

# Bachelorarbeit

Tobias Wulf

Winkelmessung durch magnetische Sensor-Arrays und  
Toleranzkompensation mittels Gauß-Prozess

Tobias Wulf

# Winkelmessung durch magnetische Sensor-Arrays und Toleranzkompensation mittels Gauß-Prozess

Bachelorarbeit eingereicht im Rahmen der Bachelorprüfung  
im Studiengang *Bachelor of Science Elektro- und Informationstechnik*  
am Department Informations- und Elektrotechnik  
der Fakultät Technik und Informatik  
der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg

Betreuer Prüfer: Prof. Dr. Karl-Ragmar Riemschneider  
Zweitgutachter: Prof. Dr. Klaus Jünemann

Eingereicht am: TT. Monat Jahr

**Tobias Wulf**

**Thema der Arbeit**

Winkelmessung durch magnetische Sensor-Arrays und Toleranzkompensation mittels Gauß-Prozess

**Stichworte**

Sensor-Array Simulation, Dipol, Magnetfeld, Kugelmagnetapproximation, TMR, TDK TAS2141, AMR, NXP KMZ60, Toleranzkompensation, Gauß-Prozess, Kovarianzmatrix, Regression, Winkelvorhersage

**Kurzzusammenfassung**

...

**Tobias Wulf**

**Title of Thesis**

Angular Measurement by Magnetic Sensor Arrays and Tolerance Compensation by Gaussian Process

**Keywords**

Sensor Array Simulation, Dipole, Magnetic Field, Spherical Magnet Approximation, TMR, TDK TAS2141, AMR, NXP KMZ60, Tolerance Compensation, Gaussian Process, Covariance Matrix, Regression, Angular Prediction

**Abstract**

...

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Motivation</b>	<b>1</b>
1.1 Stand der Vorarbeiten . . . . .	2
1.2 Zielstellung . . . . .	7
<b>2 Grundlagen</b>	<b>8</b>
2.1 Kreisdarstellung des klassischen Anwendungsfalls . . . . .	8
2.2 Euklidischer Abstand in Normschreibweise . . . . .	11
2.3 Magnetische Sensoren und Drehwinkelerfassung . . . . .	13
2.4 Kennfeldmethode zur Charakterisierung von Sensoren . . . . .	17
2.5 Prinzip des Sensor-Arrays . . . . .	21
2.6 Sensor-Array-Simulation über die Dipol-Feldgleichung . . . . .	25
2.7 Gauß-Prozesse für Regressionsverfahren . . . . .	29
<b>3 Software-Entwicklung für Optimierungsexperimente</b>	<b>32</b>
3.1 Aufbau und Funktion . . . . .	32
3.2 Simulationsprozesse und Ausführung . . . . .	35
3.2.1 Sensor-Array-Simulation . . . . .	35
3.2.2 Gauß-Prozess-Regression . . . . .	37
<b>4 Erprobungs- und Optimierungsexperimente</b>	<b>44</b>
4.1 Vergleich der Kovarianzfunktionen und einsetzende Generalisierung . . . . .	45
4.2 Anpassung der Referenzwinkelanzahl . . . . .	52
4.3 Anpassung des Rauschniveaus für Noisy-Observation . . . . .	55
4.4 Anpassung der Parametergrenzen . . . . .	58
4.5 Verhalten bei einfachen Fehllagen . . . . .	62
4.6 Verhalten bei kombinierten Fehllagen . . . . .	70
<b>5 Zusammenfassung und Bewertung</b>	<b>76</b>
5.1 Gegenüberstellung der GPR-Modelle . . . . .	76

<b>Algorithmenverzeichnis</b>	<b>80</b>
<b>Glossar</b>	<b>81</b>
<b>Abkürzungen</b>	<b>83</b>
<b>Literatur</b>	<b>84</b>
<b>Anhang</b>	<b>86</b>
<b>A TDK TAS2141-AAAB Kennfelddatensatz</b>	<b>86</b>
<b>B Sensor-Array-Simulation Implementierung</b>	<b>89</b>
<b>C Gauß-Prozess-Regression Implementierung</b>	<b>93</b>
C.1 Modellinitialisierung . . . . .	94
C.2 Modelloptimierung . . . . .	104
C.3 Modellvorhersagen . . . . .	106
C.4 Modellgeneralisierung . . . . .	109
<b>D Genutzte Software</b>	<b>111</b>
<b>E Software-Dokumentation</b>	<b>112</b>
E.1 GaussianProcessDipoleSimulation . . . . .	113
E.2 Workflows . . . . .	115
E.2.1 Project Preparation . . . . .	116
E.2.2 Project Structure . . . . .	121
E.2.3 Git Feature Branch Workflow . . . . .	124
E.2.4 Documentation Workflow . . . . .	126
E.2.5 Simulation Workflow . . . . .	129
E.3 Executable Scripts . . . . .	130
E.3.1 publishProjectFilesToHTML . . . . .	131
E.3.2 generateConfigMat . . . . .	135
E.3.3 generateSimulationDatasets . . . . .	145
E.3.4 deleteSimulationDatasets . . . . .	147
E.3.5 deleteSimulationPlots . . . . .	148
E.3.6 exportPublishedToPdf . . . . .	149
E.3.7 demoGPRModule . . . . .	154

E.3.8	investigateKernelParameters . . . . .	159
E.3.9	compareGPRKernels . . . . .	166
E.3.10	compareCpuTimeVsError . . . . .	173
E.3.11	compareNoiseOptAbility . . . . .	177
E.3.12	compareMissAlign . . . . .	180
E.4	Source Code . . . . .	195
E.4.1	sensorArraySimulation . . . . .	196
E.4.1.1	rotate3DVector . . . . .	198
E.4.1.2	generateDipoleRotationMoments . . . . .	200
E.4.1.3	generateSensorArraySquareGrid . . . . .	205
E.4.1.4	computeDipoleH0Norm . . . . .	209
E.4.1.5	computeDipoleHField . . . . .	211
E.4.1.6	simulateDipoleSquareSensorArray . . . . .	216
E.4.2	gaussianProcessRegression . . . . .	223
E.4.2.1	initGPR . . . . .	226
E.4.2.2	initGPROptions . . . . .	228
E.4.2.3	initTrainDS . . . . .	231
E.4.2.4	initKernel . . . . .	233
E.4.2.5	initKernelParameters . . . . .	235
E.4.2.6	tuneKernel . . . . .	237
E.4.2.7	computeTuneCriteria . . . . .	239
E.4.2.8	predFrame . . . . .	240
E.4.2.9	predDS . . . . .	243
E.4.2.10	lossDS . . . . .	245
E.4.2.11	optimGPR . . . . .	247
E.4.2.12	computeOptimCriteria . . . . .	249
E.4.2.13	kernelQFCAPX . . . . .	251
E.4.2.13.1	QFCAPX . . . . .	252
E.4.2.13.2	meanPolyQFCAPX . . . . .	254
E.4.2.13.3	initQFCAPX . . . . .	256
E.4.2.14	kernelQFC . . . . .	258
E.4.2.14.1	QFC . . . . .	259
E.4.2.14.2	meanPolyQFC . . . . .	261
E.4.2.14.3	initQFC . . . . .	263
E.4.2.15	basicMathFunctions . . . . .	265
E.4.2.15.1	sinoids2angles . . . . .	267

E.4.2.15.2	angles2sinoids . . . . .	271
E.4.2.15.3	decomposeChol . . . . .	273
E.4.2.15.4	frobeniusNorm . . . . .	275
E.4.2.15.5	computeInverseMatrixProduct . . . . .	277
E.4.2.15.6	computeTransposeInverseProduct . . . . .	280
E.4.2.15.7	addNoise2Covariance . . . . .	283
E.4.2.15.8	computeAlphaWeights . . . . .	285
E.4.2.15.9	computeStdLogLoss . . . . .	286
E.4.2.15.10	computeLogLikelihood . . . . .	288
E.4.2.15.11	estimateBeta . . . . .	290
E.4.3	util . . . . .	292
E.4.3.1	removeFilesFromDir . . . . .	293
E.4.3.2	publishFilesFromDir . . . . .	295
E.4.3.3	plotFunctions . . . . .	298
E.4.3.3.1	plotTDKCharDataset . . . . .	300
E.4.3.3.2	plotTDKCharField . . . . .	307
E.4.3.3.3	plotTDKTransferCurves . . . . .	312
E.4.3.3.4	plotKMZ60CharDataset . . . . .	316
E.4.3.3.5	plotKMZ60CharField . . . . .	322
E.4.3.3.6	plotKMZ60TransferCurves . . . . .	327
E.4.3.3.7	plotDipoleMagnet . . . . .	331
E.4.3.3.8	plotSimulationDataset . . . . .	336
E.4.3.3.9	plotSingleSimulationAngle . . . . .	346
E.4.3.3.10	plotSimulationSubset . . . . .	355
E.4.3.3.11	plotSimulationCosSinStats . . . . .	363
E.4.3.3.12	plotSimulationDatasetCircle . . . . .	371
E.5	Datasets . . . . .	379
E.5.1	TDK TAS2141 Characterization . . . . .	380
E.5.2	NXP KMZ60 Characterization . . . . .	386
E.5.3	Config Mat . . . . .	392
E.5.4	Training and Test Datasets . . . . .	393
E.6	Unit Tests . . . . .	397
E.6.1	runTests . . . . .	399
E.6.2	removeFilesFromDirTest . . . . .	400
E.6.3	rotate3DVectorTest . . . . .	401
E.6.4	generateDipoleRotationMomentsTest . . . . .	403

*Inhaltsverzeichnis*

---

E.6.5	generateSensorArraySquareGridTest . . . . .	404
E.6.6	computeDipoleH0NormTest . . . . .	405
E.6.7	computeDipoleHFieldTest . . . . .	406
E.6.8	tiltRotationTest . . . . .	410
<b>Selbstständigkeitserklärung</b>		<b>412</b>

# 1 Motivation

Magnetische Sensoren erlauben die berührungslose Erfassung von Drehzahlen und Winkelinformationen. In modernen Automobilen werden sie unter anderem in der Motorelektronik und im Bremsystem eingesetzt. Neuentwicklungen in der Halbleitertechnik, auf Basis des TMR-Effekts, ermöglichen den Aufbau komplexerer Sensorstrukturen [15]. Die Arbeitsgruppe Sensorik an der HAW Hamburg erforscht moderne Ansätze der Signalverarbeitung für neu gewonnene Sensorstrukturen, verwirklicht als magnetische Sensor-Arrays. Durch den Aufbau von Sensoren als Arrays, bieten sich Möglichkeiten zur Nutzung von Algorithmen und Regressionsverfahren an, die eine Kompensation und Detektion von mechanischen Toleranzen zulassen [19].

Das Verarbeiten einer Vielzahl an Messwerten, bedingt durch Sensor-Array-Strukturen, ist hierbei eine der Herausforderungen die es zu bewältigen gilt. Mit Hilfe moderner Algorithmen, die Ansätze des maschinellen Lernens beinhalten, ergeben sich weitere Problemstellungen in Bezug auf Modellabbildung- und Optimierung. Das übergeordnete Ziel bei der Lösung und Bewältigung der einzelnen Etappen ist die Verbesserung der Messgenauigkeit, indem individuelle Abweichungen des Sensors einem geeigneten Modell antrainiert und Modellparameter optimiert werden.

Moderne Regressionsverfahren liefern dabei statistische Ansätze um geeignete Qualitätskriterien zu bilden und somit trainierte Modelle und ihre Messwertgenauigkeit bewerten zu können, sodass eine Erprobung und Bewertung der erstellten Modelle, mit Toleranz-Abweichungen in den Eingangsdaten, während einer Arbeitsphase untersucht werden können. Diese Arbeit konzentriert dabei auf die simulative Abbildung eines Tunnel-Magnetoresistance (TMR)-Sensormodells für die Drehwinkelerfassung.

## 1.1 Stand der Vorarbeiten

Zur Erörterung der Ziele und Inhalte dieser Arbeit, findet einleitend eine kurze Zusammenfassung der Vorarbeiten statt. Für den Inhalt relevante Aspekte der Vorarbeiten werden im Kapitel 2 näher beleuchtet und erklärt.

Aktuell steht kein magnetisches TMR-Sensor-Array als integrierte Lösung zur Verfügung. Im Zuge des Forschungsprojekts Signalverarbeitung für Integrated-Sensor-Array (ISAR) sind in der Arbeitsgruppe Sensorik Machbarkeitsstudien erbracht worden [14][17]. Zielstellung war dabei die Untersuchung der generellen Funktionalität und technischen Umsetzung eines magnetischen Sensor-Arrays im Maßstabsmodell.

### Platinen-Sensor-Array

Für den Aufbau des Platinen-Sensor-Arrays sind einzelne Winkelsensoren in Sensorbänken angeordnet, Abbildung 1.1. Die Messwerterfassung erfolgt über ein Multiplexing-Verfahren. Eine Steuerung des Multiplexings und die weitere Messwertverarbeitung erfolgt mit Hilfe eines Mikrocontrollers.

Diese Herangehensweise lässt eine Untersuchung der technischen Machbarkeit auf der Basis von aktuell verfügbaren Technologien und Winkelsensoren zu. So ist das Platinen-Sensor-Array in verschiedenen Versionen, mit Anisotrope-Magnetoresistance (AMR)-Sensoren der Firma NXP Semiconductors (KMZ60) [8] und TMR-Sensoren der Firma TDK (TAS2141-AAAB) [11] verwirklicht worden. Das Maßstabsmodell des magnetischen Sensor-Arrays kann zu Vergleichs- und weiteren Erprobungsarbeiten genutzt werden. Diese können beispielsweise in Simulationen und Hardware-Optimierungsarbeiten einfließen.

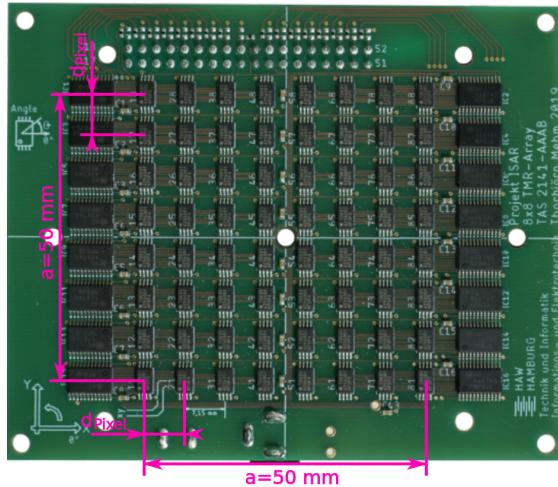


Abbildung 1.1: Platinen-Sensor-Array im Maßstab aufgebaut als  $8 \times 8$  Sensor-Array, dass als Aufsteckmodul für eine Mikrocontroller getriebene Signalverarbeitung bereitsteht. Die einzelnen Sensoren sind in Sensorbänken angeordnet. Die Anordnung erfolgt in eine linke und rechte Sensorbank pro Reihe auf der Platine. Eine Sensorbank besteht jeweils aus einem Multiplexer-IC und vier daneben liegenden Sensor-ICs. Abbildung entnommen und bearbeitet aus [14].

### Simulationsmodell des Sensor-Arrays

Einen weiteren Ansatz, der durch die Arbeitsgruppe Sensorik verfolgt wird, ist die Entwicklung eines Simulationsmodells auf Grundlage von Charakterisierungsdatensätzen. Hierfür wird ein einzelnes Sensor-IC, z.B. der TMR-Sensor TAS2141-AAAB der Firma TDK, nach einer bestimmten Kennfeldmethode [15] charakterisiert. Der so gewonnene Datensatz kann dann, durch geeignete Interpolationsverfahren, in einer Simulation zur Generierung eines magnetischen Sensor-Arrays genutzt werden. In Abbildung 1.2 ist das Kernprinzip des Simulationsansatzes vereinfacht dargestellt. Es wird ein Simulationsmodell aufgebaut, dass Charakterisierungsdatensätze verarbeiten kann und entsprechende Charakteristiken eines einzelnen Sensor-ICs zu einem Sensor-Array interpoliert. Abhängig von weiteren gewählten Eigenschaften des Sensor-Arrays, wie geometrische Anordnung und Größe, produziert das interpolierte Modell Simulationsdatensätze, die das Verhalten des einzelner Sensor-ICs ortsabhängig im Sensor-Array abbilden.

Der Simulationsansatz besitzt ebenfalls den Vorteil Modelle aufzubauen, die sich auf heute zur Verfügung stehenden Technologien beziehen. Weitere Vorteile sind die Mani-

pulationsfähigkeit der Sensor-Array-Geometrie und -Größe. So bieten sich Möglichkeiten magnetische Sensor-Arrays in verschiedenen Maßstäben und geometrischen Formen zu simulieren. Des weiteren können verschiedene Anwendungsszenarien simuliert werden. Eine Problemstellung die sich dabei ergibt, ist die physikalisch sinnvolle Stimulanz des Simulationsmodell. Für das Platinen-Sensor-Array ist im trivialen Anwendungsfall die Stimulanz ein simpler Permanentmagnet. In der Simulation muss eine entsprechende Stimulierung des Sensor-Arrays über magnetische Feldgleichungen gelöst werden [12][15], wobei weitere Problemstellungen zur richtigen Dimensionierung oder Approximation des zu simulierenden Magnetfeldes auftreten.



Abbildung 1.2: Ansatzdarstellung zur Generierung eines Simulationsmodells des magnetischen Sensor-Arrays. Sensor spezifische Charakteristiken (Kennfelder) werden in einem Charakterisierungsdatensatz gespeichert und im Anschluss das Verhalten des Einzelexemplars zu einem Sensor-Array interpoliert. Die Simulation des interpolierten Sensor-Arrays erzeugt eine höhere Abstraktionsebene, deren Ergebnisse wiederum in Simulationsdatensätze gespeichert sind und zur weiteren Analyse und Evaluierung genutzt werden können. Die Abstraktion der Kennfelder soll hier das Prinzip des Simulationsansatzes veranschaulichen. Im Simulationsmodell werden keine Arrays von Kennfeldern aufgebaut, sondern Charakteristiken des einzelnen Kennfeldes entnommen und interpoliert. Die grau unterlegten Abschnitte kennzeichnen Verfahrensschritte, in denen Datensätze zur Verfügung stehen oder erzeugt werden.

Das Sensor-Array-Modell, ob als Platinen-Modell oder Simulationsmodell, repräsentiert im Kontext nur die erste Hälfte eines modernen, vollwertigen Sensor-ICs. Seine Aufgabe besteht darin eine physikalische Anregung (Magnetfeld) in elektrische, analoge Signale umzuwandeln. Dieser Teil eines Sensor-ICs wird zumeist als Sensorkopf bezeichnet, da eine sinnbildliche darunter liegende Einheit die weitere Signalverarbeitung und -Auswertung übernimmt. Es handelt sich dabei um eine anwendungsspezifische integrierte Schaltung, engl. Application-Specific-Integrated-Circuit (ASIC). Beide Teile zusammen, der Sensorkopf und das Signalverarbeitungs-ASIC, bilden ein vollständiges Sensor-IC mit der Fähigkeit zur modernen Signalverarbeitung. Unterstützend zeigt Abbildung 1.3 die allgemeine Aufbaubeschreibung eines Sensor-IC und Unterteilung in Sensorkopf und ASIC, respektive Signalerzeugung und Signalverarbeitung.

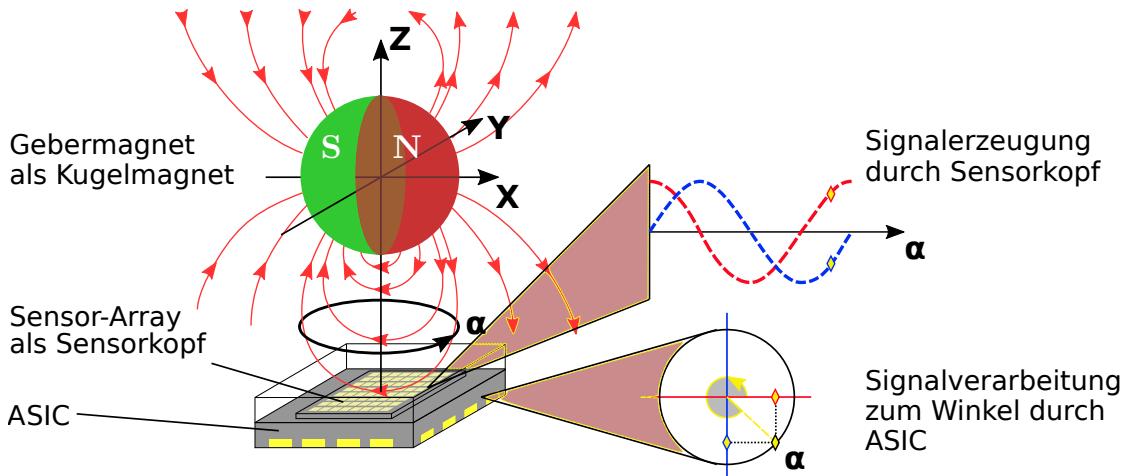


Abbildung 1.3: Veranschaulichung eines vollständigen Sensor-ICs für die Drehwinkel erfassung. Stark vereinfachte Darstellung eines Sensor-IC bestehend aus einem Sensorkopf und ASIC. Zu sehen sind die übergeordneten Aufgaben von Sensorkopf und ASIC. Der Sensorkopf erfasst die physikalische Stimulation (hier Kugelmagnetfeld) und setzt diese in analoge Signale um. Eine anschließende Signalverarbeitung findet im ASIC statt, der die elektrischen Signale zur entsprechenden Winkelausgabe abstrahiert. Dargestellt ist die Signalerzeugung eines einzelnen Punktes auf dem magnetischen Sensor-Arrays. Grafik entnommen und bearbeitet aus [19].

## ASIC - Konzeptionierung der Kernfunktionalität

Derzeitig befinden sich die Forschungsprojektarbeiten für einen tauglichen ASIC in der Konzeptionsphase. Die Kernfunktionalität eines ASIC-Designs wird durch ein mathematisches Modell oder Verfahren abgebildet, dass in der Lage ist vom Sensorkopf erzeugte Messwerte adäquat und ausreichend schnell zu verarbeiten. Dabei muss ein solches Modell oder Verfahren grundlegende Eigenschaften des physikalischen Gesamtsystems in sich vereinigen und diese repräsentativ in den Gesamtkontext der Applikation setzen können. Im Kontext dieser Arbeit ist die Sensorapplikation, durch die Drehwinkelerfassung einer kreisförmigen Sensoranregung dargestellt, wie es in Abbildung 1.3 angedeutet ist.

Erfolgte Vorarbeiten der Arbeitsgruppe Sensorik für ein ASIC-Design, umfassen die Entwicklung eines mathematischen Modells und erste theoretische Simulationen [15][18][19]. Die Simulation bindet dabei Datensätze ein, die durch das Sensor-Array-Simulationsmodell erzeugt werden. Das mathematische Modell der ASIC-Kernfunktionalität ist auf Grundlage von Gauß-Prozessen für Regressionsverfahren entwickelt [3] worden. Die bisherigen Simulationsarbeiten beschränken sich auf mathematische Simulationen, die auf eine Gültigkeitsprüfung des mathematischen ASIC-Modells abzielen und Ansätze zur Modellqualifizierung und Qualitätskriterien für die Signalverarbeitung mit beinhalten.

## 1.2 Zielstellung

- Bezug zu Vorarbeiten
- Verfeinerung des Simulationsmodell des magnetischen Sensor-Arrays
- Skalierung des approximierten Kugelmagnetanregungsfeldes
- Optimierung des mathematischen Model für die ASIC-Kernfunktionalität
- Aufschlüsselung der Modellparameter
- Überführung von Skript basierten Entwürfen in Funktionsmodule
- Modularer Modellaufbau, der Modularerweiterungen zulässt

## 2 Grundlagen

Das Fundament für die Drehwinkel erfassung mittels magnetischem Sensor-Array und lernender Signalverarbeitung [15][19][20] bildet das Regressionsverfahren für Gauß-Prozesse [3] und die damit verbundene Abstandsmessung von Winkelpositionen auf einer Kreisbahn. Für eine anschauliche Erklärung der Grundlagen, sollen die Zusammenhänge anhand einfacher Kreisdarstellung des Messprinzips eines einzelnen Winkelsensors gezeigt werden, sodass dieses später in der Verwendung eines Sensor-Arrays adaptierbar ist und mittels geeigneter Rechen- und Normierungsverfahren auf die Problemstellung eines höherdimensionalen Systems projiziert werden kann.

### 2.1 Kreisdarstellung des klassischen Anwendungsfalls

Im klassischen Anwendungsfall, zu sehen in Abbildung 2.1, ist ein Gebermagnet räumlich zentriert über einem magnetischen Sensor platziert. Bei Drehung des Gebermagneten rotiert sein Magnetfeld entsprechend mit. Die Rotation findet um die  $Z$ -Achse des Gebermagneten statt. Die Nord-Süd-Ausrichtung des Magneten liegt in der  $X$ - bzw.  $Y$ -Achse des Koordinatensystems [8][11].

Der Winkelsensor misst die zueinander und zur Rotationsachse orthogonal stehenden  $X$ - und  $Y$ -Feldstärkenkomponenten des Gebermagneten  $H_x$  und  $H_y$ . Diese setzt der Winkelsensor in elektrische Spannungssignale um. Die Winkelstellung  $\alpha$  des Magnet wird somit nicht direkt gemessen. Sie kann aber, mittels der gemessenen  $H_x$  und  $H_y$  Feldstärkenkomponenten, durch einfache Vektorrechnung berechnet werden.

Bei idealer und gleichbleibender Position des Gebermagneten in Relation zum Winkelsensor, liefern die aufgenommen  $H_x$ -/  $H_y$ -Messwerte eine Cosinus-Funktion  $V_{cos}(H_x, H_y)$  sowie eine um  $90^\circ$  zur Cosinus-Funktion phasenverschobene Sinus-Funktion  $V_{sin}(H_x, H_y)$ . Genaue physikalische Größenzusammenhänge und technische Umsetzung sind dabei vorerst in den weiteren Darstellungen vernachlässigt.

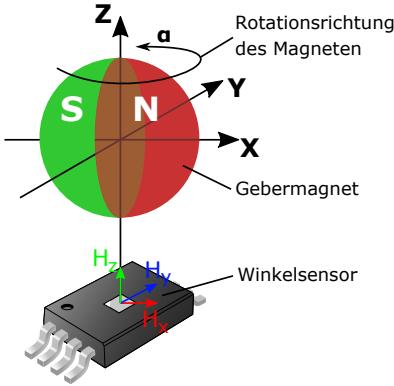


Abbildung 2.1: Klassischer Anwendungsfall für die Drehwinkelerfassung. Zeigt einen, um seine  $Z$ -Achse rotierenden, Gebermagneten und einen Winkelsensor in zentrierter und orthogonaler Ausrichtung zur  $Z$ -Achse des Magneten. Idealerweise befinden sich Magnet und Sensor, ohne Verkipplungen in  $X$ - oder  $Y$ -Richtung, parallel zueinander. Grafik entnommen und bearbeitet aus [20].

Durch die Phasenverschiebung der Sinus-Funktion stehen die Messwerte  $V_{cos}(H_x, H_y)$  und  $V_{sin}(H_x, H_y)$  vektoriell orthogonal zueinander. Bedingt durch die Orthogonalität der Messwerte  $V_{cos}(H_x, H_y) \perp V_{sin}(H_x, H_y)$  und gleichförmige Kreisbewegung des Magneten um seine  $Z$ -Achse, beschreibt die Winkelmessung in polarer Darstellung eine konstante Kreisbahn. Diese besitzt einen konstanten Bahnradius  $r$  und die Winkelstellung  $\alpha$  des Gebermagneten [15].

Für eine beliebige Winkelmessung  $\mathbf{A}$ , die eine entsprechende Winkelstellung  $\alpha$  des Gebermagneten abbildet  $\mathbf{A} \mapsto \alpha$ , ergibt sich somit folgender vektorieller Zusammenhang in Gleichung 2.1 [19].

$$\underbrace{\begin{pmatrix} H_x(\alpha) \\ H_y(\alpha) \end{pmatrix}}_{\text{Gebermagnetfeld}} \Rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} V_{cos}(H_x, H_y) \\ V_{sin}(H_x, H_y) \end{pmatrix}}_{\text{Winkelsensormesswerte}} = \underbrace{\begin{pmatrix} r \cdot \cos(\alpha) \\ r \cdot \sin(\alpha) \end{pmatrix}}_{\text{Kreisdarstellung}} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}}_{\text{Winkelmessung}} = \mathbf{A}(\alpha) \quad (2.1)$$

Die so erhobene Winkelmessung  $\mathbf{A}$  nach Gleichung 2.1, bildet ein eindimensionales Vektorfeld mit  $\{a_x, b_x\} \in \mathbb{R}$  ab. Wobei sich der Bahnradius  $r$  für die Kreisdarstellung, aus dem Betrag der Messung  $|\mathbf{A}|$ , nach Gleichung 2.2 gewinnen lässt.

$$r = |\mathbf{A}| = \sqrt{(V_{cos}(H_x, H_y))^2 + (V_{sin}(H_x, H_y))^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (2.2)$$

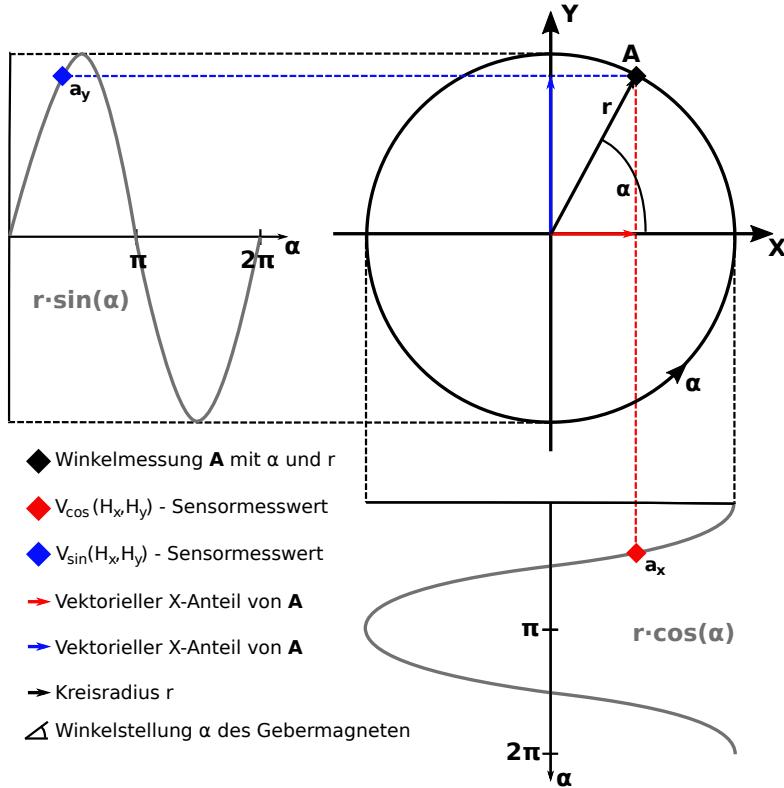


Abbildung 2.2: Kreisdarstellung der Winkelmessung. Als Abbildung der Winkelmessung  $\mathbf{A} \mapsto \alpha$  aus Gleichung 2.1. Die Zusammensetzung der Messung erfolgt durch die vom Winkelsensor gemessenen vektoriellen Anteile für die polare Darstellung der Gebermagnetwinkelstellung.

Der entsprechende Winkel des Gebermagneten lässt sich, mittels Überführung in Polarkoordinaten, nach Gleichung 2.3 zurückrechnen. Die Abbildung 2.2 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen Messwerten und Abbildung der Gebermagnetwinkelstellung. Die sinoiden Messergebnisse sind der Funktion  $\text{arctan2}$  zuzuführen. Diese bildet einen Winkel von null bis  $\pi$  ab und besitzt eine Sprungstelle bei  $\pi$ . Der  $Y$ -Anteil kann dabei als Entscheider genutzt werden, um eine Abbildung des Winkels auf eine volle Kreisumdrehung ( $2\pi$ ) umzusetzen.

$$\alpha = \begin{cases} \text{arctan2}(a_y, a_x) & \text{f. } a_y > 0 \\ \pi & \text{f. } a_y = 0 \\ \text{arctan2}(a_y, a_x) + 2\pi & \text{f. } a_y < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

## 2.2 Euklidischer Abstand in Normschreibweise

Um adäquate Bezüge bzw. Abstände zwischen einzelnen Messwerten herzustellen, ist ein Wechsel der Betrachtungsweise notwendig. Es erleichtert die Handhabung der Problemstellung Vektorbeträge als normierte Längen und Distanzen zu sehen. Betrachtet man die vektoriellen Zusammenhänge der klassischen Anwendung aus Abschnitt 2.1 in Normschreibweise, ergibt sich der Radius  $r$  für eine Winkelstellung  $\mathbf{A} \mapsto \alpha_1$  nach Gleichung 2.4. Die einzelnen Vektorelemente sind entsprechend der Vektor-2-Norm [9] zum Radius  $r$  normiert.

$$r = |\mathbf{A}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n |A_i|^2} = \|\mathbf{A}\|_2 \quad (2.4)$$

Es ist weithin von einer idealen Ausrichtung von Sensor und Gebermagnet wie in Abbildung 2.1 auszugehen. Somit bleibt der Kreisbahn Radius  $r$  für eine zweite Winkelstellung mit  $\mathbf{B} \mapsto \alpha_2$  konstant.

$$r = \|\mathbf{A}\|_2 = \|\mathbf{B}\|_2 = \text{konst.} \quad (2.5)$$

Der direkte Abstand zwischen den beiden Winkelstellungen  $\mathbf{A} \mapsto \alpha_1$  und  $\mathbf{B} \mapsto \alpha_2$  lässt sich geometrisch über den Satz des Pythagoras ermitteln. Dafür werden Abstandquadrate aus den Einzeldifferenzen der vektoriellen  $X$ -/  $Y$ -Anteile gebildet. Das resultierende Abstandsquadrat bildet mit seiner Kantenlänge dann den Winkelabstand zwischen beiden Winkelstellungen. Abbildung 2.3 veranschaulicht das Vorgehen.

$$\begin{aligned} d_E(\mathbf{A}, \mathbf{B}) &= \sqrt{(a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i - B_i)^2} = \|\mathbf{A} - \mathbf{B}\|_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Die Überführung in die Normschreibweise des Abstandes ergibt nach Gleichung 2.6 eine Vektor-2-Differenznorm und ist allgemein als euklidischer Abstand bekannt. Analog dazu bildet sich das Quadrat nach Gleichung 2.7.

$$d_E^2 \langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle = (a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2 = \|\mathbf{A} - \mathbf{B}\|_2^2 \quad (2.7)$$

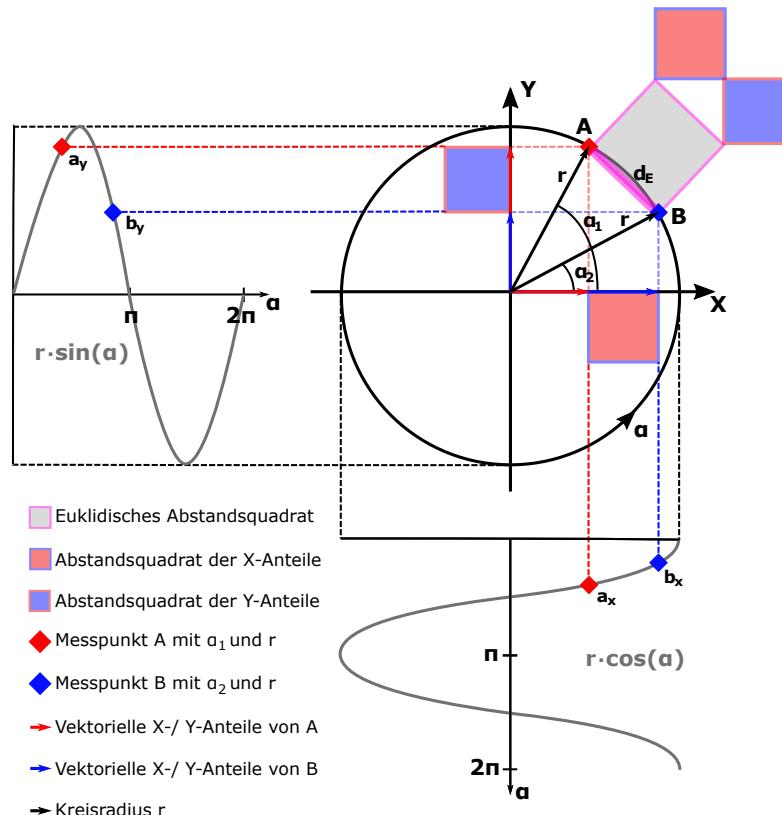


Abbildung 2.3: Allgemeine Kreisdarstellung des euklidischen Winkelabstands. Die Kreisdarstellung zeigt den euklidischen Winkelabstand zweier Winkelmesspunkte **A** und **B** mit gleichem Kreisradius  $r$ . Der euklidische Abstand, bzw. das Abstandsquadrat, zwischen den Winkelposition **A** und **B** ist zerlegt in Abstandsquadrateanteile. Die Abstandquadrateanteile ergeben sich aus der vektoriellen Zusammensetzung in X-/Y-Anteile für die einzelnen Messpunkte **A** und **B**.

Für Vektor-2-Normen muss die Dreiecksungleichung aus Gleichung 2.2 [4][9] gelten. Über die Ungleichung lassen sich Einzelnormen approximiert im Vergleich zu Differenznormen zwischen zwei Punkten **A** und **B** darstellen. Dieser Ansatz kann genutzt werden, wenn der Bahnradius  $r$  nicht mehr konstant ist und somit  $\|\mathbf{A}\|_2 \neq \|\mathbf{B}\|_2$  ist. Der Ansatz begünstigt die Projektion von orthogonalen Systemen in höherem Normraum [4] und stellt somit die Grundlage für eine Adaptierung auf ein Sensor-Array dar.

$$\begin{aligned} |\|\mathbf{A}\|_2 - \|\mathbf{B}\|_2| &\leq \|\mathbf{A} \pm \mathbf{B}\|_2 \leq |\|\mathbf{A}\|_2 + \|\mathbf{B}\|_2| \\ (\|\mathbf{A}\|_2 - \|\mathbf{B}\|_2)^2 &\leq \|\mathbf{A} \pm \mathbf{B}\|_2^2 \leq (\|\mathbf{A}\|_2 + \|\mathbf{B}\|_2)^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

### 2.3 Magnetische Sensoren und Drehwinkelerfassung

Magnetische Sensoren besitzen eine lange Tradition in der Automobilindustrie. Sie eignen sich besonders durch die berührungslose Erfassung von mechanischen Bewegungen und die kontaktlose Strommessung für den Einsatz in der Fahrzeugtechnik. Es existieren verschiedene Sensoren, die durch unterschiedliche magnetoresistive Effekte realisiert sind. Dabei bildet sich das Grundprinzip durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes und eine resultierende Änderung des elektrischen Widerstandes eines Materials [21].



Abbildung 2.4: Schichtmodelle dreier magnetoresistiver Effekte. a) AMR-Effekt, schwache Widerstandsänderung. b) GMR-Effekt stärkere Widerstandsänderung. c) TMR-Effekt stärkste Widerstandsänderung. Grafik entnommen aus [10].

## AMR-Effekt

In der Mitte des 19. Jahrhunderts entdeckte der britische Physiker William Thomson den anisotropen magnetoresistiven Effekt (AMR). Der AMR-Effekt basiert auf einer von Strom- und Magnetisierungsrichtung abhängigen Streuung von Elektronen in einer einzelnen aktiven Schicht, Teil a) der Abbildung 2.4. Diese Schicht besteht in der Praxis oftmals aus einer Nickel-Eisen-Legierung. Die typische Variation der relativen Widerstandsänderung  $\Delta R/R$  liegt im Bereich von 2% bis 3% [21]. Für eine eindeutig Winkelmessung werden zwei Wheatstone'sche Brücken aus dem Schichtmaterial aufgebaut. Die Stromdurchflussrichtung ist horizontal. Bedingt durch den AMR-Effekt ist eine Periodizität von 180° abgedeckt [10][21]. Ein mittels AMR-Effekt entwickelter Sensor für die Drehwinkel erfassung, besitzt daher zwei um 45° verdrehte Wheatstone-Brücken. Durch die schwache Widerstandsänderung des Materials ist eine nachgeschaltete Verstärkerschaltung notwendig [8].

## GMR-Effekt

Der riesige magnetoresistive Effekt, engl. Giant-Magnetoresistance (GMR), ist 1988 von Grünberg und Fert entdeckt worden. Beide erhielten dafür 2007 den Nobelpreis für Physik, da unter Ausnutzung des GMR-Effekts sich die Speicherkapazität von Computerfestplatten stark erhöhen ließ [10]. Das Minimalprinzip für einen solchen Sensor bildet sich aus zwei magnetischen Dünnschichten, die durch eine nicht magnetische Schicht (z.B. Kupfer) voneinander getrennt sind. Dabei folgt die Magnetisierung der aktiven Schicht (z.B. Nickel-Eisen) einem von außen angelegten Magnetfeld, während die Magnetisierung der zweiten Schicht (z.B. Kobalt-Eisen) durch eine darunter liegende antiferromagnetische Schicht (z.B. Platin-Mangan) fixiert ist. Die Stromdurchflussrichtung bleibt wie beim AMR horizontal [10][21]. Die relativen Widerstandsänderung  $\Delta R/R$  ist abhängig von der relativen Ausrichtung der Magnetisierungen in beiden magnetischen Schichten und liegt für einfache Schichtsystem, wie in Teil b) der Abbildung 2.4 gezeigt, bei etwa 10%. Die Herstellung eines GMR-Sensors ist deutlich aufwendiger, als es beim AMR-Effekt der Fall ist. So können aber in Multilagen mit vielfacher Wiederholung der magnetischen Schichten bis zu 80%  $\Delta R/R$  erreicht werden [21]. Mit der GMR Technologie aufgebaute Drehwinkelsensoren haben eine Periodizität von 360° und besitzen zwei um 90° verdrehte Wheatstone-Brücken und ebenfalls nachgeschaltete Verstärkerseinheiten [13].

### TMR-Effekt

Im Jahr 1975 ist der tunnel-magnetoresistive Effekt (TMR) durch M. Jullière entdeckt worden. Im einfachsten Fall, wie Teil c) Abbildung 2.4 zeigt, tritt der Effekt bei Schichtsystemen auf, die durch eine isolierende Schicht (z.B. Magnesiumoxid) getrennt sind [10]. Die Stromdurchflussrichtung ist im Gegensatz zum AMR und GMR vertikal zu den Schichten. Die relativen Widerstandsänderung  $\Delta R/R$  erfolgt in Abhängigkeit zur relativen Ausrichtung der Magnetisierungen beider magnetischen Schichten, die an der Isolationsschicht angrenzen.

Wie beim GMR folgt die aktive Schicht einem äußeren Magnetfeld, ebenso ist die zweite Schicht durch eine antiferromagnetische Schicht fixiert [21]. Der zugrunde liegende Effekt ist aber physikalisch ein gänzlich anderer. Hier “tunnelt” der Stromfluss durch die Isolationsschicht. Das ist ein quantenmechanischer Effekt und kann mit Ansätzen der “normalen” Physik nicht mehr erklärt werden. Zurückzuführen ist der Effekt auf die Spin-Polarisation der einzelnen Elektroden eines magnetischen Tunnel-Kontaktes [21].

In praktischen Ausführungen bei Raumtemperatur liegen heute relative Widerstandsänderungen  $\Delta R/R$  im Bereich von 30 % bis zu 200 % und sind somit deutlich höher als beim GMR [21]. Unter Laborbedingungen konnten bei sehr tiefen Temperaturen mittlerweile Widerstandsänderungen bis zu 1000 % erreicht werden [10].

Praxistaugliche Ausführungen von TMR-Sensoren stehen erst seit einigen Jahren zur Verfügung. Die Herstellung eines Sensors erfordert einen enormen apparativen Aufwand und Produktionsanlagen mit entsprechenden Fertigkeiten mussten erst entwickelt werden. Der Aufwand ist mit Vorteilen gegenüber dem AMR- und GMR-Sensor entlohnt worden. Somit besitzt ein TMR-Sensorelement einen viel höheren Widerstand bei gleicher Abmessung. AMR/ GMR Technologien müssen im Vergleich flächenhungrige Strukturen realisieren. Aufgrund der vergleichsweise kleinen Flächen und einer äußerst geringeren Stromaufnahme ist ein engmaschiger Aufbau von Array-Strukturen möglich [10]. TMR-Flächen sind typischer Weise  $< 2 \mu\text{m}$  im Radius. Die hohe Widerstandsänderung generiert entsprechend hohe Signalamplituden in der Magnetfelderfassung, daher kann eine nachgeschaltete Verstärkung entfallen. Es ist eine Periodizität von  $360^\circ$  abgedeckt. Ein TMR-Sensor für die Drehwinkelerfassung besteht aus zwei um  $90^\circ$  verdrehte Wheatstone-Brücken [11].

## Wheatstone-Brücke

Ein einzelnes TMR-Element bzw. Widerstand kann bereits als eigenständiger magnetischer Sensor betrachtet werden. Allerdings können Temperatureinflüsse den Widerstand mitunter variieren lassen. Um dem Temperatureinfluss entgegenzuwirken, werden daher Wheatstone'sche Brückenschaltungen genutzt. Die einzelnen Widerstände der Brücke sind dabei so angeordnet, dass sie einen gemeinsamen Temperaturkoeffizienten besitzen und entsprechend miteinander gleichmäßig schwanken [21]. Über die Differenzmessung an den Brückenmittelabgriffen wird somit der Temperatureinfluss weitestgehend unterdrückt [11][21]. Abbildung 2.5 zeigt den schematischen Brückenaufbau für einen TMR-Sensor. Bei gleichförmiger Rotation eines Anregungsmagnetfeld wird durch die  $90^\circ$ -Verdrehung beider Brücken zueinander erreicht, dass die benötigte Cosinus- und Sinus-Funktion, mit entsprechender Phasenverschiebung um  $90^\circ$ , für den Anwendungsfall in Abschnitt 2.1 ausgeben werden [11].

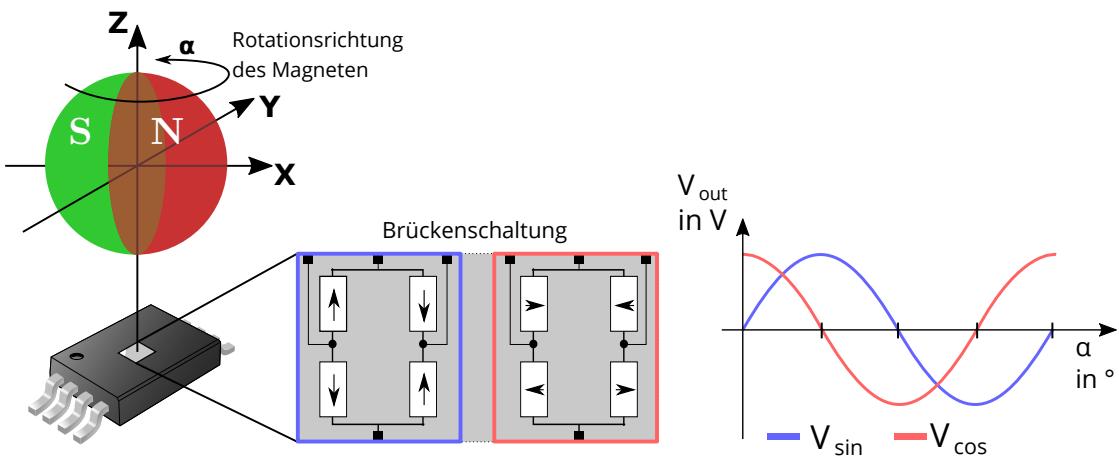


Abbildung 2.5: TMR Drehwinkelapplikation. Schematisch gezeigt für eine volle Rotation des Gebermagneten um  $360^\circ$ . Zu sehen sind die um  $90^\circ$  verdrehten Wheatstone-Brücken des Sensors. Die Brücken bilden, bei rotierendem Gebermagnetfeld, eine Sinus- und Cosinus-Funktion nach. Die Pfeile in den einzelnen Widerständen weisen auf ihre magnetische Ausrichtung hin. Grafik entnommen und bearbeitet aus [20].

