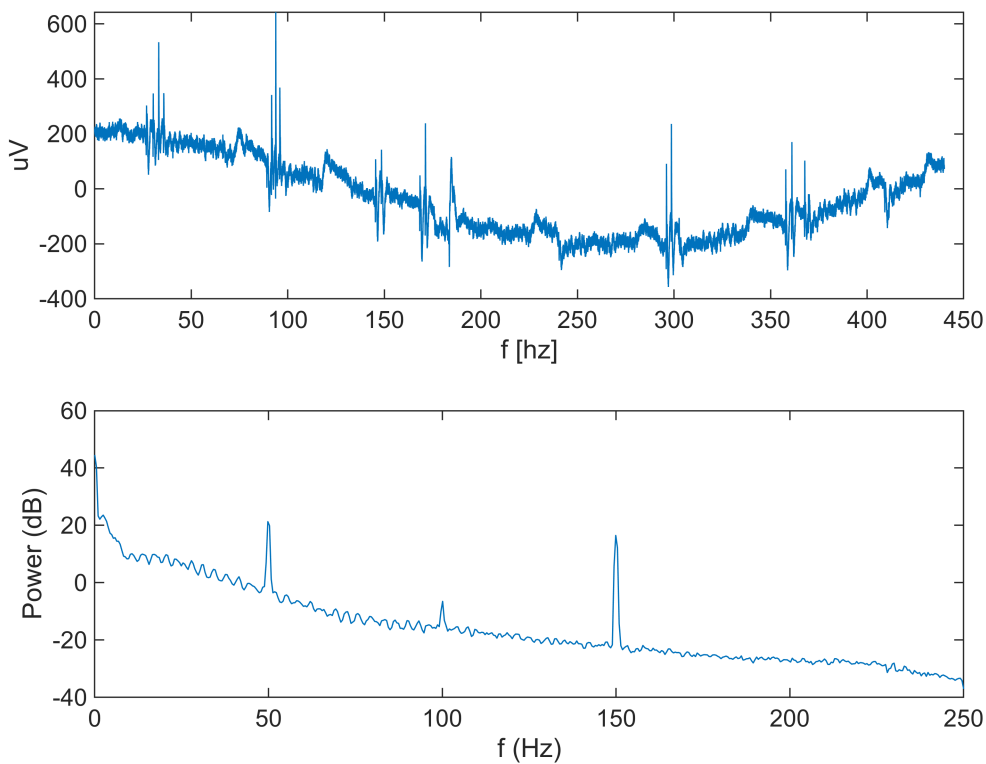
```
x=x-mean(x);
```

Načtete a zobrazte signál `iEEG_izoline_50Hz.mat`. Hodnoty amplitudy jsou v uV.

Zobrazte absolutní spektrum nebo odhad spektra. Pozn.: správnou hodnotu výkonu neřešte, tj. nemusíte přepočítávat uV na V.



```
load("iEEG_izoline_50Hz.mat")
N = length(x);
F = linspace(0,fs-N/fs,N);
figure
subplot(211)
plot(F,x)
ylabel("uV")
xlabel("f [hz]")
subplot(212)
[psd,F_psd] = pwelch(x,1024,[],[],fs);
plot(F_psd,10*log10(psd));
xlabel("f (Hz)")
ylabel("Power (dB)")
```