## 2.4 Kennfeldmethode zur Charakterisierung von Sensoren

Die physikalisch-mathematische Beschreibung von magnetischen Sensormodellen für eine simulative Nutzung ist nicht trivial. Jede in Abschnitt 2.3 zusammengefasste Sensortechnologie birgt bestimmte verhaltensbezogene Eigenschaften in sich. So müssen technologiebasierte Abhängigkeiten in Linearität und Sättigungsverhalten in komplexen mathematischen Gleichungen beschrieben sein, wobei bestimmte Parameter der Modelle experimentell bestimmt werden müssen [15]. Das stellt einen erheblichen Arbeitsaufwand dar. Der Arbeitsgruppe Sensorik ist es gelungen, diesen Aufwand durch Messmethodik zu umgehen. So ist die Kennfeldmethode zur Charakterisierung von magnetoresistiven Sensoren entwickelt worden. Das Ziel der Messmethode ist es, repräsentative Datensätze zu generieren, die physikalische Charakteristiken eines Sensors in sich vereinigen und sein Verhalten zur weiteren Nutzung zugänglich machen.

Im Labor der Arbeitsgruppe Sensorik sind automatisierte Messstände für Sensoren verschiedenster Technologien eingerichtet. Je nach Sensortechnologie und Applikation können diese mit unterschiedlichen Messmitteln bestückt werden. So ist es möglich, die richtige Stimulanz, für die jeweilige Sensorapplikation zu erzeugen. Für das Ausmessen von Winkelsensoren ist ein Kreuzspulen-Messstand zur Anwendung gekommen [15][19]. Der Messstand eignet sich besonders gut dazu, rotierende Magnetfelder zu erzeugen, was einer idealen Stimulanz für Winkelsensoren entspricht. Das Magnetfeld wird dabei durch ein speziell abgestimmtes Kreuzspulen-System erzeugt. Die dafür eingespeisten Spulenströme sind dabei direkt proportional zum erzeugten Magnetfeld. Das Anregungsfeld kann somit über Spulenfaktoren zurückgerechnet werden [19].

Abbildung 2.6 zeigt das verwendete Anregungsfeld zur Charakterisierung. Stimuliert wird in  $X$ - und  $Y$ -Richtung der räumlichen Sensorebene. So verwendet die  $H_x$ -Feldgenerierung ein dreieckmodulierter Cosinus-Strom. Die  $H_y$ -Feldgenerierung nutzt einen mit gleicher Frequenz dreieckmodulierten Sinus-Strom. Es entstehen dabei steigende und fallende Modulationsflanken bzw. Messverläufe. Es ergeben sich in polarer Darstellung Trajektorien mit wachsender und abnehmenden Amplituden, die durch Rotation einen nach außen (steigend) bzw. innen (fallend) gerichteten Verlauf besitzen [15]. Es werden die Spulenströme und Spannungsausgaben des Sensors aufgezeichnet.

In einem weiteren Evaluierungsschritt sind Stimuli und Sensorsignale programmatisch zu indizieren, um eine gegenseitig Referenzierung zu ermöglichen, sodass resultierend zweidimensionale Kennfeldpaare, bestehend aus je einem Kennfeld für eine entsprechende Winkelsensor-Wheatstone-Brücke, als Charakterisierungsergebnis zur Verfügung stehen [15].

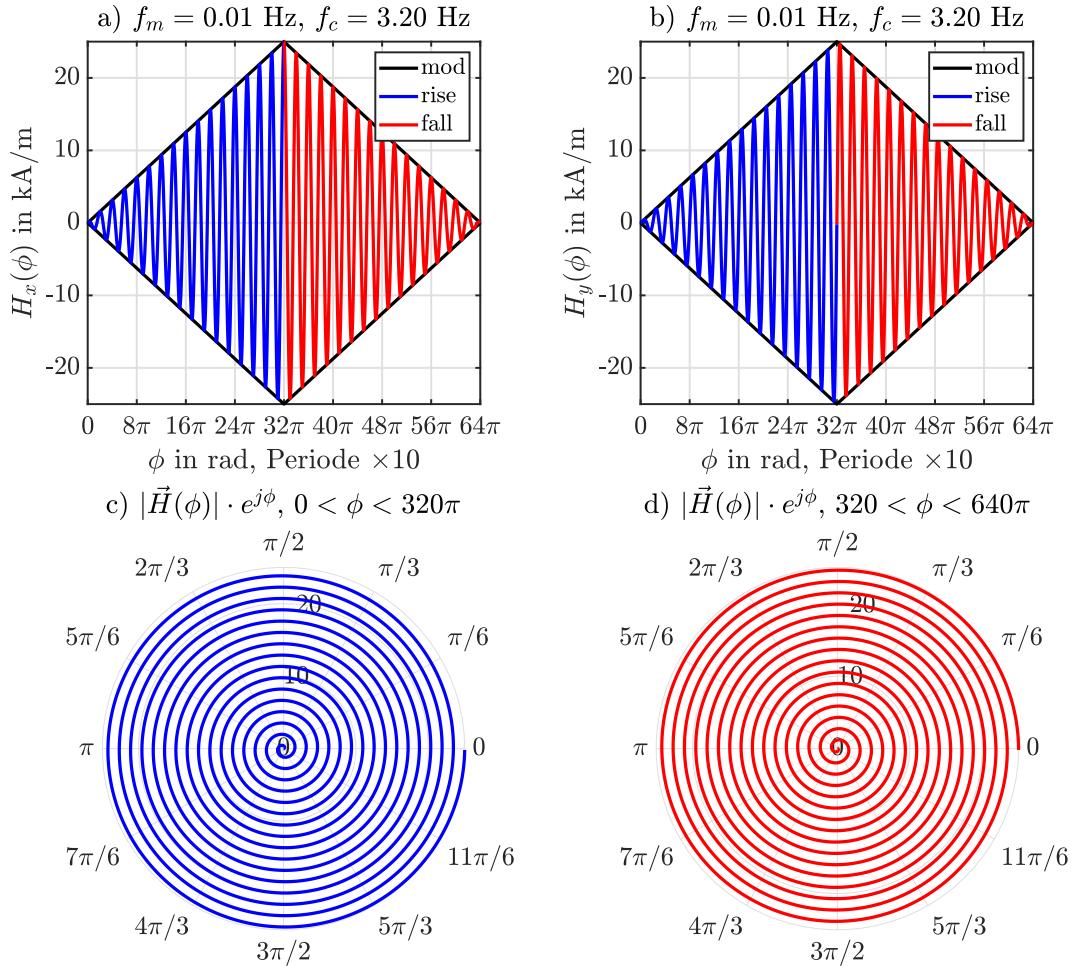


Abbildung 2.6: Magnetfeldstimuli zur Erzeugung von Sensorkennfeldern. Es sind die Bestandteile des magnetischen Sensorstimuli dargestellt, die zum Ausmessen des Sensorkennfeldes in  $H_x$ - und  $H_y$ -Richtung verwendet worden sind. Es ist das Prinzip des Verfahrens dargestellt. In a) und b) ist die Dreiecksmodulation des magnetischen Anregungsfeldes abgebildet. Für a) die  $H_x$ -Feldanregung mit Cosinus-Trägerwelle und für b) die  $H_y$ -Feldanregung mit Sinus-Trägerwelle. Es sind für beide Anregungsrichtungen niedrige Frequenzen gewählt um ein quasi-statisches Anregungsmagnetfeld zu erzeugen. Es ergeben sich für die Betragsamplitude des Stimulus, in polarer Darstellung c) und d), konzentrische Trajektorien. Diese verlaufen von innen nach außen für die steigende Flanke der Amplitudenmodulation c) und von außen nach innen für die fallende Flanke d). Die Dreieckmodulationsfrequenz liegt bei  $f_m = 0,1$  Hz und einer Trägerwellenfrequenz  $f_c = 3,2$  Hz. Grafik nachempfunden aus [15].

Im Anhang A ist der Kennfelddatensatz eines TMR-Sensors [11] gezeigt. Der Datensatz dient, als Arbeitsgrundlage für die Sensor-Array-Simulation und ist von der Arbeitsgruppe Sensorik zur Verfügung gestellt worden. Zur Simulation sind die Kennfelder aus Abbildung 2.7 zu verwenden, a) für die Erzeugung der Cosinus-Funktion und b) für die Sinus-Funktion. Beide Kennfelder zeichnen sich besonders durch ihren linearen Arbeitsbereich zwischen  $\pm 8,5 \text{ kA m}^{-1}$  aus. Der Arbeitsbereich ist für beide Kennfelder nahezu identisch, zu sehen in c) und als Kreis in a) und b) markiert.

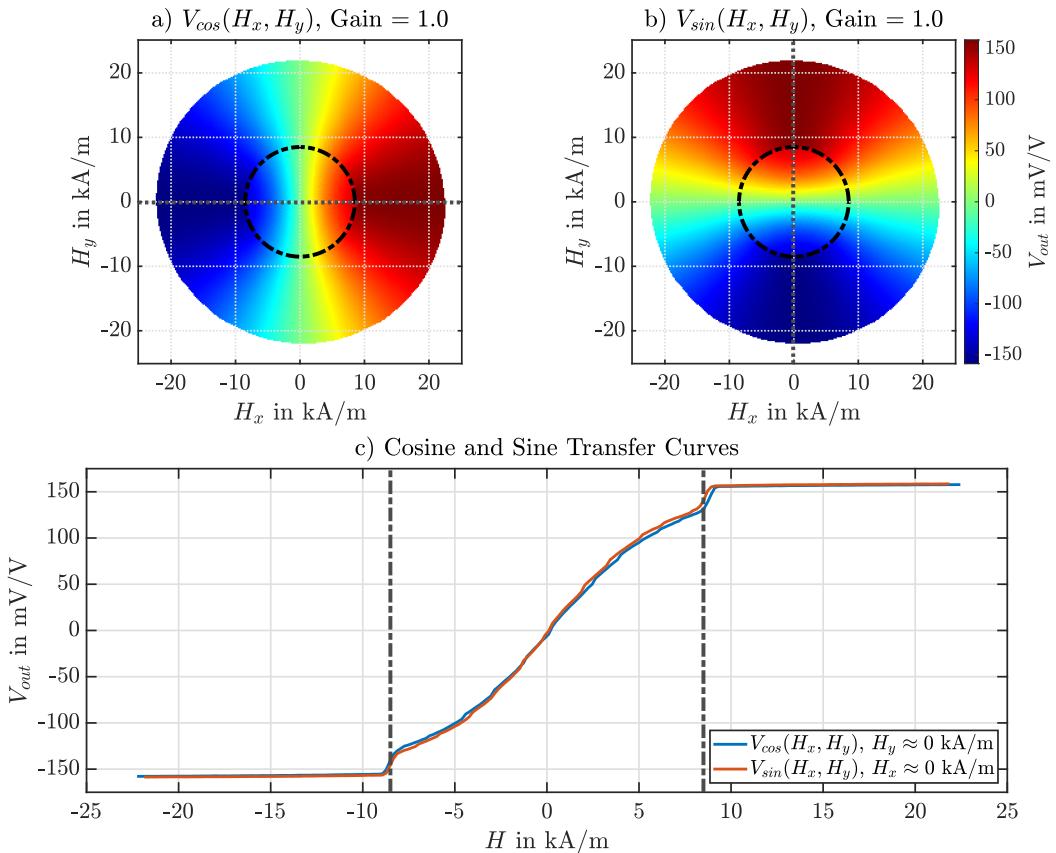


Abbildung 2.7: TDK TAS2141-AAAB Übertragungskennlinie. Es sind wieder die Kennfelder aus der steigenden Amplitudenmodulation in a) und b). In c) sind die Übertragungskennlinien für den Sensor gezeigt mit Kennzeichnung für den Betrieb auf dem linearen Plateau des Kennfeldes bei  $8,5 \text{ kA m}^{-1}$ . Ebenfalls zu sehen in a) und b) durch die sich ergebende Kreisbahn mit einem Radius des aufgelegten Intervalls aus c). Grafik nachempfunden aus [15].

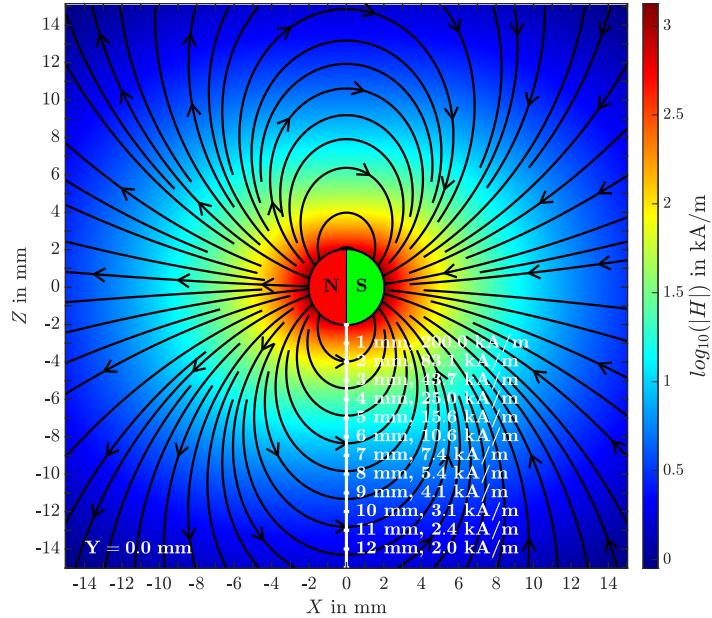


Abbildung 2.8: Approximierter Kugelmagnet. Die Approximation des Kugelmagneten erfolgt über die Dipol-Feldgleichung in Näherung des Kugelmagnetfernfeldes. Das Magnetfeld ist auf  $200 \text{ kA m}^{-1}$  bei einem Abstand von 1 mm zur Kugelmagnetoberfläche normiert. Der Radius des Kugelmagneten beträgt 2 mm.

Auf den TMR-Sensor-Kennfeldern basierende Simulationen, sollten daher so parametriert sein, dass sie innerhalb des markierten Bereiches stattfinden. Zur Generierung von Spannungsausgaben in einer Sensorsimulation, sind für korrespondiere Anregungsfeldstärken entsprechende Referenzwerte aus den Kennfeldern zu entnehmen. Die Referenzwerte sind normiert und nach Gleichung A.1 in Spannungsausgaben der Wheatstone-Brückenschaltungen umzurechnen. Ein geeignetes Verfahren für die Entnahme von Referenzwerten bietet hier die in Matlab implementierte 2D-Interpolation. Diese kann so parametriert werden, dass sie nach dem Nearest-Neighbor-Verfahren für beliebige Feldstärkeneingaben den nächstgelegenen Referenzwert ausgibt. Wichtig sind hierbei eine gute magnetische Stimulanz, die den Arbeitsbereich des Kennfeldes trifft.

Als Beispiel für eine passende Anregung soll hier, der in Abbildung 2.8 approximierte, Kugelmagnet dienen. Das Magnetfeld ist so normiert, dass eine Betragsfeldstärke von  $200 \text{ kA m}^{-1}$  bei 1 mm Abstand zur Magnetenoberfläche anliegt. Die angelegte Skala zeigt, dass ein Sensor mit seinen Kennfeldern aus Abbildung 2.7, einen Abstand in  $Z$ -Richtung größer als 6 mm einhalten sollte, um den Arbeitsbereich des Kennfeldes zu treffen. Weitere Beschreibungen und Erläuterungen zur Simulation und Dimensionierung der magnetischen Feldanregung finden sich in beiden folgenden Unterkapiteln Abschnitt 2.5 und Abschnitt 2.6.

## 2.5 Prinzip des Sensor-Arrays

Ein Sensor-Array stellt in seiner Funktionsweise ein Array aus einzelnen Winkelsensoren dar. Jeder einzelne Winkelsensor des Arrays bildet somit einen Sensor-Pixel. Die einzelnen Sensor-Pixel besitzen im Simulationsbetrieb dasselbe Verhalten, basierend auf den TMR-Senor [11], aus Kennfeldern (Anhang A) entnommen wird. Resultierende Messwerte der einzelnen Sensor-Pixel sind positionsabhängig von ihrer Lage im Sensor-Array[15]. Die Sensor-Pixel-Anordnung erfolgt quadratisch mit gleichen Abständen zueinander. Das Gesamtsystem ist somit eine Adaption des klassischen Anwendungsfall aus Abbildung 2.1 für multiple Winkelsensoren [14][15]. So ergibt sich der Anwendungsfall für das Sensor-Array nach Abbildung 2.9.

Das Gesamtsystem aus Gebermagnet und Sensor-Array behält seinen Koordinatenursprung in der Gebermagnetmitte. Das Sensor-Array ist zentriert und lotrecht zur  $Z$ -Achse des Magneten auszurichten [15], sodass ein konstantes Flächenniveau in  $Z$  eingehalten wird. Bedingt durch die aufgespannte Array-Fläche, sind die einzelnen Sensor-Pixel nicht mehr ideal unter dem Magneten ausgerichtet [18]. Es ist somit davon auszugehen, dass die Kreisbahnen der einzelnen Pixel verzerrt sind, wobei sich die Bahnbeschreibungen, der Pixel mit dem geringsten  $X$ -/  $Y$ -Versatz, einem idealen Kreisverlauf annähern müssen. Physikalische Kleinstabstände zwischen den Sensorbrücken eines Sensor-Pixels sind vernachlässigt. Im Simulationsbetrieb ist die Annahme getroffen, dass die Brückenabstände innerhalb eines Sensor-Pixel vernachlässigbar klein sind.

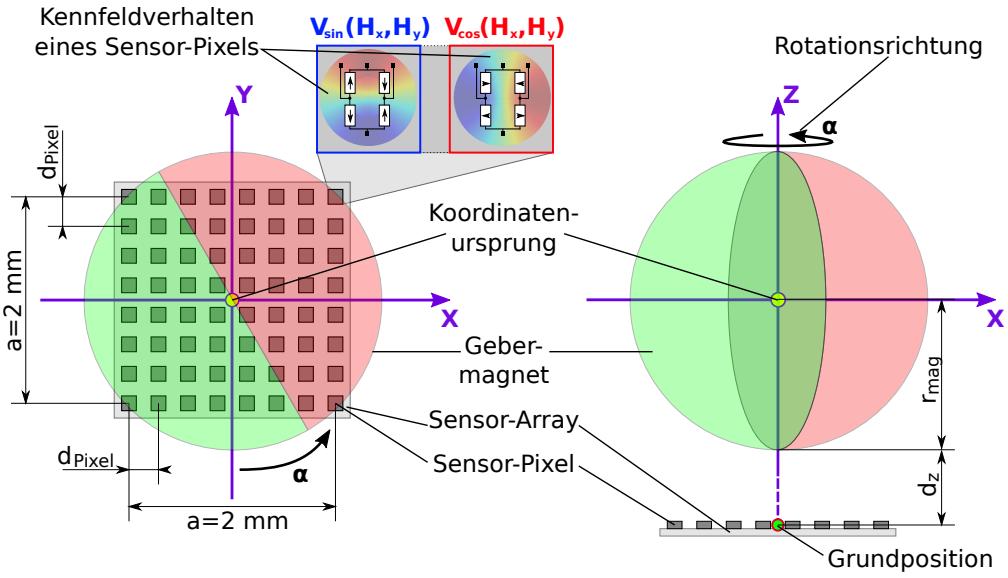


Abbildung 2.9: Geometrischer Aufbau und Ausrichtung des Sensor-Arrays. Quadratische Anordnung von Sensor-Pixeln zu einem  $8 \times 8$  Sensor-Array. Alle Pixel sind gleich verteilt auf der Array-Fläche. Sensor-Pixel-Verhalten ist aus Kennfeldern entnommen und ortsabhängig von Pixel-Position im Koordinatensystem. Array-Kantenlängen sind mittig von Eck-Pixel zu Eck-Pixel bestimmt. Ebenfalls der  $Z$ -Abstand zur Magnetoberfläche. Abstände innerhalb der Pixel sind vernachlässigt. Das Array ist zentriert in der  $Z$ -Achse ausgerichtet. Ideal lotrecht zur Nord-Süd-Ausrichtung des Magneten. Koordinatenursprung des Gesamtsystems liegt in der Gebermagnetmitte. Gebermagnet ist ein Kugelmagnet, der um seine  $Z$ -Achse rotiert. Grafik nachempfunden und bearbeitet aus [18].

Gemäß der geometrischen Vorgaben, konstantem Flächenniveau in  $Z$  und der Wahl des Koordinatenursprungs, fächert sich ein Koordinaten-Meshgrid für  $N_{Pixel} \times N_{Pixel}$  für  $i, j \in \{1 \dots N_{Pixel}\}$  Sensor-Pixel auf. Dabei ist von einer, im Mittelpunkt des Sensor-Array festgelegten, Grundposition  $\vec{p}$  des Sensor-Arrays nach Gleichung 2.9 vorzugehen.

$$\begin{aligned}
 \vec{p} &= \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} & A_{Array} &= a_{Array}^2 & x_{i,j} &= p_x - \frac{a_{Array}}{2} + j \cdot d_{Pixel} \\
 d_{Pixel} &= \frac{a_{Array}}{N_{Pixel} - 1} & y_{i,j} &= p_y + \frac{a_{Array}}{2} - i \cdot d_{Pixel} & & (2.9) \\
 z_{i,j} &= p_z - r_{mag} = konst.
 \end{aligned}$$

Die  $Z$ -Koordinate entspricht dem  $Z$ -Abstand zum Magneten mit  $d_z = p_z$ . Das Sensor-Array ist über diesen Vektor im Koordinatensystem zu verschieben. Der Koordinatenursprung bleibt im Magneten. Das Meshgrid fächert sich für die  $i - te$  Reihe und die  $j - te$  Spalte des Sensor-Arrays auf. Somit gibt jedes Sensor-Pixel, entsprechend seiner Zuordnung im Array, Spannungsausgaben wie ein einzelnes Sensor-IC aus. Es stehen dadurch nicht mehr Skalare bzw. ein Vektor als Winkelmesswert zur Verfügung, sondern Array-Daten für korrespondierende Cosinus- und Sinus-Vektorfelder [14][19]. Abbildung 2.10 zeigt den dimensionalen Zuwachs.



Abbildung 2.10: Resultierende Sensor-Array-Daten. Zwei Matrizen, je eine für alle Cosinus-Brückenausgaben und Sinus-Brückenausgaben. Die  $i - ten$  und  $j - ten$  Matrixelemente bilden einen Vektor entsprechend des klassischen Anwendungsbeispiels. Jeweils ein Matrix-Paar für die  $n - te$  Winkelstellung  $\alpha$ .

Bedingt durch den Zuwachs an Daten und ihre Anordnung, benötigt es eine modifizierte Abstandsfunktion [18][19] im Vergleich zur Gleichung 2.7. Als erstes braucht es skalare Repräsentanten der Matrizen. Diese sind durch eine zutreffende Matrix-Norm zu bilden. Matrizen können als lange Vektoren betrachtet werden, daher bietet sich die Rechenvorschrift für  $j - te$  Spalten nach Gleichung 2.10 an. Diese Norm ist als Frobenius-Norm bezeichnet.

$$\|\mathbf{A}_x\|_F = \sqrt{\sum_{j=1}^n \|A_{xj}\|_2^2} = \sqrt{\mathbf{A}_x \mathbf{A}_x^T} \quad (2.10)$$

Angewandt auf beide Vektormatrizen für Cosinus- und Sinus-Anteile, ergibt sich eine normierte Kreisbahn nach Gleichung 2.11. Der Radius ist durch Versatz der einzelnen Sensor-Pixel nicht konstant und muss je nach Position des Sensor-Arrays eine weniger oder stärkere Ellipsenform beschreiben [15]. Das ergibt sich durch Überlagerung der Sinoide nach Frobenius-Norm. Der Versatz jedes einzelnen Sensor-Pixel wirkt dabei wie eine Dämpfung auf die Ausgangsspannungen der Sensor-Pixel. So zeigt sich ein Versatz in X-Richtung in einer Dämpfung der Cosinus-Funktion und entsprechender Versatz in Y-Richtung mit einer Dämpfung der Sinus-Funktion [15].

$$\|r\|_F = \|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\|\mathbf{A}_x\|_F^2 + \|\mathbf{A}_y\|_F^2} \quad (2.11)$$

Durch simples einsetzen der normierten Messwertmatrizen in die euklidische Abstandsquadratfunktion Gleichung 2.7, folgt ein approximiertes Abstandsergebnis nach Gleichung 2.12. Über die Dreiecksungleichung erhält man genau die Lösung und Projektion in den höheren Normraum [4][9] und somit die modifizierte Abstandsfunktion nach der Frobenius-Norm [19][18] in Gleichung 2.13. Es sind dargestellte Beschreibungen aus Abschnitt 2.2, für zwei Winkelstellungen  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$ , entsprechend der Array-Datenformate angepasst.

$$d_E^2 \langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle = (\|\mathbf{A}_x\|_F - \|\mathbf{B}_x\|_F)^2 + (\|\mathbf{A}_y\|_F - \|\mathbf{B}_y\|_F)^2 \quad (2.12)$$

$$\leq$$

$$d_F^2 \langle \mathbf{A}, \mathbf{B} \rangle = \|\mathbf{A}_x - \mathbf{B}_x\|_F^2 + \|\mathbf{A}_y - \mathbf{B}_y\|_F^2 = \|\mathbf{A} - \mathbf{B}\|_F^2 \quad (2.13)$$

## 2.6 Sensor-Array-Simulation über die Dipol-Feldgleichung

Die Sensor-Array-Simulation nutzt einen Kugelmagneten als Stimulanz [15]. Es ist die Anwendungsbeschreibung aus Abbildung 2.9 gewählt. Der Vorteil darin liegt, dass ein Kugelmagnetfeld mittels der Feldgleichung für einen magnetischen Dipol approximiert werden kann [12]. Das innere Magnetfeld des Kugelmagneten ist dabei zu vernachlässigen. Der Radius des Kugelmagneten  $r_{mag}$  ist als Offset für den räumlichen Abstand zum Magneten zu verwenden. Weitere physikalische Effekte wie magnetische Remanenz werden vernachlässigt.

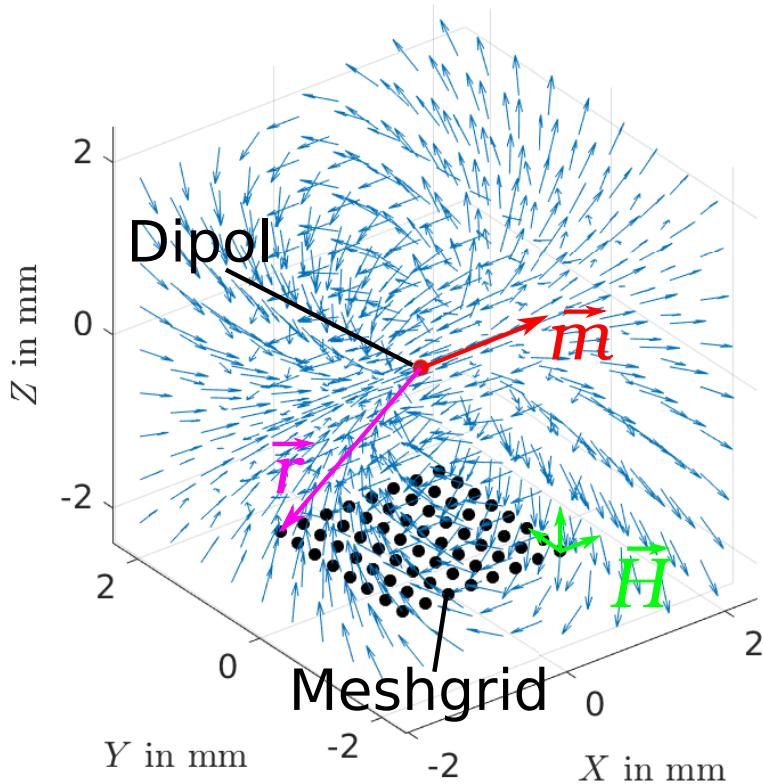


Abbildung 2.11: Simulation der Dipol-Feldgleichung. Als veranschaulichendes Beispiel ist ein Magnetfeld über die Dipol-Feldgleichung simuliert. Der Dipol bildet den Koordinatenursprung bei  $\vec{r} = (0, 0, 0)^T$ . In Relation zum Dipol ist ein Meshgrid der einzelnen Sensor-Pixel-Positionen  $\vec{r}$  unterhalb des Dipoles gelegt. Abhängig vom magnetischen Moment  $\vec{m}$  des Dipoles, wird an jeder Meshgrid-Position  $\vec{r}$  die Dipol-Feldgleichung gelöst und punktuell die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  berechnet. Das magnetische Moment  $\vec{m}$  bestimmt die Nord-Süd-Ausrichtung und Winkelstellungen des Dipoles.

Es wird ein Meshgrid für die einzelnen Sensor-Pixel nach Gleichung 2.9 in ein dreidimensionales Koordinatensystem gelegt. Wie in Abbildung 2.11 zu sehen, liegt der Dipol im Koordinatenursprung bei  $\vec{r} = (0, 0, 0)^T$ . Die einzelne Pixel-Position  $\vec{r}$  und das magnetische Dipol-Moment  $\vec{m}$ , sind durch Gleichung 2.14 beschrieben. Das Dipol-Moment  $\vec{m}$  bestimmt die räumliche Ausrichtung des Magnetfeldes.

$$\vec{r} = \hat{r} \cdot |\vec{r}| = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Die Feldstärken  $\vec{H}$  an den jeweiligen Pixel-Positionen  $\vec{r}$  sind für das aktuelle Moment  $\vec{m}$  nach Gleichung 2.15 zu berechnen. Gleichung 2.15 ist durch Einsetzen von Gleichung 2.14 zu Gleichung 2.16 vereinfacht. Somit ist die Feldstärke  $\vec{H}$  mit dazugehörigem Moment  $\vec{m}$  nur von der Richtung des Einheitsvektors  $\hat{r}$  abhängig und durch  $\frac{1}{4\pi|\vec{r}|^3}$  skaliert. Die entsprechende Betragfeldstärke  $|\vec{H}|$  setzt sich aus den resultierenden Feldstärkenkomponenten in Gleichung 2.17 zusammen.

$$\vec{H}(\vec{r}, \vec{m}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{3\vec{r} \cdot (\vec{m}^T \cdot \vec{r})}{|\vec{r}|^5} - \frac{\vec{m}}{|\vec{r}|^3} \right) \quad (2.15)$$

$$= \frac{1}{4\pi|\vec{r}|^3} \cdot \left( 3\hat{r} \cdot (\vec{m}^T \cdot \hat{r}) - \vec{m} \right) = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$|\vec{H}| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2} \quad (2.17)$$

Um eine Rotation und etwaige Verkippungen des Dipol-Magnetfeldes im Raum zu erwirken, müssen nach Gleichung 2.18 entsprechende axiale Rotationen in  $X$ ,  $Y$  und  $Z$ , durch Aufschalten von Drehmatrizen hergestellt werden. Durch drehen bzw. verkippen des Dipol-Momentes  $\vec{m}$  nach Gleichung 2.18, ergibt sich das neue Dipol-Moment  $\vec{m}'$  und somit weiter resultierende Feldstärken  $\vec{H}'$  bei gleichbleibenden Pixel-Positionen  $\vec{r}$  [15].

$$\underbrace{\begin{pmatrix} m'_x \\ m'_y \\ m'_z \end{pmatrix}}_{\vec{m}'} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \alpha_z & -\sin \alpha_z & 0 \\ \sin \alpha_z & \cos \alpha_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R_z(\alpha_z)} \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \alpha_y & 0 & \sin \alpha_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_y & 0 & \cos \alpha_y \end{pmatrix}}_{R_y(\alpha_y)} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_x & -\sin \alpha_x \\ 0 & \sin \alpha_x & \cos \alpha_x \end{pmatrix}}_{R_x(\alpha_x)} \underbrace{\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix}}_{\vec{m}} \quad (2.18)$$

Für den Standardanwendungsfall aus Abschnitt 2.5, also Rotation in Magnet- $Z$ -Achse ohne Verkippung, sind die Drehmatrizen  $R_x$  und  $R_y$  auszuschalten. Das kann durch Nullsetzen der Verkippungswinkel  $\alpha_x$  und  $\alpha_y$  erreicht werden. Die Drehmatrizen sind dadurch zur Einheitsmatrix  $I$  gleichgeschaltet. Es ergeben sich somit  $i - te$  Dipol-Rotationsmomente  $\vec{m}_i$ , für  $i - te$  Winkelstellungen des Magneten  $\alpha_i$  mit  $\alpha_i \in \{0^\circ, \dots, 360^\circ\}$ , nach Gleichung 2.19. Dabei ist  $\vec{m}_0 = -(m_0, 0, 0)^T$  das Startmoment und legt die Nord-Süd-Ausrichtung des Gebermagneten zu Beginn in seine  $X$ -Achse. Für Rotationen mit konstanten Verkippungen sind die Verkippungswinkel  $\alpha_x \neq 0$  bzw.  $\alpha_y \neq 0$  zu setzen und allgemein nach Gleichung 2.18 zu berechnen.

$$\vec{m}_i(\alpha_i) = R_z(\alpha_i) \cdot I \cdot I \cdot \vec{m}_0 \quad \text{f. } \vec{m}_0 = - \begin{pmatrix} m_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Als Anfangswert für das Startmoment empfiehlt sich  $m_0 > 1000 \text{ Am}^2$  zu wählen, dass unterdrückt numerische Fehler beim Berechnen der Feldstärke  $\vec{H}$ . In einem weiteren Normierungsschritt zum Aufprägen einer Betragsfeldstärke  $H_{mag}$ , bei definierten Abstand  $r_{mag} + d_z$  zur Magnetenoberfläche, löscht sich der hohe Anfangswert für  $m_0$  rechnerisch aus, sodass über das Dipol-Moment nur die Ausrichtung des Gebermagneten gesteuert ist und kein nominaler Einfluss auf errechnete Feldstärken  $\vec{H}$  besteht.

Damit in der Sensor-Array-Simulation magnetische Anregungen erzeugt werden können, die den empfohlenen Kennfeldarbeitsbereich aus Anhang A treffen, ist es notwendig, das approximierte Kugelmagnetfeld im Weiteren zu manipulieren. Die Manipulation des Magnetfeldes erfolgt durch das Aufprägen einer Betragsfeldstärke  $H_{mag}$  für die Ruhelage des Magneten mit dazugehöriger Feldstärke  $\vec{H}_0$ . Dabei ist ein definierter Abstand zur Kugelmagnetoberfläche festzulegen, bei dem sich die aufzuprägende Betragsfeldstärke  $H_{mag}$  einstellt.

$$\vec{r}_0(\alpha_1, \alpha_y, \alpha_x) = R_z(\alpha_1) \cdot R_y(\alpha_y) \cdot R_x(\alpha_x) \cdot (0, 0, -(r_{mag} + d_z))^T \quad (2.20)$$

$$\vec{m}_0(\alpha_1, \alpha_y, \alpha_x) = R_z(\alpha_1) \cdot R_y(\alpha_y) \cdot R_x(\alpha_x) \cdot (-m_0, 0, 0)^T \quad (2.21)$$

Die Ruhelage bezieht sich auf den Startwinkel  $\alpha_1$  der Simulation und ist gemäß gewünschter Verkippungen axial getreu einzustellen. Die Normierungsposition ist mit Gleichung 2.20 vorgegeben und definiert den Abstand entlang der Magnet-Z-Achse und zur Magnetoberfläche. Der Kugelmagnet ist mit entsprechendem Ruhemoment, der Normierungsposition folgend, nach Gleichung 2.21 auszurichten. Anschließend ist die Betragsfeldstärke  $|\vec{H}_0(\vec{r}_0, \vec{m}_0)|$  auszurechnen. Über den Quotient aus gewünschter Prägung  $H_{mag}$  und Betrag  $|\vec{H}_0(\vec{r}_0, \vec{m}_0)|$  in Ruhelage mündet die Berechnung für ein normiertes Kugelmagnetfeld  $\vec{H}_{Norm}(\vec{r}, \vec{m}_i)$ , für beliebige Positionen  $\vec{r}$  im Koordinatenraum und  $i - te$  Rotationsmomente  $\vec{m}_i$  in Gleichung 2.22.

$$\vec{H}_{Norm}(\vec{r}, \vec{m}_i) = \vec{H}(\vec{r}, \vec{m}_i) \cdot \frac{H_{mag}}{|\vec{H}_0(\vec{r}_0, \vec{m}_0)|} \quad (2.22)$$

Die Anwendungskonfigurierung für eine optimale Simulation und Treffen der Arbeitsbereiche ist Anhang B zu entnehmen. Simulierte Feldstärken sind gemäß der Meshgrid-Anordnung in Matrizen zu speichern, sodass sich die in Abschnitt 2.5 beschriebenen Array-Datenformate ergeben. Diese können im Simulationsverlauf fortführend, direkt im Array-Format auf die Kennfelder, zur Entnahme von korrespondierenden Spannungsangaben angewandt und gespeichert werden. In der Sensor-Array-Simulation ist die Verkippung in der X-Achse deaktiviert mit  $\alpha_x = 0$ . Im weiteren Kontext bezieht sich der Begriff Verkippung (engl. “tilt”), ausschließlich auf Verkippungen in der Y-Achse des Gebermagneten.

## 2.7 Gauß-Prozesse für Regressionsverfahren

Das in der Arbeit zur Anwendung kommende Regressionsverfahren für Gauß'sche Prozesse orientiert sich maßgebend an der 2006 von Rasmussen und Williams veröffentlichter Leitliteratur [3]. Vorarbeiten der Arbeitsgruppe Sensorik [18][19] basieren dabei auf Winkelvorhersagen, die über dem mittelwertfreien Ansatz gewonnen werden [3]. Als funktionaler Entwurf des Regressionsmodells [19] decken die Vorarbeiten Modellinitialisierung Abschnitt C.1 und Vorhersage mit Winkelkonfidenzintervall Abschnitt C.3 ab. Dabei bezieht sich die Modellinitialisierung auf die Kernel-Implementierung mittels Kovarianzfunktion nach Gleichung C.4 und für die Abstandsfunktion  $d_F^2$  nach Gleichung 2.13. Das aufgestellte Regressionsmodell ist in der Lage Simulationsergebnisse aus Anhang B zu verarbeiten [18][19].

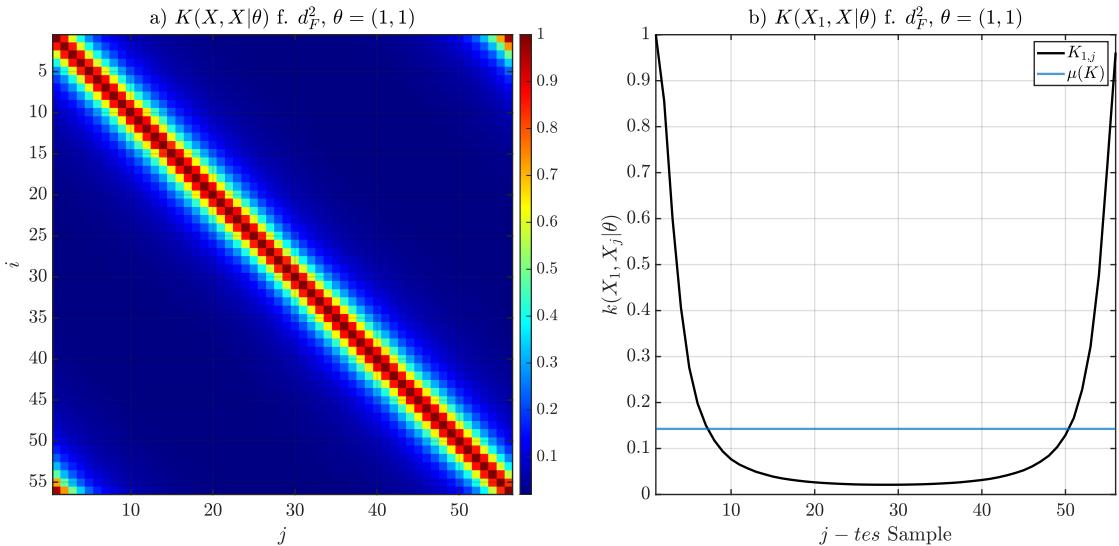


Abbildung 2.12: Kernel-Implementierung der Vorarbeiten mittels Kovarianzfunktion  $k(X_i, X_j)$  nach Gleichung C.4 f.  $d_F^2$  nach Gleichung 2.13 und einem Trainingsdatensatz  $X$  mit  $N_{Ref} = 56$  gleichverteilten Simulationswinkeln  $X_i \mapsto \alpha_i$ . Die Skalierung durch Kernel-Parameter ist mit  $\theta = (1, 1)$  ausgeschaltet. In a) ist Algorithmus 3 f.  $K(X, X|\theta)$  genutzt und alle Trainingsdaten  $X$  somit gegenseitig referenziert. Abbildung b) zeigt Kovarianzen  $K_{1,j}$  des Teildatensatz  $X_1$  gegenüber sich selbst und jedem weiteren Satz  $X_j$ . Der Matrix-Mittelwert  $\mu(K)$  in b), ist als Indikator über die gegenseitige Beeinflussung von Datensätzen im Regressionsverfahren zu interpretieren. Der genutzte Trainingsdatensatz  $X$  basiert auf erfolgter TMR-Sensor-Charakterisierung in Anhang A [11][15]. Grafik nachempfunden aus [7]

Ab hier folgt ein Wechsel der Notation, um Bezüge zur Fachliteratur [3] zeigen zu können. Die veränderte Schreibweise ist im Abschnitt C.1 unter Trainings- bzw. Testdatensätze zusammengefasst und beschrieben.

Die Parametrierung des Regressionsverfahren ist bisher empirisch ermittelt worden und stellt einen Angelpunkt in dieser Arbeit dar. Für eine selbstständige Optimierung, von Modellparametern und verbundener Modellgeneralisierung müssen entsprechende Kriterien gebildet werden. Diese sind in verwandter Literatur als Minimierungsprobleme beschrieben [3][5][7].

Im Gegensatz zur Leitliteratur [3], die Lösungsansätze für Regressionen eindimensionaler Funktionen beschreibt, ist für die Winkelvorhersage eine kombinierte Regression einer zweidimensionalen Funktion herzustellen. Ableitungen erfolgen für Winkelstellungen über orthogonal zueinander stehenden Cosinus- und Sinus-Funktionen. Dabei ist die Adaption der Array-Daten-Formate aus Abschnitt 2.5, bereits in den Vorarbeiten gelöst worden [19] und über die Kovarianzfunktion Gleichung C.4 für  $d_F^2$  Gleichung 2.13 implementiert. Abbildung 2.12 zeigt die Implementierung aus den Vorarbeiten anhand der Kovarianzfunktion und resultierender Kovarianzmatrix für ein Beispiel eines  $N_{Ref} = 56$  Observierungen großen Trainingsdatensatz. Für diese Implementierungsform wäre das ein viel zu großer Datensatz in der realen Anwendung. In Bezug auf das Sensor-Array Abschnitt 2.5 müssten  $2 \times 56 = 112$  Matrizen abgelegt werden, sodass diese dem Regressionsprozess als Referenzen zur Verfügung stehen. Was hier zwar ein drastisches Beispiel ist, das allerdings sehr schön das Verhalten der Kovarianz in Verbindung mit TMR basierten Daten zeigt.

Die Kovarianzfunktion mit resultierender Kovarianzmatrix muss in der Lage sein systemische Eigenschaften wiedergeben zu können. Auf den TMR-Sensor [11] bezogen, muss die Matrix einfach periodisch sein. Das ist durch Kurvenverlauf in Abbildung 2.12 b) und durch ansteigenden Ecken links unten und rechts oben in a) zu erkennen. Es gibt nur eine vollwertige Diagonale. Bei Systemen höherer Periodizität müsste die Kovarianzfunktion, entsprechend mehrere dieser Diagonalen, durch Superposition oder Trigonometrie-Funktionen erzeugen [3].

Die homogenen Bereiche der Matrix zeigen, dass die Trainingsdaten  $X$  mit gleichbleibender magnetischer Stimulanz erzeugt wurden. Gäbe es Fehllagen in der Erzeugung, sprunghaften Versatz des Sensor-Arrays oder Verkippung des Magneten wären die Flächen unterbrochen. Ebenfalls indiziert die durchgehende Diagonale, dass die Rotation konstant mit gleichbleibenden Abständen vollzogen worden ist. Würden Sprünge in der Rotation auftauchen, müssten diese durch Schnitte in der Diagonalen und eventuell durch Absenkungen der Ecken ersichtlich werden. Durch Bruch in der Periodizität würden Ecken der Matrix ganz verschwinden.

Der annähernd keilförmige Kurvenverlauf in Abbildung 2.12 b) bei ausgeschalteter Skalierung  $\theta = (1, 1)$  weist auf ein System mit einfacher Komplexität hin [3]. Das heißt, es benötigt entweder eine erhöhte Anzahl von Trainingssamples, oder eine Parameteroptimierung und Aufbohren der Modellkomplexität, um von den Trainingsdaten abweichende Daten mit geringen Regressionsvarianzen prozessieren zu können [3]. Andersherum gesagt, gibt man alle möglichen in Winkelpositionen über die Trainingsdaten vor, muss der Regressionsfehler automatisch gegen null gehen. Die Modellanpassung auf eingespeiste Trainingsdaten sowie gleichzeitige und sinnvolle Verringerung des Datenumfangs, bilden dabei die zu haltende Balance in Bezug auf akzeptable Winkelfehler [3].

# 3 Software-Entwicklung für Optimierungsexperimente

Die Software-Entwicklung erfolgt unter dem Gesichtspunkt zur Durchführung von Versuchsreihen. Ziel ist dabei die Parameterfindung zur Modelloptimierung für die Winkelauswertung. Durchzuführende Simulationen und Erprobungsexperimente basieren teilweise auf Zwischenergebnissen, die strukturiert im Software-Projektverzeichnis zwischen gespeichert sind, siehe Unterabschnitt E.2.2. Für die Auswertung der Simulationen sind unterstützende Grafiken angefertigt worden. Diese sind als Funktionen im Unterabschnitt E.4.3.3 und in den ausführbaren Skripten im Abschnitt E.3 enthalten. Das Kapitel dient zur näheren Erläuterung des modularen Software-Aufbaus und der zur Verfügung stehenden Simulationsprozesse. Die Entwicklungs-Roadmap der Simulations-Software ist mit Aufführung der einzelnen Beiträge in Abschnitt E.1 einzusehen.

## 3.1 Aufbau und Funktion

Als erster Schritt der hier stattfindenden Entwicklungsarbeiten wird ein Konzept aufgestellt, dass den erheblichen Simulationsaufwand praktisch benutzbar macht. Dafür sind die Simulationsbestandteile nach Aufgabenbereich und Charakter in Abbildung 3.1 zugeteilt. Die Implementierung erfolgt in zwei eigenständigen Simulationen. Für das Sensor-Array mittels Dipol-Feldgleichung in Anhang B und für die ASIC Simulation mit Gauß'scher Prozess-Regression in Anhang C. Zur Klassifizierung der Simulationen dienen hierbei Datendirektion und Datenbeschaffenheit in den einzelnen Simulationsabschnitten. Die Kopplung und Steuerung beider Simulationsabschnitte erfolgt über Datensätze. Die Datensatzbeschreibung und ihre Nutzung ist im Abschnitt E.5 nachzulesen.

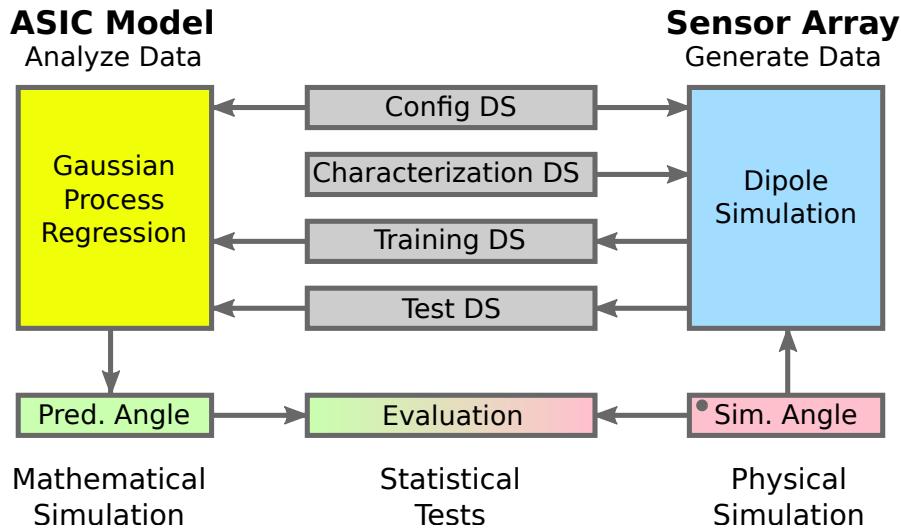


Abbildung 3.1: Simulationsaufbau im Überblick. Konzeptionelle Aufteilung der Simulationen für Sensor-Array und ASIC nach Simulationscharakter. Simulative Kopplung erfolgt, durch prozessierte Datensätze (DS). Eine statistische Auswertung bezieht sich auf angefahrene Simulationswinkel. Der Punkt kennzeichnet die Simulationswinkel eingabe und markiert den gedanklichen Startpunkt des Gesamtkonzepts.

Im ersten Simulationsschritt (Sensor-Array) werden Trainings- und Testdatensätze erzeugt. Die Datengenerierung in der Simulation basiert auf Charakterisierungsdatensätze. Diese stellen Technologieeigenschaften und Verhalten für die Simulation bereit, siehe Anhang A. Zur Datengenerierung sind physikalische Gleichungen aus Abschnitt 2.6 genutzt. Als zweiter Simulationsschritt (ASIC-Modell) folgt die Analyse der generierten Daten aus Schritt eins. Zur Analyse wird ein mathematisches Regressionsverfahren verwendet, siehe Abschnitt 2.7. Das Regressionsverfahren gewichtet Daten und macht entsprechende Vorhersagen gemäß eingestellter Regressionsziele und gewichteten Referenzdaten Anhang C. Das sind rein mathematische Vorhersagen für vorgegebene Funktionen. Ein physikalischer Gesamtbezug ist durch eine verbundene Auswertung beider Simulationsabschnitte herzustellen. Die Simulationssteuerung ist über einen gemeinsamen Konfigurationsdatensatz umgesetzt, siehe Tabelle B.1 und Tabelle C.1. Die jeweiligen Parametergruppen sind entsprechend ihrer Zugehörigkeit partiell in den Simulationsbetrieb eingebunden. Der Konfigurationsdatensatz kann je nach Bedarf erzeugt und manipuliert werden. Zur Konfigurationsgenerierung ist das Skript aus Unterabschnitt E.3.2 zu verwenden.

Die Zweischritt-Lösung bietet den Vorteil, dass zuerst verschiedene Trainings- und Testdatensätze generiert werden können. Nachfolgende und voneinander variierende Simulationen basieren hierbei auf gleichen Datensätzen. Sie sind damit vergleichbar für weitere Auswertungen, Diagnosen oder Optimierungen. Ein empfohlener Arbeitsablauf ist in Unterabschnitt E.2.5 festgehalten.

Zur Gestaltung der Simulations-Software ist ein modularer Ansatz nach Abbildung 3.2 verfolgt worden. Das modulare Konzept erhöht die Wiederverwendbarkeit des Quellcodes. Es ermöglicht einzelne Quellcodebestandteile miteinander zu kombinieren. Die Einbindung und Ausführung der Quellcodemodule aus Abschnitt E.4 erfolgt in Skripten des Abschnitt E.3. Die Software ist als Projekt in der Multi-Paradigmen-Programmiersprache Matlab umgesetzt, siehe Anhang D. Konzeptrichtlinien sind im Abschnitt E.2 festgehalten. Zusätzliche Anweisungen zur Arbeitsweise, Projektpflege, Dokumentation und Vorlagen für Skripte und Funktionen sind beigefügt. Alle Entwicklungsschritte sind mittels Git-Versionsverwaltung kommentiert und nachvollziehbar dokumentiert. Jede Quellcode- und Skript-Datei ist nach festgelegten Konventionen geschrieben worden [6]. Es ermöglicht eine automatisierte Dokumentation des gesamten Software-Projekts in Anhang E. Erzeugt ist diese mit Skripten aus Unterabschnitt E.3.1 und Unterabschnitt E.3.6.

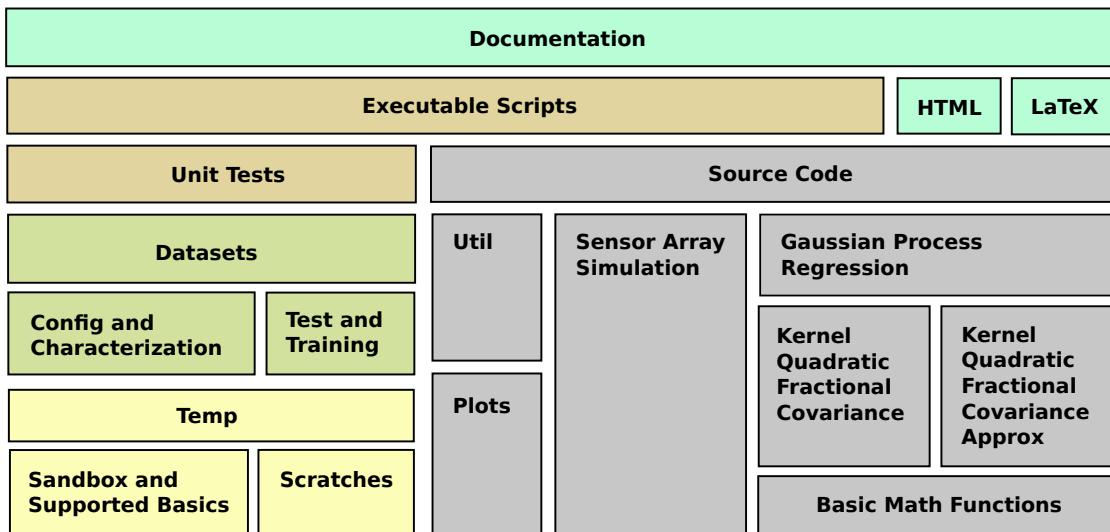


Abbildung 3.2: Blockschema Simulations-Software. Modularer Software-Gestaltung. Kernbestandteil ist funktionaler Quellcode. Quellcodemodule sind mit Datensätzen nach Bedarf in Skripten zu laden und ausführbar. Software-Dokumentation steht in HTML und LaTeX bereit. Als HTML ist diese in Matlab integriert. Entwurfsarbeiten sind nicht Bestandteil der Dokumentation, aber im Projektverzeichnis vorliegend.

## 3.2 Simulationsprozesse und Ausführung

In diesem Abschnitt der Arbeit werden Ausführungen zum Gesamt simulationsbetriebs und zur Moduleinbindung anhand von Prozessdarstellungen und Blockschemata erläutert. Jeder Simulationsabschnitt wird getrennt betrachtet. Prozesse und Schemata beziehen sich auf die Implementierung in den Anhängen und die dort beschriebenen Algorithmen. Gleichzeitig wird entsprechender Bezug zur Software-Dokumentation hergestellt, sodass ausgeführte Implementierungen zu umgesetztem Quellcode referenzierbar wird.

### 3.2.1 Sensor-Array-Simulation

Das Sensor-Array-Simulationsmodul Unterabschnitt E.4.1 ist funktional aufgebaut. Geschriebener Quellcode des Moduls mündet in eine Hauptsimulationsfunktion, siehe Unterabschnitt E.4.1.6. Diese ist mittels Skripten nach Abbildung 3.3 für den Simulationsbetrieb inklusive Konfiguration und Kennfelddatensatz zu laden.

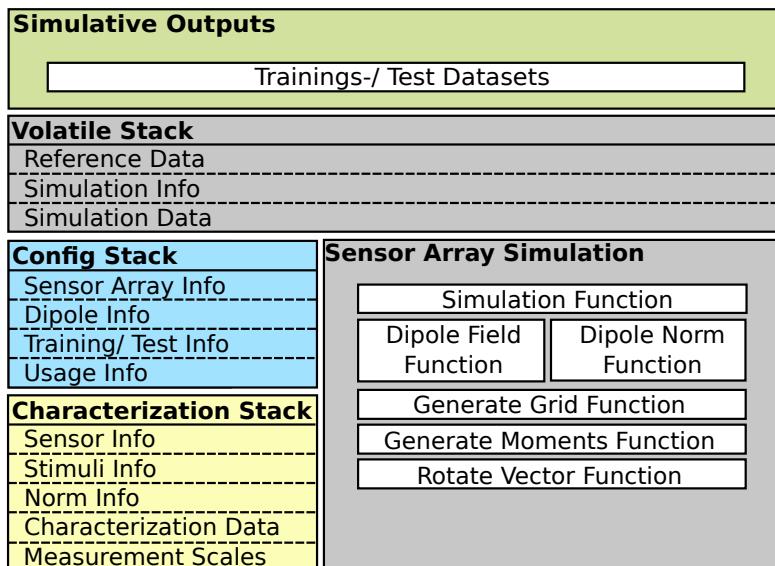


Abbildung 3.3: Blockschema Einbindung der Sensor-Array-Simulation. Das Schema beschreibt die Quellcodeeinbindung des Sensor-Array-Simulationsmodul für eine Ausführung mittels Skript-Dateien. Das Modul ist über die Modulsimulationsfunktion im Skript ausgeführt. Der Simulationsfunktion werden geladene Datensätze als entsprechende Simulations-Stacks zugeführt. Innerhalb die Funktions-Workspaces sind alle Simulationsergebnisse prozessiert und zyklisch in Trainings-/ Testdatensätze zu speichern.

Das ausführende Skript der Simulation ist im Unterabschnitt E.3.3 zu finden. Es werden jeweils Trainings- und Testdatensätze gemäß eingestellter Konfiguration prozessiert. Die Sichtung der Datensätze und eine Analyse der Rohdaten ist mit Plot-Funktionen des Unterabschnitt E.4.3.3 durchzuführen. Die Plot-Funktionen können direkt ausgeführt werden. Eine Auswahl der zu sichtenden Daten ist über Nutzereingaben in der Konsole gesteuert. Erstellte Datensätze und Plots können mit Lösch-Skripten aus Unterabschnitt E.3.4 und Unterabschnitt E.3.5 entfernt werden.

Die Simulationsausführung nach Algorithmus 1 mittels Skript aus Unterabschnitt E.3.3 ist nochmals zur Verdeutlichung des Ablaufs als Prozess in Abbildung 3.4 dargestellt. Als erstes sind alle notwendigen Datensätze in den Skript-Workspace zu laden und als Eingabeargumente der Simulationsfunktion zuzuführen.

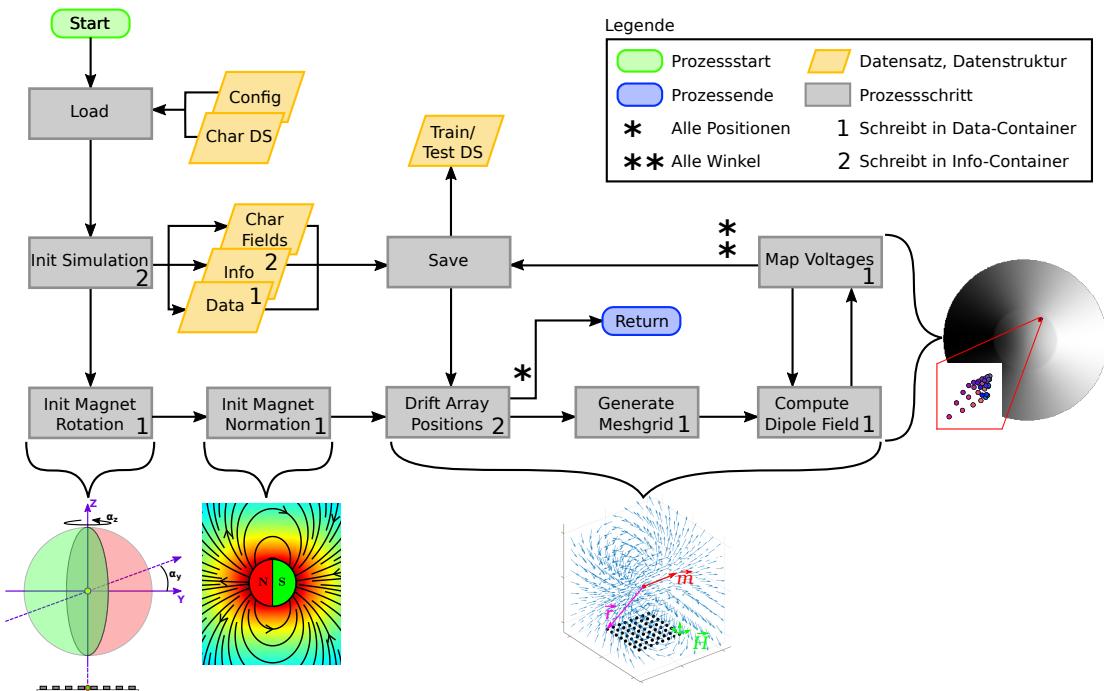


Abbildung 3.4: Sensor-Array-Simulation Prozessansicht. Prozessabfolge entsprechend der Implementierung aus Anhang B und Ausführung mit Skripten aus Abschnitt E.3 in Kombination mit Datensätzen (DS) nach Anhang A bzw. Abschnitt E.5.

Innerhalb der Funktion folgt eine schrittweise Initialisierung der Simulation nach einge stellter Konfiguration. Es werden Daten-Container angelegt, die Metadaten (Info) der Simulation und prozessierte Simulationsdaten (Data) beinhalten. Die Simulation erfolgt für fest eingestellte Sensor-, Magnet-, Rotationsparameter in Training-/ Testdaten und Verkippung. Die räumliche Lage des Sensor-Arrays ist dynamisch über Positionsvektoren in der Konfiguration gesteuert. So wird eine Positionsdrift des Arrays bei gleichbleibenden Simulationsparametern umgesetzt. Die Simulation ist in verschachtelten For-Schleifen eingebettet. Die äußeren Schleifen setzen die Positionsdrift um. Die innere Schleife fährt die Magnetrotation durch. Für jede Position wird ein Datensatzpaar aus Trainings-/ Testdaten gespeichert, dass die volle Rotation enthält. Entsprechend des Schleifendurchlaufs werden Info- und Data-Container aktualisiert. Anzahl der Rotationswinkel können für Trainings und Testdaten unterschiedlich eingestellt werden. Ebenfalls können unterschiedliche Rotationsauflösungen und Startphasen parametrisiert werden, siehe Unterabschnitt E.3.2.

### 3.2.2 Gauß-Prozess-Regression

Für die Verarbeitung von simulierten Sensor-Array-Datensätzen aus Unterabschnitt 3.2.1, dient das Quellcodemodule der Gauß-Prozess-Regression in Unterabschnitt E.4.2. Es ist funktional aufgebaut und erzeugt Regressionsmodelle in einer Trainingsphase. Ein erzeugtes Modell bildet zusammen mit einem Sensor-Array-Datensatz die Eingabeargumente für eine Arbeitsphase. In dieser werden Winkelvorhersagen auf Basis des Sensor-Array-Datensatzes berechnet. Das Quellcodemodul setzt sich aus drei weiteren Submodulen zusammen:

1. Mathematische Grundfunktionen, Unterabschnitt E.4.2.15
2. Kovarianzfunktion f.  $d_F^2$  Gleichung C.4 (Matrixdaten), Unterabschnitt E.4.2.14
3. Kovarianzfunktion f.  $d_E^2$  Gleichung C.4 (Vektordaten), Unterabschnitt E.4.2.13

Erläuterungen zur Einbindung von Trainingsphase und Arbeitsphase folgen zusammenfassend wie in Unterabschnitt 3.2.1 und beziehen sich auf das Demonstrationsskript für die Gauß-Prozess-Regression im Unterabschnitt E.3.7. Das Demonstrationsskript bedingt ein Trainings- und Testdatensatzpaar, dass mit gleichen Simulationsparametern in Bezug auf Position und Verkippung erstellt worden ist.

## Trainingsphase

Die Bildung des Regressionsmodell in der Trainingsphase ist modular nach Abbildung 3.5 umgesetzt. Einstiegspunkt für die optimierte Modellerstellung nach Algorithmus 7 ist die Funktion in Unterabschnitt E.4.2.11. Diese entspricht der Implementierung in Abschnitt C.2. Der Funktion werden zuvor geladene Konfigurationen sowie Trainings- und Testdaten zugeführt. Als Rückgabe erfolgt das optimierte Regressionsmodell mit der Fähigkeit zur Winkelvorhersage auf Basis von weiteren Testdatensätzen.

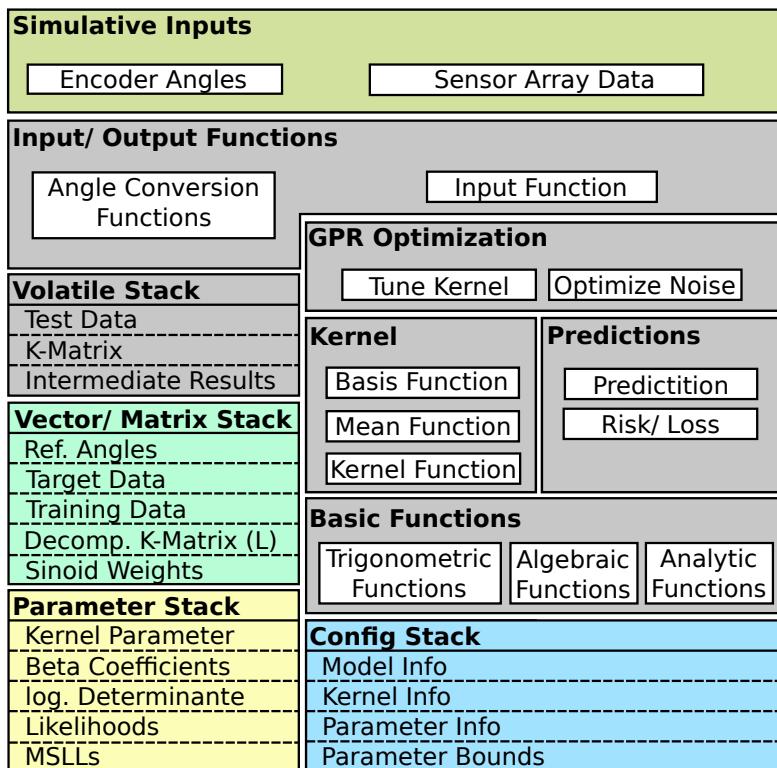


Abbildung 3.5: Blockschema Trainingsphase Regression. Veranschaulichung des Funktionsaufrufs für die Trainingsphase in einem Skript. Basierend auf übergebenen Konfigurations-Stack werden Modelfunktionalität aus Submodulen geladen und im Struct-Modell via Funktions-Handles verlinkt. Eingespeistes Trainings- und Testdatensatzpaar dient zur schrittweisen Modellinitialisierung und -Optimierung. Sich einstellende Parameterkonfigurationen werden mit Trainingsdaten als Stacks abgelegt. Resultierendes Struct-Modell enthält alle für Winkelvorhersagen nötigen Daten sowie Parameter und ihren Grenzen (engl. parameter bounds) aus der Optimierung.

Die Trainingsphase ist sehr aufwendig in ihrer Umsetzung und daher in Teilprozessschritte realisiert. Abbildung 3.7 zeigt den Hauptprozessablauf mit Weiterleitung zu den Teilprozessen in Abbildung 3.8 und Abbildung 3.9. Nach Übergabe der Regressionskonfiguration sowie der Trainings- und Testdaten, wird das Regressionsmodell in einem Struct initialisiert, siehe Funktion im Unterabschnitt E.4.2.1 und Abbildung 3.6.

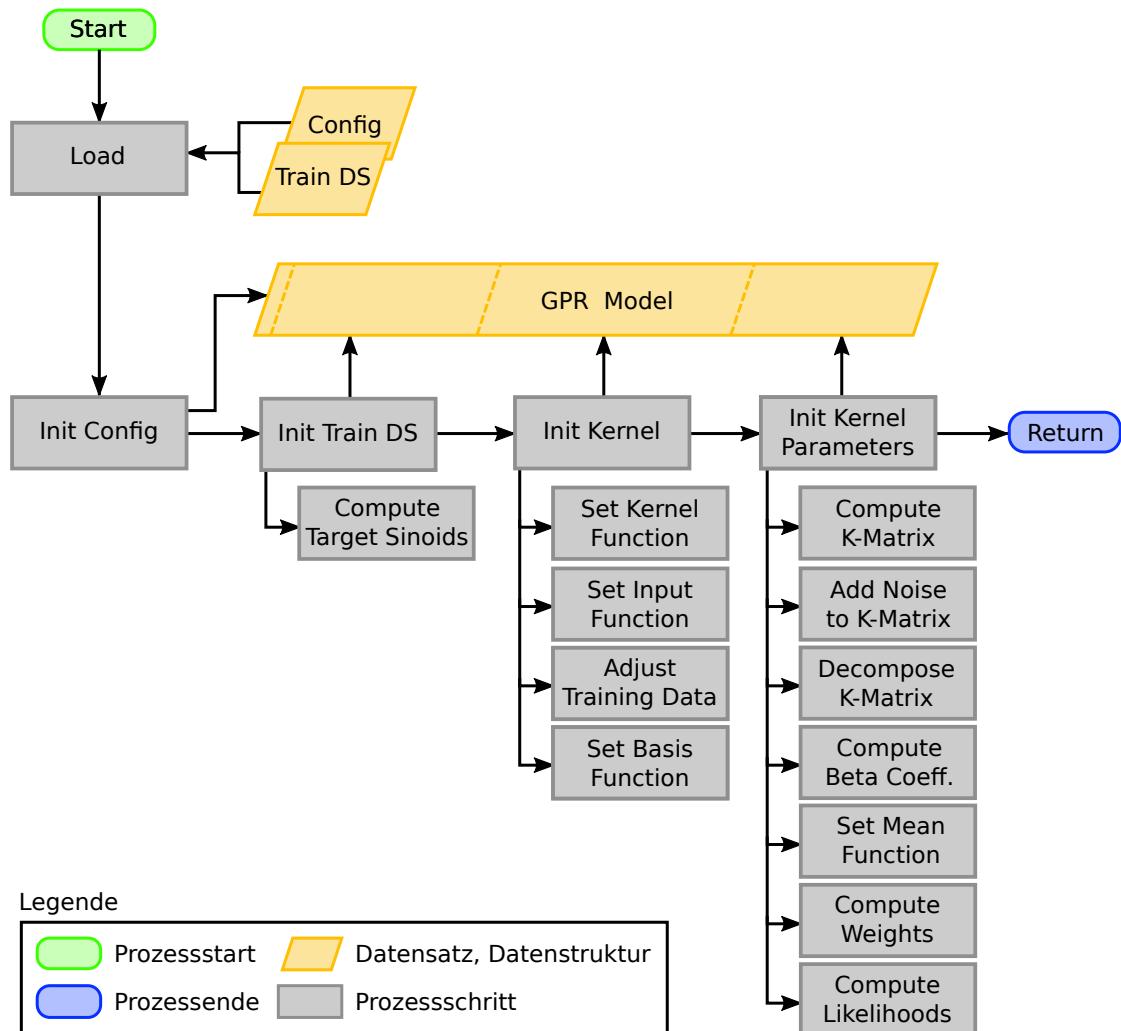


Abbildung 3.6: Regressionsinitialisierung Prozessansicht. Nach Algorithmus 2 in mehreren Teilschritten. Konfiguration, Trainingsdatensatz, Kernel-Module und abschließende Regressionsinitialisierung sind mit Funktionen aus Unterabschnitt E.4.2.2 bis Unterabschnitt E.4.2.5 realisiert.

Anschließend wird nach eingestellter Konfiguration die Rauschniveaumodellierung mittels der Matlab BayesOpt-Funktion initialisiert. Dazu werden entsprechende Berechnungen auf den Testdaten mit der Funktion aus Unterabschnitt E.4.2.12 umgesetzt. Für jedes ausprobierte Rauschniveau folgt eine Optimierung des Modells nach Abbildung 3.9 und eine darauffolgende Berechnung Modellverluste mittels Funktion aus Unterabschnitt E.4.2.10. Das Gesamtverfahren über die BayesOpt-Funktion ist ein Standardverfahren, dass durch Probieren sich einer optimalen Lösung annähert. Es werden ausprobierte Rauschniveaus und evaluierte Verluste nach Gleichung C.22 und Algorithmus 7 über alle Versuchsdurchläufe zwischengespeichert. Nach erreichen der eingestellten Durchlaufzahl für die Rauschniveaumodellierung mittels BayesOpt-Funktion, gibt die BayesOpt-Funktion alle ausprobierten Niveaus und errechneten Modellverluste in einem Result-Objekt zurück. Aus dem Result-Objekt werden für die finale Feinabstimmung das gefundene Rauschniveau am Minimum der aufgezeichneten Modellverluste entnommen.

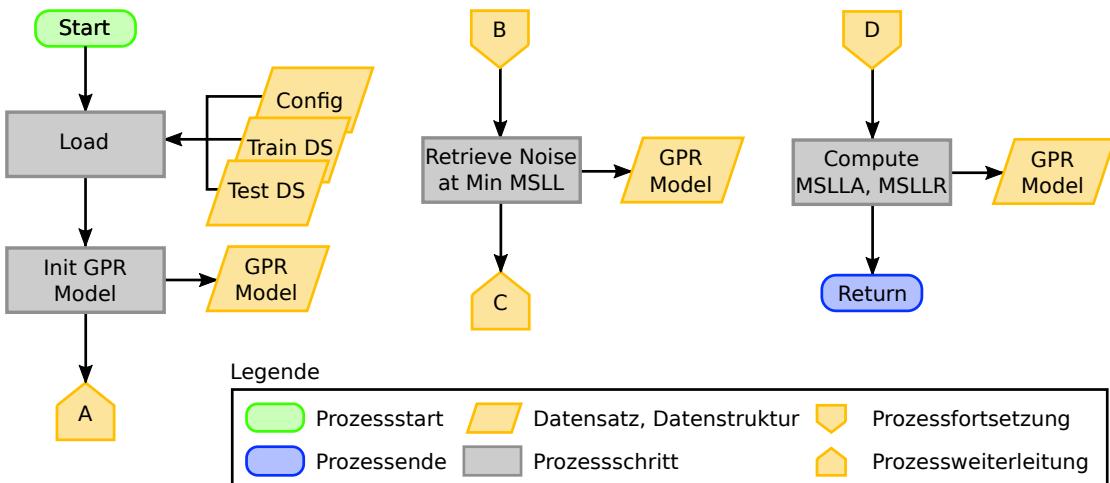


Abbildung 3.7: Regressionsoptimierung/-Generalisierung Prozessansicht. Darstellung Algorithmus 7 Teilprozessschritte. Modellinitialisierung in Abbildung 3.6. Rauschoptimierung (A, B in Abbildung 3.8) und finale Feinabstimmung (C, D in Abbildung 3.9).

Dieser Prozess wird innerhalb der BayesOpt-Funktion wiederholt, bis die eingestellte maximale Durchlaufzahl erreicht ist. Wird zu früh abgebrochen, kann bei falsch gewählten Parametergrenzen (engl. parameter bounds) keine hinreichend genaue Lösung gefunden werden. Daher ist die Durchlaufzahl bei weiten Parameter-Bounds entsprechend hoch zu wählen, sodass der Algorithmus genügend Versuche hat schlechte Wertebereiche auszuschließen.

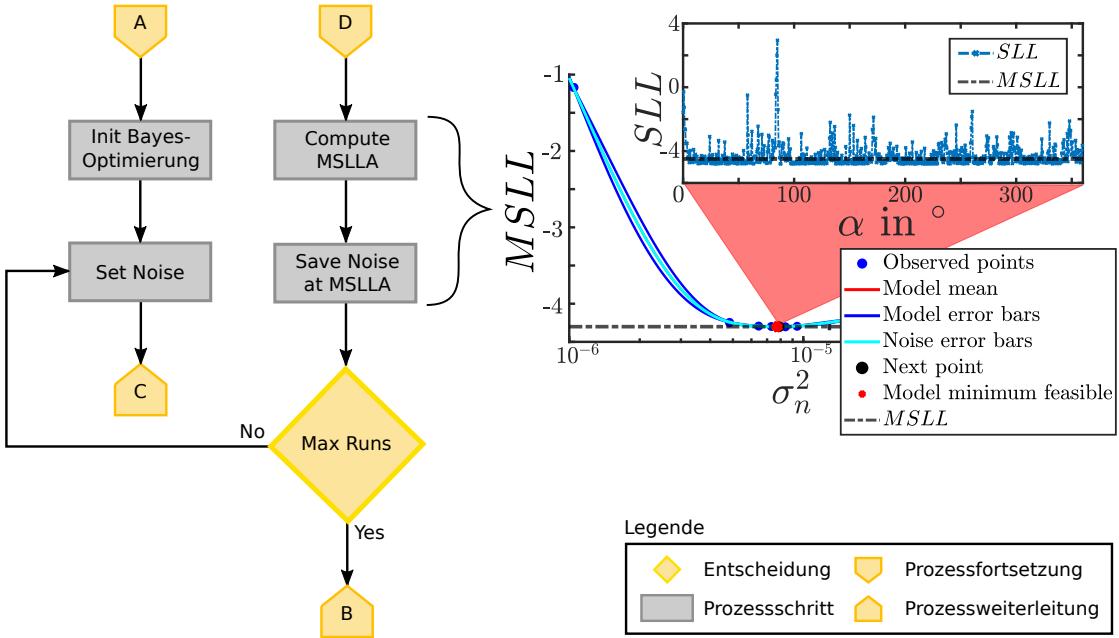


Abbildung 3.8: Rauschniveaumodellierung Prozessansicht. Kernprozess in Algorithmus 7 bzw. Abbildung 3.7. Löst Min-Kriterium nach Gleichung C.22. Die Berechnung ist als Funktions-Handle von Unterabschnitt E.4.2.12 der BayesOpt-Funktion zu übergeben. Die Rauschniveaumodellierung misst durch Probieren das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  gegenüber dem mittleren Modellverlust  $MSLL$ . Zwischenprozess ist die Parameteroptimierung (C, D) in Abbildung 3.9

Der Zwischenprozessschritt zur inneren Parameteroptimierung nach Abbildung 3.9 ist in der Funktion Unterabschnitt E.4.2.6 implementiert. Diese bedient sich der Matlab Fmincon-Funktion um Algorithmus 5 zu lösen. Das aufzulösende Min-Kriterium aus Gleichung C.14 wird der Fmincon-Funktion als Funktions-Handle bereitgestellt. Das Min-Kriterium wird mittels der Funktion aus Unterabschnitt E.4.2.7 berechnet. Dabei wird das Regressionsmodell z.T. reinitialisiert. Dieser Prozessschritt wird auch zur finalen Feinabstimmung mit optimiertem Rauschniveau genutzt. Nach Abarbeitung aller Optimierungsprozesse steht das fertige Regressionsmodell als Eingabeargument für die Arbeitsphase bereit.

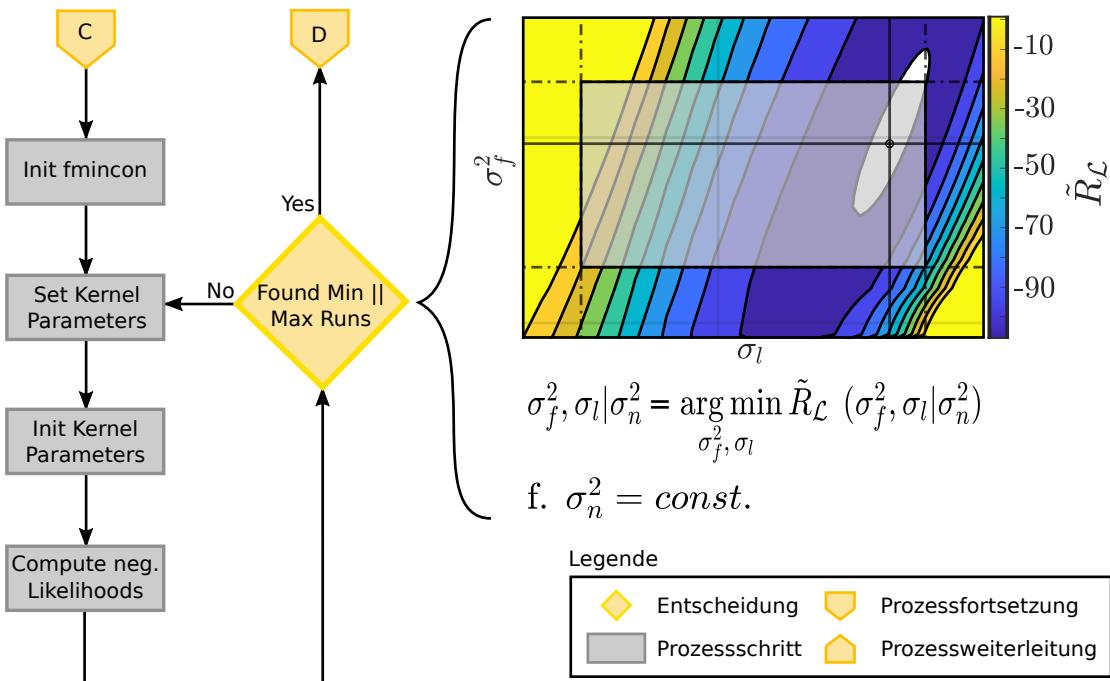


Abbildung 3.9: Regressionsparameteroptimierung Prozessansicht. Lösung des Algorithmus 5 mittels Matlab Fmincon-Funktion. Das Min-Kriterium aus Gleichung C.14 ist als Funktion in Unterabschnitt E.4.2.7 als Funktions-Handle an die Fmincon-Funktion zu übergeben. Die Parameteroptimierung für die Kovarianzfunktion  $\theta = (\sigma_f^2, \sigma_l)$  sucht, in einem durch Parameter-Bounds eingeschränkten Areal, nach lokalem Minimum  $\tilde{R}_{\mathcal{L}}$  bei logarithmisch gegeneinander aufgetragenen Parameterkombination für  $\sigma_f^2$  und  $\sigma_l$ .

## Arbeitsphase

Die Einbindung der Arbeitsphase ist im Vergleich zur Trainingsphase trivial. Das fertig optimierte Struct-Model wird einfach zusammen mit einem kompletten Testdatensatz der Vorhersage-Funktion aus Unterabschnitt E.4.2.9 und der Verlustfunktion aus Unterabschnitt E.4.2.10 übergeben. Berechnete Vorhersagen und Verluste stehen dann gemäß Abschnitt C.3 als Ergebnisvektoren bereit und können zur weiteren Auswertung genutzt werden.

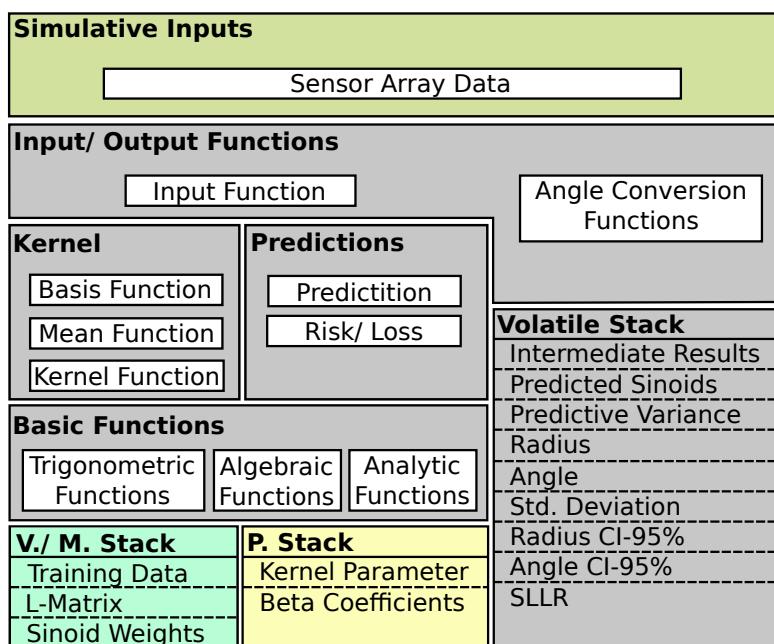


Abbildung 3.10: Blockschema Arbeitsphase Regression. Das fertig optimierte Modell wird mit minimalem Parameterbetrieb in Vorhersage- und Verlustfunktion als Argument zusammen mit den Testdaten übergeben. Einbindung ist funktional, siehe Unterabschnitt E.4.2.9 und Unterabschnitt E.4.2.10.

## 4 Erprobungs- und Optimierungsexperimente

In diesem Teil der Arbeit werden Experimente bzw. Simulationen durchgeführt, die abschnittweise Beiträge für eine Modelloptimierung zeigen. Dabei ist das übergeordnete Ziel ein möglichst ressourcenarmes mathematisches Modell für einen Sensor-ASIC zu finden. Die Durchführung der Experimente basiert auf Matlab-Skripten, in denen geschriebener funktionaler Quellcode eingebunden und ausgeführt wird. Die Ergebnisse der Experimente stehen nach Durchführung in Vektor- und Matrixform im Matlab-Workspace bereit und sind anschließend mit grafisch Ausgewertet worden. Die Ergebnisgrafiken sind unter den einzelnen Experimenten einzusehen, beschrieben und feststellend ausgewertet. Eine zusammenfassende Auswertung aller Ergebnisse folgt in Kapitel 5. Der grundlegende Ablauf der Experimente ist schematisch gleich:

1. Konfigurieren der Software und Erstellen der Konfigurations-MAT-Datei.
2. Erzeugen von Trainings- und Testdatensätze mittels der Sensor-Array-Simulation.
3. Erstellen eines oder mehrerer Regressionsmodell.
4. Durchführung von Regressions- oder Verlustberechnungen.
5. Grafische Auswertung der Ergebnisse.

Als Grundparametrierung der Experimente dient die Tabelle 4.1. Abweichende Parameter in den Experimenten sind gesondert aufgeschlüsselt. Die einzelnen Experimente werden nach Zweck, Durchführung, erzeugte Trainings- bzw. Testdatensätze, genutztes Matlab-Skript, abweichende Parametrierung von Tabelle 4.1, Ergebnisse und Beobachtungen beschrieben. Die Experimente sind in Matlab-Skripten aus Abschnitt E.3 als ausführbarer Quellcode realisiert.

Parametergruppe	Parameter	Wert	Einheit	Kurzbeschreibung
SensorArrayOptions	geometry	'square'	-	Array-Geometrie-Indikator
	dimension	8	-	Sensor-Array-Pixel $N_{Pixel} \times N_{Pixel}$
	edge	2	mm	Sensor-Array-Kantenlänge
	$V_{cc}$	5	V	Sensor-Array-Betriebsspannung
	$V_{off}$	2,5	V	Sensor-Brücken-Offset-Spannung
DipoleOptions	$V_{norm}$	$1 \cdot 10^3$	mV	Kennfeldnormierung
	sphereRadius	2	mm	Kugelmagnetradius
	$H_{0mag}$	200	$\text{kAm}^{-1}$	Betragsfeldstärke Magnetfeldnormierung
	$z_0$	1	mm	Z-Abstand Magnetfeldnormierung
	$m_{0mag}$	$1 \cdot 10^6$	$\text{Am}^2$	Magnitude d. mag. Moments
Training-/ TestOptions	useCase	'Training' / 'Test'	'char'	Datensatzindikator f. Anwendungszweck
	xPos	[0, ]	mm	Sensor-Array X-Positionsvektor
	yPos	[0, ]	mm	Sensor-Array Y-Positionsvektor
	zPos	[7, ]	mm	Sensor-Array Z-Positionsvektor
	tilt	0	°	Magnetverkipfung in Y-Achse
	angleRes	0,5	°	Winkelauflösung f. Magnetrotat
	phaseIndex	0	-	Phasenverschiebung-Index f. Startwinkel
	nAngles	20 / 720	-	Anzahl gleich verteilter Simulationswinkel
	BaseReference	'TDK'	char	Kennfelddatensatzindikator
GPROptions	BridgeReference	'Rise'	char	Kennfeldindikator
	kernel	'QFC'	char	Kernel-Funktion-Indikator (C.4), 'QFC' $\leftarrow d_p^2$
	$\theta$	(1, 1)	-	Kernel-Parametervektor $\theta$ (C.5)
	$\sigma_f^2$ -Bounds	(0,1, 100)	-	Parameter-Bounds $\theta_1$ f. Algorithmus 5
	$\sigma_l$ -Bounds	(0,1, 100)	-	Parameter-Bounds $\theta_2$ f. Algorithmus 5
	$\sigma_n^2$	$10^{-6}$	-	Rauschniveau, Rauschaufschaltung (C.6)
	$\sigma_n^2$ -Bounds	$(10^{-8}, 10^{-4})$	-	Parameter-Bounds $\sigma_n^2$ f. Algorithmus 7
	OptimRuns	30	-	Durchlaufanzahl f. Algorithmus 7
	SLL	'SLLA'	char	Verlust-Indikator f. Winkel (A) / R (Radius) Algorithmus 7
General Options	mean	'zero'	char	Indikator Mittelwertpolynom Ein ('poly')/ Aus ('zero')
	polyDegree	1	-	Grad des Mittelwertpolynoms wenn mean = 'poly'

Tabelle 4.1: Simulationsparameter der Erprobungs- und Optimierungsexperimente. Von der Grundparametrierung abweichende Werte werden direkt unter den jeweiligen Experimenten aufgeführt. Parametergruppen entsprechen dem Konfigurationsskript im Unterabschnitt E.3.2. Zusammenführung der Tabelle B.1 und Tabelle C.1

## 4.1 Vergleich der Kovarianzfunktionen und einsetzende Generalisierung

**Zweck:** Als Vergleich der beiden implementierten Kernel-Module sollen ihre Kovarianzfunktionen und Eigenschaft zur Generalisierung bei einfacher Parametrierung untersucht werden. Ziel ist es im besten Fall die Implementierung über die euklidische Abstandsfunktion nutzen zu können. Es würde sich dadurch eine Ressourcenersparnis in Bezug auf Speicherkapazität einstellen, da sich mit diesen Kernel Modelltrainingsdaten aus zwei eindimensionalen Vektoren bilden, statt dreidimensionaler Matrizen für die Kernel-Implementierung aus den Vorarbeiten. Diese nutzt als Abstandsfunktion die Frobenius Norm, siehe Gleichung C.4.

**Durchführung:** Es werden beide Kernel-Module nacheinander im Skript geladen und mit variierenden Parametern initialisiert. Die resultierenden Modelle werden ohne weitere Optimierungen betrieben, um grundlegende Eigenschaften der Kovarianzfunktionen und Generalisierung miteinander vergleichbar zu machen. Dabei wird eine Trainingsdatensatz verwendet der eine relative hohe Anzahl an Trainingspunkten  $> 50$  besitzt, dass der fehlenden Optimierung z.T. entgegenwirken soll. Die variierende Parametrierung der Kovarianzfunktionen in Längen-  $\sigma_l$  und Höhenskalierung  $\sigma_f^2$  wird für beide Kernel gleich durchgeführt. Im Anschluss werden Generalisierungseigenschaften mit den Modellen aus variierender Längenskalierung verglichen, um eine erste Abschätzung zur Modellkomplexität beobachten zu können.

**Erzeugte Datensätze:** Jeweils ein Trainings- und Testdatensatz mit korrespondierender Position des Sensors und Verkippungswinkel des Magneten.

**Matlab-Skript:** comapareGPRKernels.m, siehe Unterabschnitt E.3.9.

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingOptions: nAngles: 56
- GPROptions: kernel: variiert zwischen 'QFC' und 'QFCAPX'
- GPROptions:  $\theta$ :
  - a.  $\theta_1 = \sigma_f^2 = 1 = \text{konst.}$ ,  $\theta_2 = \sigma_l = \{1; 0, 5; 2; 4\}$
  - b.  $\theta_1 = \sigma_f^2 = \{1; 0, 5; 2; 4\}$ ,  $\theta_2 = \sigma_l = 1 = \text{konst.}$

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse des Experiments sind grafisch ausgewertet. Abbildung 4.1 zeigt das Verhalten der Kovarianzfunktionen bei variierender Skalierung über die Kernel-Parameter  $\theta = (\sigma_f^2, \sigma_l)$ , siehe Gleichung C.5. In Abbildung 4.2 sind resultierend Kovarianzmatrizen mit ausgeschalteter Skalierung für  $\theta = (1, 1)$  gegenübergestellt. Die Abbildung 4.3 und Abbildung 4.4 zeigen, die sich einstellenden Modellgeneralisierungen für beide Kernel-Varianten bei einfacher Längenskalierung der Kovarianzfunktionen über  $\theta_2 = \sigma_l$ . Die Höhenskalierung ist an dieser Stelle ebenfalls ausgeschaltet mit  $\theta_1 = \sigma_f^2 = 1$ .

**Beobachtungen:** Im Vergleich der Kovarianzfunktionen in Abbildung 4.1 zeigen beide Varianten eine ähnliche Reaktion auf unterschiedliche Skalierungen in Bezug auf Längenskalierung in a) und b), sowie für die Höhenskalierung in c) und d). Unterschiede in den Kurvenverläufen sind im Vergleich für die beiden Varianten der Kovarianzfunktion kaum bis gar nicht ersichtlich. Die Erhöhung von  $\sigma_l$  hebt den Kurvenverlauf und das damit mögliche Minimum beider Kovarianzfunktionen gleichermaßen an. Die Variation der Höhenskalierung  $\sigma_f^2$  setzt das erreichbare Maximum der Funktion auf den eingestellten Parameterwert. Für den Fall ohne weitere Skalierungen mit  $\theta = (1, 1)$  zeigen die resultierenden Kovarianzmatrizen beider Funktionen gleiches Verhalten in Abbildung 4.2. Die Bewertung der Trainingsdaten durch die Kovarianzfunktionen beider Varianten zeigen die 360° Periodizität des Sensors. In beiden Abbildungen a) und b) zu sehen durch die eine konstante Diagonale und gleichmäßiger Anhebung in den übrigen Ecken. Die erhöhte Referenzwinkelanzahl bewirkt steil abfallende und steigende Reihenverläufe links und rechts von der Matrix-Diagonalen in a) und b), somit sind weite homogene Flächen abseits der Diagonalen zu sehen. Diese Flächen nehmen Werte nahe null an. Der Vergleich für die Generalisierungsfähigkeit beider Modellvarianten in Abbildung 4.3 mit Frobenius-Norm und in Abbildung 4.4 mit euklidischer Abstandsfunktion zeigt, dass für die Variante Frobenius-Norm durch einfache Erhöhung der Längenskalierung eine Generalisierung einsetzt, diese sich aber nur mäßig den Trainingsdaten annähert. Das Niveau lässt sich durch Erhöhung von  $\sigma_l$  absenken, aber es gelingt nicht das Niveau auf den Fit der Trainingsdaten (Spikes) in Gänze abzusenken. Im Gegenteil zur Variante mit euklidischer Abstandsfunktion, stellt sich hier bei einfacher Erhöhung von  $\sigma_l$  der gewünschte Effekt für die Generalisierung ein und Modellverlustwerte der Testdaten nähern sich stark den Trainingsdaten an. Für einige Simulationswinkel kommt es allerdings zu stärkeren Ausreißern, bei denen die Generalisierung der Testdaten schlechter wird. Für beide Varianten verschlechtert sich die Generalisierung beim Verringern der Längenskalierung annähernd gleich.