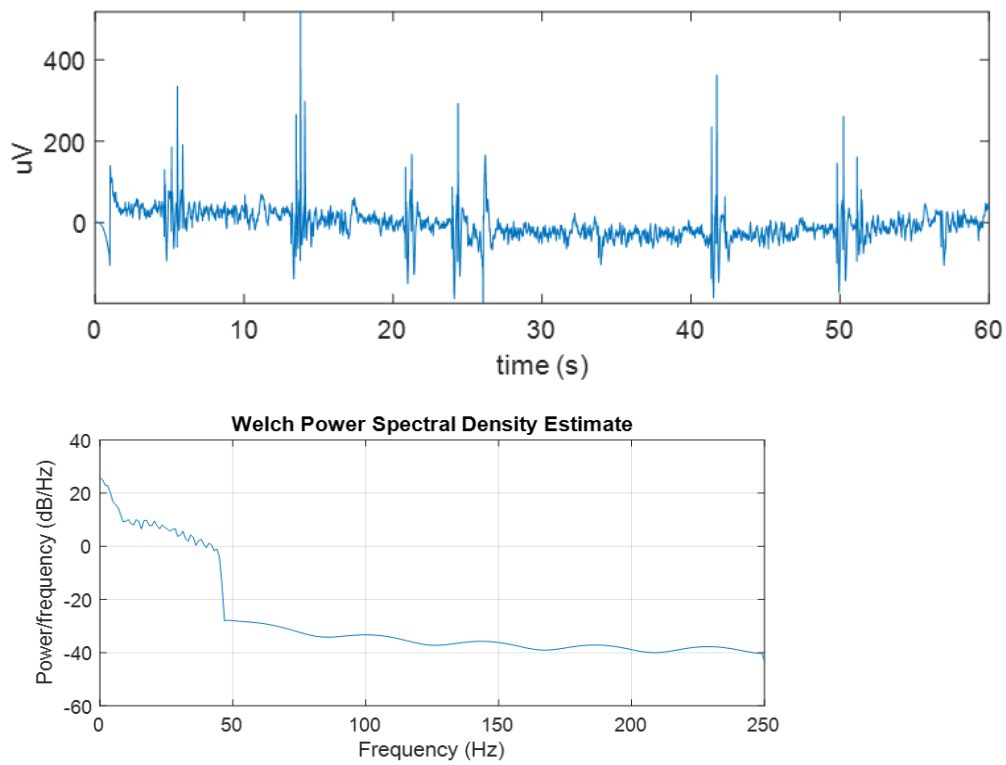


Vyfiltrujte signál navrženou pásmovou propustí. Využijeme funkce `filter` (prozkoumejte dokumentaci), která relaizuje průchot signálu dle diferenční rovnice s koeficienty b_{pp} . Výpočet lze realizovat i prostou konvolucí, avšak museli bychom obtížně řešit okraje.

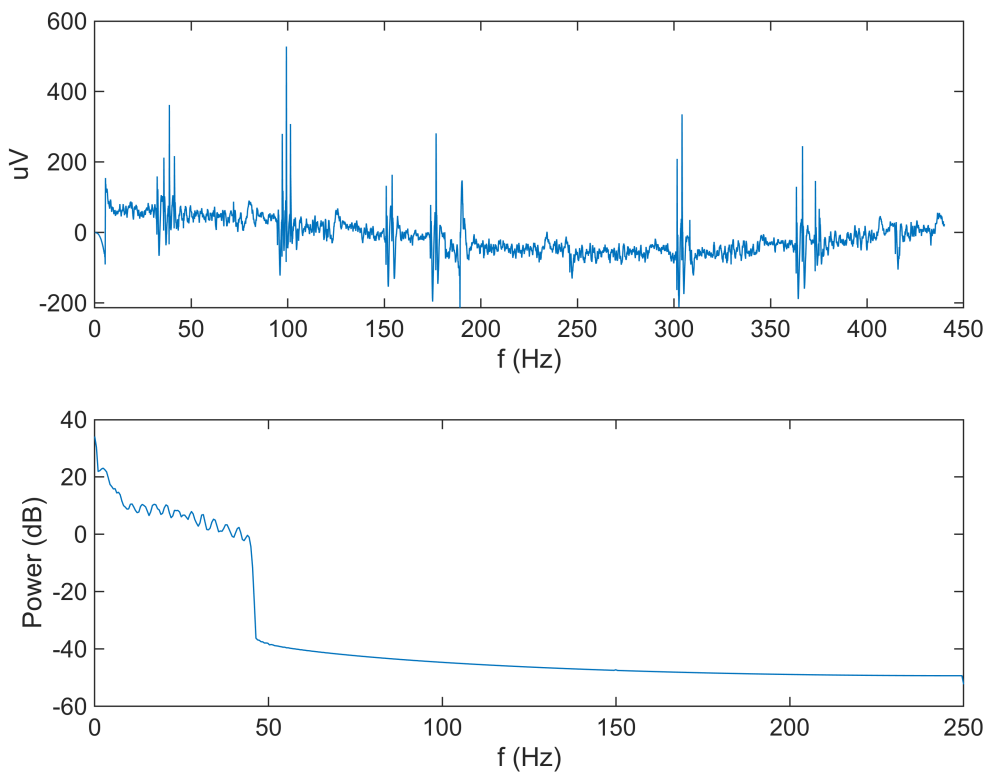
```
a=1; % koeficinty IIR filtru (detailněji v 9. přednášce). U FIR nastavujeme a=1;
x_filtered=filter(b,a,x); % x...signál, b...koeficienty FIR filtru (impulzní odezva)
```

```
a=1; % koeficinty IIR filtru (detailněji v 9. přednášce). U FIR nastavujeme a=1;
x_filtered=filter(bw,a,x); % x...signál, b...koeficienty FIR filtru (impulzní
odezva)
```

Zobrazte filtrovaný signál a jeho spektrum nebo odhad spetkra. Všiměte si, že došlo k vyrovnání izolinie a vyčištění signálu.



```
figure
subplot(211)
plot(F,x_filtered)
xlabel("f (Hz)")
ylabel("uV")
[psd,F_psd] = pwelch(x_filtered,1024,[],[],fs);
subplot(212)
plot(F_psd,10*log10(psd));
ylabel("Power (dB)")
xlabel("f (Hz)")
```