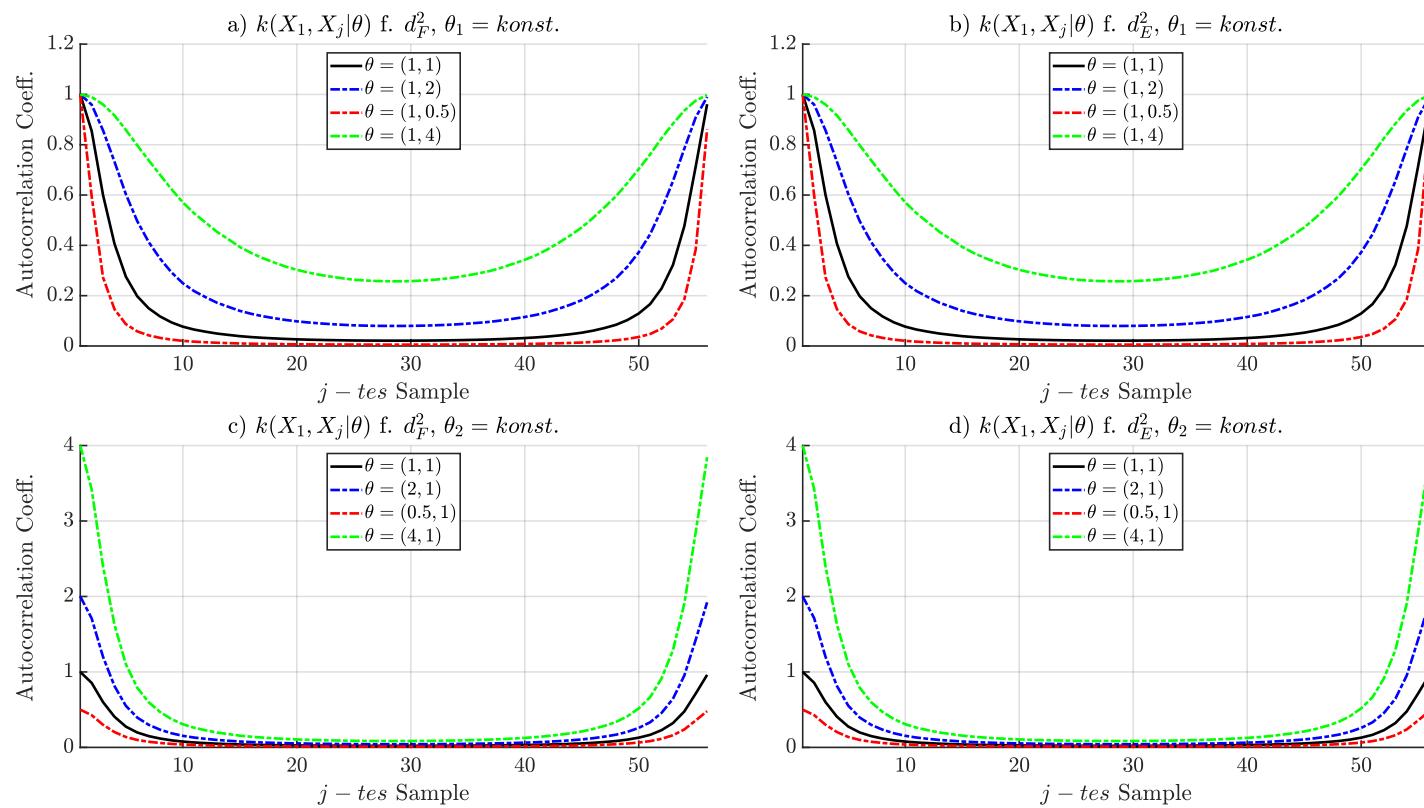


Abbildung 4.1: Kovarianzfunktionen im Vergleich für variierende Kernel-Parameter  $\theta = (\sigma_f^2, \sigma_l)$  und  $N_{Ref} = 56$  Referenzwinkel. Die Kovarianzfunktionen nach Gleichung C.4 mit Frobenius-Norm nach Gleichung 2.13 als Abstandsfunktion in den Abbildungen a) bzw. c) und mit euklidischer Norm nach Gleichung 2.7 in den Abbildungen b) bzw. d). Die Abbildungen a) und b) zeigen beide Funktionen mit variabler Längenskalierung  $\theta_2 = \sigma_l$  und ausgeschalteter Höhenskalierung mit  $\theta_1 = \sigma_f^2 = 1$ . Vice versa sind beide Funktionen in den Abbildungen c) und d) gezeigt. Trainingsdaten basieren in a) und c) auf Matrizen. In b) und d) basieren Trainingsdaten auf Vektoren bzw. Skalare. Grafik nachempfunden aus [7].

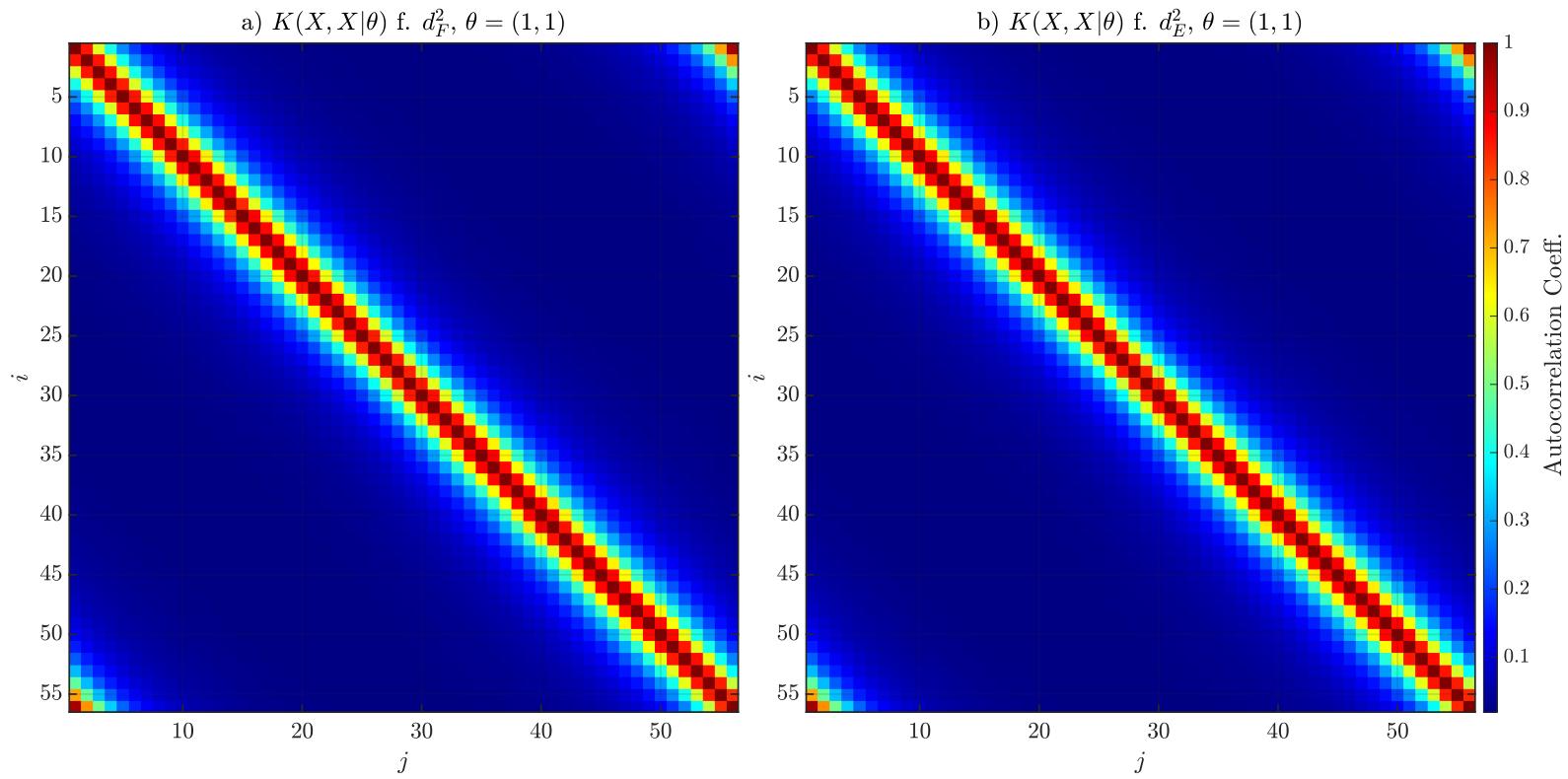


Abbildung 4.2: Gegenüberstellung der Kovarianzmatrizen bei ausgeschalteter Längen- und Höhenskalierung mit  $\theta = (1, 1)$  und  $N_{Ref} = 56$  Referenzwinkel. In Abbildung a) nach Kovarianzfunktion mit Frobenius-Norm als Abstandsfunktion und in Abbildung b) mit euklidischen Abstand, siehe Gleichung C.4. In a) basieren Trainingsdaten auf Matrizen in b) auf Vektoren bzw. Skalare.

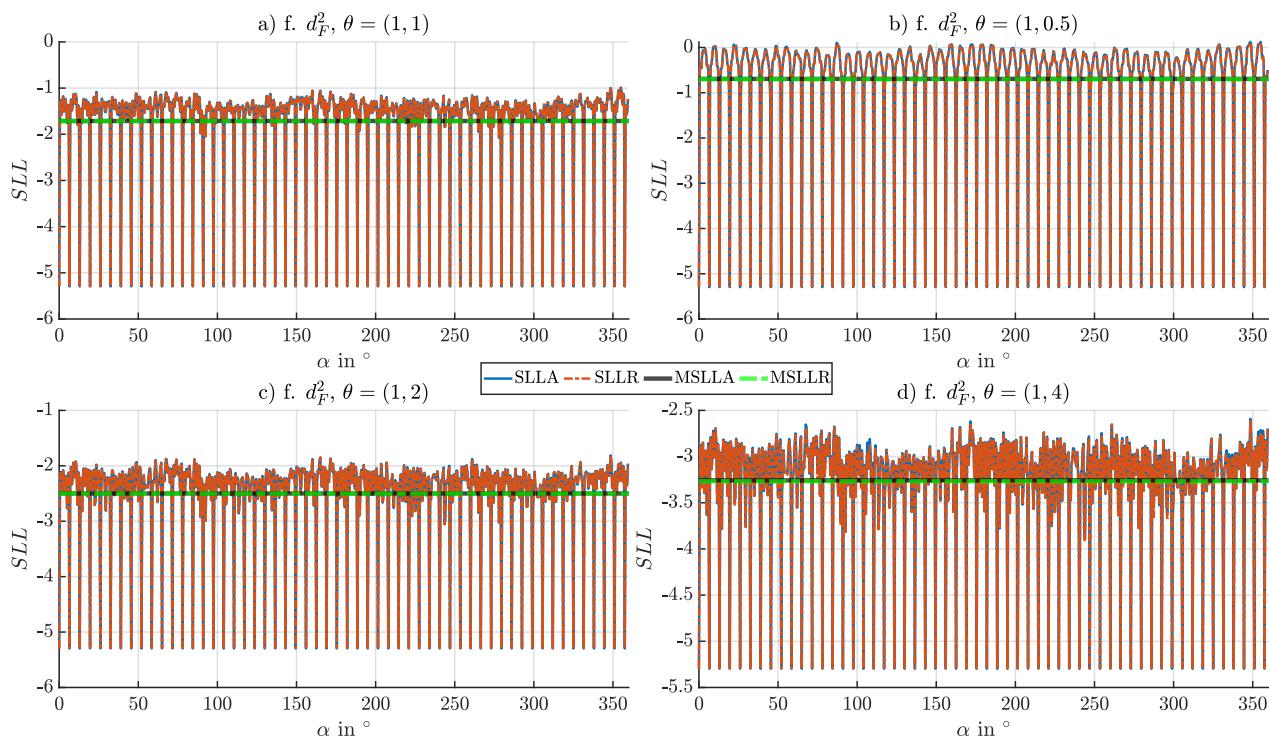


Abbildung 4.3: Modellgeneralisierung mit Frobenius-Norm als Abstandfunktion nach Gleichung C.4 und Trainingsdaten basierend auf Matrizen für  $N_{Ref} = 56$  Referenzwinkel. Die Berechnungen zur Modellgeneralisierung erfolgten mit einem Testdatensatz für eine volle Rotation des Gebermagneten mit 720 gleichverteilten Simulationswinkeln bei einer Winkelauflösung von  $0,5^\circ$ . Die Position des Sensors und Magnetverkippung sind in beiden Datensätzen identisch. Variiert wurde die Längenskalierung  $\theta_2 = \sigma_l$  bei ausgeschalteter Höhenskalierung  $\theta_1 = \sigma_f^2 = 1$  der Kovarianzfunktion. Die Modellgeneralisierung wird über den standardisierten logarithmischen Verlust (engl. Loss) SLL a. u. des Modells bewertet [3]. In Bezug auf Winkel (engl. Angle) mit SLLA und Radius SLLR. Als Schwellwertkriterium dient die Mittlung (engl. Mean) der beiden Verluste zu MSLLA und MSLLR nach Gleichung C.22. Das Rauschniveau ist konstant mit  $\sigma_n^2 = 10^{-6}$ .

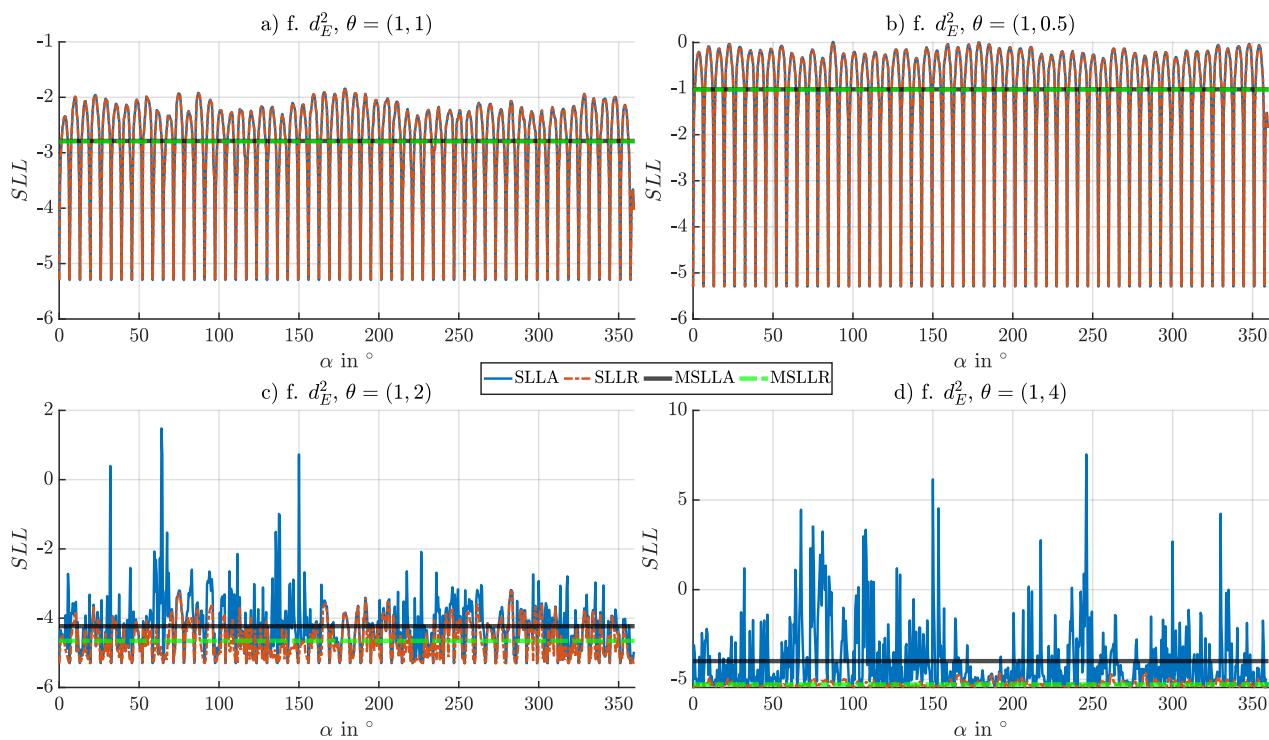


Abbildung 4.4: Modellgeneralisierung mit euklidischer Abstandsfunktion nach Gleichung C.4 und Trainingsdaten basierend auf Vektoren bzw. Skalare für  $N_{Ref} = 56$  Referenzwinkel. Die Berechnungen zur Modellgeneralisierung erfolgten mit einem Testdatensatz für eine volle Rotation des Gebermagneten mit 720 gleichverteilten Simulationswinkeln bei einer Winkelauflösung von  $0,5^\circ$ . Die Position des Sensors und Magnetverkippung sind in beiden Datensätzen identisch. Variiert wurde die Längenskalierung  $\theta_2 = \sigma_l$  bei ausgeschalteter Höhenskalierung  $\theta_1 = \sigma_f^2 = 1$  der Kovarianzfunktion. Die Modellgeneralisierung wird über den standardisierten logarithmischen Verlust (engl. Loss)  $SLL$  a. u. des Modells bewertet [3]. In Bezug auf Winkel (engl. Angle) mit  $SLLA$  und Radius  $SLLR$ . Als Schwellwertkriterium dient die Mittlung (engl. Mean) der beiden Verluste zu  $MSLLA$  und  $MSLLR$  nach Gleichung C.22. Das Rauschniveau ist konstant mit  $\sigma_n^2 = 10^{-6}$ .

## 4.2 Anpassung der Referenzwinkelanzahl

**Zweck:** Das Experiment soll einen Bereich abstecken für die Wahl der Anzahl für gleichverteilte Referenzwinkel. Dafür wird die äußere Modelloptimierung über das Rauschniveau nach Algorithmus 7 ausgeschaltet und ein konstantes Rauschniveau  $\sigma_n^2$  vorgeben. Das Regressionsmodell wird daher nur für die Längen- und Höhenskalierung  $\theta = (\sigma_f^2, \sigma_l)$  der Kovarianzfunktion optimiert, siehe Algorithmus 5. Verglichen wird das Regressionsmodell für euklidischen Abstand nach Gleichung 2.7 und Gleichung C.4 einmal ohne unterstützende Mittelwertbildung über Polynome (Zero-Mean) und mit Polynombildung ersten Grades, siehe Gleichung C.8 bis Gleichung C.11. Diese wirkt als eine Offset- und Amplitudenkorrektur der Messwerten. Es werden absolute mittlere und maximale Winkelfehler in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl verglichen. Zusätzliche wird die Berechnungsduer einer Winkelvorhersage in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl bzw. Trainingspunkte aufgenommen. Im besten Fall stellt sich heraus, dass das Mittelwert freie Verfahren gleich oder besser ist gegenüber dem Polynom gestützten Verfahren. Die Umsetzung des letzteren Verfahrens ist deutlich aufwendiger zu gestalten und birgt einige numerischer Fehleranfälligkeit und Hürden, die es in den Griff zu bekommen gilt.

**Durchführung:** Es werden zwei Modelle mit euklidischer Abstandfunktion initialisiert und Trainiert, jeweils mit und ohne unterstützendes Mittelwertpolynom. Jedes der beiden Modelle wird mit pro Durchgang mit gleichem Trainingsdaten trainiert und anschließend die Skalierung der Kovarianzfunktion in Länge und Höhe entsprechend der Trainingsdaten getrimmt. Danach wird die Zeit gemessen, die es benötigt einen Simulationswinkel zu vorherzusagen. Jeweils getrennt für beide Modelle. Zum Ende des Durchgangs werden absolute Winkelfehler auf eine volle Rotation mit einem Testdatensatz über 720 Winkeln bei einer Auflösung von  $0,5^\circ$  berechnet und für mittlere sowie maximale Winkelfehler über die gesamte Rotation ausgewertet. Ebenfalls für beide Modelle. Der Durchgang wird für jeden zur Verfügung stehenden Trainingsdatensatz wiederholt. Der Testdatensatz bleibt für jeden Durchgang gleich. Alle Datensätze sind für die gleiche Position des Sensors und bei gleicher Verkippung des Magneten zuvor prozessiert worden.

**Erzeugte Datensätze:** Es sind für das Experiment 12 Trainingsdatensätze mit unterschiedlicher Referenzwinkelanzahl und ein Testdatensatz erzeugt worden. Alle Datensätze korrespondieren in Position und Verkippung.

**Matlab-Skript:** compareCpuTimeVsError.m, siehe Unterabschnitt E.3.10.

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingsOptions: nAngles: {8, 16, 24, 32, 40, 48, 60, 80, 120, 240, 360, 720}
- GRPOptions: kernel : 'QFCAPX'
- GPROptions: mean:
  - a. 'zero'
  - b. 'poly'

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse des Experiments sind grafisch in Abbildung 4.5 ausgewertet. Berechnungszeiten für einen Simulationswinkel a) sowie mittlerer b) und maximaler c) absoluter Winkelfehler bei voller Rotation sind in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl in den Trainingsdatensätzen aufgetragen.

**Beobachtungen:** Die Messung der Berechnungszeit für eine Simulationswinkelvorhersage in a) ergibt, dass beide Implementierungskonfigurationen annähernd gleich schnell sind und die Rechenzeit bis eine Referenzwinkelanzahl von  $N_{Ref} = 80$  mit leichten Abweichungen konstant bleibt. Für eine Referenzwinkelanzahl von  $N_{Ref} > 80$  nimmt die Rechenzeit für beide Varianten gleichermaßen exponentiell zu. Für absolute mittlere und maximale Winkelfehler unterscheiden sich die mittelwertfreie und Polynom gestützte Variante nur bei  $N_{ref} = 8$ . Dort liefert jeweils die mittelwertfreie Variante den geringeren Winkelfehler. Für eine Referenzwinkelanzahl  $N_{Ref} > 8$  liefern beide Variationen einen annähernd gleichen Winkelfehler. Bei einer Referenzwinkelanzahl von  $N_{Ref} = 48$  gibt es eine Sprungstelle für den mittleren und maximalen Winkelfehler, beide mittlerer sowie maximaler Winkelfehler verringern sich ungefähr um die Hälfte. Der Winkelfehler bleibt nach dem Sprung konstant und schwankt nur noch minimal. Dieser Bereich (2) ist in den Abbildungen b) und c) grau unterlegt und weiß im Vergleich zu Bereich (1) weniger Fehlerdynamik für nachfolgende Optimierungsschritte auf. Der interessante Bereich (1) für eine weitere Optimierung über das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  nach Algorithmus 7 ist in a), b) und c) grün unterlegt. Diesen gilt es im weiteren Verlauf anzupassen und die Sprungstelle in b) und c) zu verkleinern oder auszulöschen.

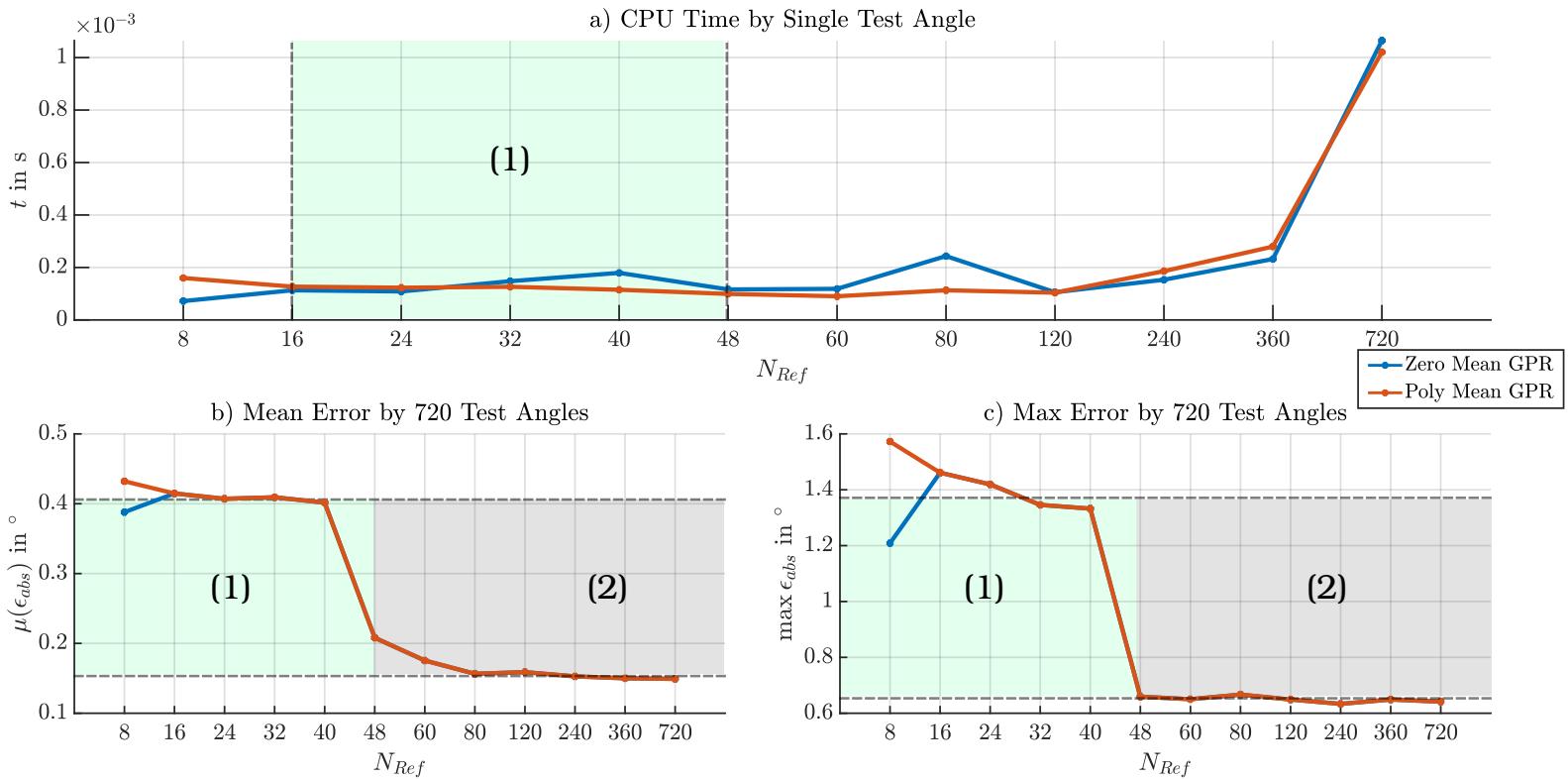


Abbildung 4.5: Variation der Referenzwinkelanzahl bei konstantem Rauschniveau  $\sigma_n^2 = 10^{-6}$ . Es wird die Implementierung des Regressionsmodell nach Gleichung C.4 mit euklidischen Abstand nach Gleichung 2.7, jeweils ohne (Zero Mean GPR) und mit Mittelwertunterstützung (Poly Mean GPR) in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl  $N_{Ref}$  verglichen. Dafür wird in a) die Berechnungszeit eines Simulationswinkel gemessen und in b) der absolute mittlere Winkelfehler, sowie in c) der absolute maximale Winkelfehler auf eine volle Rotation ausgewertet. Die jeweiligen initiierten Modellvariation sind für ihre Kovarianzfunktionsparameter  $\theta = (\sigma_f^2, \sigma_l)$  getrimmt nach Algorithmus 5. Die Optimierung des Rauschniveaus  $\sigma_n^2$  nach Algorithmus 7 ist ausgeschaltet. Modelltrainingsdaten basieren hier für beide Varianten auf Vektoren bzw. Skalare.

### 4.3 Anpassung des Rauschniveaus für Noisy-Observation

**Zweck:** Das Experiment ist eine Fortsetzung zum Abschnitt 4.2 und schaltet zusätzlich zur Trimmung der Kovarianzfunktion nach Algorithmus 5 die äußere Modelloptimierung über das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  nach Algorithmus 7 ein. Es dient primär zur weiteren Anpassung der Referenzwinkelanzahl und untersucht sekundär die Möglichkeit zur Winkelfehlerminimierung, unter Berücksichtigung der gemachten Beobachtungen im Abschnitt 4.2. Ziel ist es hier einen Kompromiss zu finden, bestehend aus brauchbarer Generalisierung und akzeptablen Winkelfehler bei möglichst geringer Referenzwinkelanzahl. Dafür werden für jeden Durchgang Modellverlust, absoluter mittlerer Winkelfehler sowie der maximale Winkelfehler auf eine volle Rotation mit 720 Simulationswinkeln bei einer Auflösung von  $0,5^\circ$  berechnet. Dafür wird wie in Abschnitt 4.2 das Regressionsmodell für euklidischen Abstand nach Gleichung 2.7 und Gleichung C.4 in beiden Varianten einmal als mittelwertfreies Modell und Mittelwert unterstütztes Modell betrieben. Es wird der in Abbildung 4.5 grün gekennzeichnete Bereich (1) näher untersucht.

**Durchführung:** Die Durchführung ist aus Abschnitt 4.2 zu entnehmen. Änderungen in der Durchführung beziehen sich auf die Ausführungen zur Ermittlung der Berechnungszeit für eine Winkelvorhersage, diese ist durch die Berechnung der Modellverluste für Winkel ersetzt.

**Erzeugte Datensätze:** Es sind für das Experiment 24 Trainingsdatensätze mit unterschiedlicher Referenzwinkelanzahl und ein Testdatensatz erzeugt worden. Alle Datensätze korrespondieren in Position und Verkippung.

**Matlab-Skript:** compareNoiseOptAbility.m, siehe Unterabschnitt E.3.11.

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingsOptions: nAngles:  $\{8, 9, 10, \dots, 29, 30, 31\}$ , inkrementiert um 1
- GRPOptions: kernel : 'QFCAPX'
- GPROptions: mean:
  - a. 'zero'
  - b. 'poly'

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse des Experiments sind grafisch in Abbildung 4.6 ausgewertet. Modellverlust für Winkel in a), sowie mittlerer b) und maximaler c) absoluter Winkelfehler. Alle drei durchgeführten Berechnungen erfolgten für jeden Durchgang mit voller Rotation um 720 Testwinkel und sind in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl in den Trainingsdatensätzen aufgetragen.

**Beobachtungen:** Die Betrachtung der Generalisierung in Abbildung 4.6 a) über den mittleren standardisierten logarithmischen Verlust  $MSLL$  (hier für Winkelverluste) zeigen, dass bei zunehmender Referenzwinkelanzahl  $N_{Ref}$  sich die Generalisierung verbessert und das Regressionsmodell besser auf von den Trainingsdaten abweichende Datensätze reagiert. Auftretende Schwankungen in der Generalisierung a) bilden sich gleichermaßen in den Winkelfehlern b) und c) ab. In Bezug auf die gemachten Beobachtungen aus Abschnitt 4.2 und Abbildung 4.5 Bereich (1) ist es gelungen den mittleren und maximalen Winkel weiter zu drücken. Der mittlere Winkelfehler in b) und maximale Winkelfehler in c) schwingen sich der Generalisierung folgend auf die Winkelfehlerniveaus aus Abbildung 4.5 b) und c) ein. Ein möglicher Kompromiss aus Generalisierung, Winkelfehler und möglichst geringer Referenzwinkelanzahl ist für  $N_{Ref} = 17$  in Abbildung 4.6 markiert.

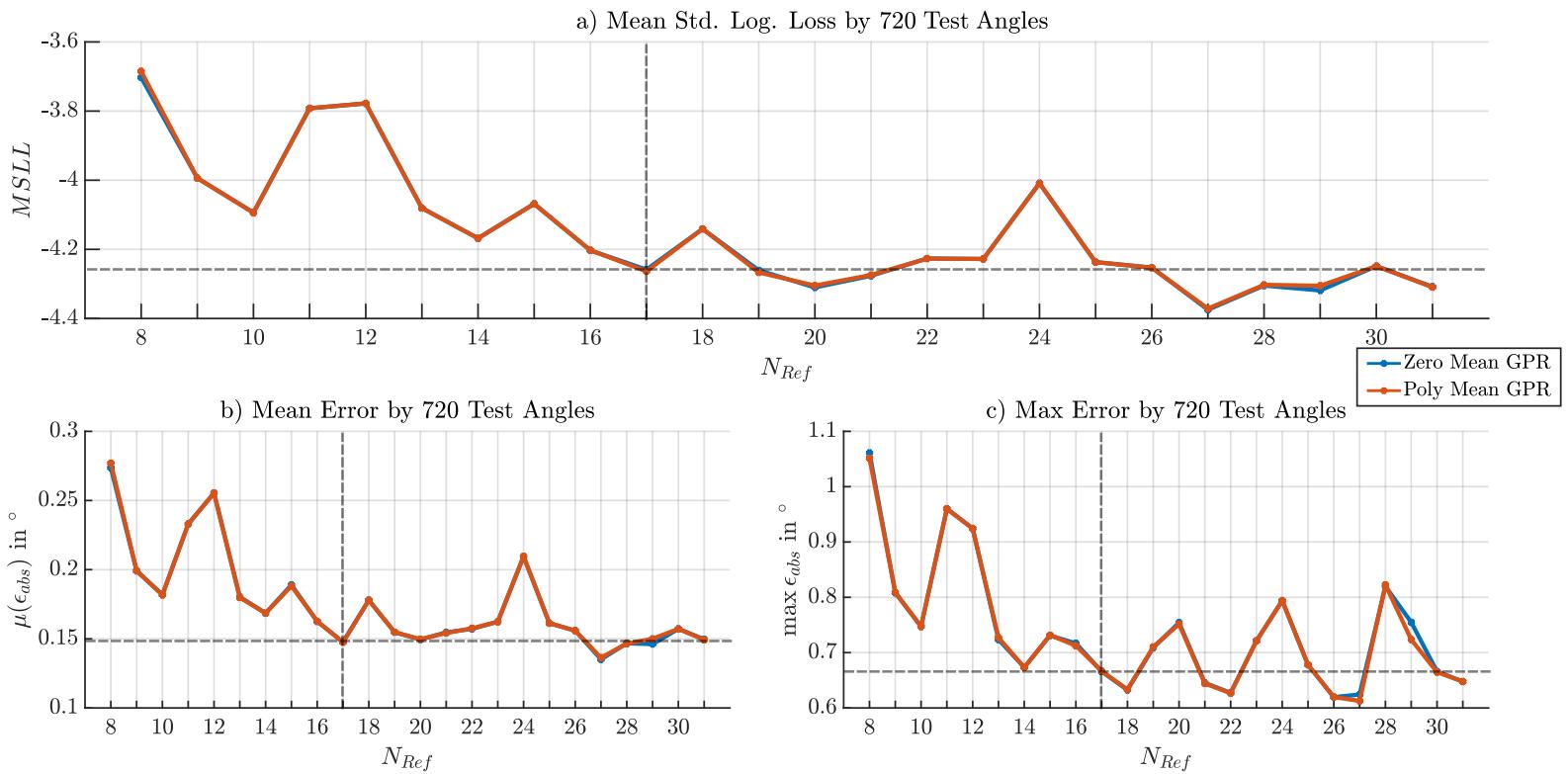


Abbildung 4.6: Variation der Referenzwinkelanzahl mit Optimierung des Rauschniveaus  $\sigma_n^2$  nach Algorithmus 7. Es wird die Implementierung des Regressionsmodell nach Gleichung C.4 mit euklidischen Abstand nach Gleichung 2.7, jeweils ohne (Zero Mean GPR) und mit Mittelwertunterstützung (Poly Mean GPR) in Abhängigkeit der Referenzwinkelanzahl  $N_{Ref}$  verglichen. Dafür wird in a) die Modellgeneralisierung über den mittleren standardisierten logarithmischen Verlust (engl. Loss)  $MSLL$  a. u. nach Gleichung C.22 bewertet. Die Verlustberechnung ist für Winkelverluste konfiguriert. In b) folgen der absolute mittlere Winkelfehler, sowie in c) der absolute maximale Winkelfehler. Alle drei Berechnungen sind jeweils für jeden Schritt auf eine volle Rotation durchgeführt worden. Modelltrainingsdaten basieren hier auf Vektoren bzw. Skalare.

## 4.4 Anpassung der Parametergrenzen

**Zweck:** Das Experiment besitzt einen veranschaulichenden Charakter und soll zeigen wie der Rechenaufwand für die Optimierungen nach Algorithmus 5 und Algorithmus 7 verringert werden kann. Dafür werden die Parameter der Kovarianzfunktion in Abhängigkeit der Modellplausibilitäten nach Gleichung C.14 untersucht und das Rauschniveau in Verbindung mit den mittleren Modellverlust  $MSLL$  nach Gleichung C.22 gezeigt. Ziel ist es die Durchlaufzahl für die äußere Optimierung über das Rauschniveau und Algorithmus 7 zu verkürzen und dabei die Generalisierung des Modells aufrechtzuerhalten. Aussagen zur Modellgeneralisierung und Modellanpassung auf den Trainingsdaten sind den Anhängen Abschnitt C.2 und Abschnitt C.4 zu entnehmen.

**Durchführung:** Das Experiment wird in zwei Durchgängen durchgeführt. In beiden wird Regressionsmodell nach ?? und Gleichung C.4 mittels Algorithmus 5 und Algorithmus 5 optimiert und anschließend ein Parameter-Sweep für die Parameter der Kovarianzfunktion in Abhängigkeit der Modellplausibilität nach Gleichung C.14 durchgeführt. Der Parameter-Sweep wird für jeden Parameter für eine zusätzliche Dekade neben den Parametergrenzen ausgeführt. Der erste Durchgang wird mit der Default-Konfiguration aus Tabelle 4.1 ausgeführt. Danach werden die Parametergrenzen angepasst, die Durchlaufzahl verringert und das Experiment wiederholt.

**Erzeugte Datensätze:** Jeweils ein Trainings- und Testdatensatz mit korrespondierender Position des Sensors und Verkippungswinkel des Magneten.

**Matlab-Skript:** investigateKernelParameters.m, siehe Unterabschnitt E.3.8

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingsOptions: nAngles: 17
- GRPOptions: kernel : 'QFCAPX'
- GRPOptions:  $\sigma_f^2$ -Bounds: (1, 10)
- GRPOptions:  $\sigma_l$ -Bounds: (10, 30)
- GRPOptions:  $\sigma_n^2$ -Bounds: ( $10^{-6}$ ,  $10^{-4}$ )
- GPROptions: mean: 'zero'
- GRPOptions: OptimRuns 10

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse des Durchgangs sind grafisch in Abbildung 4.7 und Abbildung 4.8 ausgewertet. Abbildung 4.7 zeigt die Anpassung der Parametergrenzen für die Optimierungsalgorithmen und Abbildung 4.8 veranschaulicht die Verringerung der Durchlaufzahl für die äußere Optimierung.

**Beobachtungen:** Die engeren Parametergrenzen für die Parameter der Kovarianzfunktion stecken ein engeres Suchfeld für das innere Minimierungsproblem ab, zu sehen in Abbildung 4.7 b). Der Algorithmus findet das Minimum und besitzt noch genügend Freiraum, sodass die Parametergrenzen nicht verletzt werden. In Teil a) der Abbildung 4.7 schafft es die äußere Optimierung den Schwellwert für die Generalisierung entsprechend gut abzusenken. Es gibt ebenfalls keine Verletzungen der Parametergrenzen. Das Minimum ist extrem und Fehlergrenzen des Algorithmus können nach wenigen Schritten im Bereich des Minimums stark eingegrenzt werden. Die Abbildung 4.8 beobachtet die Minimum-Kriterien der Algorithmen in Bezug auf die Anzahl der Durchläufe. Abbildung a) für die äußere Optimierung und b) sowie c) für die innere Optimierung. Die innere Optimierung wird bei jedem Durchlauf der äußeren wiederholt, siehe Unterabschnitt 3.2.2. Zu sehen ist der letzte Durchlauf der inneren Optimierung in b) und c). Die äußere Optimierung schafft es nach acht Durchläufen einen stabilen Wert für die Generalisierung zu erreichen. Im letzten Durchgang der inneren Optimierung sind die optimalen Parameter nach fünf Durchgängen gefunden. Die Innere Optimierung benötigt eine gewisse Durchlaufzahl um festzustellen, dass keine markanten Änderungen geschehen und das Minimum gefunden ist. Die äußere Optimierung benötigt die Begrenzung über die Durchlaufzahl.

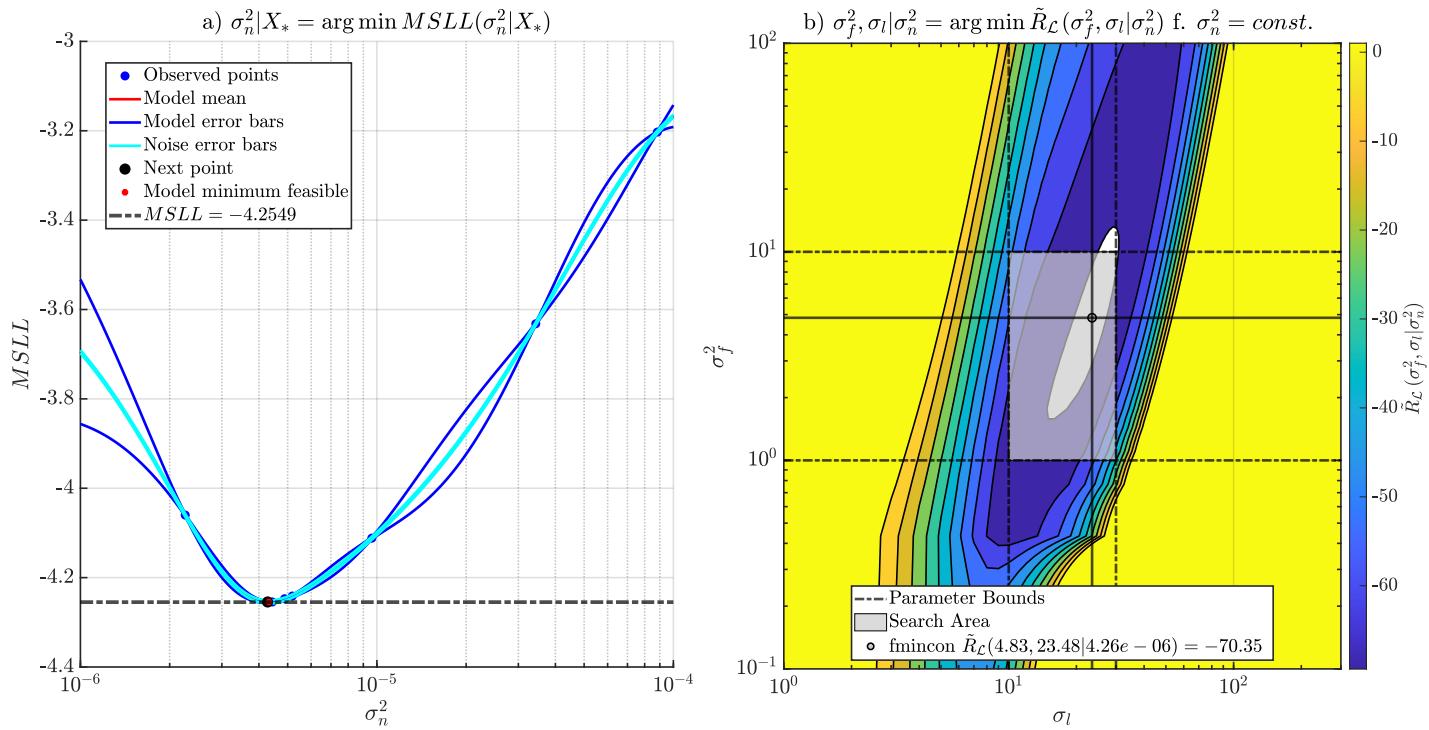


Abbildung 4.7: Äußere und innere Modelloptimierung mit angepassten Parametergrenzen. Die äußere Modelloptimierung in a) für das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  nach Algorithmus 7 und Gleichung C.22. Der mittlere standardisierte logarithmische Verlust  $MSLL$  (engl. Loss) ist für alle eingespeisten Testdaten  $X_*$  in a) berechnet und ist das Schwellwertkriterium für die Modellgeneralisierung. Die äußere Optimierung gibt das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  für die innere Optimierung in b) vor. In b) werden basierend auf den eingespeisten Trainingsdaten die Parameter der Kovarianzfunktion nach Algorithmus 5 und Gleichung C.14 getrimmt. Die Optimierung stützt sich auf die Summe der logarithmischen Plausibilitäten (engl. Log. Marginal Likelihoods) für die zu vorhersagenden Cosinus- und Sinus-Funktion. Beide Optimierungen suchen nach einem Minimum. Hier gezeigt mit angepassten Parametergrenzen in a) für  $\sigma_n^2 = (10^{-6}, 10^{-4})$  und in b) für  $\sigma_f^2 = (1, 10)$  und  $\sigma_l = (10, 30)$ . Grafik nachempfunden aus [3].

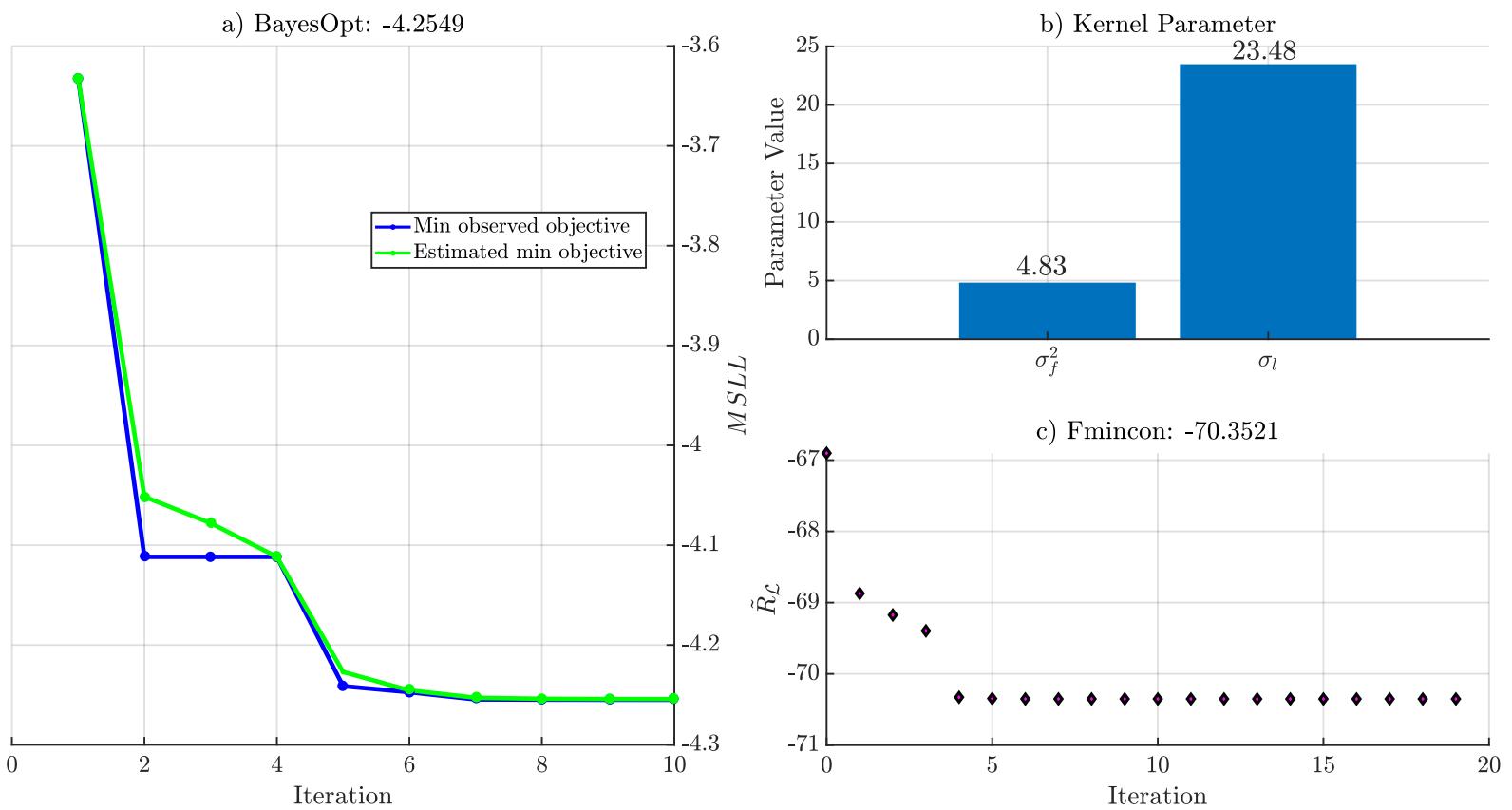


Abbildung 4.8: Äußere und innere Modelloptimierung mit angepasster Durchlaufzahl. Nach Anpassung der Parametergrenzen in Abbildung 4.7, ist die Durchlaufzahl für die äußere Modelloptimierung nach Algorithmus 7 von 30 auf 10 Durchläufe verringert worden. Es gelingt in a) nach 10 ein stabile Generalisierung mit negativen mittleren standardisierten logarithmischen Verlust (engl. Loss)  $MSLL$  zu finden. Die innere Optimierung in b) und c) nach Algorithmus 5 bedarf vorerst keine weiter Anpassung, da diese relativ zur äußeren Optimierung sehr viel schneller ist, da diese nur mit Trainingsdaten arbeitet.

## 4.5 Verhalten bei einfachen Fehllagen

**Zweck:** Das Experiment ist als Stichprobenexperiment für räumliche Fehllagen des Sensors und Verkippungen des Magneten zu betrachten und soll erste Einschätzungen des Verhalten bei einfachen Fehllagen liefern. Für eine vollständige Charakterisierung des Sensormodells muss in einem abgesteckten räumlichen Bereich jede Position mit jeder möglichen Verkippung angefahren werden. Dieses würde allerdings den Rahmen dieser Arbeit weit überschreiten und muss gesondert in nachfolgenden Arbeiten durchgeführt werden. Das Experiment ist mit  $N_{Ref} = 17$  Referenzwinkeln für das Regressionsmodell nach mit euklidischer Abstandsfunktion nach Gleichung 2.7 und resultierender Kovarianzfunktion nach Gleichung C.4 durchgeführt. Das Modell wird als mittwertfreier Kernel betrieben.