V záznamu EEG se vyskytuje patologická epileptiformní aktivita, tzv. interiktální výboje. Vyberte si libovolný výboj a určete přesný čas jeho maxima v nefiltrovaném a filtrovaném signálu. Můžete také využít funkce `max()`, jehož druhým výstupem je pozice maxima ve vzorcích (index). Rozdíl orientačně odpovídá zpoždění filtru (šum v nefiltrovaném signálu může zkreslit maximum výboje).

```
[M1,I1]=max(raw_signal);
[M2,I2]=max(filtered_signal);
DELAY=I2-I1;
```

```
[M1,I1]=max(x)
```

```
M1 =
643.0706
I1 =
6393
```

```
I1/fs
```

```
ans =
12.7860
```

```
[M2,I2]=max(x_filtered)
```

```
M2 =
527.7743
I2 =
6769
```

```
I2/fs
```

```
ans =  
13.5380
```

```
DELAY=I2-I1
```

```
DELAY =  
376
```

```
DELAY/fs
```

```
ans =  
0.7520
```

Zapište pozici vybraného výboje v původním nefiltrovaném signálu:

vzorek 6393

v čase 12.78s

Pozici vybraného výboje ve filtrovaném signálu:

vzorek 6769

v čase 13.53s

Spočtete zpoždění filtru?

ve vzorcích 376

v sekundách 0.752s

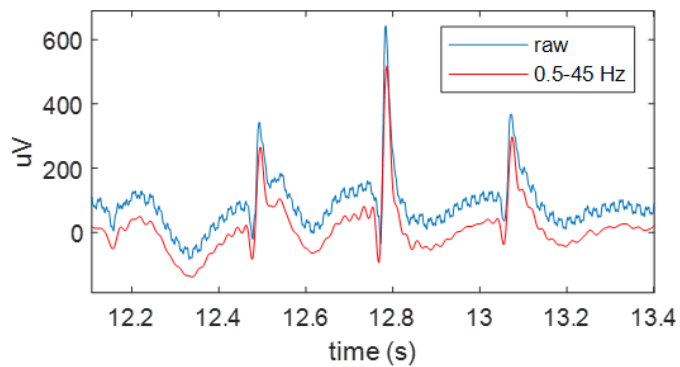
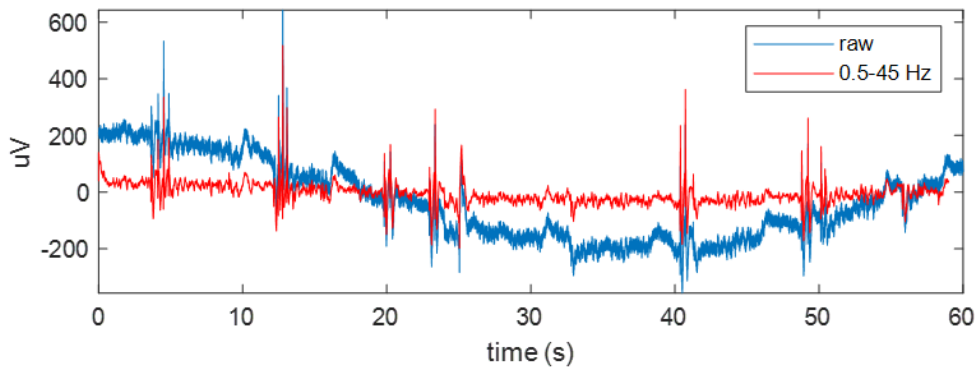
Kompenzace lineárního zpoždění filtru

Měřené zpoždění by mělo přibližně odpovídat teoretickému předpokladu. Použitý FIR má symetrickou impulzní odezvu, jeho fáze je tedy lineární a zpoždění lze kompenzovat posunem filtrovaného signálu o polovinu řádu filtru $\frac{M}{2}$.

Posun kompenzujeme oříznutím začátku, tj. odstraníme prvních $\frac{M}{2}$ vzorků. Uvědomme si, že dojde ke zkrácení signálu a tedy musíme vygenerovat novou časovou osu, nebo použít původní a oříznou posledních $\frac{M}{2}$ vzorků.

```
% 1. způsob  
xf_crop=xf;  
xf_crop(1:M/2)=[];  
  
% 2. způsob  
xf_crop=xf(M/2+1:end);  
  
t_crop=t(1:end-M/2)
```

Zobrazte společně původní signál s filtrovaným časově kompenzovaným.



Detail:

```

xf_crop = x_filtered;
xf_crop = xf_crop(M/2+1:end);
T = N/fs;
t = linspace(0,T - 1/fs,N);
t_crop = t(1:end-M/2);
figure
subplot(211);
set(gcf, 'Position',[0 0 600 400])
hold on
plot(t,x)
plot(t_crop,xf_crop)
xlabel("time (s)")
ylabel("uV")
hold off
subplot(212)
hold on
idx = t>12 & t<13.4;
plot(t(idx),x(idx))
plot(t_crop(idx),xf_crop(idx))
xlabel("time (s)")
ylabel("uV")

```