**Durchführung:** Zum Beginn des Experiments werden Drift Parameter für die räumlichen Verschiebungen des Sensors und der Verkippung des Magnet gesetzt. Basierend darauf werden im Anschluss alle notwendigen Datensätze automatisch generiert und indiziert. Es wird eine Referenzposition bei  $(0; 0; 7, 5)^T$  mm unter dem Magneten und  $0^\circ$  Magnetverkippung festgelegt. Auf dieser Position wird ein Referenzmodell einmalig trainiert. Beginnend mit der Verschiebung in  $X$  wird jeder Drift sequentiell hintereinander ausgeführt. Es folgen Drift in  $Y$  und  $Z$ , sowie abschließend die Verkippung des Magneten. In  $X$   $Y$  und  $Z$  wird der Sensor jeweils um  $\pm 3$  mm in 0,25 mm Schritten relativ zur Referenzposition versetzt. Für den Drift in  $Z$  deckt das ungefähr den Bereich von Sättigung bis Kennfeldmittelpunkt des TMR-Sensor-Kennfeldes ab, siehe Anhang A. Die Verkippung des Magneten wird von  $0^\circ$  bis  $12^\circ$  in 0,5° Schritten vorgenommen. Bei jeder Driftposition wird eine volle Rotation mit 720 Simulationswinkel bei einer Auflösung von 0,5° durchgeführt. Es werden absolute Winkelfehler des Referenzmodells für den mittleren und maximalen Fehler auf die volle Rotation ausgewertet. Zusätzlich zum Referenzmodell wird ein zweites Modell mit gleich Konfiguration initialisiert. Dieses wird bei jedem Drift auf die aktuelle Position trainiert, was ein erneutes Trainieren des Referenzmodells simulieren soll. Für das zweite Modell werden ebenfalls mittlerer und maximaler Winkelfehler erfasst, sowie die Modellparameter  $\sigma_f^2$ ,  $\sigma_l$  und das Rauschniveau  $\sigma_n^2$ . Im Vergleich zu Abschnitt 4.4 sind hier die Parametergrenzen geweitet und die Durchlaufzahl der Optimierung erhöht, um den Algorithmen genügend Reserve zur Verfügung zu stellen und das Verletzen von Parametergrenzen zu verhindern. Der Simulation nachfolgend werden Best- und Worst-Case Positionen des Experiments separat simuliert und im detaillierter Dargestellt.

**Erzeugte Datensätze:** Jeweils 100 Trainings- und Testdatensätze mit korrespondierenden Positionen des Sensors und Verkippungswinkel des Magneten. Die Datensätze werden zum Beginn des Experiments entsprechend der Driftvorgaben prozessiert, indiziert und zur Driftausführung geladen.

**Matlab-Skript:** compareMissAlign.m und demoGPRModule.m, siehe Unterabschnitt E.3.12 und Unterabschnitt E.3.7.

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingsOptions: nAngles: 17
- TrainingsOptions/ TestOptions: xPos/ yPos:  $-3 : 0, 25 : 3$
- TrainingsOptions/ TestOptions: zPos:  $4, 5 : 0, 25 : 10, 5$
- TrainingsOptions/ TestOptions: tilt:  $0 : 0, 5 : 12$
- GRPOptions: kernel : 'QFCAPX'
- $\sigma_f^2$ -Bounds:  $(0.1, 100)$
- $\sigma_l$ -Bounds:  $(1, 100)$
- $\sigma_n^2$ -Bounds:  $(10^{-7}, 10^{-3})$
- GPROptions: mean: 'zero'
- OptimRuns 30

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse der Simulation sind grafisch ausgewertet. In Abbildung 4.9 sind die Winkelfehler in Bezug auf Verschiebung des Sensors und Verkippung des Magneten erfasst. Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11 zeigen, die während des Experiments festgehalten Modellparameter bei horizontalen und vertikalen Drift sowie Verkippung. In Abbildung 4.12 ist der Best-Case bei Drift in  $z = 0,45$  mm und der Worst-Case bei Drift in  $z = 10,5$  mm gesondert nebeneinander dargestellt.

**Beobachtungen:** Der Drift des Referenzmodell zeigt in Abbildung 4.9, dass das Sensormodell sensibler auf vertikalen als auf horizontalen Versatz reagiert. Für die horizontale Verschiebung in  $X$  und  $Y$  zeichnet sich ein Pufferbereich von  $\pm 0,5$  mm ab. Eine entsprechende Reaktion auf vertikalen Versatz in  $Z$  zeigt schon bei  $\pm 0,25$  mm vor. Die Winkelfehler nehmen dann exponentiell bei Vergrößerung des Versatzes zu. Im  $Z$ -Drift von  $6,25$  mm bis  $4,5$  mm stagniert der mittlere Winkelfehler. Im  $X$ -Drift ab  $\pm 2,75$  mm kommt es zu Intervallüberschreitungen in der atan2-Funktion bei der Winkelrückrechnung, zu sehen am sprunghaften Anstieg des maximalen Winkelfehlers auf ca.  $360^\circ$ . Das trifft ebenfalls für den maximalen Winkelfehler im  $Z$ -Drift zu, allerdings für annähernd den ganzen Versatz in beiden Richtungen. Verkippungen des Magneten zeigen auf das Referenzmodell kaum bis keinen Einfluss.

Für das zweite Modell, dass auf jeder Position trainiert wird, zeigt sich ein symmetrisches Verhalten für Versatz in  $X$ - und  $Y$ -Richtung. Der Winkel Fehler singt bei zunehmenden Versatz und nimmt ab  $\pm 3$  mm wieder leicht zu. Beim verschieben in  $Z$ -Richtung singt der Fehler exponentiell bei Verringerung des Abstandes zum Magneten und nimmt in gleichermaßen bei Vergrößerung des Abstandes zu. Verkippungen des Magneten zeigen hier ebenso keinen Effekt. Im Gegenteil ab  $5^\circ$  nimmt der Winkelfehler sogar geringfügig ab.

Betrachtet man die Modellparameter für horizontale Drifts in  $X$  und  $Y$  mit Trainieren an jeder Versatzposition in Abbildung 4.10, zeigt sich wieder das symmetrische Verhalten aus Abbildung 4.9. Zudem zeigen abfallende Parameterkurven bei zunehmenden Versatz, dass die Modellkomplexität in Bezug auf die Daten abnimmt. Für das Regression Modell sind die Trainingsdaten weniger verrauscht bei Versatz, es kann diese dort nominell besser unterscheiden. Die Parametergrenzen aus der Anpassung Abschnitt 4.4 sind bis  $\pm 2$  mm in jede Versatzrichtung größtenteils eingehalten worden. Es sind neue Grenzen in Bezug auf horizontalen Versatz (rot durchgezogen) vorgeschlagen.

Bei Drift in  $Z$ , siehe Abbildung 4.11, zeigt das Modell im Versatzbereich von  $4,5$  mm bis  $6,5$  mm ein relativ stabiles Verhalten in Bezug auf die Skalierungsparameter. Ab  $6,5$  mm schwankt die Skalierung der Kovarianzfunktion bei starker Zunahme des Rauschniveaus. Die Darstellung der Daten in Bezug auf das Regressionsmodell verschlechtert sich mit zunehmenden Abstand. Auf Verkippung reagiert das Modell relativ stabil. Ab  $5^\circ$  Verkipfung verringert sich die Modellkomplexität sprunghaft und bleibt dann weithin stabil. Das Rauschneveau nimmt über den gesamten Verkippungsdrift stetig ab. Die Parametergrenzen aus der Anpassung Abschnitt 4.4 sind mit einigen Ausreißern eingehalten worden. Es sind neue Grenzen in Bezug auf vertikalen Versatz und Verkippung (rot gestrichelt) vorgeschlagen.

Abbildung 4.12 zeigt für den Best-Case aus Abbildung 4.9 bei Z-Drift 4,5 mm im Vergleich zum Worst-Case bei 10,5 mm, dass bei geringen Abstand zum Magneten die Streuung der Sensor-Pixel erhöht wird. Die Sensor-Pixel überlagern sich bei einem Abstand von 4,5 mm in  $Z$  durch die lotrechte und zentrierte Position des Sensors unterm Magneten. Bei 10,5 mm Abstand in  $Z$  ist eine Streuung nur durch einen Zoom wahrnehmbar. Auf dem Kennfeld und resultierend in polarer Darstellung der Rotation zeichnen sich für den Worst-Case ersichtliche Quantisierungsfehler ab. Die Überlagerung der Sensor-Pixel ist aufgehoben. Das Regressionsmodell schafft es nicht mehr diese auszugleichen und nähert sich daher im Winkelfehlerbild der einfachen Mittlung an.

Im Vergleich dazu ist der Winkelfehler für den Best-Case sehr gering und konstant, wobei aus einfacher Mittlung ein Winkelfehler von mehreren Grad resultieren. Die Vorhersage im Best-Case ist sehr genau und sicher mit engen und konstanten Konfidenzintervallen. Im Worst-Case zeigt sich die Instabilität in den Konfidenzintervallen mit einem Vertrauensverlust bis zu  $\pm 2^\circ$ .

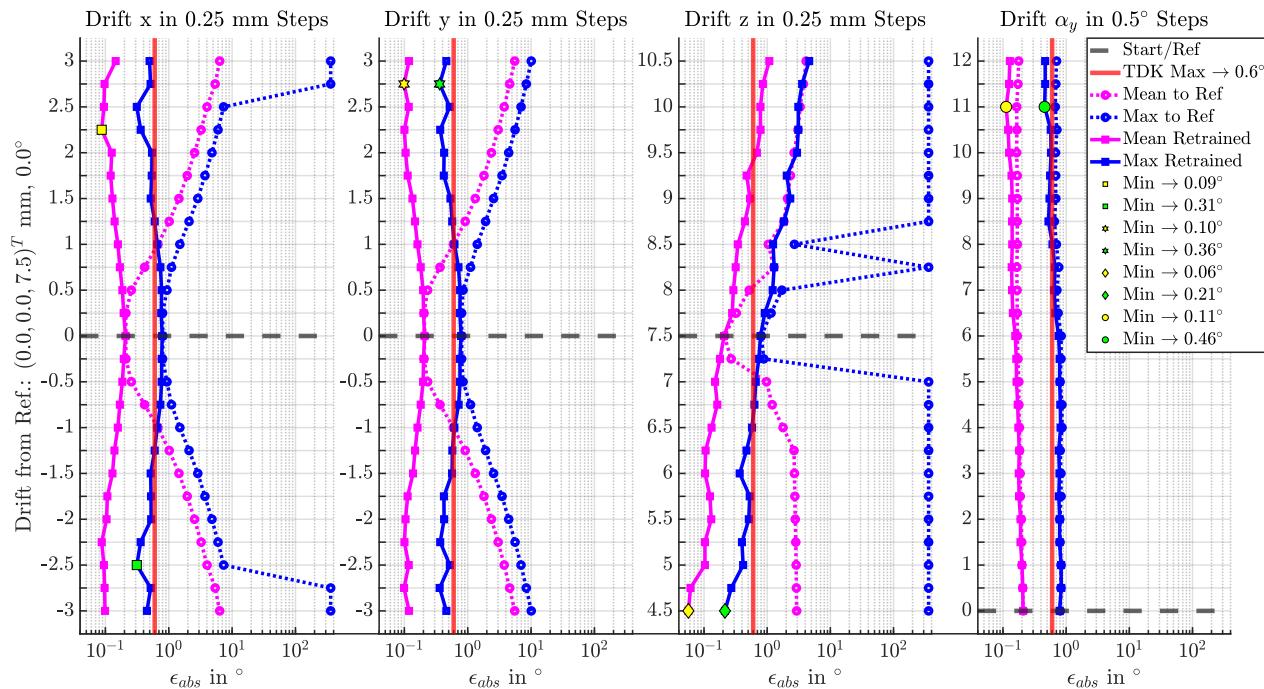


Abbildung 4.9: Positionsdrift mit einfachen Versatz und Verkippung. Simuliert sind Verschiebungen des Sensors entlang der  $X$ -,  $Y$ - und  $Z$ -Achse des Koordinatensystem und Verkippung des Magneten in seiner  $Y$ -Achse, ausgehend von einer Referenz- bzw. Startposition bei  $(0; 0; 7,5)^T$  mm und eine Magnetverkippung in der  $Y$ -Achse von  $0^\circ$ . Bei Verkippung des Magneten befindet sich der Sensor auf der Referenzposition. Es wird immer nur ein Drift z.Z. ausgeführt. Die Ausführung aller Drifte ist sequentiell. Für jeden Drift sind der mittlere und maximale absolute Winkelfehler aufgezeichnet worden. Es sind zwei Regressionsmodelle gleicher Konfiguration nach Gleichung 2.7 und Gleichung C.4 als mittlerwertfreie Modelle zur Berechnung der Fehler genutzt worden. Das erste Modell ist einmalig auf der Referenzposition trainiert worden. Das zweite Modell ist bei jeder Driftposition trainiert worden (Retrained). Es ist zusätzlich der maximale Winkelfehler des TDK TMR-Sensors aufgetragen [11]. Minimum der mittleren Fehler sind gelb markiert. Minimum der maximalen Fehler sind grün hervorgehoben.

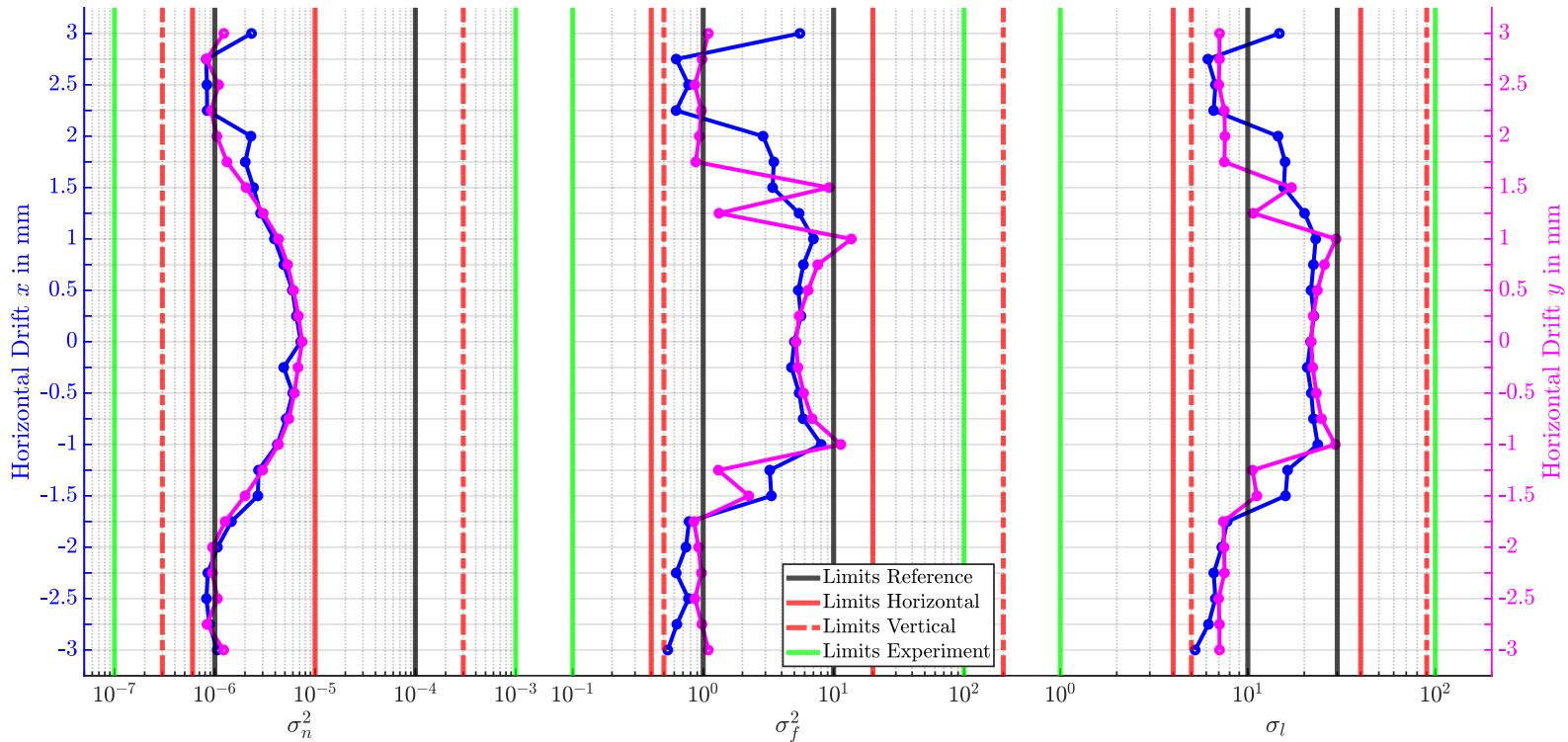


Abbildung 4.10: Modellparameter bei horizontalen Drift. Aufgenommen sind das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  und die Höhenskalierung  $\sigma_f^2$  sowie die Längenskalierung  $\sigma_l$  der Kovarianzfunktion für das zweite Regressionsmodell (Retrained) aus Abbildung 4.9, hier für Verschiebungen entlang der X-/Y-Achse. Es sind Parametergrenzen als Referenz in Bezug auf Anpassungen aus Abschnitt 4.4 aufgetragen. Zusätzlich sind die im Experiment genutzten Grenzen aufgetragen, sowie die sich hier ergebenen Grenzen aus horizontaler Verschiebung und die aus vertikaler Verschiebung bzw. Verkippung resultierenden Parametergrenzen aus Abbildung 4.11.

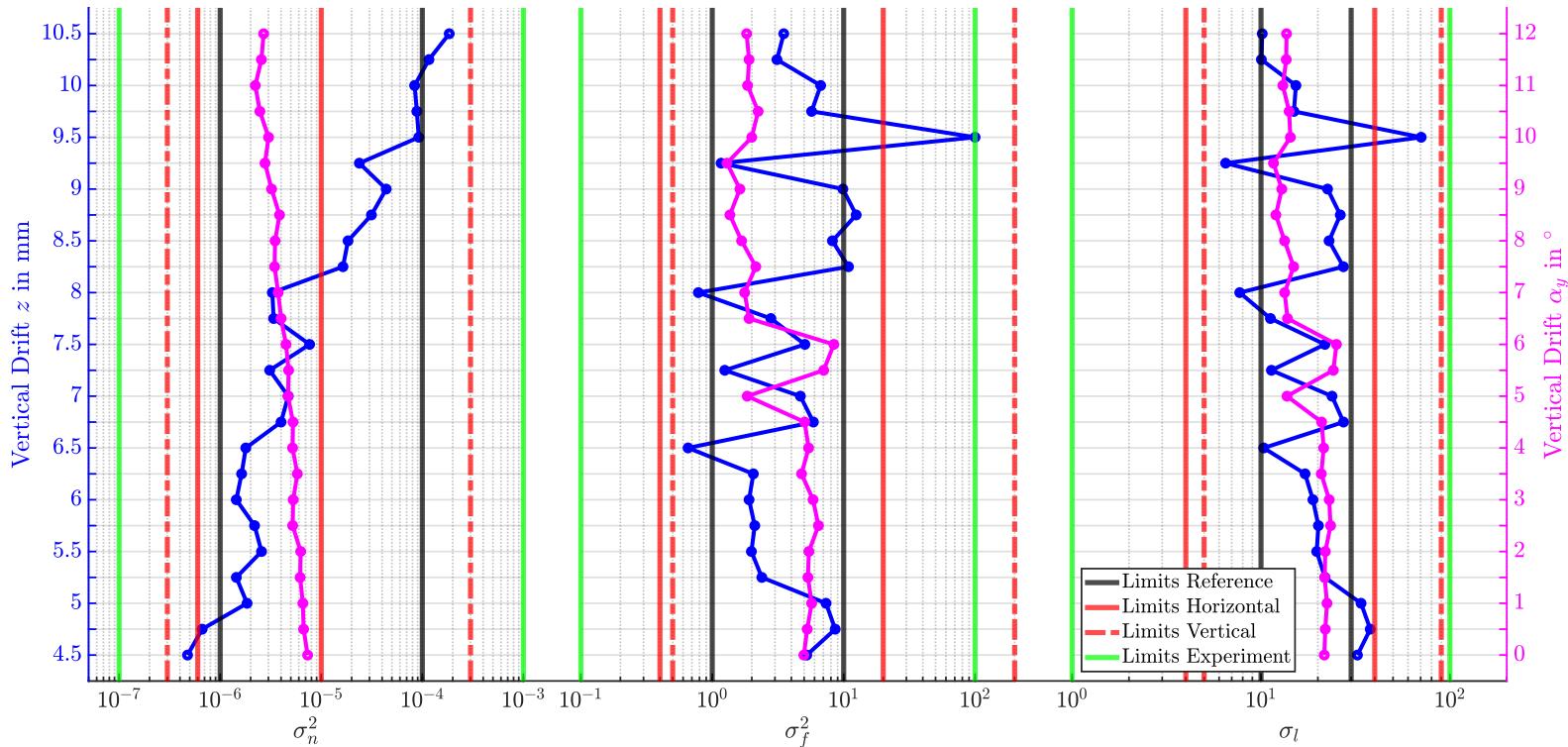


Abbildung 4.11: Modellparameter bei vertikalen Drift und Verkippung. Aufgenommen sind das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  und die Höhenskalierung  $\sigma_f^2$  sowie die Längenskalierung  $\sigma_l$  der Kovarianzfunktion für das zweite Regressionsmodell (Retrained) aus Abbildung 4.9, hier für Verschiebungen entlang der Z-Achse und Verkippung des Magneten in der Y-Achse. Es sind Parametergrenzen als Referenz in Bezug auf Anpassungen aus Abschnitt 4.4 aufgetragen. Zusätzlich sind die im Experiment genutzten Grenzen aufgetragen, sowie die sich hier ergebenen Parametergrenzen aus Abbildung 4.10.

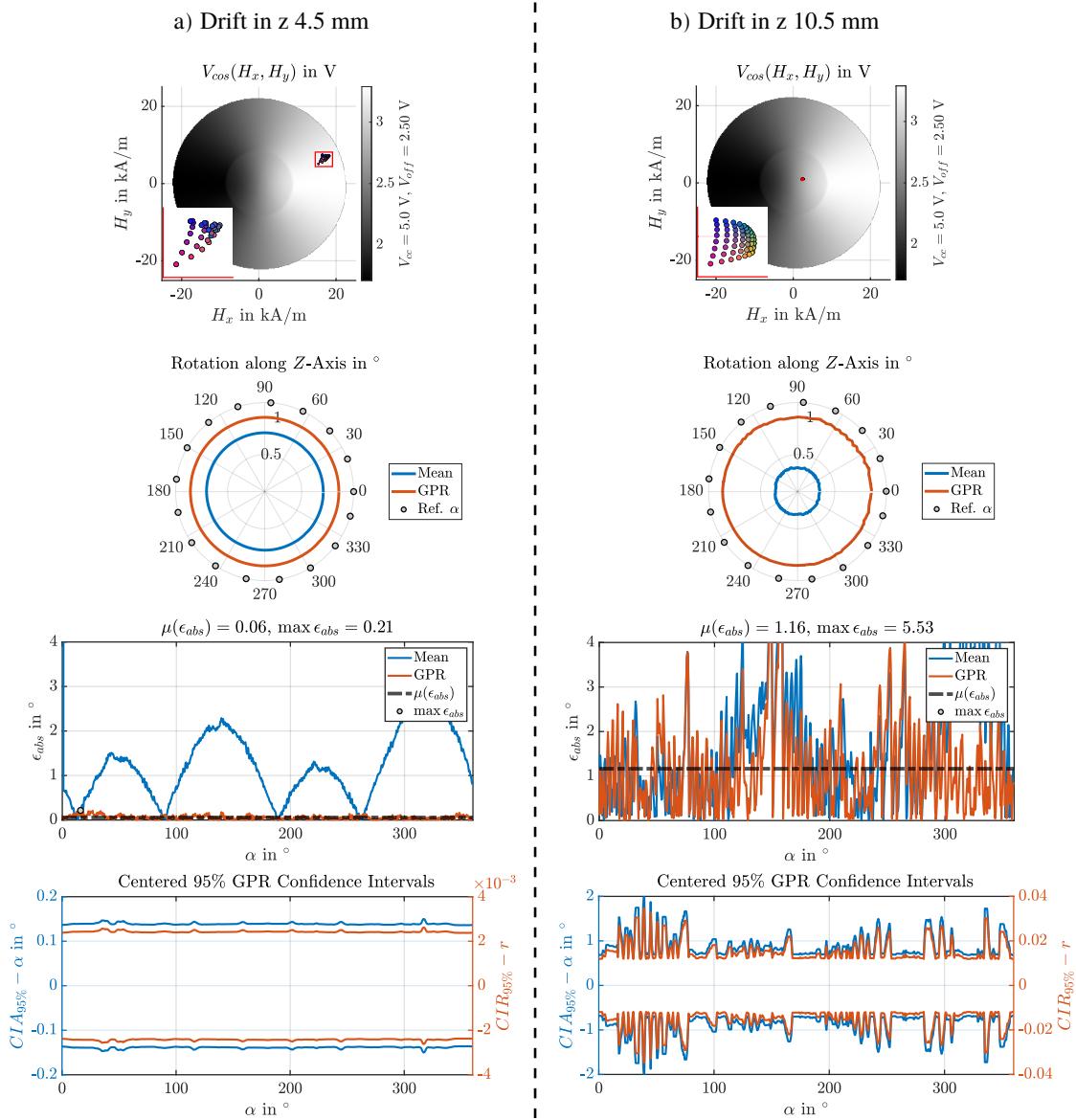


Abbildung 4.12: Best- und Worst-Case-Beispiel für vertikalem Drift aus Abbildung 4.9 für das zweite Regressionsmodell (Retrained). In a) und b) bei lotrechten und zentrierten Abstand vom Magneten ohne Verkippung. In a) mit 0,45 mm und in b) mit 10,5 mm Abstand. Für beide Beispiele ist die Sensor-Pixel-Streuung bei 21,5° anhand des Kennfeldes für die Cosinus-Funktion gezeigt, sowie der Rotationsverlauf um die Z-Achse in Polardarstellung mit einfacher Mittlung der Daten (Mean) und Ergebnis via Gauß-Prozess-Regression (GPR) inklusive der Referenzwinkel für die GPR. Anschließend ist für beide Beispiele der absolute Winkelfehler über die volle Rotation aufgetragen mit nachfolgenden 95% Konfidenzintervallen für Winkelvorhersagen (CIA) und Radius (CIR). Modelltrainingsdaten basieren auf Vektoren bzw. Skalare.

## 4.6 Verhalten bei kombinierten Fehllagen

**Zweck:** Das Experiment soll als Stichprobe dienen und zeigen, dass das Regressionsmodell auch bei kombinierten Fehllagen funktionieren kann. Dafür werden eine Kombination der Parametergrenzen aus dem vorangegangenen Experiment aus Abschnitt 4.5 übernommen, siehe Abbildung 4.10 und Abbildung 4.11. So setzt sich für das Rauschniveau  $\sigma_n^2$  die Parametergrenzen aus der unteren Grenze für vertikalen Drift und oberen Grenze für horizontalen Drift zusammen. Für die Skalierungsparameter der Kovarianzfunktion, sind die Parametergrenzen aus horizontalem Drift für die Höhenskalierung  $\sigma_f^2$  eingestellt. Die Längenskalierung  $\sigma_l$  übernimmt ebenfalls die resultierenden Grenzen aus horizontalem Drift. Es sind wieder  $N_{Ref} = 17$  Referenzwinkel für das Regressionsmodell mit euklidischer Abstandsfunktion nach Gleichung 2.7 und resultierender Kovarianzfunktion nach Gleichung C.4 vorgegeben. Das Modell wird als mittwertfreier Kernel betrieben. Die Durchlaufzahl für die äußere Optimierung nach Algorithmus 7 ist mit 10 Durchläufen wieder verringert. Modelltrainingsdaten basieren auf Vektoren bzw. Skalaren.

**Durchführung:** Das Experiment wird in zwei Durchgängen ausgeführt. Vor jedem Durchgang werden Trainings- und Testdatensatz separat prozessiert und anschließend im Demonstrationsskript geladen. Es wird der Testdatensatz über einfache Mittlung der Daten ausgewertet. Die einfache Mittlung ist vom etwaigen Offset in den Simulationsdaten bereinigt. Es folgt die volle Regressionsmodell-Initialisierung und -Optimierung mittels Trainings- und Testdaten. Danach werden basierend auf den Testdaten die Vorhersage- und Verlust- sowie Fehlerberechnungen ausgeführt. Abschließend sind die Ergebnisse aus Regression und einfacher Mittlung grafisch ausgewertet. Die Testdaten beinhalten in jedem Durchgang 720 Simulationswinkel bei einer Auflösung von  $0,5^\circ$  und bilden eine volle Rotation des Magneten ab. Der Magnet ist in beiden Durchgängen um  $11^\circ$  in der Y-Achse verkippt. Der Z-Abstand beträgt in beiden Durchgängen 4,5 mm. Im ersten Durchgang ist der Sensor in X um 0,5 mm und in Y um 1 mm so verschoben, sodass sich der Magnet noch oberhalb des Sensors befindet. Beim zweiten Durchgang wird der Versatz in X mit 2,5 mm und für Y mit 2 mm nochmals erhöht. Der Magnet mit 2 mm Radius liegt damit räumlich neben dem Sensor.

**Erzeugte Datensätze:** Jeweils zwei Trainings- und Testdatensätze mit korrespondierenden Positionen des Sensors und Verkipfungswinkel des Magneten.

**Matlab-Skript:** demoGPRModule.m, siehe Unterabschnitt E.3.7.

**Abweichende Parameter von Tabelle 4.1:**

- TrainingsOptions: nAngles: 17
- TrainingsOptions/ TestOptions: (xPos; yPos; zPos):
  - a. (0, 5; 1; 4, 5)
  - b. (2, 5; 2; 4, 5)
- TrainingsOptions/ TestOptions: tilt: 11
- GRPOptions: kernel : 'QFCAPX'
- GRPOptions:  $\sigma_f^2$ -Bounds: (0.4, 20)
- GRPOptions:  $\sigma_l$ -Bounds: (4, 40)
- GRPOptions:  $\sigma_n^2$ -Bounds:  $(3 \cdot 10^{-7}, 10^{-5})$
- GPROptions: mean: 'zero'
- GRPOptions: OptimRuns: 10

**Ergebnisse:** Die Ergebnisse beider Durchgänge sind in Abbildung 4.13 und Abbildung 4.14 grafisch gegenübergestellt. Abbildung 4.13 zeigt die Reaktion des Regressionsmodells und resultierende absolute Winkelfehler auf die kombinierten Fehllagen aus räumlichen Versatz und Verkippung des Magneten. Als ergänzende Darstellung zeigt Abbildung 4.14 die Reaktion des Sensor-Arrays in Bezug auf die gezeigten Beispiele in Abbildung 4.13.

**Beobachtungen:** Für die Fehllage a) in Abbildung 4.13 zeigt sich, dass das Regressionsmodell diese sehr gut kompensieren konnte. Die Kovarianzmatrix zeigt ein homogenes Funktionsabbild für jeden Trainingspunkt zueinander mit nur sehr kleinen Abweichungen. Der Matrixmittelwert liegt mittig zu den einzelnen Kurvenverläufen. Die Kurvenverläufe besitzen eine gleichmäßige nicht spitz zulaufende Glockenform. Das Verhältnis aus Höhen- und Längenskalierung der Kovarianzfunktion liegt ca. bei 1 : 10. Das Rauschniveau ist in der Optimierung gegen seine unter Parametergrenze gelaufen. Jedes Training-Sample hat dadurch annähernd den gleichen Einfluss in der Regression. Das Modell besitzt in Bezug auf die Trainingsdaten und unter Berücksichtigung des Parameterverhältnisses eine mittlere Komplexität [3]. Es stellt sich eine hohe Generalisierung mit  $MSLLA$  und  $MSLLR$  kleiner -5 ein. Es gibt leichte Schwankungen in der Generalisierung und zwei markante Ausreißer, die aber alle negativ sind und somit wenig bis mäßig vom Generalisierungsniveau abweichen. Die Vorhersage ist sehr vertrauensvoll über die gesamte Rotation hinweg mit annähernd konstanten sehr engen Konfidenzintervallen für die Winkelvorhersage und Radius. Leichte Schwankungen in den Konfidenzintervallen entsprechen den Schwankungen der Modellverluste. Der mittlere Winkelfehler geht mit  $0,4^\circ$  gegen null. Der maximale Winkelfehler ist mit  $0,17^\circ$  sehr klein und taucht an der Peak-Stelle des Generalisierungsausreißers bei ca.  $220^\circ$  auf. In der ergänzenden Ergebnisansicht in Abbildung 4.14 a) zeigt die polare Darstellung der Simulationsergebnisse, dass die einfache Mittlung der Daten zwar eine Kreisbahn ergibt, diese aber nicht zentriert ist. Das Regressionsmodell gleicht diese Fehllage vollständig aus. Die Streuung der Sensor-Pixel auf dem Kennfeld deckt annähernd den vollen nichtlineare Bereich des Kennfeldes ab. Die Sensor-Pixel überlagern sich teilweise. Das Sensor-Pixel mit der Koordinate (1, 8) liegt dabei an der Grenze zum linearen Bereich des Kennfeldes. Die Auswertung der einzelnen Sensor-Pixel-Kreisbahnen zeigen, dass sich erste Darstellungsprobleme an der Sensor-Pixel-Koordinate (1, 8) und angrenzende Pixel einstellen. Hervorgerufen durch die stärkere Verzerrung der Feldstärkenverläufe von Kreisbahnen zu Ellipsoiden.

Mit der Fehllage b) in Abbildung 4.13 hat das Regressionsmodell Schwierigkeiten diese zu kompensieren. Das Skalierungsverhältnis von Höhen- zu Längenparameter liegt ca. bei 7 : 50. Die Kurvenverläufe sind stark inhomogen und sind wechselhaft zwischen breiten Glocken- und Keilformen. Der Matrixmittelwert ist abgesenkt. In Bezug auf die Trainingsdaten und Parameterverhältnis stellt sich damit z.T. eine hohe Modellkomplexität ein, die für einige Trainingsdaten durch keilförmige Kurven durchbrochen ist [3]. Mit einfachen Worten, das Regressionsmodell kann sich nicht auf die stark variierenden Daten einstellen, sodass der versuchte Kompromiss in der Komplexität fehlschlägt. Das Generalisierungsniveau ist negativ und von der Mittlung bei ca. -4 zufriedenstellend, allerdings

abschnittsweise in Gänze aufgehoben, sodass nur der Fit auf den Trainingsdaten erhalten bleibt. Die Ursache dafür ist die Keilform an den jeweiligen Trainingsdatenpunkten in der Kovarianzmatrix. Der Bruch in der Generalisierung ist zwischen  $0^\circ$  und  $110^\circ$  sowie zwischen  $150^\circ$  und  $275^\circ$  zu beobachten. Gleichmaßen zeigen sich Einbußen für die Generalisierung in der Vertrauensaussage über die Konfidenzintervalle wieder. Dies ist durch ein Aufschwingen der Intervalle in den angegebenen Abschnitten zu sehen. Der Winkelfehler folgt entsprechend der Generalisierung und dem Konfidenzintervall. Der mittlere Fehler hat sich erhöht auf  $0,33^\circ$ , der maximale liegt nun bei rund  $2^\circ$ . Die Ergänzung in Abbildung 4.14 b) zeigt die Verzerrung der Testdaten in einfacher Mittlung zu einer nicht kreisförmigen oder ellipsenähnlichen Bahn führen. Das Regressionsmodell schafft es nicht die stark verzerrte Kreisbahn zu kompensieren. Die Sensor-Pixel-Ansicht auf dem Cosinus-Kennfeld zeigt, dass die Pixel-Überlagerung vollständig aufgehoben ist und die Streuung der Pixel vom nichtlinearen Kennfeldbereich über den lineare bis hin zur Kennfeldmitte nahe  $0 \text{ kA m}^{-1}$  reicht. Die jeweiligen Feldstärkenverläufe sind alle zu Ellipsen gestaucht und werden im Bereich der Sensor-Pixel-Koordinate (1, 8) so stark gestaucht, dass sie nun mehr als Linien wahrnehmbar sind. Das resultiert für die Betrachtung der Ausgangsspannungen zu stark verzerrten und größtenteils nicht kreis- oder ellipsenförmigen Bahnverläufen.

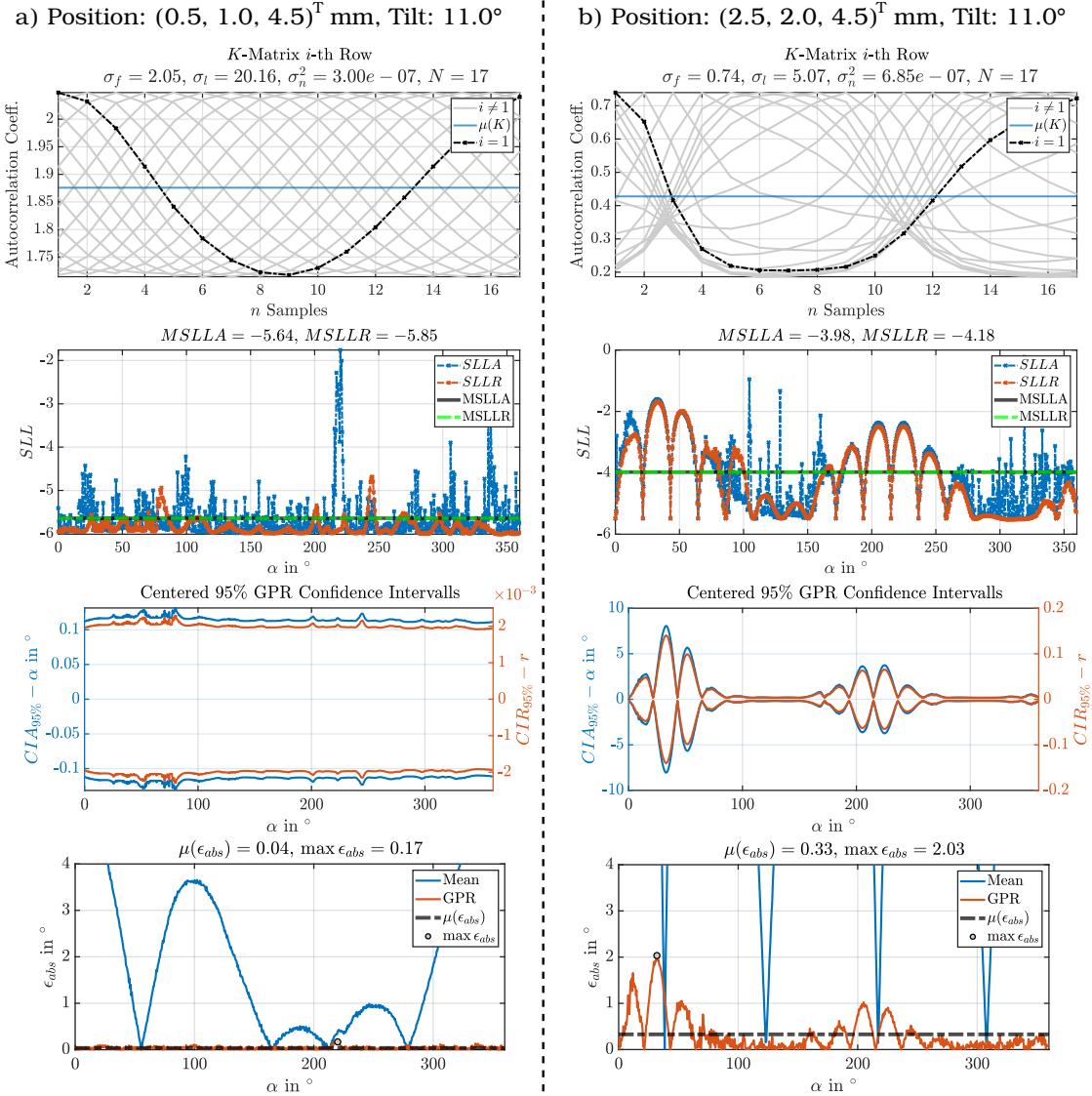


Abbildung 4.13: Beispiel kombinierter Fehllagen in der Regressionsansicht. Gezeigt sind zwei Fehllagen mit gleicher Magnetverkippung und Z-Abstand zum Magneten. Für a) befindet sich der Magnet räumlich über den Sensor. Für b) liegt der Sensor räumlich neben dem Magneten. Der Magnetradius beträgt 2 mm. Beide Beispiele sind mit voll optimierten Modell nach Algorithmus 5 und Algorithmus 7 und gleicher Konfiguration ausgeführt worden. Genutzt ist der Kernel nach Gleichung C.4 mit Abstandsfunktion nach Gleichung 2.7. Die Referenzwinkelanzahl beträgt  $N_{Ref} = 17$ . Gezeigt sind: Die Kovarianzmatrix aufgetragen für jede  $i$ -te Matrixreihe inklusive Matrixmittelwert. Die Generalisierung über den standardisierten logarithmischen Verlust (engl. Loss)  $SLL$ , jeweils für Winkel  $SLLA$  und Radius  $SLLR$ , sowie die resultierende Verlustmittlung  $MSLLA$  und  $MSLLR$ . Die 95% Konfidenzintervalle aus Winkelvorhersage  $CIA_{95\%}$  und Radius  $CIR_{95\%}$ . Der absolute Winkelfehler durch Mittlung (Mean) und Gauß-Prozess-Regression (GPR).

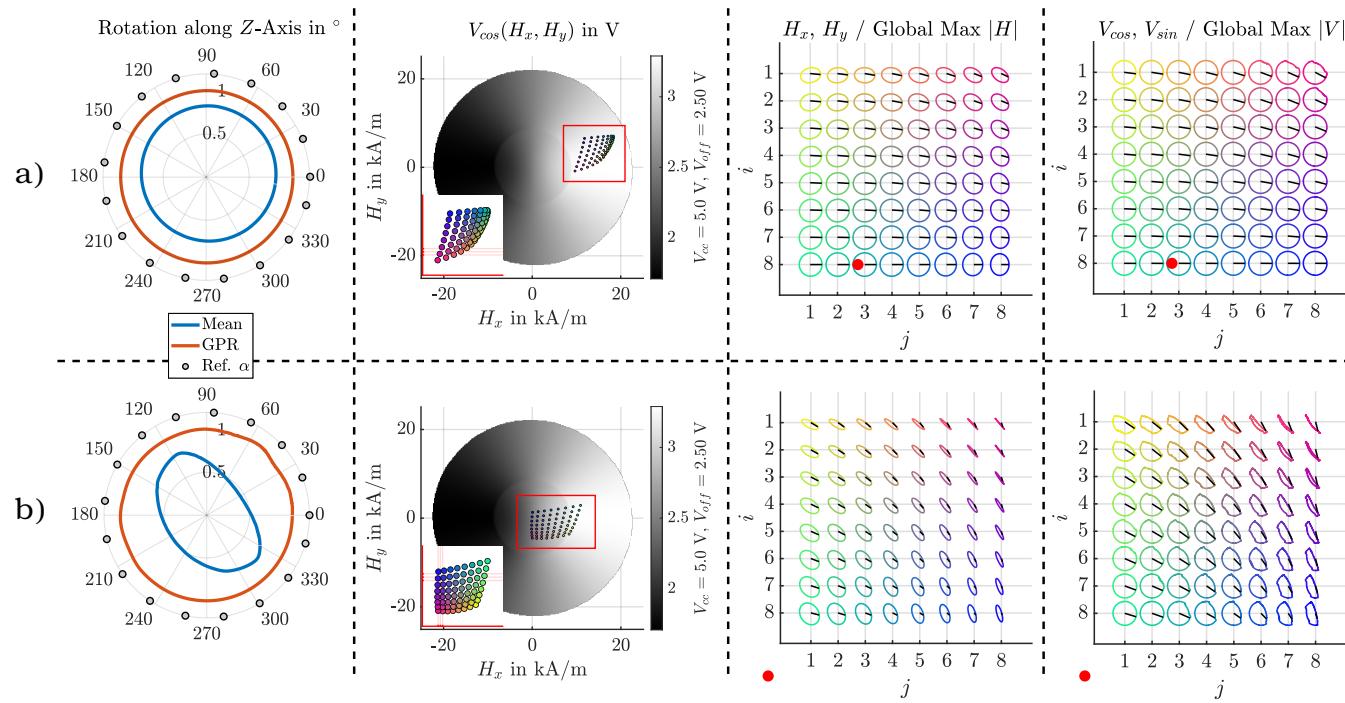


Abbildung 4.14: Beispiel kombinierter Fehllagen aus Sicht des Sensor-Arrays. Ergänzung zur Abbildung 4.13. Die Fälle a) und b) korrespondieren zu den gezeigten Beispielen in Abbildung 4.13. Gezeigt sind: Die polare Darstellung aus einfacher Mittlung (Mean) der Testdaten und Ergebnis der Gauß-Prozess-Regression (GPR) inkl. Anzeige der Referenzwinkel. Das Streuungsmuster der Sensor-Pixel auf dem Kennfeld der Cosinus-Funktion für den Simulationswinkel  $\alpha = 21,5^\circ$ . Die  $H_x$ - und  $H_y$ -Feldstärkenverläufe normiert auf die globale maximale Betragsfeldstärke  $|H|$  aller simulierten Feldstärken. Die Simulationsergebnisse der Sensor-Array-Simulation für Cosinus- und Sinus-Ausgangsspannungen normiert auf das globale Betragsmaximum  $|V|$ , als resultierendes Betragsmaximum aller simulierten Ausgangsspannungen. Beide Ansichten zur Feldstärke und Spannung bilden die gleichen Sensor-Pixel-Positionen bei voller Magnetrotation ab. Die Farbgebung entspricht der Pixel-Darstellung auf dem Kennfeld. Die Magnetposition ist in a) und b) rot hervorgehoben. In b) befindet das Sensor-Array neben dem Magneten, die Position ist daher nur angedeutet.

# 5 Zusammenfassung und Bewertung

- Kurzdarstellung der Ergebnisse der Arbeit
- Offene Punkte und Probleme
- Ansätze zur Weiterführung für zukünftige Arbeiten
- Bewertung der Ergebnisse in Bezug auf die Anwendung

## 5.1 Gegenüberstellung der GPR-Modelle

- Aufwand der Trainingsphase
- Nötige Parameter und zu Speichernde Werte
- Arbeitsphase, Genauigkeit, Fehlererkennung, Stabilität

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Platinen-Sensor-Array im Maßstab . . . . .	3
1.2	Ansatzdarstellung zur Generierung eines Simulationsmodell des magnetischen Sensor-Arrays . . . . .	4
1.3	Veranschaulichung eines vollständigen Sensor-ICs für die Drehwinkelerfassung . . . . .	5
2.1	Klassischer Anwendungsfall für die Drehwinkelerfassung . . . . .	9
2.2	Kreisdarstellung der Winkelmessung . . . . .	10
2.3	Allgemeine Kreisdarstellung des euklidischen Winkelabstands . . . . .	12
2.4	Schichtmodelle dreier magnetoresistive Effekte . . . . .	13
2.5	TMR Drehwinkelapplikation . . . . .	16
2.6	Magnetfeldstimuli zur Erzeugung von Sensorkennfeldern . . . . .	18
2.7	TDK TAS2141-AAAB Übertragungskennlinie . . . . .	19
2.8	Approximierter Kugelmagnet . . . . .	20
2.9	Geometrischer Aufbau und Ausrichtung des Sensor-Arrays . . . . .	22
2.10	Resultierende Sensor-Array-Daten . . . . .	23
2.11	Simulation der Dipol-Feldgleichung . . . . .	25
2.12	Kernel-Implementierung der Vorarbeiten . . . . .	29
3.1	Simulationsaufbau im Überblick . . . . .	33
3.2	Blockschema Simulations-Software . . . . .	34
3.3	Blockschema Einbindung der Sensor-Array-Simulation . . . . .	35
3.4	Sensor-Array-Simulation Prozessansicht . . . . .	36
3.5	Blockschema Trainingsphase Regression . . . . .	38
3.6	Regressionsinitialisierung Prozessansicht . . . . .	39
3.7	Regressionsoptimierung/-Generalisierung Prozessansicht . . . . .	40
3.8	Rauschniveaumodellierung Prozessansicht . . . . .	41
3.9	Regressionsparameteroptimierung Prozessansicht . . . . .	42
3.10	Blockschema Arbeitsphase Regression . . . . .	43

4.1	Kovarianzfunktionen im Vergleich . . . . .	48
4.2	Gegenüberstellung der Kovarianzmatrizen . . . . .	49
4.3	Modellgeneralisierung mit Frobenius-Norm als Abstandsfunktion . . . . .	50
4.4	Modellgeneralisierung mit euklidischer Abstandsfunktion . . . . .	51
4.5	Variation der Referenzwinkelanzahl bei konstantem Rauschniveau . . . . .	54
4.6	Variation der Referenzwinkelanzahl mit Optimierung des Rauschniveaus . . . . .	57
4.7	Äußere und innere Modelloptimierung mit angepassten Parametergrenzen . . . . .	60
4.8	Äußere und innere Modelloptimierung mit angepasster Durchlaufzahl . . . . .	61
4.9	Positionsdrift mit einfachen Versatz und Verkippung . . . . .	66
4.10	Modellparameter bei horizontalem Drift . . . . .	67
4.11	Modellparameter bei vertikalem Drift und Verkippung . . . . .	68
4.12	Best- und Worst-Case-Beispiel bei vertikalem Drift . . . . .	69
4.13	Beispiel kombinierter Fehllagen in der Regressionsansicht . . . . .	74
4.14	Beispiel kombinierter Fehllagen aus Sicht des Sensor-Arrays . . . . .	75
A.1	TDK TAS2141-AAAB Brückenkennfelder . . . . .	87
A.2	TDK TAS2141-AAAB Kennfeldquerschnitte . . . . .	88
B.1	Kennfeld-Mapping . . . . .	91
B.2	Sensor-Array-Datensatz Teilansicht . . . . .	92

# Tabellenverzeichnis

4.1	Simulationsparameter der Erprobungs- und Optimierungsexperimente . . .	45
A.1	Eckdaten TDK TAS2141-AAAB Kennfelder . . . . .	86
B.1	Sensor-Array-Simulationsparameter . . . . .	89
C.1	Gauß-Prozess-Regression-Simulationsparameter . . . . .	93
D.1	Genutzte Software . . . . .	111

# Algorithmenverzeichnis

1	Sensor-Array-Simulation . . . . .	90
2	Modellinitialisierung mit konst. Trainingsdaten und Parametern . . . . .	94
3	Berechnung der Kovarianzmatrix $K(X, X \theta)$ . . . . .	97
4	Berechnung der $\beta$ Polynomkoeffizienten aus Gleichung C.10 . . . . .	100
5	Modelloptimierung über Fmincon-Funktion f. $\sigma_n^2 = \text{konst.}$ . . . . .	104
6	Modellvorhersage f. Sinoide eines Testwinkel mit $X_* \mapsto \alpha_*$ . . . . .	106
7	Modellgeneralisierung über BayesOpt-Funktion f. alle $X_* \mapsto \alpha_*$ . . . . .	110

# Glossar

**AMR-Effekt** Anisotroper-Magnetoresistiver-Effekt.

**Arbeitsgruppe Sensorik** Die Arbeitsgruppe Sensorik steht unter Leitung von Prof. Dr.-Ing. Karl-Ragmar Riemschneider und ist unter dem Department Informations- und Elektrotechnik Teil der Fakultät Technik un Informatik an der HAW Hamburg.

**GMR-Effekt** Riesiger-Magnetoresistiver-Effekt.

**HAW Hamburg** Die HAW Hamburg ist die Hochschule für Angewandte Wissenschaften in Hamburg und war die ehemalige Fachhochschule am Berliner Tor.

**Kennfeld** Zweidimensionales Charakterisierungsabbild einer Wheatstone'schen Sensorbrücke eines magnetoresistiven Winkelsensors. Erstellt durch die Kennfeldmethode zur Charakterisierung von magnetischen Winkelsensoren.

**Kennfeldmethode** Charakterisierungsverfahren zur Ausmessung magnetoresistiver Winkelsensoren, bestehend aus zwei zueinander verdrehten Wheatstone-Brücken. Die resultierenden Charakterisierungsergebnisse können als Kennfelddatensätze zur Simulation von magnetischen Sensoren genutzt werden.

**Kennfeldpaar** Charakterisierungsergebnis der Kennfeldmethode für die Charakterisierung magnetoresistiver Winkelsensoren. Bestehend aus zwei Kennfeldern, jeweils als Repräsentanten der Wheatstone-Brücken eines Winkelsensors.

**Kreuzspulen-Messstand** Automatisierter Messtand zur Charakterisierung von Winkelsensoren. Der Messtand nutzt ein Kreuzspulen-System, in dessen Mitte der Winkelsensor platziert ist. Das Spulensystem erzeugt ein moduliertes, langsam rotierendes Anregungsmagnetfeld. Parallel zeichnet der Messtand, die zur Charaktisierung nötigen, Spannungsausgaben des Sensors und Anregungsströme der Spulen auf. Beides

erfolgt programmatisch. Die aufgezeichneten Messdaten können im Anschluss zu Kennfeldern evaluiert werden.

**Kreuzspulen-System** Spulensystem in Kreuzanordnung in dessen Mitte ein zu messendes Senor-IC platziert wird. Die Spulen sind Maßanfertigungen mit ganz bestimmten Messeigenschaften. Spulenfaktoren sind speziell ausgerechnet und nachgemessen. Kernelement des Kreuzspulen-Messstandes. Eingespeiste Spulenströme erzeugen entsprechende magnetische Felder in  $X$ - und  $Y$ -Richtung. Die Spulenströme erzeugen, entsprechend der Spulenfaktoren,  $H_x$ - und  $H_y$ -Feldstärken. Die Feldstärken sind direkt proportional zu den Einspeiseströmen. Die Ströme werden über niederohmige Shunt-Widerstände mit gemessen. Die Feldstärken können so über die Spulenfaktoren zurückgerechnet und zur Auswertung genutzt werden..

**Sensor-Array** Array aus geometrisch, gleichmäßig angeordneten Einzelsenoren, die messtechnische Aufgaben im Verbund bewältigen. Jeder einzelne Senor stellt dabei ein Senor-Pixel dar. Erhobene Messdaten sind entsprechend der Sensor-Array-Struktur in Matrixdatenformate zu bewerten und zu behandeln..

**Sensorkopf** Signal erzeugender Teil eines Sensor-ICs, dem eine Einheit zur weiteren Signalverarbeitung nachgeschaltet ist. Für die Drehwinkelerfassung besteht besteht die Signalerzeugung zumeist aus zwei verdrehten Wheatstone-Brücken, deren einzel Widerstände mittels magnetoresistiven Materialien aufgebaut sind.

**Sensor-Pixel** Einzelsensor im Sensor-Array. Allein betrachtet als vollwertiger, analoger Sensor zu betrachten. Mehrere Sensor-Pixel zusammen verschaltet ergeben ein Sensor-Array..

**TMR-Effekt** Tunnel-Magnetoresistiver-Effekt.

**Wheatstone'sche Brückenschaltungen** Messbrückenschaltung bestehend aus zwei Spannungsteilern, die parallel zu einer gemeinsamen Quelle geschaltet sind. Es wird eine Differenzspannung über die Mittelabgriffe der Spannungsteiler gemessen. Allgemein bekanntes Messprinzip. 1833 von Samuel Hunter Christie erfunden und nach dem britischen Physiker Sir Charles Wheatstone benannt. Abgekürzt auch Wheatstone-Brücken oder in der Sensorik auch Sensorbrücken genannt. Ein Sensorkopf für die Winkelmessung setzt sich in der Regel aus zwei solch gearteter Brückenschaltungen zusammen.

# Abkürzungen

**AMR** Anisotrope-Magnetoresistance.

**ASIC** Application-Specific-Integrated-Circuit.

**CPU** Prozessorkern.

**GMR** Giant-Magnetoresistance.

**GPR** Gauß'sche Prozesse für Regressionen.

**HAW** Hochschule für Angewandte Wissenschaften.

**HDD** Festplattenlaufwerk.

**HW** Hardware.

**IC** Integrated-Circuit.

**ISAR** Integrated-Sensor-Array.

**OS** Betriebssystem.

**RAM** Arbeitsspeicher.

**SW** Software.

**TMR** Tunnel-Magnetoresistance.

# Literatur

- [1] N. I. Fisher. *Statistical Analysis of Circular Data*. Cambridge University Press, 1993. ISBN: 9780511564345.
- [2] K. V. Mardia und P. E. Jupp. *Directional Statistics*. Bd. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley und Sons, Inc., 1999. ISBN: 9780471953333.
- [3] C. E. Rasmussen und C. K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. MIT Press, 2006. ISBN: 026218253X. URL: [www.gaussianprocess.org/gpml](http://www.gaussianprocess.org/gpml) (besucht am 30.10.2020).
- [4] M. Plum. „Orthogonalprojektionen, Orthonormalsysteme und -basen“. In: *Vorlesung Differentialgleichungen und Hilberträume*. Vorlesung (2011). KIT, 2012.
- [5] P. Guerrero und J. Ruiz del Solar. „Circular Regression Based on Gaussian Processes“. In: *2014 22nd International Conference on Pattern Recognition*. 2014. DOI: [10.1109/ICPR.2014.631](https://doi.org/10.1109/ICPR.2014.631).
- [6] R. Johnson. *MATLAB Style Guidelines 2.0*. Version 2. MATLAB Central File Exchange, 2014. URL: <https://de.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/46056-matlab-style-guidelines-2-0> (besucht am 21.09.2020). Online.
- [7] M. Lang, O. Dunkley und S. Hirche. „Gaussian process kernels for rotations and 6D rigid body motions“. In: *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2014. DOI: [10.1109/ICRA.2014.6907617](https://doi.org/10.1109/ICRA.2014.6907617).
- [8] NXP Semiconductors. *KMZ60 Angle sensor with integrated amplifier*. Datenblatt, 2014.
- [9] R. A. van de Geijn. *Notes on Vector and Matrix Norms*. The University of Texas Austin, 2014.
- [10] H. Lemme. *Messung durch den Tunnel*. Hrsg. von Elektroniknet. 2016. URL: <https://www.elektroniknet.de/messen-testen/sensorik/messung-durch-den-tunnel.133265.html> (besucht am 25.01.2021). Online.

- [11] TDK. *TMR Angle Sensor TAS2141-AAAB*. Datenblatt, 2016.
- [12] H. Pape. „Simulation und Auswertung von Permanentmagneten für manetoresistive Sensor-Arrays“. Bachelorarbeit HAW Hamburg, 2017.
- [13] infineon. *TLE5x09A16(D) Analog AMR/GMR Angle Sensors*. Datenblatt, 2018.
- [14] T. Mehm. „Schaltungsentwurf und Mikrocontrollersteuerung für ein Tunnel-Magnetoresistives Sensor-Array“. Bachelorarbeit HAW Hamburg, 2019.
- [15] T. Schüthe, A. Albounyan und K. Riemschneider. „Two-Dimensional Characterization and Simplified Simulation Procedure for Tunnel Magnetoresistive Angle Sensors“. In: *Sensors Applications Symposium (SAS)*. (13. März 2019). IEEE, 2019. DOI: [10.1109/SAS.2019.8706125](https://doi.org/10.1109/SAS.2019.8706125). URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8706125> (besucht am 05.10.2020). Online.
- [16] Bitbucket. *Feature Branch Workflow in Git*. Hrsg. von ATlassian. 2020. URL: <https://www.atlassian.com/de/git/tutorials/comparing-workflows/feature-branch-workflow> (besucht am 10.09.2020). Online.
- [17] J. Ernsting. „Funktionsdemonstrator für magnetische Sensor-Arrays auf Basis des Mikrocomputers Raspberry PI“. Bachelorarbeit HAW Hamburg, 2020.
- [18] T. Schüthe, K. Jünemann und K. Riemschneider. *Tolerance Compensation based on Gaussian Processes for Angle Measurements with Magnetic Sensor Arrays*. HAW Hamburg, 2020.
- [19] T. Schüthe u. a. „Positionserfassung mittels Sensor-Array aus Tunnel-Magnetoresistiven Vortex-Dots und lernender Signalverarbeitung“. In: *Tille T. (eds) Automobil-Sensorik 3*. Springer Vieweg, Berlin, Heidelberg, 2020. ISBN: 978-3-662-61259-0. URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-662-61260-6\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-662-61260-6_14).
- [20] T. Schüthe u. a. „Positionserfassung mittels Sensor-Array aus Tunnel-Magnetoresistiven Vortex-Dots und lernender Signalverarbeitung“. In: *8. Fachtagung Sensoren im Automobil*. 2020.
- [21] T. Tille. *Automobil-Sensorik-3*. Springer Vieweg, 2020. ISBN: 978-3-662-61259-0.

# A TDK TAS2141-AAAB

## Kennfelddatensatz

Der Anhang beinhaltet die Kennfelddarstellung eines TAS2141-AAAB TMR-Winkelsensor der Firma TDK [11]. Die Charakterisierung des Sensor-ICs ist mittels Kennfeldmethode [15] vorgenommen worden. Das Ausmessen des TMR-Sensors hat im Labor der Arbeitsgruppe Sensorik stattgefunden. Als Charakterisierungsergebnis liegt entsprechender Datensatz vor und dient in dieser Arbeit als Simulationsgrundlage für die Sensor-Array-Simulation. Der Datensatz ist von der Arbeitsgruppe Sensorik zur Verfügung gestellt worden. Eine detaillierte Zusammensetzung des Datensatzes ist im Unterabschnitt E.5.1 aufgeführt.

Eigenschaft	Wert	Einheit
$H_x$ -Skala	$-25 \dots 25$	$\text{kA m}^{-1}$
$H_y$ -Skala	$-25 \dots 25$	$\text{kA m}^{-1}$
$H_x$ -Schrittweite	0,1961	$\text{kA m}^{-1}$
$H_y$ -Schrittweite	0,1961	$\text{kA m}^{-1}$
Auflösung	$256 \times 256$	Pixel
Wertebereich $V(H_x, H_y)$	Normiert	$\text{mV V}^{-1}$
Normfaktor	$1 \cdot 10^3$	mV
Gain	1	-
Brückenverdrehung	90	°
Periodizität	360	°

Tabelle A.1: Eckdaten TDK TAS2141-AAAB Kennfelder

Die Charakterisierung mittels Kennfeldmethode generiert zwei Kennfeldpaare zu sehen in Abbildung A.1. Das erste Kennfeldpaar a) und c) referenziert sich aus dem steigenden Messverlauf, der amplitudenmodulierten  $H_x$ -/  $H_y$ -Stimuli. Das zweite b) und d) setzt sich aus dem fallenden Stimuli zusammen. Ein Kennfeld repräsentiert dabei eine Wheatstone-Brücke des Winkelsensors [15]. Bedingt durch die Verdrehung beider Brücken [11], ist ein

entsprechendes Kennfeldpaar zueinander um  $90^\circ$  verdreht. Die Kennfelder besitzen, je ein Minimum und Maximum, dass bei Abfahren eines Kreises auf einem Kennfeld zur  $360^\circ$  Periodizität führt. Die Kennfelder entsprechen somit dem Kernverhalten des Winkelsensors [11]. Tabelle A.1 fasst die Grundeigenschaften der Kennfelder zusammen. Beim zusammensetzen der Kennfelder, sind die gemessenen Ausgangsspannungen normiert und von Offsets bereinigt worden. Das erleichtert den Simulationseinsatz mit variablen Betriebsspannungen. So können für beliebige Feldstärken, Ausgangsspannungen nach Gleichung A.1 aus den Kennfeldern entnommen werden.

$$V_{out}(H_x, H_y) = Gain \cdot \frac{V_{cos,sin}(H_x, H_y)}{Normfaktor} \cdot V_{CC} + V_{Offset} \quad (\text{A.1})$$

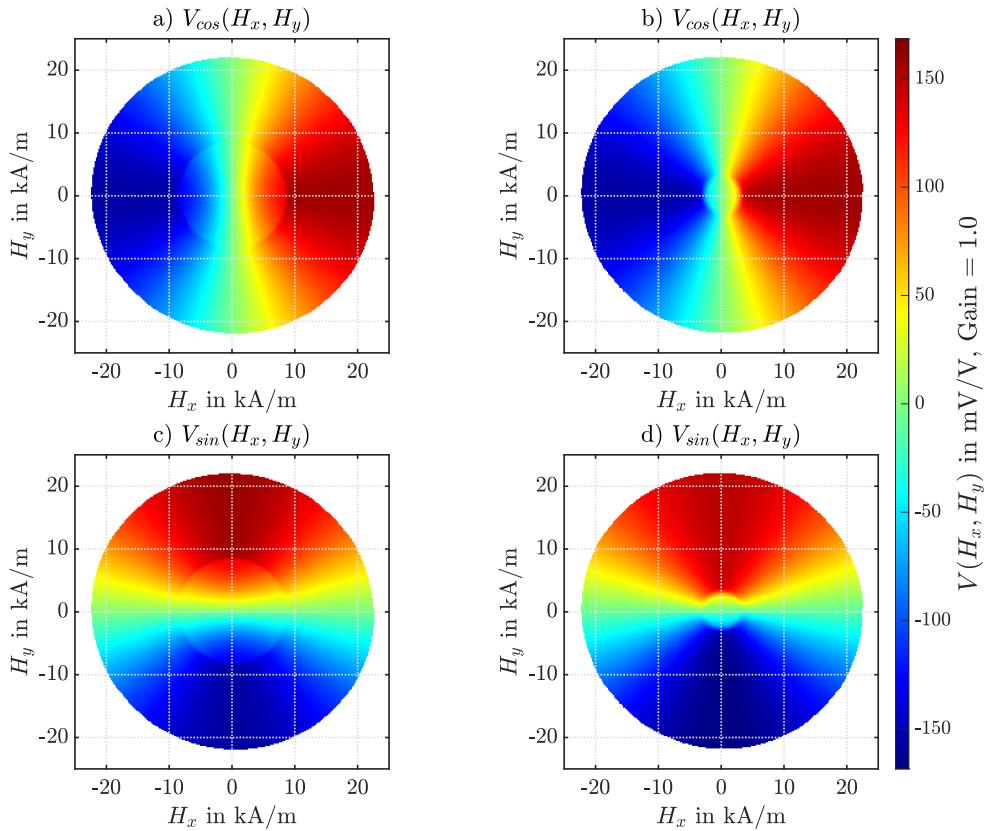


Abbildung A.1: TDK TAS2141-AAAB Brückenkennfelder. Kennfelder der Cosinus-Brücke a) und b). Kennfelder der Sinus-Brücke c) und d). a) und c) gewonnen aus steigenden Amplitudenmodulation. b) und d) gewonnen fallenden Modulation. Die Kennfelder sind normiert in  $\text{mV V}^{-1}$ . Grafik nachempfunden aus [15].

Im Vergleich der Kennfeldpaare biete sich das erste aus aus Abbildung A.1 a) und c) für eine Simulation an. Die Kennfelder besitzen größere Plateauflächen [15]. In Abbildung A.2 a) und c) ist das Kennfeldpaar nochmals gesondert dargestellt. Für das Kennfeld, der Cosinus-Wheatstone-Brücke in a), sind Querschnitte für variable  $H_x$ - und verschiedenen konstante  $H_y$ -Feldstärken in b) aufgetragen. Das gleiche vice versa in d) für Sinus-Wheatstone-Brücke aus c). Die Plateau-Grenzen liegen in  $H_x$ - und  $H_y$ -Richtung ca. bei  $\pm 8,5 \text{ kA m}^{-1}$  und sind als Limits in Abbildung A.2 b) und d) gekennzeichnet. Es zeigt sich ein annähernd linearer Bereich für die Übertragungskennlinien bei  $H_{x,y} = 0 \text{ kA m}^{-1}$ . Dieser Arbeitsbereich ist für die Simulation einzustellen [15].

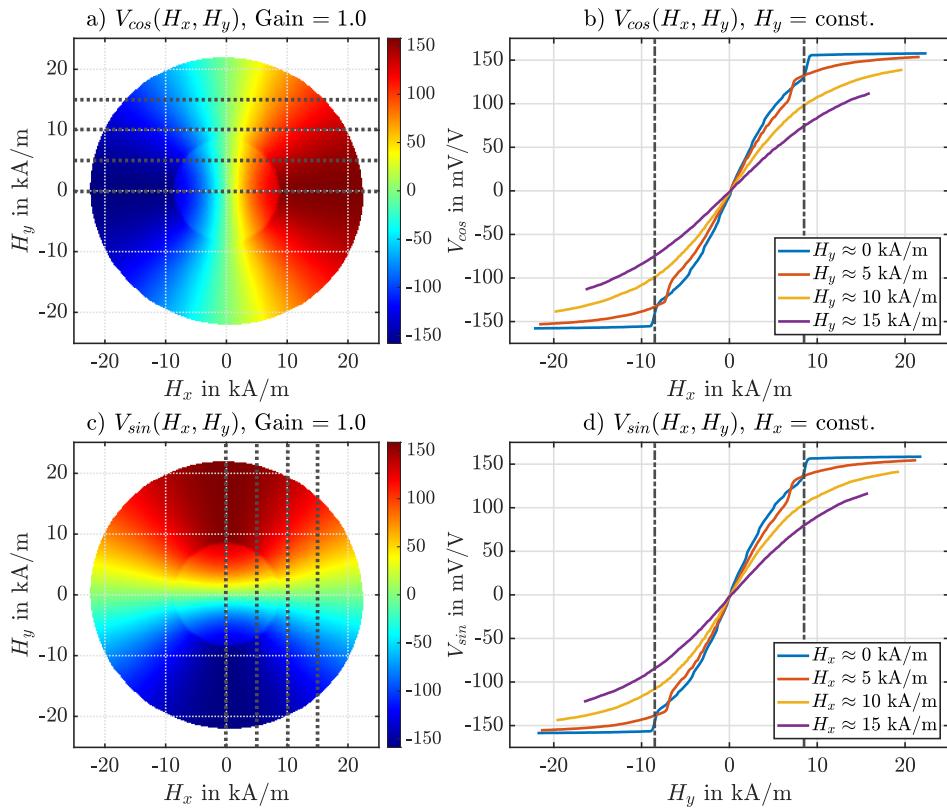


Abbildung A.2: TDK TAS2141-AAAB Kennfeldquerschnitte. Cosinus-Brücken-Kennfeld in a) und Sinus-Brücke in c). In b) und d) sind folgend der Verdrehung Querschnitte aus a) und c) aufgetragen. In b)  $V_{\cos}$  f. variable  $H_x$ - und verschiedenen konst.  $H_y$ -Feldstärken. In d) vice versa für  $V_{\sin}$  mit verschiedenen konst.  $H_x$ - bei variablen  $H_y$ -Feldstärken. Breite lineare Plateaus liefern einen annähernd linearer Arbeitsbereich in c) und d) zw.  $\pm 8,5 \text{ kA m}^{-1}$  f. Übertragungskennlinien  $H_{x,y} = 0 \text{ kA m}^{-1}$ . Grafik aus [15].

## B Sensor-Array-Simulation Implementierung

Der Anhang veranschaulicht die Handhabung und Standardparametrierung für die Sensor-Array-Simulation. Es sind optimale Simulationsparameter in Tabelle B.1 aufgeführt. Diese sind im Konfigurationsskript einzustellen und vorab der Simulation auszuführen. Das Skript erstellt eine MAT-Datei. Diese enthält, die in Gruppen zusammengefasste Simulationsparametrierung. Bei Simulationsausführung sind betreffende Parametergruppen aus der Konfigurationsdatei zu laden.

Parametergruppe	Parameter	Wert	Einheit	Kurzbeschreibung
SensorArrayOptions	geometry	'square'	-	Array-Geometrie-Indikator
	dimension	8	-	Sensor-Array-Pixel $N_{Pixel} \times N_{Pixel}$
	edge	2	mm	Sensor-Array-Kantenlänge
	$V_{cc}$	5	V	Sensor-Array-Betriebsspannung
	$V_{off}$	2,5	V	Sensor-Brücken-Offset-Spannung
	$V_{norm}$	$1 \cdot 10^3$	mV	Kennfeldnormierung
DipoleOptions	sphereRadius	2	mm	Kugelmagnetradius
	$H_{0mag}$	200	kA m $^{-1}$	Betragsfeldstärke Magnetfeldnormierung
	$z_0$	1	mm	Z-Abstand Magnetfeldnormierung
	$m_{0mag}$	$1 \cdot 10^6$	A m $^2$	Magnitude d. mag. Moments
Training-/ TestOptions	useCase	'Training' / 'Test'	'char'	Datensatzindikator f. Anwendungszweck
	xPos	[0, ]	mm	Sensor-Array X-Positionsvektor
	yPos	[0, ]	mm	Sensor-Array Y-Positionsvektor
	zPos	[7, ]	mm	Sensor-Array Z-Positionsvektor
	tilt	0	°	Magnetverkippung in Y-Achse
	angleRes	0, 5	°	Winkelauflösung f. Magnetrotation
	phaseIndex	0	-	Phasenverschiebung-Index f. Startwinkel
	nAngles	20 / 720	-	Anzahl gleich verteilter Simulationswinkel
	BaseReference	'TDK'	char	Kennfelddatensatzindikator
	BridgeReference	'Rise'	char	Kennfeldindikator

Tabelle B.1: Sensor-Array-Simulationsparameter. Default-Parameter für die Simulation mit ideal ausgerichteten Gesamtsystem, bestehend aus mag. Dipol und Sensor-Array.

Die Sensor-Array-Simulation folgt der Aufführung in Algorithmus 1. Zur Generierung von Trainings-/ Testdatensätzen dient die Konfigurationsdatei als Eingabe. Entsprechend der Parametrierung in Tabelle B.1, sind notwendige Kennfelddatensätze initialisiert und Funktionsmodule eingebunden. Für die eingestellte Anzahl von Simulationswinkeln und angegebenen Winkelauflösung, wird ein Rotationsvektor aufgestellt, indem alle Simulationswinkel gleich verteilt sind. Die Simulation fährt alle  $X, Y, Z$  Sensor-Array-Positionen im Koordinatenraum ab. Für jede angefahrene Position wird ein Meshgrid und entsprechender Datensatz mit voller Rotation erzeugt. Für verschiedene Magnetverkippung ist die Konfigurationsdatei anzupassen und die Simulation zu wiederholen.

---

**Algorithmus 1 : Sensor-Array-Simulation**

---

**Input :** Konfigurationsdatensatz

**Output :** MAT-Dateipfad

**Result :** Sensor-Array-Datensätze (Training/ Test)

1. Laden der Konfigurierung  $\leftarrow$  Tabelle B.1;
2. Laden der Kennfelder  $\leftarrow$  Anhang A;
3. Initialisierung Simulationssparameter  $\leftarrow$  Tabelle B.1;
4. Initialisierung Rotation  $\leftarrow$  Gleichung 2.20, Gleichung 2.21;
5. Initialisierung Kennfelder  $\leftarrow$  Gleichung A.1;
6. Initialisierung Dipol-Rotationsmomente  $\leftarrow$  Gleichung 2.18;
7. Initialisierung Sensor-Array-Positionen  $\leftarrow$  Tabelle B.1;
8. Initialisierung Dipol-Feldnormierung  $\leftarrow$  Betragkonstante in Gleichung 2.22;
10. Speicherallokation f. Ergebnisse;
11. Anlegen Metadaten (Info) und Simulationsdaten (Data) Structs;
12. **for**  $z$  in  $Z$ -Positionsvektor **do**

  - for**  $x$  in  $X$ -Positionsvektor **do**

    - for**  $y$  in  $Y$ -Positionsvektor **do**

      - Update Info-Struct (Positionsdaten);
      - Initialisierung Sensor-Array-Meshgrid  $\leftarrow$  Gleichung 2.9;
      - for**  $\vec{m}_i$  in Momentenmatrix **do**

        - Normierte Dipol-Feldberechnung auf Meshgrid  $\leftarrow$  Gleichung 2.22;
        - Kennfeld-Mapping interp2(Nearest-Neighbor)  $\leftarrow$  Abbildung B.1;

**end**

Update Data-Struct (Ergebnisse);

Speichern Info- und Data-Struct in Ziel-MAT-Datei;

Ausgabe MAT-Dateipfad;

**end**

**end**

**end**

---

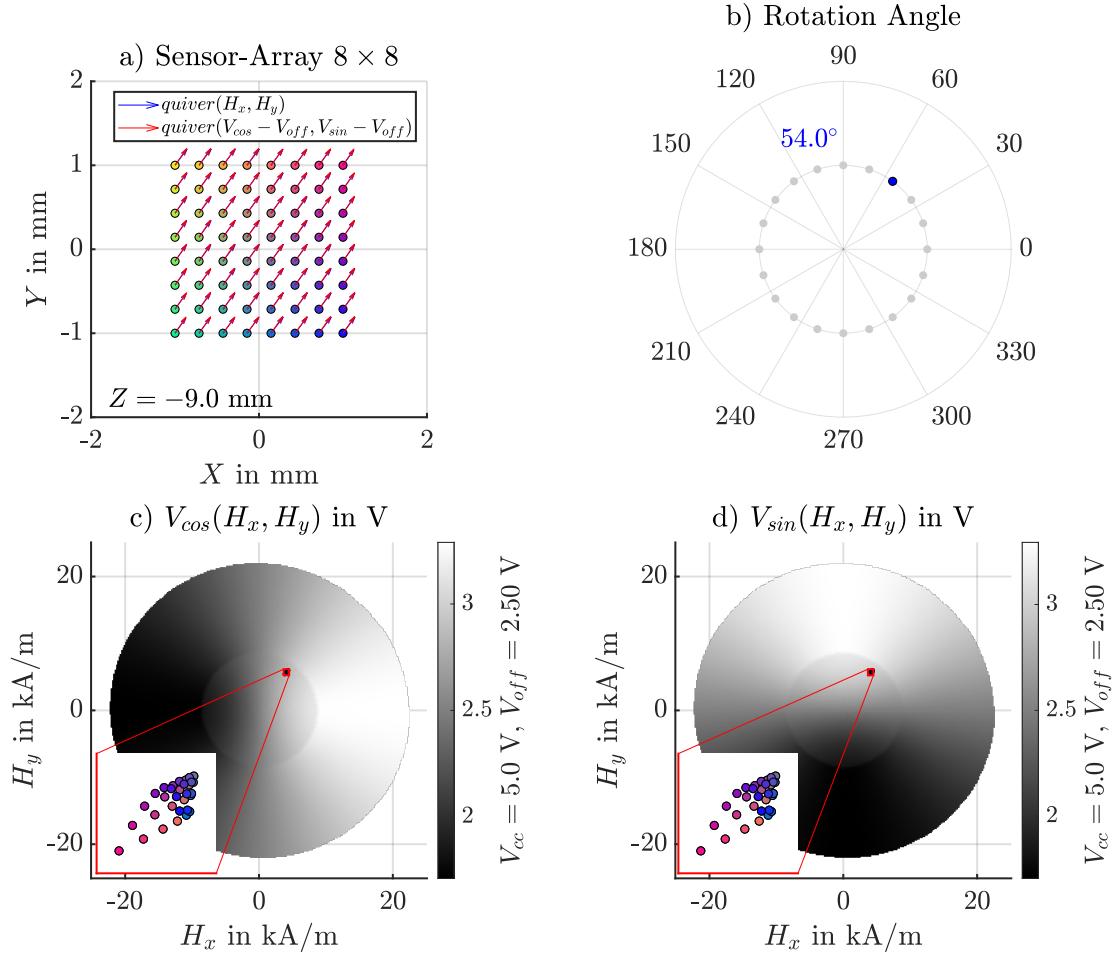


Abbildung B.1: Kennfeld-Mapping. Entnahme von Referenzspannungen aus Sensor-Kennfelder, gezeigt für einen beliebigen Simulationswinkel. In a) Meshgrid des Sensor-Arrays mit Grundposition  $(0, 0, -9)^T$  mm relativ zum Koordinatenursprung (mag. Dipol). Simulation ohne Dipol-Verkippung. b) Simulation für 20 gleich verteilte Winkel, gezeigt ist der vierte Winkel bei  $54^\circ$ . Simulationsparameter sind wie in Tabelle B.1 eingestellt. Magnet und Array-Position sind ideal konfiguriert. Ersichtlich anhand des eng gegliederten Feldstärken-Mappings auf c) Cosinus-Kennfeld und d) Sinus-Kennfeld. Die simulierten Feldstärken für alle Sensor-Pixel-Koordinaten, liegen innerhalb des linearen Kennfeldarbeitsbereich. Die Kennfelder sind entsprechend Betriebsspannungsparametrierung in V umgerechnet.

Abbildung B.1 zeigt das Mapping, auf TMR-Sensor-Kennfeldern (Anhang A), für prozessierte  $H_x$ - und  $H_y$ -Feldstärken. Die Simulation ist mit der Standardparametrierung aus Tabelle B.1 ausgeführt worden. Hier am Beispiel für 20 Simulationswinkel. Gezeigt ist der vierte Winkel bei  $54^\circ$ . Die errechneten Feldstärken sind auf die Kennfelder projiziert und Spannungswerte mittels Matlab-2D-Interpolation für Nearest-Neighbor entnommen. Abbildung B.2 zeigt, das nochmals für 720 Winkel und vier Sensor-Pixel. Es sind die Eck-Pixel angezeigt. Da sich der mag. Dipol ohne Verkipfung, zentriert über dem Sensor-Array befindet, überlagern sich die Signalverläufe für diagonal gegenüberliegende Sensor-Pixel. Die leicht ellipsenförmige Verlauf der projizierten Feldstärken, der äußeren Pixel, ergibt sich durch den Versatz zur Magnetfeldmitte. Ein Pixel direkt lotrecht zur Magnet-Z-Achse platziert, erzeugt einen optimale Kreisbahn. Eine detaillierte Beschreibung des Funktionsmoduls ist in Unterabschnitt E.4.1 einzusehen.

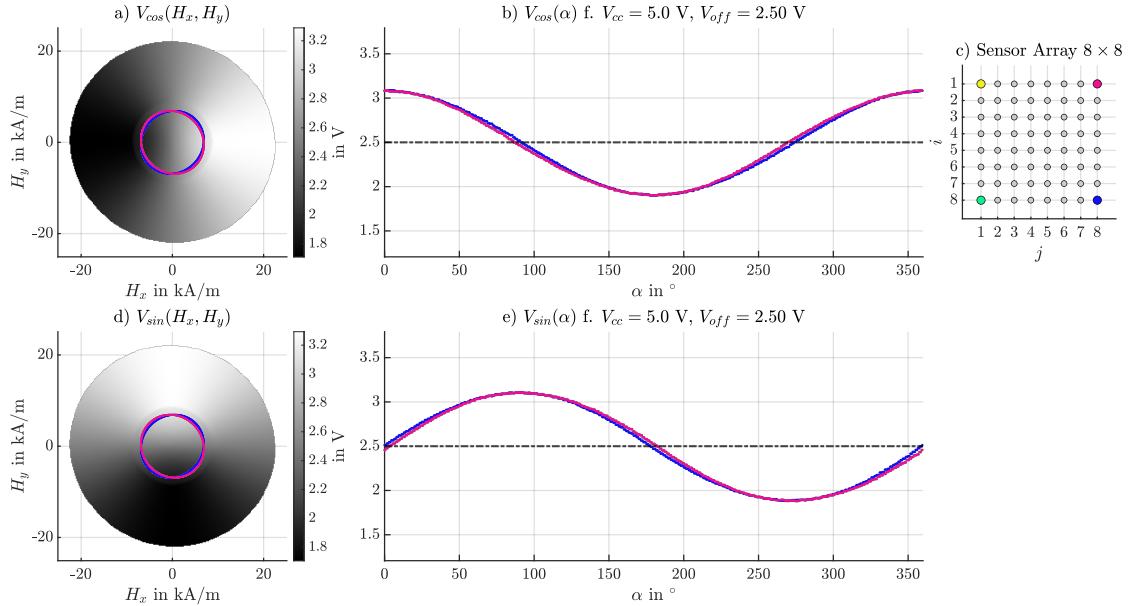


Abbildung B.2: Sensor-Array-Datensatz Teilansicht. Teilansicht der Simulationsergebnisse, entsprechend der Parametrierung nach Tabelle B.1. Es ist der gesamte Simulationsdurchlauf für die Eck-Sensor-Pixel c) gezeigt. a) und d) zeigen das Kennfeld-Mapping, für korrespondierende Feldstärken, bei einer vollständigen Dipol-Drehung. b) und e) stellt die Rotation aufgetragen über alle Simulationswinkel dar. Die sich diagonal gegenüberliegenden Sensor-Pixel, überlagern sich in den Darstellungen a), b), d) und e). Das entspricht der Kreuzsymmetrieeigenschaft Dipol-Magnetfeldes. Das Sensor-Array ist zentriert zum Dipol ausgerichtet. Dipol ist nicht verkippt. Grafik nachempfunden aus [15]

# C Gauß-Prozess-Regression

## Implementierung

Im Anhang befindet sich die Beschreibung für die Regression mittels Gauß'scher Prozesse. Die implementierten Mechanismen sind auf die Sensor-Array-Simulation Anhang B angepasst. Es wird sich an den Anforderungen für ein TMR-Sensor-Array Abschnitt 2.5 orientiert. Eine Standardparametrierung für die Simulationsdurchführung ist in Tabelle C.1 einzusehen. Die Notation ist der kompakten Schreibweise für Gauß'sche Prozesse angepasst [3]. Es zwei Kernel implementiert. Als erster der Kernel aus den Vorarbeiten [18][19] und darauf aufbauend ein zweiter mit angepasster Eingangswertverarbeitung. Beide Kernel besitzen die Fähigkeit zur Mittelwert freien und Polynom gestützten Regression bzw. Vorhersage [3]. Das Regressionsmodell kann ganze Sensor-Array-Datensätze verarbeiten. Es sind verschiedene Qualitätskriterien implementiert, die Aussagen zur Modellgenauigkeit, Vorhersagesicherheit und Generalisierung treffen. Die Trainingsphase für das Regressionsmodell wird durch Algorithmus 7 durchgeführt. Eine anschließende Arbeitsphase ist durch Algorithmus 6 umgesetzt. Einen Überblick über die Gesamtsoftware, in der dieser Teil ein Modul einnimmt, ist im Unterabschnitt E.4.2 einzusehen. Der Anhang besitzt einen Glossar ähnlichen Charakter und soll als Schnellnachschlagewerk unterstützen.

Parametergruppe	Parameter	Wert	Einheit	Kurzbeschreibung
GPROptions	kernel	'QFCAPX'	char	Kernel-Funktion-Indikator (C.4), ' $QFC \leftarrow d_F^2$ '
	$\theta$	(1, 1)	-	Kernel-Parametervektor $\theta$ (C.5)
	$\sigma_f^2$ -Bounds	(0.1, 100)	-	Parameter-Bounds $\theta_1$ f. Algorithmus 5
	$\sigma_l$ -Bounds	(0.1, 100)	-	Parameter-Bounds $\theta_2$ f. Algorithmus 5
	$\sigma_n^2$	$1 \cdot 10^{-6}$	-	Rauschniveau, Rauschaufschaltung (C.6)
	$\sigma_n^2$ -Bounds	( $1 \cdot 10^{-8}, 1 \cdot 10^{-4}$ )	-	Parameter-Bounds $\sigma_n^2$ f. Algorithmus 7
	OptimRuns	30	-	Durchlaufanzahl f. Algorithmus 7
	SLL	'SLLA'	char	Verlust-Indikator f. Winkel (A)/ R (Radius) Algorithmus 7
	mean	'zero'	char	Indikator Mittelwertpolynom Ein ('poly')/ Aus ('zero')
	polyDegree	1	-	Grad des Mittelwertpolynoms wenn mean = 'poly'

Tabelle C.1: Gauß-Prozess-Regression-Simulationsparameter. Default-Parameter für die Prozessierung von Simulationsergebnissen aus der Sensor-Array-Simulation Anhang B.

## C.1 Modellinitialisierung

Die Modellinitialisierung zur Gauß-Prozess-Regression erfolgt nach Algorithmus 2. Dabei sind Modellparametrierung über einen Konfigurationsdatensatz Tabelle C.1 zu laden. Ebenfalls sind alle gewählten Trainingsdaten, mit dazugehörigen Simulationswinkel  $X \mapsto \alpha_{Ref}$ , in die Initialisierung einzuspeisen. Das Modell wird Schritt für Schritt in einem Struct aufgebaut. Dabei sind bestimmte Funktionalitäten, entsprechend der gewählten Konfigurierung, in Funktions-Handles zugewiesen. So sind die Schritte 2, 4, 5 und 7 als Funktions-Handles umgesetzt. Das verringert den Speicheraufwand und benötigte Rechenergebnisse können dynamisch bei Bedarf erzeugt werden. Nach der Initialisierung müssen, Modellkonfiguration aus Schritt 1, die Regressionsziele aus Schritt 3, die  $L$ -Matrix aus Schritt 8 und die Regressionsgewichte aus Schritt 12 als gespeicherte Werte, für die Vorhersage nach Algorithmus 6 vorliegen. Die Modellkonfiguration aus Schritt 1 und die berechneten Modellplausibilitäten aus Schritt 13 sind für die Modelloptimierung nach Algorithmus 5 entscheidend. Das Modell wird in der Optimierung z.T. reinitialisiert. Die einzelnen Initialisierungsschritte sind nachfolgend zusammengefasst aufgeführt. Es ist ein mathematisch Bezug zur Implementierung in Anhang E und Notation nach Fachliteratur [3] vorgenommen worden.

---

### **Algorithmus 2 : Modellinitialisierung mit konst. Trainingsdaten und Parametern**

---

**Input :** Konfigurationsdatensatz, Trainingsdatensatz  $X \mapsto \alpha_{Ref}$

**Result :** Regressionsmodell mit Fähigkeit zur Datensatzverarbeitung aus Anhang B

1. Initialisierung Modellkonfiguration  $\leftarrow$  Tabelle C.1;
  2. Initialisierung  $X, \alpha$  und  $X$ -Formatierung  $\leftarrow$  Gleichung C.1, Gleichung C.2;
  3. Initialisierung Regressionsziele  $\leftarrow$  Gleichung C.3;
  4. Initialisierung Kernel-Funktion  $\leftarrow$  Gleichung C.4;
  5. Initialisierung Basis-Funktion  $\leftarrow$  Gleichung C.8;
  6. Berechnung  $K(X, X|\theta) \leftarrow$  Algorithmus 3;
  7. Rauschaufschaltung  $K_y \leftarrow$  Gleichung C.6;
  8. Cholesky-Zerlegung von  $K_y$  zu  $L$  u. Berechnung  $\log |K_y| \leftarrow$  Gleichung C.7;
  9. Initialisierung Mittelwertpolynome  $\leftarrow$  Gleichung C.9;
  10. Berechnung Polynomkoeffizienten  $\leftarrow$  jeweils Algorithmus 4 f. Gleichung C.10;
  11. Initialisierung Mittelwertfunktion  $\leftarrow$  Gleichung C.11;
  12. Berechnung Regressionsgewichte  $\leftarrow$  Gleichung C.12;
  13. Berechnung Modellplausibilität  $\leftarrow$  Gleichung C.13;
-

**Der Trainingsdatensatz** ist definiert nach der kompakten Notation aus Rasmussen und Williams[3]. Ein Trainingsdatensatz  $X$  beinhaltet alle Referenzwinkelstellungen  $\alpha_i$  mit  $X_i \mapsto \alpha_i$ , nach der Beschreibung in Abschnitt 2.5 mit  $X_{cos,i} = A_x$  und  $X_{sin,i} = A_y$ . Für die Implementierung mit Gleichung 2.7 müssen alle Trainingsdatenmatrizen normiert sein, sodass sich Vektoren als Trainingsdaten abbilden, siehe Gleichung C.1.

$$X = [X_i, \dots X_{N_{Ref}}] \quad \text{für } i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref} \quad (\text{C.1})$$

$$X_i = \begin{cases} [X_{cos,i}, X_{sin,i}] & \text{für Abstände nach Gleichung 2.13} \\ [\|X_{cos,i}\|_F, \|X_{sin,i}\|_F] & \text{für Abstände nach Gleichung 2.7} \end{cases}$$

$$X_i \mapsto \alpha_i$$

**Der Testdatensatz** ist analog zum Trainingsdatensatz definiert [3]. Ein Testdatensatz  $X_*$  repräsentiert einen Testwinkel mit  $X_* \mapsto \alpha_*$ . Auch hier gilt, wie für Trainingsdatensätze  $X_i \mapsto \alpha_i$ , die Umschreibung nach Abschnitt 2.5 mit  $X_{cos*} = A_x$  und  $X_{sin*} = A_y$ . Jeweils für die gewählte Implementierung ist auch hier eine Eingangsverarbeitung der Datensätze notwendig Gleichung C.2, sodass die Implementierung nach Gleichung 2.7 mit Skalaren statt Matrizen arbeitet.

$$X_* = \begin{cases} [X_{cos*}, X_{sin*}] & \text{für Abstände nach Gleichung 2.13} \\ [\|X_{cos*}\|_F, \|X_{sin*}\|_F] & \text{für Abstände nach Gleichung 2.7} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

$$X_* \mapsto \alpha_*$$

**Die Regressionsziele** sind als Spaltenvektoren nach [3] wie in Gleichung C.3 definiert. Die Besonderheit hier sind zwei Zielvektoren statt einer, wie in der Fachliteratur [3] angegeben. Abstrahiertes Regressionsziel ist der Einheitskreis, daher ergeben sich einfache Sinoide aus den Referenzwinkeln in Gleichung C.3.

$$\begin{aligned} y_{cos} &= (\cos \alpha_i, \dots, \cos \alpha_{N_{Ref}})^T && \text{für } i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref} \\ y_{sin} &= (\sin \alpha_i, \dots, \sin \alpha_{N_{Ref}})^T \end{aligned} \tag{C.3}$$

**Die Kernel-Funktion** ist das Kernelement des Regressionsverfahren für Gauß'sche Prozesse [3]. Es sind zwei Versionen nach gleichen Vorbild der fraktalen Kovarianz [18][19] implementiert. Die Implementierung mittels Gleichung 2.13 resultiert aus den Vorarbeiten der Arbeitsgruppe Sensorik und stellt die genaue Lösung dar und arbeitet direkt mit Matrizen als Trainingsdaten. Die Implementierung nach mit Gleichung 2.7 ist innerhalb dieser Arbeit entstanden und bedingt ein vorab Prozessieren der Trainingsdaten zu Vektoren. Ebenfalls müssen weitere Testdaten eingangs zu skalaren verarbeitet werden. Dazu wird die Frobenius-Norm aus Gleichung 2.10 verwendet. Die Implementierung nach Gleichung 2.7 folgt dem Beispiel aus der Veröffentlichung von Lang, Dunkley und Hirche[7] für die Anwendung der Gauß-Prozess-Regression auf Themenfeld der Robotik.

$$k(X_i, X_j) = \begin{cases} \frac{a}{b+d_F^2 \langle X_i, X_j \rangle} & \text{für Abstände nach Gleichung 2.13} \\ \frac{a}{b+d_E^2 \langle X_i, X_j \rangle} & \text{für Abstände nach Gleichung 2.7} \end{cases} \tag{C.4}$$

mit  $i, j = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

**Die Kernel-Parameter** für die Kovarianz- oder Kernel-Funktion bilden sich als Funktionsparameter, wie in Gleichung C.5 beschrieben. Bei der Parameteridentifizierung ist das Auslöschenkriterium für gültige Kovarianzfunktionen elementar [3]. Dabei ist der Fall abzudecken, dass die Abstandsfunktion der Kovarianz zu null wird, wenn Datensätze mit sich selbst prozessiert werden. In diesem Fall muss die Kovarianzfunktion  $\sigma_f^2$  ergeben.

$$a = \sigma_f^2 \cdot 2\sigma_l^2 \quad b = 2\sigma_l^2 \quad \theta = [\sigma_f^2, \sigma_l] \quad (\text{C.5})$$

**Die Kovarianzmatrix** ist als Autokorrelationsergebnis für alle bereitgestellten Trainingsdaten untereinander nach Algorithmus 3 zu berechnen [3]. Das Ergebnis, in quadratischer Matrixform, definiert das Verhalten des Gesamtsystems über gemessene Einzelabstände der Trainingsdaten zueinander. Es bedeutet, dass für ein Sensor-Array auf Basis des TMR-Sensors [11] in Drehwinkelapplikation Abbildung 2.9, die  $360^\circ$  Periodizität ersichtlich sein muss. Was eine Maxima-Diagonale von links nach rechts und annähernde Max-Werte in den beiden übrigen Ecken der Matrix impliziert.

---

**Algorithmus 3 :** Berechnung der Kovarianzmatrix  $K(X, X|\theta)$

---

**Input :** Kernel-Funktion  $k(X_i, X_j)$ , Trainingsdaten  $X$ , Kernel-Parameter  $\theta$   
**Result :**  $K$ -Matrix  $N_{Ref} \times N_{Ref}$

1. Initialisierung Parameter  $(a, b) \leftarrow \theta$  Gleichung C.5;
2. **for**  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$  **do**
  - for**  $j = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$  **do**
    - $| K_{i,j} = k(X_i, X_j) \leftarrow$  Gleichung C.4;
  - end**
- end**

---

**Als Noisy-Observation** ist durch ein Aufaddieren eines konstanten Rauschniveaus  $\sigma_n^2$  und damit verbundener minimaler Anhebung der Kovarianzmatrix-Diagonalen bezeichnet. Verwendet in verrauschter bzw. fehlerbehaftete Regression [3]. Entsprechend der Fachliteratur ist die Kovarianzmatrix inklusive additives Rauschen als  $K_y$  bezeichnet [3].

$$K_y = K(X, X|\theta) + \sigma_n^2 I \quad (\text{C.6})$$

**Die Cholesky-Zerlegung von  $K_y$**  ist als Ansatz zum Lösen der Regressionsmechanismen zu empfehlen. Dem Regressionsverfahren zugrundeliegenden Lösungen der Wahrscheinlichkeitsdichte-Integrale sind über Matrix- und Vektormultiplikation mit Inversen Matrizen in linearen Gleichungssystemen gelöst [3]. Für das Lösen der Gleichungssysteme mit inversen Matrizen, ist die Zerlegung der nicht inversen Matrix in eine untere Dreiecksmatrix möglich. Die Cholesky-Zerlegung schafft entsprechenden Repräsentant  $L$  für die Matrix  $K_y$ . Die logarithmierte Determinante ist mit Gleichung C.7 zu berechnen. Matrizen müssen symmetrisch und positiv definit sein, um die Cholesky-Zerlegung anwenden zu können [3].

$$LL^T = K_y \quad (C.7)$$

$$\log|K_y| = 2 \sum_{i=1}^{N_{Ref}} \log L_{i,i}$$

Es sollen damit Gleichungssysteme wie  $Ax = b \Leftrightarrow x = A^{-1}b$  über zerlegten Repräsentanten gelöst sein  $Ly = b \Leftrightarrow L^T x = y$ . Als Notation für die notwendige Lösung der linearen Gleichungssystem ist der Backslash-Operator genutzt  $x = L^T \backslash (L \backslash b)$  [3]. Der Backslash-Operator steht ebenfalls in Matlab zur Verfügung.

**Die Basis-Funktion** ist als Aufbaufunktion für Polynome aus Trainings- und Testdaten zu nutzen. Das Regressionsverfahren mittels Gauß'scher Prozesse kann in zwei Ausführungen betrieben werden. Die erste ist eine Regression ohne weitere Mittelwerte als Regressionshilfe. In zweiter Ausführung können Mittelwerte der Daten z.B. über Polynomfindung gebildet sein. Dafür bedingt es eine Basis-Funktion nach Gleichung C.8, die entsprechend der Kernel-Funktion und resultierende Datenformate Polynome bildet [3]. In der Implementierung sind Polynome ersten Grades verwendet. Was einer Offset- und Amplitudenkorrektur der Trainings- und Testdaten entspricht. Die in Gleichung C.8 gezeigten Funktionen müssen, jeweils für beide Cosinus und Sinus Datentypen gebildet werden und beziehen sich hier in der Darstellung für einen einzigen Simulationswinkel  $X_* \mapsto \alpha_*$ .

$$h_{cos}(X_{cos*}) = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{cos}(X_{cos*}) = 0 \\ (1, \|X_{cos*}\|_F, \|X_{cos*}\|_F^2, \dots)^T & \text{für Gleichung 2.13, } m_{cos}(X_{cos*}) \neq 0 \\ (1, X_{cos*}, X_{cos*}^2, \dots)^T & \text{für Gleichung 2.7, } m_{cos}(X_{cos*}) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

$$h_{sin}(X_{sin*}) = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{sin}(X_{sin*}) = 0 \\ (1, \|X_{sin*}\|_F, \|X_{sin*}\|_F^2, \dots)^T & \text{für Gleichung 2.13, } m_{sin}(X_{sin*}) \neq 0 \\ (1, X_{sin*}, X_{sin*}^2, \dots)^T & \text{für Gleichung 2.7, } m_{sin}(X_{sin*}) \neq 0 \end{cases}$$

**Die Mittelwertpolynome** bauen sich über die Basis-Funktionen aus Gleichung C.8 für Trainingsdaten auf. Es resultieren Matrizen [3], deren erste Reihe gleich eins ist und jede weitere Reihe mit entsprechenden Exponenten für die Polynomgenerierung versehen ist. Die Polynombildung ist jeweils für beide Cosinus- und Sinus-Datensätze durchzuführen, wenn die Mittelwertbildung aktiv ist.

$$H_{cos}(X_{cos}) = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{cos}(X_{cos}) = 0 \\ [h_{cos}(X_{cos,i}), \dots, h_{cos}(X_{cos,N_{Ref}})] & \text{für } m_{cos}(X_{cos}) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

$$H_{sin}(X_{sin}) = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{sin}(X_{sin}) = 0 \\ [h_{sin}(X_{sin,i}), \dots, h_{sin}(X_{sin,N_{Ref}})] & \text{für } m_{sin}(X_{sin}) \neq 0 \end{cases}$$

jeweils für alle  $X_{cos} = [X_{cos,i}, \dots, X_{cos,N_{Ref}}]$  und

alle  $X_{sin} = [X_{sin,i}, \dots, X_{sin,N_{Ref}}]$

mit  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

**Die Polynomkoeffizienten** zur Mittelwertbildung über gebildet Polynome nach Gleichung C.8 und Gleichung C.9 sind als Koeffizienten nach Gleichung C.10 zu berechnen [3]. Zur Berechnung der Koeffizienten sind mehrere inverse Matrix-Produkte verschachtelt zu lösen.

$$\beta_{cos} = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{cos}(X_{cos}) = 0 \\ (H_{cos}K_y^{-1}H_{cos}^T)^{-1}H_{cos}K_y^{-1}y_{cos} & \text{für } m_{cos}(X_{cos}) \neq 0 \end{cases} \quad (C.10)$$

$$\beta_{sin} = \begin{cases} 0 & \text{für } m_{sin}(X_{sin}) = 0 \\ (H_{sin}K_y^{-1}H_{sin}^T)^{-1}H_{sin}K_y^{-1}y_{sin} & \text{für } m_{sin}(X_{sin}) \neq 0 \end{cases}$$

jeweils für alle  $X_{cos} = [X_{cos,i}, \dots, X_{cos,N_{Ref}}]$  und

alle  $X_{sin} = [X_{sin,i}, \dots, X_{sin,N_{Ref}}]$

mit  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

Zur Bewältigung des Problems ist Algorithmus 4 implementiert worden und jeweils für beide Cosinus- und Sinus-Polynome aus Gleichung C.9 durchzuführen. Die Polynom- und Koeffizientenbestimmung entfällt, wenn die Mittelwertbildung ausgeschaltet ist.

---

**Algorithmus 4 :** Berechnung der  $\beta$  Polynomkoeffizienten aus Gleichung C.10

---

**Input :** Polynommatrix  $H$ , Untere Dreiecksmatrix  $L(K_y)$ , Regressionsziel  $y$

**Result :**  $\beta$ -Koeffizienten

1.  $a_0 \leftarrow$  Lösen von  $K_y^{-1}y$ ;  
 $a_0 = L^T \setminus (L \setminus y);$
  2.  $A_1 \leftarrow$  Lösen von  $HK_y^{-1}H^T$ ;  
**for**  $j$ -te Spalte in  $H^T$  **do**  
|      $V_j = L \setminus H_j^T$ ;  
|     **end**  
|      $A_1 = V^T V$ ;
  3.  $L_1 \leftarrow$  cholesky( $A_1$ );
  4.  $A_2 \leftarrow$  Lösen von  $A_1^{-1}H$ ;  
**for**  $j$ -te Spalte in  $H$  **do**  
|      $V_j = L_1^T \setminus (L_1 \setminus H_j)$ ;  
|     **end**  
|      $A_2 = V$ ;
  5.  $\beta = A_2 \cdot a_0$ ;
-

**Die Mittelwertfunktionen** für die Regression setzen sich aus gebildeten Polynomen und den bestimmten Polynomkoeffizienten nach Gleichung C.11 zusammen [3]. Für alle Trainingsdaten mittels Polynommatrizen und für einzelne Testdaten über die Basisfunktion. Bei eingeschalteter Mittelwertbildung, bildet sich das Regressionsergebnis über die Summe aus Mittelwertberechnung und Stützwertsumme [3]. Die Mittelwertrechnung ist für beide Cosinus- und Sinus-Datensätze umzusetzen.

$$m_{cos}(X_{cos(*)}) = \begin{cases} 0 & \text{für mittelwertfreie Regression} \\ H_{cos}(X_{cos}) \cdot \beta_{cos} & \text{für Trainingsdaten } X_{cos} \\ h_{cos}(X_{cos*}) \cdot \beta_{cos} & \text{für Testdaten } X_{cos*} \end{cases} \quad (C.11)$$

$$m_{sin}(X_{sin(*)}) = \begin{cases} 0 & \text{für mittelwertfreie Regression} \\ H_{sin}(X_{sin}) \cdot \beta_{sin} & \text{für Trainingsdaten } X_{sin} \\ h_{cos}(X_{sin*}) \cdot \beta_{sin} & \text{für Testdaten } X_{sin*} \end{cases}$$

jeweils für alle  $X_{cos} = [X_{cos,i}, \dots, X_{cos,N_{Ref}}]$  und  
 alle  $X_{sin} = [X_{sin,i}, \dots, X_{sin,N_{Ref}}]$   
 mit  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

**Die Regressionsgewichte** oder Stützwerte für die Vorhersage beider Sinoide sind jeweils, in Abhängigkeit der dazugehörigen Regressionsziele und Mittelwerte, über inverse Matrix-Produkt aus  $K_y^{-1}$  und das Residual aus Ziel und Mittelwert zu bilden. Gleichung C.12 beschreibt die Lösung des resultierenden Gleichungssystem über die untere Dreiecksmatrix  $L$  der Kovarianzmatrix  $K_y$  [3]. Die Gewichtsbildung veranschaulicht am besten den Gesamtlauf des Verfahrens. Es sind zwei unterschiedliche Regressionen, jeweils für Cosinus- und Sinus-Funktionen durchzuführen. Dabei stützen sich beide Regressionen auf eine gemeinsame Kovarianzbewertung, der zugrundeliegenden Trainingsdatensätze [19]. Die Kovarianzmatrix stellt somit die vektorielle und orthogonale Kopplung der Daten her und impliziert ihre gegenseitige Abhängigkeit.

$$\begin{aligned}\alpha_{cos} &= K_y^{-1} \cdot (y_{cos} - m_{cos}(X_{cos})) \\ &= L^T \backslash (L \backslash (y_{cos} - m_{cos}(X_{cos})))\end{aligned}\tag{C.12}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{sin} &= K_y^{-1} \cdot (y_{sin} - m_{sin}(X_{sin})) \\ &= L^T \backslash (L \backslash (y_{sin} - m_{sin}(X_{cos})))\end{aligned}$$

jeweils für alle  $X_{cos} = [X_{cos,i}, \dots, X_{cos,N_{Ref}}]$  und  
alle  $X_{sin} = [X_{sin,i}, \dots, X_{sin,N_{Ref}}]$   
mit  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

**Die Modellplausibilitäten** oder Regressionsevidenzen, sind entsprechend der Regressionsausrichtung, über Residuale und Regressionsgewichte in Gleichung C.13 zu bilden [3]. Jeweils wieder für beide Cosinus- und Sinus-Datensätze. Die so aufgestellten Plausibilitäten bewerten den Regressions-Fit in Bezug auf die Trainingsdaten. In der Fachliteratur [3] sind diese auch als Logarithmic-Marginal-Likelihoods bezeichnet. Sie bieten einen Indikator für den Daten-Fit, der  $< 0$  wird für eine schlechte Anpassung,  $\approx 0$  ist bei mäßiger Anpassung und  $> 0$  ist für eine gute Modellanpassung. Dabei sind Werte  $> 30$  als sehr gute Anpassung Modellanpassung für jeweilige Sinoide zu interpretieren. Bei Plausibilitäten größer  $> 60$  und zu eng gewählter Parameter-Bounds, kann sich ein zu Starker Fit auf die Trainingsdaten einstellen. Das wird als Overfitting bezeichnet. Ein so über parametrisiertes Modell, verliert dabei seine Fähigkeit zur Generalisierung und liefert nur für die Trainingsdaten selber valide Ergebnisse. Testdaten, die von den Trainingsdaten abweichen, können somit nicht mehr korrekt prozessiert werden. Die Interpretation der Likelihoods ist aus der Fachliteratur [3] entnommen und für empfohlene Werte empirisch bestimmt worden. Die einzelnen Plausibilitäten müssen ungefähr gleich groß sein, andernfalls besteht ein Ungleichgewicht in der Vorhersage. Resultierende Ergebnisse sind dann im Winkel und Radius verfälscht. Hergestellt wird das Gleichgewicht durch die Kovarianzkopplung, mittels gemeinsamer Kovarianzmatrix.

$$\log p(y_{cos}|X_{cos}) = -0,5 \left( (y_{cos} - m_{cos}(X_{cos}))^T \alpha_{cos} + \log |K_y| + N_{Ref} \log 2\pi \right) \quad (\text{C.13})$$

$$\log p(y_{sin}|X_{sin}) = -0,5 \left( (y_{sin} - m_{sin}(X_{sin}))^T \alpha_{sin} + \log |K_y| + N_{Ref} \log 2\pi \right)$$

jeweils für alle  $X_{cos} = [X_{cos,i}, \dots, X_{cos,N_{Ref}}]$  und  
 alle  $X_{sin} = [X_{sin,i}, \dots, X_{sin,N_{Ref}}]$   
 mit  $i = 1, 2, 3, \dots, N_{Ref}$

## C.2 Modelloptimierung

Die Optimierung bezieht sich auf ein fertig initialisiertes Modell nach Algorithmus 2. Dieses muss dafür einen vollständigen Parametersatz Tabelle C.1 inklusive Bounds beinhalten. Ebenfalls müssen alle Trainingsdaten entsprechend der gewählten Implementierung im Modell enthalten sein. Die Optimierung in Algorithmus 5 ist mittels Fmincon-Funktion (Matlab) implementiert und nutzt einen Sequential-Quadratic-Programming-Algorithmus um das Minimum-Kriterium aus Gleichung C.14 zu steuern. Das Modell wird im Prozess so lange reinitialisiert, bis keine graduelle Änderung des Kriteriums mehr festgestellt werden können. Kritisch im Optimierungsverfahren sind dabei, die zu setzenden Parameter-Bounds für  $\theta$ . Sind die Grenzen des Suchfeldes zu eng gesetzt, kann das Minimum nicht erreicht werden. Der Algorithmus wird dann die Bounds selbst als Ergebnis liefern. Sind die Bounds zu weit abgesteckt ist es theoretisch möglich, dass das Minimum nicht vor Abbruch gefunden werden kann. In der Regel findet sich das Minimum, mit der getroffenen Implementierung, nach 6 – 24 Durchläufe. Das ist empirisch durch ausgegebene Grafiken beobachtet worden.

---

**Algorithmus 5 :** Modelloptimierung über Fmincon-Funktion f.  $\sigma_n^2 = \text{konst.}$

---

**Input :** Modell inkl.  $X, \theta, \sigma_n^2 + \text{Bounds} \leftarrow \text{Algorithmus 2}$

**Result :** Optimiertes Modell mit neuen Kernel-Parameter  $\theta|\sigma_n^2$ , f.  $\sigma_n^2 = \text{konst.}$

1. Initialisierung Fmincon-Funktion;
  2. Initialisierung Parameter-Bounds  $\leftarrow$  Modell-Bounds Tabelle C.1;
  3. Initialisierung Fmincon-Startwert  $\leftarrow$  Model-Kernel-Parameter Tabelle C.1;
  4. Initialisierung Min-Kriterium  $\tilde{R}_{\mathcal{L}} \leftarrow$  Gleichung C.14;
  5. **while**  $\neg(\tilde{R}_{\mathcal{L}} = \text{konst. f. 7 Iterationen}) \wedge (\min \neq \tilde{R}_{\mathcal{L}})$  **do**
    - | Zuweisung innerhalb Parameter-Bounds  $\theta \leftarrow$  Fmincon-Funktion;
    - | Modell-Teilreinitialisierung  $\leftarrow$  Algorithmus 2, Schritte 6. bis 13.;
    - | Berechnung  $\tilde{R}_{\mathcal{L}} \leftarrow$  Gleichung C.14;
  - end**
  6. Speichern  $\theta \leftarrow$  Fmincon-Funktion;
  7. Modell-Teilreinitialisierung  $\leftarrow$  Algorithmus 2, Schritte 6. bis 13.;
-

**Das Min-Kriterium** ist als zusammengesetztes Kriterium aus den einzelnen Modellplausibilitäten für die Cosinus- und Sinus-Vorhersage aufzustellen. Der Bildungsansatz ist aus einem Regressionsproblem der Computer-Vision [5] adaptiert und nach dem Leitwerk zur Verfahrensentwicklung [3] angepasst worden. Die Findung optimaler Kovarianz- bzw. Kernel-Parameter, kann nach Gleichung C.14 vorgenommen werden. Dafür sind Modellplausibilitäten, für die einzelnen Sinoiden, als Funktion von Kernel-Parametern zu betrachten. Das Kriterium ergibt sich, als negative Summe der einzelnen Plausibilitäten Gleichung C.13. Das aufgestellte Minimierungsproblem ist bei einem konstanten Rauschniveau  $\sigma_n^2$  und verschiedenen Kernel-Parameter  $\theta$  zu untersuchen.

$$\theta|\sigma_n^2 = \arg \min_{\theta} \tilde{R}_{\mathcal{L}}(\theta|\sigma_n^2) \quad \text{f. } \sigma_n^2 = \text{konst.}$$

(C.14)

$$\tilde{R}_{\mathcal{L}}(\theta|\sigma_n^2) = -(\log p(y_{cos}|X_{cos}, \theta, \sigma_n^2) + \log p(y_{sin}|X_{sin}, \theta, \sigma_n^2))$$

### C.3 Modellvorhersagen

Die Implementierung für Winkelvorhersagen, auf Grundlage von Datensätzen der Sensor-Array-Simulation Anhang B, läuft nach Algorithmus 6 ab. Der Algorithmus zeigt, die Vorhersage für eine Winkelstellung und ist für mehrere Winkel zu wiederholen. Die geschriebene Software in Unterabschnitt E.4.2, kann einen Winkelsatz oder komplette Datensätze, bestehend aus mehreren Winkelsätzen prozessieren. Für letzteres stehen Ergebnisse als Vektoren zur weiteren Analyse oder Optimierung bereit.

---

**Algorithmus 6 :** Modellvorhersage f. Sinoide eines Testwinkel mit  $X_* \mapsto \alpha_*$

---

**Input :** Modell inkl.  $X, \theta, \sigma_n^2$ , Testdatensatz (inkl. Testwinkel  $\alpha_*$ )  $X_* \mapsto \alpha_*$

**Result :** Sinoide  $\bar{f}_{cos*}, \bar{f}_{sin*}$ , Radius  $\bar{r}_*$ , Winkel  $\bar{\alpha}$ , Sinoide Varianz  $\mathbb{V}[\bar{f}_*]$ , Sinoide Std.-Abweichung  $s_*$ , Konfidenzintervalle  $CIA_{95\%}, CIR_{95\%}$ , std. log. Verluste (*SLLA*), *SLLR*

1. Berechnung Kovarianzvektor  $\mathbf{k}_* \leftarrow$  Gleichung C.15;
  2. Berechnung Varianzvorhersage  $\mathbb{V}[\bar{f}_*] \leftarrow$  Gleichung C.18;
  3. Berechnung Mittelwertvorhersage  $\bar{f}_{cos*}, \bar{f}_{sin*} \leftarrow$  Gleichung C.16;
  4. Berechnung Radius  $\bar{r}_*$ , Winkel  $\bar{\alpha} \leftarrow$  Gleichung C.17;
  4. Berechnung Std.-Abweichung  $s_* \leftarrow$  Gleichung C.19;
  6. Berechnung Konfidenzintervalle  $CIA_{95\%}, CIR_{95\%} \leftarrow$  Gleichung C.20;
  7. Berechnung std. log. Verluste (*SLLA*), *SLLR*  $\leftarrow$  Gleichung C.21;
- 

**Der Kovarianzvektor** ist als Regressionsmaß für einen einzigen Testdatensatz mit zugehörigen Simulationswinkel  $X_* \mapsto \alpha_*$  zu bewerten. Ist der Vektor  $\mathbf{k}_*$  nach Algorithmus 3 zu bilden. Er stellt den Vergleichsbezug von Testdaten  $X_*$  zu allen Trainingsdaten  $X$  her und löst die neue Winkelstellung in Relation zu den Trainingsdaten auf [3]. Der Kovarianzvektor  $\mathbf{k}_*$  ist mit aktuellen Modellparametern zu berechnen Gleichung C.15.

$$\mathbf{k}_* = K(X, X_* | \theta) \quad \text{mit Algorithmus 3} \quad (\text{C.15})$$

f. Traingsdaten  $X$  und einen Testwinkel  $X_* \mapsto \alpha_*$

**Die Mittelwertvorhersage** ist als Mittelwertergebnis für eine Standardnormalverteilung einzuordnen, es ist dafür die Summe aus Mittelwertschätzung Gleichung C.11 und Produkt aus Kovarianzvektor Gleichung C.15 mit den Regressionsgewichten Gleichung C.12 zu bilden [3]. Jeweils für beide Funktionen Cosinus und Sinus. Die Systematische Kopplung erfolgt über den gemeinsamen Kovarianzvektor.

$$\begin{aligned}\bar{f}_{cos*} &= m_{cos}(X_{cos*}) + \mathbf{k}_*^T \cdot \alpha_{cos} \\ \bar{f}_{sin*} &= m_{sin}(X_{sin*}) + \mathbf{k}_*^T \cdot \alpha_{sin}\end{aligned}\tag{C.16}$$

Regressierter Winkel und Radius aus der Cosinus- und Sinus-Vorhersage, ergeben sich aus der Anwendungsbeschreibung im Abschnitt 2.1 durch Gleichung C.17.

$$\begin{aligned}\bar{r}_* &= \sqrt{\bar{f}_{cos*}^2 + \bar{f}_{sin*}^2} \quad \text{wie Gleichung 2.2} \\ \bar{\alpha}_* &= \text{atan2}(\bar{f}_{sin*}, \bar{f}_{cos*}) \quad \text{wie Gleichung 2.3}\end{aligned}\tag{C.17}$$

**Die Varianzvorhersage** ist als Korrelation eines Testdatensatz  $X_*$  mit sich selbst zu sehen. Dafür ist der Datensatz  $X_*$  Algorithmus 3 zuzuführen und zur Varianz der Vorhersage  $\mathbb{V}[\bar{f}_*]$  im Vergleich zur Kovarianzmatrix und Kovarianzvektor mit Gleichung C.18 aufzulösen. Die Varianz  $\mathbb{V}[\bar{f}_*]$  gilt jeweils für beide Sinoide Regressionsprozesse [3]. Dieser Fall deckt sich mit dem Auslöschungskriterium für gültige Kovarianzfunktion und kann in diesem Fall durch einen numerischen Fehler  $\Delta\epsilon$  leicht vom theoretischen Rechenergebnis abweichen.

$$\begin{aligned}\mathbb{V}[\bar{f}_*] &= K(X_*, X_* | \theta) - \mathbf{k}_*^T K_y^{-1} \mathbf{k}_* \\ &= K(X_*, X_* | \theta) - v^T v \\ &= (\sigma_f^2 + \Delta\epsilon) - v^T v\end{aligned}\tag{C.18}$$

mit  $v = L \setminus \mathbf{k}_*$  und  $\Delta\epsilon$  numerischer Fehler

**Die Standardabweichung** ist als die zugehörige Abweichung der Mittelwertvorhersage für eine Standardnormalverteilung zugehörig, sie ergibt sich aus der Varianzvorhersage und dem verwendeten Rauschniveau nach Gleichung C.19 [3]. Die Standardabweichung gilt, jeweils als Abweichung für beide Sinoide als eigenständige und statistische Prozesse. Fehler der einzelnen Prozesse, müssen sich in einer kombinierten Auswertung, durch Addition ihrer Einzelvarianzen  $s_*^2$ , für eine gemeinsame Abschätzung fortpflanzen.

$$s_* = \sqrt{\mathbb{V}[\bar{f}_*] + \sigma_n^2} \quad (\text{C.19})$$

**Die Qualitätskriterien** können über die ermittelte Standardabweichung  $s_*$  der Einzelregressionen gebildet werden. Dafür muss diese gemäß der Fehlerfortpflanzung für die einzelnen statistischen Prozesse mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  versehen werden, da sich die Varianz für Cosinus und Sinus zusammensetzt und verdoppelt mit  $s_*\sqrt{2} = \sqrt{2(\mathbb{V}[\bar{f}_*] + \sigma_n^2)}$ . Konfidenzintervalle für ermittelten Winkel  $\bar{\alpha}_*$  und Radius  $\bar{r}_*$ , können daher direkt mit  $95\% \leftarrow z_{CDF}$ -Faktor für normalverteilte Wahrscheinlichkeiten und kumulativer Dichtefunktion berechnet werden. Der Radikant für die Stichprobenanzahl entfällt, da immer nur ein Testwert prozessiert wird. Es ergeben sich das Konfidenzintervall für Winkel  $CIA_{95\%}$  und für Radius  $CIR_{95\%}$  nach der Gleichung C.20. Für das Winkelintervall ist die statistische Aussage mit  $\arcsin(z_{CDF} \cdot s_*\sqrt{2})$  ins Winkelmaß überführt.

$$\begin{aligned} CIA_{95\%} &= \bar{\alpha}_* \pm \arcsin(z_{CDF} \cdot s_*\sqrt{2}) \quad \text{f. } z_{CDF} = 1,96 \leftarrow 95\% \\ CIR_{95\%} &= \bar{r}_* \pm z_{CDF} \cdot s_*\sqrt{2} \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Zwei weitere Qualitätskriterien, zur Interpretation der Modellgeneralisierung, können über standardisierte logarithmische Verluste (engl. std. log. loss) berechnet werden [3]. Die Berechnung erfolgt, als Vergleich zwischen Soll- und errechneten Istwerten, unter Berücksichtigung der Fehlerfortpflanzung und Winkelmaß nach Gleichung C.21. Es ergibt sich der Verlust  $SLLA$  für Winkel und  $SLLR$  für Radius.

Verluste  $SLLA$  stehen nur zur Verfügung, wenn Simulations- oder Encoder-Winkel in der Vorhersage mit einbezogen sind. Verluste  $SLLR$  für Radius stehen immer zur Verfügung, da mit Einheitskreis als Regressionsziel, der Sollradius gleich eins ist. Ein schlecht generalisiertes Modell liefert positive Verlustwerte  $> 0$ . Eine mäßige Generalisierung liefert Verluste  $\approx 0$ . Eine gute bis sehr gute Generalisierung liefert strikt Verlustwerte  $< 0$  [3].

$$SLLA = 0,5 \cdot \left( \log(2\pi \arcsin^2(s_*\sqrt{2})) + \frac{(\alpha_* - \bar{\alpha}_*)^2}{\arcsin^2(s_*\sqrt{2})} \right) \quad (\text{C.21})$$

$$SLLR = 0,5 \cdot \left( \log(2\pi(s_*\sqrt{2})^2) + \frac{(1 - \bar{r}_*)^2}{(s_*\sqrt{2})^2} \right)$$

## C.4 Modellgeneralisierung

Algorithmus 7 zur Modellgeneralisierung vereinigt die Algorithmen 2 und 5 in sich und nutzt diese in Verbindung mit einem Bayes-Optimierungsverfahren zur Ermittlung des passenden Rauschniveau  $\sigma_n^2$ . Das Bayes-Optimierungsverfahren ist in Matlab über die BayesOpt-Funktion implementiert und wird mit dem Probier-Algorithmus Improve-Per-2<sup>nd+</sup> betrieben. Entscheidend bei der Ausführung ist die Durchlaufzahl der Bayes-Optimierung, da sich das Verfahren durch Ausprobieren von  $\sigma_n^2$  und Vergleich des resultierenden Min-Kriterium Gleichung C.22, Schritt für Schritt der optimalen Lösung annähert.

$$\sigma_n^2 | X_* = \arg \min_{\sigma_n^2} MSLL(\sigma_n^2 | X_*) \quad (\text{C.22})$$

$$MSLL = \begin{cases} \frac{SLLA(X_*)}{N_*} & \text{f. Verluste üb. Winkel} \\ \frac{SLLR(X_*)}{N_*} & \text{f. Verluste üb. Radius} \end{cases}$$

für alle  $N_*$  Testdaten  $X_*$  und

Testwinkel  $X_* \mapsto \alpha_*$  nach Gleichung C.21

Je nach dem wie die Grenzen der einzelnen Modellparameter gewählt sind, kann das unterschiedlich schnell passieren. Wird der Algorithmus zu früh abgebrochen, ist die optimale Lösung wahrscheinlich nicht gefunden. Daher empfiehlt sich für Anfangsuntersuchungen mit weiten Parameter-Bounds eine Durchlaufzahl  $\geq 50$  zu wählen.

---

**Algorithmus 7 :** Modellgeneralisierung über BayesOpt-Funktion f. alle  $X_* \mapsto \alpha_*$

---

**Input :** Kofigurationsdatensatz, Trainingsdatensatz X, Testdatensatz X\*

**Result :** Generalisiertes Modell mit optimierten Rauschniveau  $\sigma_n^2$

1. Initialisierung Modell  $\leftarrow$  Algorithmus 2;
  2. Initialisierung Rauschniveau-Bounds  $\leftarrow$  Tabelle C.1;
  3. Initialisierung Min-Kriterium  $MSLL \leftarrow$  Gleichung C.22;
  4. Initialisierung BayesOpt-Funktion mit Durchlaufzahl  $\leftarrow$  Tabelle C.1;
  5. **while** Durlaufzahl nicht erreicht **do**
    - Zuweisung innerhalb Rauschniveau-Bounds  $\sigma_n^2 \leftarrow$  BayesOpt-Funktion;
    - Modelloptimierung von 1. mit neuen  $\sigma_n^2 \leftarrow$  Algorithmus 5;
    - Berechnung f. alle Testwinkel  $MSLL \leftarrow$  Gleichung C.22;
    - Speichern und indizieren von  $\sigma_n^2$  f. jedes Ergebnis  $MSLL$ ;
  - end**
  6. Entnahme von  $\sigma_n^2$  bei  $\min MSLL$ ;
  7. Speichern von  $\sigma_n^2$  in 1.;
  8. Finale Modelloptimierung von 1.  $\leftarrow$  Algorithmus 5;
  9. Berechnung und Mittelung f. alle Testwinkel  $SLLA, SLLR \leftarrow$  Gleichung C.21;
- 

**Das Min-Kriterium** ist aus Mittelwertbildung aller standardisierten logarithmischen Winkelverluste nach Gleichung C.21 zu bilden. Es sind für jeden verfügbaren Testdatensatz und zugehörigen Simulationswinkel  $X_* \mapsto \alpha_*$  die Verluste nach Gleichung C.22 auszurechnen und zu  $MSLL$  zu mitteln [3]. Im Anschluss ist gebildeter Mittelwert einem Minimierungsverfahren zur Ermittlung des passenden Rauschniveaus  $\sigma_n^2$  zuzuführen. Das Minimierungsproblem induziert dabei für jedes ausprobierte  $\sigma_n^2$  ein Regressionsmodell. Die berechneten Modelle sind über ihre mittleren Verlust  $MSLL$  miteinander zu vergleichen [3]. Das Modell für  $\min MSLL$ , besitzt die stärkste Generalisierung und somit das optimiert Rauschniveau  $\sigma_n^2$  und sich nach Algorithmus 5 ergebenen optimierten Kernel-Parameter  $\theta|\sigma_n^2$ . Auch hier gilt wie für Gleichung C.21, dass sich eine gute Generalisierung für  $MSLL < 0$  einstellt. Empirisch beobachtet Werte, liegen dabei im Intervall von  $-2 < MSLL < -5$ .

## D Genutzte Software

Für die Nachvollziehbarkeit der getätigten Entwicklungsarbeiten und die Erstellung der Bachelor-Thesis, ist das dafür jeweilige Betriebssystem (OS) und die verwendete Software (SW) tabellarisch aufgeführt. Es finden sich genutzte Versionen der SW und Angaben zur Minimalanforderung für deren Nutzung. Die Anforderungen sind für Prozessorkern (CPU), Arbeitsspeicher (RAM), Festplattenlaufwerk (HDD) näher aufgeschlüsselt. Die Programmierarbeiten mit MATLAB sind jeweils mit Windows und Linux geschrieben bzw. getestet worden.

Software	Verwendungszweck (Typ)	Min.-Anforderung	Version	Erscheinungstag
Ubunut Budgie	Linux-Betriebssystem (Laptop OS)	2 GHz Dual-Core-CPU 4 GB RAM 25 GB freier HDD-Speicher	18.04 LTS	26.04.2018
Windows 10 Enterprise	Windows-Betriebssystem (Laptop OS)	1 GHz Core-CPU 1 GB RAM 32 GB freier HDD-Speicher	1909	12.11.2020
MATLAB	Simulationssoftware (Multi-Paradigmen Programmiersprache, IDE)	Intel/ AMD x86-64 CPU 4 GB RAM 3.5 GB freier HDD-Speicher	2020b	17.09.2020
Git	Versionierung (Kommandozeilenprogramm)	- - -	2.29	29.10.2020
Inkscape	Vektorgrafikzeichenprogramm (Grafikaufbereitung)	1 GHz CPU 256 MB RAM 302 MB freier HDD-Speicher	0.92.3	11.03.2018
Texstudio	Textbearbeitung f. LaTeX Dokumente (Editor)	- - 24.7 MB freier HDD Speicher	2.12.6	25.07.2020
JabRef	Literaturverwaltungsprogramm f.BibLaTeX (Editor)	- - -	5.1	30.08.2020

Tabelle D.1: Genutzte Software zur Erstellung der Thesis und Dokumentation der Ergebnisse, Entwicklungsumgebung für die geschriebene Simulationssoftware zur Generierung und Auswertung der Sensor-Array-Simulation.

## E Software-Dokumentation

Die Software-Dokumentation ist automatisiert mit MATLAB-Skripten erstellt worden. Es ist dafür ein zweistufiger Prozess implementiert, der im ersten Schritt eine in MATLAB integrierte HTML-Dokumentation erstellt. Im Anschluss ist diese in Tex-Dateien. Als letzter Schritt sind diese zu einem LaTeX-Manualzusammengefasst im Anhang eingebunden. Mit diesem Verfahren ist es möglich, eine Dokumentation direkt aus geschriebenen M-Dateien zu generieren. Allerdings ist es dafür nötig, eine spezielle Formatierung und einen gewissen Programmierstil einzuhalten [6]. Die Dokumentation enthält neben dem erstellten Quellcode eine Reihe von Arbeitsanweisungen, wie mit der Software umzugehen ist. Zusätzlich sind Beschreibungen für die Erstellung und Pflege des Software-Projektes mit beigelegt. Die geschriebene Software ist mithilfe des Software-Versionierungsprogramms Git erstellt worden, was eine genaue Nachvollziehbarkeit in Bezug auf die einzelnen Arbeitsschritte ermöglicht. Zur Versionierung ist der Git-Feature-Branch-Workflow [16] angewandt worden. Aus stilistischen Gründen ist die gesamte Software-Dokumentation in Englisch verfasst. Die Software-Dokumentation ist automatisiert durch eigens dafür geschriebene Skripte erstellt worden. Diese sind in der Dokumentation enthalten.

Matlab software appendix auto generated on 14-May-2021 17:26:25.

## E.1 GaussianProcessDipoleSimulation

### GaussianProcessDipoleSimulation

The project of sensor array simulations and Gaussian Processes for angle predictions on simulation datasets started in

**May 06. 2019**

with IEEE paper by Thorben Schüthe which is a base investigation of "Two-Dimensional Characterization and Simplified Simualtion Procedure for Tunnel Magnetoresistive Angle Sensors". This produces characterization datasets of different current available angular sensors on the market.

**June 11. 2019**

Thorben Schüthe came up with a high experimental scripting for abstracting sensor characterization fields to an array of sensor fields which was stimulated by magnetic dipole field equautions to approximate a spherical magnet.

**November 06. 2019**

Prof. Dr. Klaus Jünemann supports the team around Prof. Dr.-Ing. Karl-Ragmar Riemschneider and Thorben Schüthe with an apply of Gaussian Process learning to investigate on angle predictions for sensor array simualtion results. The attempt of the solution was working for tight set of parameter and was highly experimental with rare documentation and few set of functions and scripts. The math of this very solution based on the standard book for Gaussian Process by Williams and Rasmussen. The algorithm is related to the guidline for linear regression model which worked fine for a setup of standard use cases but needed further investigation for a wider set of parameters and functions to identify general and relevant parameter settings to provide an applicable angular prediction.

**September 21. 2020**

Tobias Wulf establish a Matlab project structure and programming guidance and flows to document the source code integrated in the Matlab project architecture. That includes templating for scripts and functions and general descriptions of project structure and guidance for testing and documenting project results or new source code including automation for publishing html in Matlab integrated fashion.

**October 22. 2020**

Tobias Wulf added TDK TAS2141 TMR characterization to the project. Thorben Schüthe provided a raw dataset which was manually modified by Tobias Wulf to dataset which is plotable and reconstructable in stimulus and characterization field investigations.

**October 31. 2020**

Tobias Wulf establish a general configuration flow to control part of software via config file which is partly loaded as needed into workspace.

**November 29. 2020**

Tobias Wulf finished the implementation of sensor array simulation which uses TDK TAS2141 as base of simulation. The software includes now simulation for situmulus magnet (dipole sphere) and automated way fast generate training and test datasets by set configuration. Various plots and animation for datasets and a best practice workflow for simulation. Also included are unittest and Matlab integrated documentation in html files. A full description of generated datasets is included too.

**December 05. 2020**

Tobias Wulf integrated a second characterization dataset for NXP KMZ60 into the sensor array simulation software. The dataset was manually modified in the same way as the TDK TAS2141 dataset. The KMZ60 raw data was provided from Thorben Schüthe. The simulation software was adjusted to run with both datasets now. Additional plots for transfer curves are included for both and same plots for characterization view of KMZ60 as for TAS2141 too.

**April 01. 2021**

Tobias Wulf integrated GPR algorithms made by Klaus Jünemann as gaussianProcessRegression modul. Additionaly a second kernel was implemented based on the first one by Jünemann. The implementation was transferred from a functional and script based draft version of GPR mechanism into fully initialized model based version which loads needed functionality and parameters into a struct. So prediction and optimization algorithms are working on a structured model frame. Missing model optimization is added to fit model on training data and generalize it to test data. Interface to Sensor Array simulations are done by work on datasets.

Created on September 21. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

## E.2 Workflows

Developing software needs conventions to produce common results and good working software. There are certain points which matches good written software:

1. The reuse factor of the written source code.
2. Good source code structure or hierarchy to expand.
3. Testing with appropriate frameworks e.g. Unit test.
4. Source code versioning.
5. Source code readability and detailed commenting and documentation

The last point can be split into two points but Matlab provides a publish process where in source code comments can be used for documentation. What is probably not detailed enough and needs further documents in completion. Ongoing on that to provide support in guidance for current or upcoming project work it is recommended to declare common workflows for those points.

Coding conventions are used from MATLAB Style Guidelines 2.0 by Richard Johnson.

### See Also

- MATLAB Style Guidelines 2.0

### Project Preparation

How to setup a Matlab project with Git support and simple backup plan.

### Project Structure

Directory structure, associated tasks and how to add new elements.

### Git Feature Branch Workflow

How to work in the project with Git support in feature driven way.

### Documentation Workflow

How to document the project work in progress and introduce new project elements to publishing process.

### Simulation Workflow

Best practice simulation workflow for sensor array simulations to generate training and test datasets.

Created on September 21, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.2.1 Project Preparation

The first steps to setup a scalable software project are none trivial and need a good strcuture for later project expands. Either to setup further new projects a well known scalable project structure helps to combine different software parts to bigger environment packages. Therefore a project preparation flow needs to be documented. It unifies the outcome of software projects and partly guarantees certain quality aspects.

The following steps can be used as guidance to establish a propper Matlab project structure in general. Each step is documented with screenshots to give a comprehensible explanation.

#### See Also

- Create a New Project From a Folder
- Add a Project to Source Control
- Setup Git Source Control
- Use Source Control with Projects
- Git Attributes
- Git Ignores
- Add Files to the Project
- Commit Modified Files to Source Control
- Clone Git Repository

#### Create Main Project Directory

The main project directory contains only two subfolders. The first one is the Toolbox folder where the project, m-files and other project files like documentation are placed. The folder is also called sandbox folder in Matlab project creation flows which is just another description for a project folder where the coding takes place. The second folder is a hidden Git repository folder which keeps the versionation in final. It is respectively seen a remote repository that establish basics to setup backup plans via Git clone or can be laterly replaced by remote repository on a server or a GitHub repository to work in common on the project.

#### First step:

1. Create an empty project folder, open Matlab navigate to folder path.
2. Right click in the Current Folder pane and create New > Folder "Toolbox".
3. Open a Git terminal and in the project directory and initialize an empty Git repository.

### Create Matlab Project with Git Support

In second it is needed to create the Matlab project files in a certain way to get full Git support and support for the Matlab help browser environment. In this use case the before created local Git repository is used as remote origin. So several settings are automatically made during the creation process by Matlab and as mentioned before the "local remote" repository can be replaced later by a remote origin located on a server or GitHub. The Toolbox folder must be empty to process the following steps.

**It is recommend to do no further Git actions on the created Git repository via Git terminal!**

These steps only proceed the project setup, further Matlab framework functionality is added later.

#### Second step:

1. In the created main project directory create a New > Project > From Git.
2. Change the repository path to the hidden Git repository path in the main project directory.
3. Change the sandbox path to the Toolbox path in the main project directory.
4. Click Retrieve.
5. Enter the project name given by the main project directory name and click OK.
6. Click on Set Up Project and skip the two following steps via Next and Finish.
7. Switch to Toolbox directory by double click on the folder in the Current Folder pane, open the created Matlab project file with a double click and check source control information under PROJECT tab by clicking Git Details.
8. Add a short project summary by click on Details under the ENVIRONMENT section of the PROJECT tab.
9. Click Apply.
10. Click OK.

**The project itself is under source control now.**

### Registrate Binaries to Git and Prepare Git Ignore Cases

The root of Git is to work as text file versioner. Source code files are just text files. So Git versionates, tags and merges them in various ways in a work flow process. That means Git edits files. This point can be critical if Git does edit a binary file and corrupts it, so that is not executable any more. Therefore binary files must be registered to Git. Another good reason is to register binary or other non-text files because Git performs no automatic merges on file if they are not known text files. To keep the versioning Git makes a tagged copy of that file every time the file changes. That can be a very junk of memory and lets repository expand to wide.

To prevent Git for mishandling binaries it is able to register them in a certain file and mark the file types how to handle them in progress. The file is called `.gitattributes` must be placed in the Git working directory which is the sandbox folder for Matlab projects. The `.gitattributes` file itself is hidden.

Three options are needed to mark a file type as binary. The `-crlf` option disables end of line conversion and the `-diff` option in combination with the `-merge` option to mark the file as binary.

In addition to that it is possible to declare several ignore cases to Git. So certain directories or file types are not touched or are left out from source control. This is done in `.gitignore` file. The must be placed in the sandbox folder too.

From the sandbox directory enter in the Matlab command prompt `edit .gitattributes` and `edit .gitignore` and save both files. The files are not shown in Current Folder pane (hidden files). Edit both files in the Matlab editor and save the files.

**Third step:**

1. Add common Matlab file types to `.gitattributes`.
2. Add Matlab compiler file types to `.gitattributes`.
3. Add other file types which can appear during the work to `.gitattributes`.
4. Add ignore cases to `.gitignore` if needed.

**Checkout Project State and Do an Initial Commit**

The main part is done. It just needs a few further step to save the work and add the created files to the project.

**Fourth step:**

1. Add created files to the project. In the PROJECT tab under TOOLS section click Run Checks > Add Files.
2. Check the files to add to the project.
3. Click OK.
4. Right click in the white space of Current Folder pane and click Source Control > View and Commit Changes... and add comment to the commit.
5. Click Commit.

The project is now initialized.

## Push to Remote and Backup

The project is ready to work with. Finally it needs a backup mechanism to save the done work after closing the Matlab session. Git and how the project is built up to provide an easy way to make backups.

1. Push the committed changes to remote repository.
2. Insert a backup medium e.g. USB stick and open a git terminal there.
3. Clone the project remote repository from project directory.
4. Change the directory to cloned project.
5. Check if everything was cloned.
6. Check if the remote url fits to origin.
7. Pull from remote to check if everything is up to date.

If further changes are committed to the project push again to the remote from Matlab environment and update the backup from time to time by inserting your medium and make a fresh pull. Change the directory to the folder and just pull again. See below as an example how does it look like.

## Port Remote Repository to GitHub

The remote repository is ported to GitHub laterly. Therfore some minimal changes are made manually to the local repository.

1. According to new rules on GitHub the master branch is renamed to main.
2. Due to that a new upstream is set to origin/main from origin/master
3. To fetch all casualties a merge was needed from origin/main on local main. The origin/master reference was included.
4. Change remote repository to GitHub URL

`https://github.com/TobiasWulf/GaussianProcessDipolSimulation.git`

5. At the moment the GitHub repository is private and not visible in the web. After finishing the general work the repository will be set to publish in consultation with HAW TMR research project and team.
6. After publish on GitHub, clone or fork to work with.
7. The source code is hosted under MIT license.
8. Use GitHub flows to clone or fork and push changes to backup done work.
9. Toolbox folder is not needed anymore because remote is elsewhere now
10. Re clone from remote to get new structurew without Toolbox folder

Created on September 30. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

## E.2.2 Project Structure

A good project directory structure is the key to build scalable and expandable software projects. Therfore each project folder has to fulfill an associated task. Additionally, a good structure facilitates project navigation and the retrieval and reuse of project content. Further on Matlab provides stragties to add content to existing project structures and label it for script based execution of project task to manage project files. To add new content have a look at the links below.

### See Also

- [Specify Project Path](#)
- [Add Files to the Project](#)
- [Add Labels to Files](#)

### Directory Tasks

#### Directory Task.

**./** Main project directory which contains the Matlab project sandbox files and the hidden repository files. Matlab project sandbox directory. Project root directory which contains the Matlab project file, the info.xml, .gitignore, .gitattributes files and all other project related subdirectories. Startup directory.

**./.git** Hidden repository for local standalone work. Saves daily working results. Provide a Git clonable instance of sandbox the directory. Replacable. Not Matlab driven, simulates remote repository.

**./resources** Autogenerated directory from Matlab project. Contains the local project versioning and project xml-files.

**./data** Contains all project related datasets e.g. mat-files.

**./data/trainig** Contains mat-files from sensor array simulation for training cases of the gaussian process.

**./data/test** Contains mat-files from sensor array simulation for test cases of the gaussian process.

**./docs** Documentation directory which contains m-files only for documentation use and the directory where all project remarked files are published into HTML output files.

**./docs/html** Publish directory where published m-files are collected and bind to a Matlab help browser readable documentation. It contains html-files and subdirectory for images and figures which are used in the documentaion. The help browser search database is placed here too. Much more important the directory contains the helptoc.xml which pointed by the info.xml from root project directory.

**./docs/html/helpsearch** Contains autogenerated help search database entries. The directory is rewritten during the publish documentation process.

**./docs/html/images** Contains all needed image files like png-files which are used in the documentation (HTML).

**./docs/latex** Documentation directory which LaTeX documentation of the project including subfolders for Thesis of each project participant.

**./docs/latex/BA\_Thesis\_Tobias\_Wulf** Bachelor Thesis directory of Tobias Wulf.

**./docs/latex/Manual** Export directory for documentation written in Matlab as pdf export.

**./scripts** The scripts directory contains all executable script m-files to solve certain tasks in the project, to generate datasets or execute parts of the toolbox source code.

**./src** Source code directory which contains reusable source code clustered in submodule directories. The code can be function oriented or class oriented or a mix of both. Contains no bare script files.

**./src/sensorArraySimulation** Sensor Array Simulation function and class. Contains functions, mathematical functions and classes to simulate an N x N sensor array on base of the TDK TAS2141 characterization dataset.

**./src/gaussianProcessRegression** Gaussian Process Regression module which contains basic math functions and submodules to implement GPR models with different kernels using same regression and optimization process.

**./src/gaussianProcessRegression/basicMathFunctions** Basic math functions to perform GPR angular predictions.

**./src/gaussianProcessRegression/kernelQFC** Exact Quadratic Fractional Covariance kernel functions which bases on matrice training data.

**./src/gaussianProcessRegression/kernelQFCAPX** Approximated Quadratic Fractional Covariance kernel functions which bases on vector training data and uses norm scalar presentation of input matrix data. Using triangle inequation to norm matrix data before compute the covariances.

**./src/util** Util function and class space. Function and class source code to solve upcoming help tasks e.g. to manage project content, to support plot framework or reporting or publishing processes.

**./src/util/plotFunctions** Contains plot functions for reuse.

**./tests** For test driven development each function or class needs a own test space or file. The directory contains these tests.

**./temp** Temporally working directory to save intermediate results or the last software state from session before or scratch files which flies arround. Either made pre investigasition and supported work basics are saved here.

## Add New Elements

### Add new folder to project:

1. Create a new folder and add to Project Path after Matlab flow.
2. Run Checks > Add Files.
3. Run tree command from shell to update directory for the documentation (optional).
4. Update directory task table of this document.

### Add new file to project:

1. Create new File and edit the file after Documentation Workflow. and Conventions.
2. Run Checks > Add Files.
3. Label the new file from project pane.
4. Commit file into active branch.
5. Registrate to the documentation if needed (publish, toc and listings docs).

Created on October 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.2.3 Git Feature Branch Workflow

The project work with Git requires a consistent workflow to apply changes to the Matlab project in a way that no broken source code affects the current state of the project. Therefore Git has the ability to work on new features, issues or bugs in the certain workflow which matches those requirements. This workflow is called Feature Branch Workflow. The workflow describes that for every change in the source code a new branch must be opened in the Git tree. The following changes are committed to the new branch and so that changing commits are not listed in the master branch of the Git tree and have no effect on the made work until the branch is merged back into the master branch. That makes it possible to work on several new features at a time and guarantees a functional working version of the project.

For a deeper understanding in example have a look at the description of Atlassian tutorial page of the Feature Branch Workflow. The listed Matlab help pages describe to use the embedded Matlab Git tooling to apply changes with branching merging.

#### See Also

- [Feature Branch Workflow](#)
- [Branch and Merge with Git](#)
- [Pull, Push and Fetch Files with Git](#)
- [Update Git File Status and Revision](#)

#### Examples

1. The master branch is created. Project starts with a first commit.
2. The second commit adds to the master branch files like `.gitattributes`.
3. But there was an issue with that attributes declaration so a new branch is opened to solve that issue.
4. On the same time a new feature must be established e.g. a new script or function. So a second branch is opened.
5. Also a third for a small bug fix.
6. Now the work at those three different task can be done in parallel without affecting each other.
7. Switch between the different branches by checkout the branch and commit the ongoing work into each branch for itself.
8. If the work is done in a branch, the branch must be merged on the master branch. Git makes automated merge commits where the changes from the branches are integrated in master branch files.
9. At this point it is possible that merging conflicts are raised. Those conflicts in the files must be solved manually.
10. Just open a new branch for the next change, switch to it and commit the work until its done and the branch is ready to merge back into master

**It is best practice to push all created local branches to a remote repository too! It completes the backup on the one hand and on the other it makes the ongoing work accessible to third.**

Created on October 07. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias 2020.

### E.2.4 Documentation Workflow

The documentation workflow describes how to document new m-file scripts or functions and where they must be registered into the publishing process of the documentation. So the published m-file is available in the Matlab help browser of this project.

1. Create a new m-file in the project structure
2. Use the script or function template for initial edit and fill the template with new content.
3. Make introducing documentation entries. If it is a new module, so introduce the module with its own doc where all scripts, functions and classes are listed. If this document already exist, make a new entry.
4. Make help entry in the helptoc.xml via tocitem tag. List all sections of the doc comment as sub tocitems.
5. Introduce the new file to the publish script and make an entry under a fitting section or make a new one if it is a new module or folder.
6. Introduce the new file to export published files script and do toc entries into script file generate pdf-manual.
7. Commit the done work.

#### See Also

- Project Structure
- Display Custom Documentation
- publishProjectFilesToHTML
- exportPublishedToPdf

#### Script Template

```
1 %% scriptName
2 % Detailed description of the script task and summary description of
3 % underlaying script sections.
4 %
5 %
6 %% Requirements
7 % * Other m-files required: None
8 % * Subfunctions: None
9 % * MAT-files required: None
10 %
11 %
12 %% See Also
13 % * Reference1
14 % * Reference2
15 % * Reference3
16 %
17 %
18 % Created on Month DD. YYYY by Creator. Copyright Creator YYYY.
19 %
20 % <html>
21 % <!--
```

```
22 % Hidden Clutter.  
23 % Edited on Month DD. YYYY by Editor: Single line description.  
24 % -->  
25 % </html>  
26 %  
27 %  
28 %% First Script Section  
29 % Detailed section description of step by step executed script code.  
30 disp("Prompt current step or meaningful information of variables.")  
31 Enter section source code
```

```
1 %% Second Script Section  
2 % Detailed section description of step by step executed script code.  
3 disp("Prompt current step or meaningful information of variables.")  
4 Enter section source code
```

### Function Template

```
1 %% functionName  
2 % Single line summary.  
3 %  
4 %% Syntax  
5 %   outputArg = functionName(positionalArg)  
6 %   outputArg = functionName(positionalArg, optionalArg)  
7 %  
8 %  
9 %% Description  
10 % *outputArg = functionName(positionalArg)* detailed use case description.  
11 %  
12 % *outputArg = functionName(positionalArg, optionalArg)* detailed use case  
13 % description.  
14 %  
15 %  
16 %% Examples  
17 %   Enter example matlab code for each use case.  
18 %  
19 %  
20 %% Input Arguments  
21 % *positionalArg* argument description.  
22 %  
23 % *optionalArg* argument description.  
24 %  
25 %  
26 %% Output Arguments  
27 % *outputArg* argument description.  
28 %  
29 %  
30 %% Requirements  
31 % * Other m-files required: None  
32 % * Subfunctions: None  
33 % * MAT-files required: None
```

```
34 %
35 %
36 % See Also
37 % * Reference1
38 % * Reference2
39 % * Reference3
40 %
41 %
42 % Created on Month DD. YYYY by Creator. Copyright Creator YYYY.
43 %
44 % <html>
45 % <!--
46 % Hidden Clutter.
47 % Edited on Month DD. YYYY by Editor: Single line description.
48 % -->
49 % </html>
50 %
51 function [outputArg] = functionName(positionalArg, optionalArg)
52     arguments
53         % validate positionalArg: dim class {validator}
54         positionalArg (1,:) double {mustBeNumeric}
55         % validate optionalArg: dim class {validator} = defaultValue
56         optionalArg (1,:) doubel {mustBeNumeric, mustBeEqualSize(positionalArg,
57             optionalArg)} = 4
58     end
59     outputArg = positionalArg + optionalArg;
end
```

```
1 % Custom validation function
2 function mustBeEqualSize(a,b)
3     % Test for equal size
4     if \ensuremath{\tilde{=} }isequal(size(a),size(b))
5         eid = 'Size:notEqual';
6         msg = 'Size of first input must equal size of second input.';
7         throwAsCaller(MException(eid,msg))
8     end
9 end
```

Created on October 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.2.5 Simulation Workflow

That workflow describes a best practice way to simulate a sensor array with dipole (spherical magnet).

1. Clean up old simulation datasets and plots of by executing deleteSimulationDatasets and deleteSimulationPlots.
2. Edit generateConfigMat to needed specifications for simulation and generate or regenerate config.mat by executing the script.
3. Execute generateSimulationDatasets to generate configure training and test datasets.
4. Execute the needed plots to describe the simulation as wished.
5. Execute other parts of the software to work with current setup of simulation datasets.
6. Rename plots or move them to a subfolder to save them.
7. Move or rename Datasets if it is needed to keep them after done work.
8. Restart workflow for a next configuration to investigate on.

#### See Also

- `generateConfigMat`
- `deleteSimulationDatasets`
- `generateSimulationDatasets`
- `deleteSimulationPlots`

Created on December 03. 2020 by Tobias. Copyright Tobias 2020.

## E.3 Executable Scripts

Executable scripts of the project to solve various actions or project tasks. The main approach of project scripts is an automated way to collect and execute certain actions in an example to run project documentation at once or generate project configuration file which are used by other scripts or loaded by functions to control and execute task in a unified project structure.

### **compareGPRKernels**

C.compares GPR kernel functions with each and another.

### **investigateKernelParameters**

Analyzes covariance kernel parameters with contour plots.

### **demoGPRModule**

Demonstrates the use of the gaussianProcessRegression module.

### **exportPublishedToPdf**

E.export published HTML files to a pdf manual.

### **deleteSimulationPlots**

D.delete simulation training and test dataset plots from figures and images path with training and test filename pattern.

### **deleteSimulationDatasets**

D.delete generated simulation datasets from data path.

### **generateSimulationDatasets**

G.generate simulation datasets from sensor array simulation configuration.

### **publishProjectFilesHTML**

P.publish Matlab help browser integrated HTML documentation.

### **generateConfigMat**

G.generate configuration for generic use or part use in different program layers.

Created on September 21. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.3.1 publishProjectFilesToHTML

The script is used to publish all toolbox included files to HTML documentation folder docs/html. The script runs a section with certain options for each project part and uses the built-in function to generate the documentation files. For a complete documentation support each generated html document needs to get listed in the project helptoc file with toc entry.

#### Requirements

- Other m-files required: src/util/removeFilesFromDir.m
- Subfunctions: None
- MAT-files required: data/config.mat

#### See Also

- generateConfigMat
- publishFilesFromDir
- builddocsearchdb
- removeFilesFromDir
- Documentation Workflow

Created on September 21. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Start Publishing Script, Clean Up and Load Config

At first clean up junk from workspace and clear prompt for new output. Set project root path to create absolute file path with fullfile function. Load absolute path variables and publishing options from config.mat

```
1 disp('Workspace cleaned up ...');
2 clearvars;
3 clc;
4 disp('Load configuration ...');
5 try
6     load('config.mat', 'PathVariables', 'PublishOptions');
7 catch ME
8     rethrow(ME);
9 end
```

#### Remove Equation PNG Files

Remove equation png file from HTML output folder before create or recreate publishing files. To prevent the directory expanse of old or edited equation files.

```
1 yesno = input('Renew eqautions in docs [y/n]: ', 's');
2 if strcmp(yesno, 'y')
3     removeFilesFromDir(PublishOptions.outputDir, '*_eq*.png');
4 end
```

## Project Documentation Files

In this section of the publish script every bare documentation script should be handled and executed to publish. These are m-files without any executeable code so they exist just to transport the documentation content into html output. Get all m-files from docs path. Not recursively but verbose. No expected directory tree search for m-files.

```
1 disp('Publish project documentation files ...');
2 publishFilesFromDir(PathVariables.docsPath, PublishOptions, false, true);
3 PublishOptions.format = 'latex';
4 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath2;
5 publishFilesFromDir(PathVariables.docsPath, PublishOptions, false, true);
```

## Executable Script Files

The section collects all ready to execute scripts from project scripts folder and publish them to html documentation folder. Every script must be noticed in Executable\_Scripts.m file with one line description. That is very important to not execute the scripts during publishing. If a script contains critical or loop gaining code. In example the publishProjectFilesToHTML.m script such loop gaining code. If eval code during publishing is enabled the script starts publishing itself over and over again because it contains the loop entry via the publish function. So routine is minimal adjusted by evalCode parameter in PublishOptions struct. No expected directory to search for m-files so no recursively but verbose.

```
1 disp('Publish executable scripts ...');
2 PublishOptions.evalCode = false;
3 PublishOptions.format = 'html';
4 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath;
5 publishFilesFromDir(PathVariables.scriptsPath, PublishOptions, true, true);
6 PublishOptions.format = 'latex';
7 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath2;
8 publishFilesFromDir(PathVariables.scriptsPath, PublishOptions, true, true);
```

## Source Code Functions and Classes

That part of the publish script collects function and class m-files from the util section of the source code located in src/. Introduce every new m-file to the source code related documentation m-file and add a description. In general functions and class files are not executed on publishing execution so set evalCode option to false in PublishOptions struct. In addition to that the source code itself should not be in the published document, so the showCode option is switched to false. Publish recursively from underlaying directory tree, verbose.

```
1 disp('Publish source code functions and classes ...');
2 PublishOptions.evalCode = false;
3 PublishOptions.format = 'html';
4 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath;
```

```
5 publishFilesFromDir(PathVariables.srcPath, PublishOptions, true, true);
6 PublishOptions.format = 'latex';
7 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath2;
8 publishFilesFromDir(PathVariables.srcPath, PublishOptions, true, true);
```

### Unit Test Scripts

Publish unit tests scripts for each made test script and overall test runner.

```
1 disp('Publish unit tests scripts ...');
2 PublishOptions.evalCode = false;
3 PublishOptions.format = 'html';
4 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath;
5 publishFilesFromDir(PathVariables.unittestPath, PublishOptions, true, true);
6 PublishOptions.format = 'latex';
7 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath2;
8 publishFilesFromDir(PathVariables.unittestPath, PublishOptions, true, true);
```

### Build Documentation Database for Matlab Help Browser

To support Matlabs help browser it is needed build searchable help browser entries including a searchable database backend. Matlabs built-in function builddocsearchdb does the trick. The function just needs the output directory of built HTML documentation and it creates a subfolder which includes the database. About the info.xml from the project root and the helptoc.xml file the html documentation folder all listet documentation is accessable. At first remove old database before build the new reference database. Remove autogenerated directory helpsearch-v3. At first get folder content and remove first two relative directory entries from struct. Then delete files and check if files do not exist any more. At least build up new search database entries to Matlab help.

```
1 disp('Remove old search entries ...');
2 clearvars;
3 close all;
4 clc;
5 disp('Reload configuration after unit test execution ...');
6 try
7     load('config.mat', 'PathVariables', 'PublishOptions');
8 catch ME
9     rethrow(ME);
10 end
11 if removeFilesFromDir(PathVariables.helpsearchPath)
12     builddocsearchdb(PublishOptions.outputDir);
13 else
14     disp('Could not remove old search entries ...');
15 end
```

### Open Generated Documentation.

Open generated HTML documentation from documentation root HTML file which should be a project introduction or project roadmap page. Comment out if this script is added to project shutdown tasks.

```
1 open(fullfile(PublishOptions.outputDir, 'GaussianProcessDipoleSimulation.html'));
2 disp('Done ...');
```

### E.3.2 generateConfigMat

Generate configuration mat-file which contains reusable configuration to control the software or certain function parameters. Centralized collection of configuration. If it is certain configuration needed place it here.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- `save`
- `load`
- `matfile`

Created on October 29, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Clean Up

Clear variables from workspace to build up a fresh new configuration workspace.

```
1 disp('Clean up workspace ...');
2 close all;
3 clearvars;
4 clc;
```

#### Default Plot Settings

Set default settings for plots and graphics like text interpreter and font size and so on. If script runs on start up, defaults are working for all plots. `disp('Set plot defaults ...');`

```
1 set(groot, 'DefaultTextInterpreter', 'latex');
2 set(groot, 'DefaultLegendInterpreter', 'latex');
3 set(groot, 'DefaultAxesTickLabelInterpreter', 'latex');
4 set(groot, 'DefaultAxesFontSize', 20);
5 set(groot, 'DefaultLineWidth', 2.5);
6 set(groot, 'DefaultAxesLineWidth', 1.5);
7 set(groot, 'DefaultAxesFontSize', 20);
8 % set(groot, 'DefaultAxesFontWeight', 'bold');
9 set(groot, 'DefaultTextFontSize', 20);
10 % set(groot, 'DefaultaxesFontName', 'Times new Roman')
11 % set(groot, 'DefaultlegendFontName', 'Times new Roman');
12 set(groot, 'DefaultAxesXGrid','on');
13 set(groot, 'DefaultAxesYGrid','on');
14 set(groot, 'DefaultFigureNumberTitle' , 'off');
```

```

15 set(groot, 'DefaultFigureWindowStyle', 'normal');
16 set(groot, 'DefaultFigureMenuBar', 'figure');
17 set(groot, 'DefaultFigureToolBar', 'figure');
18 % set(groot, 'DefaultFigureUnits', 'centimeters');
19 set(groot, 'DefaultFigurePosition', [100, 100, 800, 700]);
20 set(groot, 'DefaultFigureWindowState', 'normal')
21 set(groot, 'DefaultFigurePaperType', 'a4');
22 set(groot, 'DefaultFigurePaperUnits', 'centimeters');
23 set(groot, 'DefaultFigurePaperOrientation', 'landscape');
24 set(groot, 'DefaultFigurePaperPositionMode', 'auto');
25 set(groot, 'DefaultFigureDoubleBuffer', 'on');
26 set(groot, 'DefaultFigureRendererMode', 'manual');
27 set(groot, 'DefaultFigureRenderer', 'painters');
28 set(groot, 'DefaultTiledlayoutPadding', 'normal');
29 set(groot, 'DefaultTiledlayoutTileSpacing', 'compact');
30 set(groot, 'DefaultPolarAxesTickLabelInterpreter', 'latex');
31 set(groot, 'DefaultPolarAxesFontSize', 20);
32 % set(groot,);

```

## GeneralOptions

General options like formats for strings or date or anything else what has no special relation to a theme complex. Fix parameters.

```

1 disp('Set general options ...');
2 GeneralOptions = struct;
3 GeneralOptions.dateFormat = 'yyyy-mm-dd_HH-MM-SS-FFF';

```

## Path Variables

Key path variables and directories, often used in functions or scripts. Collet the path in a struct for easier save the struct fields as variables to config.mat via -struct flag. Fix parameters.

```

1 disp('Create current project instance to gather information ...');
2
3 % create current project instance to retrieve root information
4 projectInstance = matlab.project.currentProject;
5
6 disp('Set path variables ...');
7 PathVariables =struct;
8
9 % project root path, needs to be recreated generic to work on
10 % different machines
11 PathVariables.rootPath = projectInstance.RootFolder;
12
13 % path to data folder, which contains datasets and config.mat
14 PathVariables.dataPath = fullfile(PathVariables.rootPath, 'data');
15
16 % path to TDK TAS2141 TMR angular sensor characterization dataset
17 PathVariables.tdkDatasetPath = fullfile(PathVariables.dataPath, ...

```

```
18 %TDK_TAS2141_Characterization_2020-10-22_18-12-16-827.mat');
19
20 % path to TDK TAS2141 TMR angular sensor characterization dataset
21 PathVariables.kmz60DatasetPath = fullfile(PathVariables.dataPath, ...
22     'NXP_KMZ60_Characterization_2020-12-03_16-53-16-721.mat');
23
24 % path to config file dataset
25 PathVariables.configPath = fullfile(PathVariables.dataPath, ...
26     'config.mat');
27
28 % path to training dataset folder
29 PathVariables.trainingDataPath = fullfile(PathVariables.dataPath, ...
30     'training');
31
32 % path to test dataset folder
33 PathVariables.testDataPath = fullfile(PathVariables.dataPath, ...
34     'test');
35
36 % path to documentation and m-files only for documentation
37 PathVariables.docsPath = fullfile(PathVariables.rootPath, ...
38     'docs');
39
40 % path to publish html documentation output directory, helptoc.xml location
41 PathVariables.publishHtmlPath = fullfile(PathVariables.docsPath, 'html');
42
43 % path to save plots as images svg, eps, png, etc.
44 PathVariables.saveImagesPath = fullfile(PathVariables.publishHtmlPath, ...
45     'images');
46
47 % path to latex docs folder
48 PathVariables.latexDocsPath = fullfile(PathVariables.docsPath, ...
49     'latex');
50
51 % path to latex Thesis Tobias Wulf (take care if comment in)
52 % PathVariables.thesisTobiasWulf = fullfile(PathVariables.latexDocsPath, ...
53 %     'BA_Thesis_Tobias_Wulf');
54
55 % path to docs export folder for Manual
56 PathVariables.exportPublishPath = fullfile(PathVariables.latexDocsPath, ...
57     'Manual');
58
59 % path to style sheet for html documentation, Matlab provided style sheet
60 PathVariables.publishStyleSheetPath = fullfile(PathVariables.publishHtmlPath, ...
61     'docsHtmlStyleSheet.xsl');
62
63 % path to style sheet for latex documentation, Matlab provided style sheet
64 PathVariables.publishStyleSheetPath2 = fullfile(PathVariables.publishHtmlPath, ...
65     'docsLatexStyleSheet.xsl');
66
67 % path to documentation search database entries for Matlab help browser support
68 PathVariables.helpsearchPath = fullfile(PathVariables.publishHtmlPath, ...
```

```

69     'helpsearch-v3');
70
71 % path to executable m-file scripts of the project
72 PathVariables.scriptsPath = fullfile(PathVariables.rootPath, 'scripts');
73
74 % path to source code files, function and class files
75 PathVariables.srcPath = fullfile(PathVariables.rootPath, 'src');
76
77 % path to unittest files, scripts and script suite
78 PathVariables.unittestPath = fullfile(PathVariables.rootPath, 'tests');

```

## Publish Options

These are general options for documents to publish. They are passed to the matlab publish function via a struct where each option gets its own field. The option struct can be copied and adjusted for differing publish conditions in example for scripts, functions, and bare document m-files. Initialize the option struct with output format field name and field value and add further fields (options) with point value. Fix parameters.

```

1 disp('Set publish options struct for publish function ...');
2 PublishOptions = struct('format', 'html');
3 PublishOptions.outputDir = PathVariables.publishHtmlPath;
4 PublishOptions.stylesheet = PathVariables.publishStyleSheetPath;
5 PublishOptions.createThumbnail = false;
6 PublishOptions.figureSnapMethod = 'entireFigureWindow';
7 PublishOptions.imageFormat = 'png';
8 PublishOptions.maxHeight = 600;
9 PublishOptions.maxWidth = 600;
10 PublishOptions.useNewFigure = false;
11 PublishOptions.evalCode = false;
12 PublishOptions.catchError = true;
13 PublishOptions.codeToEvaluate = [];
14 PublishOptions.maxOutputLines = Inf;
15 PublishOptions.showCode = true;

```

## Sensor Array Options

The options control the built-up of the sensor array in geometry and technical behavior. This means number of sensors in the array and its size in mm. The supply and offset voltage of each sensor which is needed for using the characterization which is normed in mV/V. These parameters should be fix during generation a bulk of training or test data sets. The simulation function does not covers vectors yet.

```

1 disp('Set sensor array option for geometry and behavior ...');
2 SensorArrayOptions = struct;
3
4 % Geometry of the sensor array current sensor array can be. Fix parameter.
5 % square - square sensor array with even distances to each sensor point
6 SensorArrayOptions.geometry = 'square';
7
8 % Sensor array square dimension. Fix parameter.
9 SensorArrayOptions.dimension = 8;

```

```

10 % Sensor array edge length in mm. Fix parameter.
11 SensorArrayOptions.edge = 2;
12
13 % Sensor array simulated supply voltage in volts. Fix parameter.
14 SensorArrayOptions.Vcc = 5;
15
16 % Sensor array simulated offset voltage for bridge outputs in volts. Fix
17 % parameter.
18 SensorArrayOptions.Voff = 2.5;
19
20 % Senor array voltage norm factor to recalculate norm bridge outputs to
21 % given supply voltage and offset voltage, current normin is mV/V which
22 % implements factor of 1e3. Fix paramter.
23 SensorArrayOptions.Vnorm = 1e3;
24

```

### Dipole Options

Dipole options to calculate the magnetic field which stimulate the sensor array. The dipole is gained to sphere with additional z distance to the array by sphere radius. These parameters should be fix during generation a bulk of training or test data sets. The simulation function does not covers vectors yet.

```

1 disp('Set dipole options to calculate magnetic stimulus ...');
2 DipoleOptions = struct;
3
4 % Radius in mm of magnetic sphere in which the magnetic dipole is centered.
5 % So it can be seen as z-offset to the sensor array. Fix parameter.
6 DipoleOptions.sphereRadius = 2;
7
8 % H-field magnitude to multiply of generated and relative normed dipole
9 % H-fields, the norming is done in zero position of [0 0 z0 + sphere radius] for
10 % 0 deg due to the position of the magnetic moment [-1 0 0] x and y components
11 % are not relevant, norming without tilt. Magnitude in kA/m. The magnitude
12 % refers that the sphere magnet has this H-field magnitude in a certain distance
13 % z0 in example sphere with 2mm sphere radius has a H magnitude of 200kA/m in
14 % 5mm distance. Standard field strength for ferrite sphere magnets are between
15 % 180 and 200kA/m. Fix parameter.
16 DipoleOptions.H0mag = 200;
17
18 % Distance in zero position of the spherical magnet in which the imprinted
19 % H-field strength magnitude takes effect. Together with the sphere radius and
20 % and the imprinted field strength magnitude the distance in rest position
21 % characterizes the spherical magnet to later relative positions of the sensor
22 % array and generated dipole H-fields in rotation simulation. In mm. Fix
23 % parameter.
24 DipoleOptions.z0 = 1;
25
26 % Magnetic moment magnitude attach rotation to the dipole field at a
27 % certain position with x, y and z components. Choose a huge value to
28 % prevent numeric failures, by norming the factor is eleminated later. Fix

```

```
29 % parameter.  
30 DipoleOptions.M0mag = 1e6;
```

## Traning Options

Training options gives the software the needed information to generate training datasets by the sensor array simulation with a dipole magnet as stimulus which pushed with an z offset to a sphere.

```
1 disp('Set training options to generate dataset ...');  
2 TrainingOptions = struct;  
3  
4 % Use case of options define what dataset it is and where to save resulting  
5 % datasets by simulation function. Fix parameter.  
6 TrainingOptions.useCase = 'Training';  
7  
8 % Sensor array relative position to dipole magnet as position vector with  
9 % x, y and z posiotn in mm. Negative x for left shift, negative y for up  
10 % shift and negative z to place the layer under the dipole decrease z to  
11 % increase the distance. The z-position will be subtracted by dipole sphere  
12 % radius in simulation. So there is an offset given by the sphere radius.  
13 % Loop parameters.  
14 TrainingOptions.xPos = [2.5,];  
15 TrainingOptions.yPos = [2,];  
16 TrainingOptions.zPos = [4.5,];  
17  
18 % Dipole tilt in z-axes in degree. Fix parameter.  
19 TrainingOptions.tilt = 11;  
20  
21 % Resolution of rotaion in degree, use same resoultion in training and test  
22 % datasets to have the ability to back reference the index to fullscale  
23 % test data sets. In degree. Fix parameter.  
24 TrainingOptions.angleRes = 0.5;  
25  
26 % Phase index applies a phase offset in the rotation, it is used as phase index  
27 % to a down sampling to generate even distributed angles of a full scale  
28 % rotation. Offset index of full rotation. In example a full scale rotation from  
29 % 0 to 360 - angleRes returns 720 angles, if nAngles is set to 7 it returns 7  
30 % angles [0, 51.5, 103, 154.5, 206, 257.5, 309]. To get a phase shift of 11 set  
31 % phaseIndex to 22 a multiple of the resolution angleRes and get  
32 % [11, 62.5, 114, 165.5, 217, 268.5, 320]. Must be positive integer. Fix  
33 % parameter.  
34 TrainingOptions.phaseIndex = 0;  
35  
36 % Number rotaion angles, even distribute between 0 and 360 with respect  
37 % to the resolution, even down sampling. To generate full scale the number  
38 % relatead to the resolution or fast generate but wrong number set it to 0 to  
39 % generate full scale rotation too. Fix Parameter.  
40 TrainingOptions.nAngles = 17;  
41  
42 % Charcterization datset to use in simulation. Current available datasets are
```

```
43 % TDK - for characterization dataset of TDK TAS2141 TMR sensor
44 % KMZ60 - for characterization dataset of NXP KMZ60 AMR sensor
45 TrainingOptions.BaseReference = 'TDK';
46
47 % Characteraztion field which should be load as refernce image from
48 % characterization data set, in TDK dataset are following fields. In the
49 % current dataset Rise has the widest linear plateau with a radius of ca.
50 % 8.5 kA/m. Fix parameter.
51 % Rise - Bridge outputs for rising stimulus amplituded
52 % Fall - Bridge outputs for falling stimulus amplitude
53 % All - Superimposed bridge outputs
54 % Diff - Differentiated bridge outputs
55 TrainingOptions.BridgeReference = 'Rise';
```

## Test Options

Test options gives the software the needed information to generate test datasets by the sensor array simulation with a dipole magnet as stimulus which pushed with an z offset to a sphere.

```
1 disp('Set test options to generate dataset ...');
2 TestOptions = struct;
3
4 % Use case of options define what dataset it is and where to save resulting
5 % datasets by simulation function. Fix Parameter.
6 TestOptions.useCase = 'Test';
7
8 % Sensor array relative position to dipole magnet as position vector with
9 % x, y and z posiotn in mm. Negative x for left shift, negative y for up
10 % shift and negative z to place the layer under the dipole decrease z to
11 % increase the distance. The z-position will be subtracted by dipole sphere
12 % radius in simulation. So there is an offset given by the sphere radius.
13 % Loop parameter.
14 TestOptions.xPos = [2.5,];
15 TestOptions.yPos = [2,];
16 TestOptions.zPos = [4.5,];
17
18 % Dipole tilt in z-axes in degree. Fix parameter.
19 TestOptions.tilt = 11;
20
21 % Resolution of rotaion in degree, use same resoultion in training and test
22 % datasets to have the ability to back reference the index to fullscale
23 % test data sets. In degree. Fix parameter.
24 TestOptions.angleRes = 0.5;
25
26 % Phase index applies a phase offset in the rotation, it is used as phase index
27 % to a down sampling to generate even distributed angles of a full scale
28 % rotation. Offset index of full rotation. In example a full scale rotation from
29 % 0 to 360 - angleRes returns 720 angles, if nAngles is set to 7 it returns 7
30 % angles [0, 51.5, 103, 154.5, 206, 257.5, 309]. To get a phase shift of 11 set
31 % phaseIndex to 22 a multiple of the resolution angleRes and get
```

```

32 % [11, 62.5, 114, 165.5, 217, 268.5, 320]. Must be positive integer. Fix
33 % parameter.
34 TestOptions.phaseIndex = 0;
35
36 % Number rotaion angles, even distribute between 0 and 360 with respect
37 % to the resolution, even down sampling. To generate full scale the number
38 % relatead to the resolution or fast generate but wrong number to 0 to
39 % generate full scale rotation. Fix parameter.
40 TestOptions.nAngles = 720;
41
42 % Charcterization datset to use in simulation. Current available datasets are
43 % TDK - for characterization dataset of TDK TAS2141 TMR sensor
44 % KMZ60 - for characterization dataset of NXP KMZ60 AMR sensor
45 TestOptions.BaseReference = 'TDK';
46
47 % Characteraztion field which should be load as refernce image from
48 % characterization data set, in TDK dataset are following fields. In the
49 % current dataset Rise has the widest linear plateau with a radius of ca.
50 % 8.5 kA/m. Fix parameter.
51 % Rise - Bridge outputs for rising stimulus amplituded
52 % Fall - Bridge outputs for falling stimulus amplitude
53 % All - Superimposed bridge outputs
54 % Diff - Differentiated bridge outputs
55 TestOptions.BridgeReference = 'Rise';

```

## GPR Options

Gaussian Process Regression options to generate a regression model for angular prediction and analyzing the accuracy of the prediction. The GPR model uses one certain covariance function to compute the prediction but it is possible to initiate as zero mean GPR without mean correction and a simple mean function which supports offset amplitude correction of the sinoid inputs for cosine and sine. The GPR uses a quadratic frobnius norm covariance function. That function has two kernel parameters s2f as variance parameter and sl as length scale parameter. Additional a noise variance s2n must be passed to GPR to compute noisy observations.

```

1 disp('Set test options to generate GPR model ...');
2 GPROptions = struct();
3
4 % Set kernel function to compute covariance matrix, vectors or test point
5 % covariance. Current available covariance functions are:
6 % QFC      - Quadratic Frobenius Covariance with exact distance.
7 % QFCAPX  - Quadratic Frobenius Covariance with approximated distance of triangle
8 %           inequation of matrix norm, minimizes training data to a vector.
9 GPROptions.kernel = 'QFCAPX';
10
11 % Initial theta values as vector of [s2f, sl] variance and length scale
12 % parameter of the quadratic frobenius covariance function. Empirical
13 % tested start values are the sensor array dimension as length scale and a small
14 % value as variance factor. Set variance bounds to 1 for 1 on the diagonal of
15 % the covariance matrix. Only sl will be tuned in the process. Set sf2 not one
16 % it will be tuned both. Tuning both the vertical scale s2f and horizontal scale

```

```

17 % 2*s1^2 can lead to imbalance of cosine and sine prediction indicated by
18 % diverging log likelihoods for cosine and sine prediction.
19 %
20 GPROptions.theta = [1, 1];
21
22 % Set lower and upper bounds to optimize kernel parameters theta which is a
23 % vector of covariance parameter covariance variance parameter s2f and lenght
24 % scale parameter s1. These bounds must be set to prevent an overfitting in
25 % tuning the kernel parameter. If the bounds are to tight in relation of datset
26 % number in variation the prediction losses its generalization.
27 % If the bounds are to tight in generel the tuning and optimization procedure
28 % cannot dismiss bad set points and tries to reach them over and over,
29 % the causes a limitting which would be break through if the procedure reaches
30 % the point evaluated as bad set point. If the bound are to wide in relation of
31 % number in dataset variousity the mean error raises. The model is to complex
32 % then. Try to keep up simple modles.
33 GPROptions.s2fBounds = [0.4, 20];
34 GPROptions.s1Bounds = [4, 50];
35
36 % Set initial noise variance to add noise along the diagonal of th covariance
37 % matrix to predict noisy observation. Set to small values or even 0 to get
38 % noise free observations.
39 GPROptions.s2n = 1e-04;
40
41 % Set lower and upper bounds for noise adjustment in computing the covariance
42 % matrix for noisy observations. These bounds prevent the GPR of overfitting in
43 % the noise optimization procedure. The default noise at initialization is 1e-5.
44 GPROptions.s2nBounds = [3e-7, 1e-5];
45
46
47 % Set number of outer optimization runs. For wide parameter bounds it is
48 % recommended to set the number of runs to min 30 otherwise the bayes
49 % optimization runs to short in finding error bounds and left with not good
50 % optimized parameters.
51 GPROptions.OptimRuns = 10;
52
53
54 % Set standardized logarithmic loss for bayes optimization of s2n with MSLL.
55 % MSLL resutls as mean of chosen SLL.
56 % SLLA - loss by simulation angles
57 % SLLR - loss by radius = 1 (unit circle)
58 GPROptions.SLL = 'SLLA';
59
60 % Enables mean function and offset and amplitude correction.
61 % Set basis function to compute H matrix of training points and h vector of
62 % test point. Current available basis function are:
63 % zero - init GPR as zero mean GPR m(x) = 0
64 % poly - init GPR with mean correction m(x) = H' * beta, where H is a matrix
65 %          polynom mean vectors at each observation points
66 %          h(x) = [1; x; x^2; x^3; ...] and beta are coefficients of the polynom.
67 %          For QFC kernel x = ||X||_F

```

```
68 | GPROptions.mean = 'zero';
69 |
70 | % Polynom degree for mean poly degree option 0 for constant, 1 for 1 + x,
71 | % 2 for 1 + x + x^2 and so on. Takes only effects if mean = 'poly'. Maximum
72 | % polynom degree is 7.
73 | GPROptions.polyDegree = 1;
```

### Save Configuration

Save section wise each config part as struct to standalone variables in config.mat use newest save format with no compression. create config.mat with timestamp.

```
1 disp('Create config.mat ...');
2 timestamp = datestr(now, GeneralOptions.dateFormat);
3 save(PathVariables.configPath, ...
4     'timestamp', ...
5     'GeneralOptions', ...
6     'PathVariables', ...
7     'PublishOptions', ...
8     'SensorArrayOptions', ...
9     'DipoleOptions', ...
10    'TrainingOptions', ...
11    'TestOptions', ...
12    'GPROptions', ...
13    '-v7.3', '-nocompression');
```

### E.3.3 generateSimulationDatasets

Generate sensor array simulation datasets for training and test applications. Loads needed configurations from config.mat and characterization data from defined characterization dataset (current: PathVariables.tdkDatasetPath). Simulated datasets are saved to data/training and data/test path. Generate dataset for a predefined configuration at once. Best use is to generate simulation data, do wish application or evaluation on it and save results. Delete datasets, edit configuration and rerun for a new set of datasets.

#### Requirements

- Other m-files required: simulateDipoleSquareSensorArray.m
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat, TDK\_TAS2141\_Characterization\_2020-10-22\_18-12-16-827.mat

#### See Also

- sensorArraySimulation
- simulateDipoleSquareSensorArray
- generateConfigMat

Created on November 25. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Load Configuration and Characterization Dataset

Load configuration to generate dataset from config.mat and defined characterization dataset.

```
1 try
2     clearvars;
3     close all;
4     disp('Load configuration ...');
5     load('config.mat', 'GeneralOptions', 'PathVariables', ...
6           'SensorArrayOptions', 'DipoleOptions', ...
7           'TrainingOptions', 'TestOptions');
8     disp('Load characterization dataset ...');
9     switch TrainingOptions.BaseReference
10        case 'TDK'
11            TrainingCharDataset = load(PathVariables.tdkDatasetPath);
12        case 'KMZ60'
13            TrainingCharDataset = load(PathVariables.kmz60DatasetPath);
14        otherwise
15            error('Unknow characterization dataset in config.');
16    end
17
18    switch TestOptions.BaseReference
19        case 'TDK'
20            TestCharDataset = load(PathVariables.tdkDatasetPath);
21        case 'KMZ60'
22            TestCharDataset = load(PathVariables.kmz60DatasetPath);
```

```
23     otherwise
24         error('Unknow characterization dataset in config.');
25     end
26
27 catch ME
28     rethrow(ME)
29 end
```

### Generate Training Datasets

Generate training dataset from configuration and characterization dataset.

```
1 disp('Generate training datasets ...');
2 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
3     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, TrainingCharDataset);
```

### Generate Test Datasets

Generate test dataset from configuration and characterization dataset.

```
1 disp('Generate test datasets ...');
2 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
3     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, TestCharDataset);
```

### E.3.4 deleteSimulationDatasets

Delete simulation dataset from data/training and data/test path at once.

#### Requirements

- Other m-files required: removeFilesFromDir.m
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

#### See Also

- removeFilesFromDir
- generateConfigMat
- Project Structure

Created on November 25. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Load Path to Clean Up

Load path from config.mat and where to find training and test datasets.

```
1 try
2     clearvars;
3     close all;
4     load('config.mat', 'PathVariables')
5     disp('Delete from ...')
6     disp(PathVariables.trainingDataPath);
7     disp(PathVariables.testDataPath);
8 catch ME
9     rethrow(ME)
10 end
```

#### Delete Datasets

Delete datasets from training dataset path and test dataset path with certain file pattern.

```
1 answer = removeFilesFromDir(PathVariables.trainingDataPath, '*.mat');
2 fprintf('Delete training datasets: %s\n', string(answer));
3 answer = removeFilesFromDir(PathVariables.testDataPath, '*.mat');
4 fprintf('Delete test datasets: %s\n', string(answer));
```

### E.3.5 deleteSimulationPlots

Delete plots of simulation dataset from figure and image path at once.

#### Requirements

- Other m-files required: removeFilesFromDir.m
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

#### See Also

- removeFilesFromDir
- generateConfigMat
- Project Structure

Created on November 02, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Load Path to Clean Up

Load path from config.mat and where to find training and test datasets.

```
1 try
2     clearvars;
3     close all;
4     load('config.mat', 'PathVariables')
5     disp('Delete from ...')
6     path = PathVariables.saveImagesPath;
7 catch ME
8     rethrow(ME)
9 end
```

#### Delete Dataset Plots

Delete datasets plots from image path and figure path with certain file pattern and extensions.

```
1 ext = ["fig" "svg" "eps" "pdf" "avi"];
2 pat = "*";
3
4 for e = ext
5     asw = removeFilesFromDir(path, join([pat, e], "."));
6     fprintf('Deleted pattern %s.%s %s\n', pat, e, string(asw));
7 end
```

### E.3.6 exportPublishedToPdf

Export Matlab generated Tex documentation (publish) to combined LaTeX index file ready compile to appendix manual. LaTeX outcome is included with scriptsize fontsize. So section fonts are set to small and footnotesize in style sheet to fit overall fontsizes.

#### Requirements

- Other m-files None
- Subfunctions: removeFilesFromDir
- MAT-files required: data/config.mat

#### See Also

- generateConfigMat
- publishProjectFilesToHTML
- Documentation Workflow

Created on December 10, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### Start Exporting Script, Clean Up and Load Config

At first clean up junk from workspace and clear prompt for new output. Set project root path to create absolute file path with fullfile function. Load absolute path variables and publishing options from config.mat

```
1 disp('Workspace cleaned up ...');
2 clearvars;
3 clc;
4 disp('Load configuration ...');
5 try
6     load('config.mat', 'PathVariables');
7 catch ME
8     rethrow(ME);
9 end
```

#### Define Manual TOC

The maual toc must be in the same order as in helptoc.xml in the publish html folder. The toc is used to generate a latex file to include for appendices.

```

1 toc = ["section",
2     "section",
3     "subsection",
4     "subsection",
5     "subsection",
6     "subsection",
7     "subsection",
8     "subsection",
9     "section",
10    "subsection",
11    "subsection",
12    "subsection",
13    "subsection",
14    "subsection",
15    "subsection",
16    "subsection",
17    "subsection",
18    "subsection",
19    "subsection",
20    "subsection",
21    "section",
22    "subsection",
23    "subsubsection",
24    "subsubsection",
25    "subsubsection",
26    "subsubsection",
27    "subsubsection",
28    "subsubsection",
29    "subsection",
30    "subsubsection",
31    "subsubsection",
32    "subsubsection",
33    "subsubsection",
34    "subsubsection",
35    "subsubsection",
36    "subsubsection",
37    "subsubsection",
38    "subsubsection",
39    "subsubsection",
40    "subsubsection",
41    "subsubsection",
42    "subsubsection",
43    "paragraph",
44    "paragraph",
45    "paragraph",
46    "subsubsection",
47    "paragraph",
48    "paragraph",
49    "paragraph",
50    "subsubsection",
51     "GaussianProcessDipoleSimulation.tex";
52     "Workflows.tex";
53     "Project_Preparation.tex";
54     "Project_Structure.tex";
55     "Git_Feature_Branch_Workflow.tex";
56     "Documentation_Workflow.tex";
57     "Simulation_Workflow.tex";
58     "Executable_Scripts.tex";
59     "publishProjectFilesToHTML.tex";
60     "generateConfigMat.tex";
61     "generateSimulationDatasets.tex";
62     "deleteSimulationDatasets.tex";
63     "deleteSimulationPlots.tex";
64     "exportPublishedToPdf.tex";
65     "demoGPRModule.tex";
66     "investigateKernelParameters.tex";
67     "compareGPRKernels.tex";
68     "compareCpuTimeVsError.tex";
69     "compareNoiseOptAbility.tex";
70     "compareMissAlign.tex";
71     "Source_Code.tex";
72     "sensorArraySimulation.tex";
73     "rotate3DVector.tex";
74     "generateDipoleRotationMoments.tex";
75     "generateSensorArraySquareGrid.tex";
76     "computeDipoleH0Norm.tex";
77     "computeDipoleHField.tex";
78     "simulateDipoleSquareSensorArray.tex";
79     "gaussianProcessRegression.tex";
80     "initGPR.tex";
81     "initGPROptions.tex";
82     "initTrainDS.tex";
83     "initKernel.tex";
84     "initKernelParameters.tex";
85     "tuneKernel.tex";
86     "computeTuneCriteria.tex";
87     "predFrame.tex";
88     "predDS.tex";
89     "lossDS.tex";
90     "optimGPR.tex";
91     "computeOptimCriteria.tex";
92     "kernelQFCAPX.tex";
93     "QFCAPX.tex";
94     "meanPolyQFCAPX.tex";
95     "initQFCAPX.tex";
96     "kernelQFC.tex";
97     "QFC.tex";
98     "meanPolyQFC.tex";
99     "initQFC.tex";
100    "basicMathFunctions.tex";

```

```

51      "paragraph",           "sinoids2angles.tex";
52      "paragraph",           "angles2sinoids.tex";
53      "paragraph",           "decomposeChol.tex";
54      "paragraph",           "frobeniusNorm.tex";
55      "paragraph",           "computeInverseMatrixProduct.tex";
56      "paragraph",           "computeTransposeInverseProduct.tex";
57      "paragraph",           "addNoise2Covariance.tex";
58      "paragraph",           "computeAlphaWeights.tex";
59      "paragraph",           "computeStdLogLoss.tex";
60      "paragraph",           "computeLogLikelihood.tex";
61      "paragraph",           "estimateBeta.tex";
62      "subsection",          "util.tex";
63      "subsubsection",        "removeFilesFromDir.tex";
64      "subsubsection",        "publishFilesFromDir.tex";
65      "subsubsection",        "plotFunctions.tex";
66      "paragraph",           "plotTDKCharDataset.tex";
67      "paragraph",           "plotTDKCharField.tex";
68      "paragraph",           "plotTDKTransferCurves.tex";
69      "paragraph",           "plotKMZ60CharDataset.tex";
70      "paragraph",           "plotKMZ60CharField.tex";
71      "paragraph",           "plotKMZ60TransferCurves.tex";
72      "paragraph",           "plotDipoleMagnet.tex";
73      "paragraph",           "plotSimulationDataset.tex";
74      "paragraph",           "plotSingleSimulationAngle.tex";
75      "paragraph",           "plotSimulationSubset.tex";
76      "paragraph",           "plotSimulationCosSinStats.tex";
77      "paragraph",           "plotSimulationDatasetCircle.tex";
78      "section",             "Datasets.tex";
79      "subsection",          "TDK_TAS2141_Characterization.tex";
80      "subsection",          "NXP_KMZ60_Characterization.tex";
81      "subsection",          "Config_Mat.tex";
82      "subsection",          "Training_and_Test_Datasets.tex";
83      "section",             "Unit_Tests.tex";
84      "subsection",          "runTests.tex";
85      "subsection",          "removeFilesFromDirTest.tex";
86      "subsection",          "rotate3DVectorTest.tex";
87      "subsection",          "generateDipoleRotationMomentsTest.tex";
88      "subsection",          "generateSensorArraySquareGridTest.tex";
89      "subsection",          "computeDipoleH0NormTest.tex";
90      "subsection",          "computeDipoleHFieldTest.tex";
91      "subsection",          "tiltRotationTest.tex";];
92
93 nToc = length(toc);
94 fprintf("%d toc entries remarked ...\\n", nToc);

```

### Scan for Tex Files

Scan for all published Tex files in the project publish directory.

```

1 | disp('Scan for published files ...');

```

```

2 TEX = dir(fullfile(PathVariables.publishHtmlPath, '*.tex'));
3 if nToc ~= length(TEX)
4     warning(...,
5         'TOC (%d) length and found Tex (%d) files are diverging.', ...
6         nToc, length(TEX));
7 end

```

## Export Tex

Export found Tex files to Manual file. Each file gets its own representation. Filename is kept. Write files into Manual folder under LaTeX subdirectory in docs path. Get filename, move to new path. Write Manual.

```

1 disp('Export published Tex to Manual ...');
2 fprintf('Source: %s\n', TEX(1).folder);
3 fprintf('Destination: %s\n', PathVariables.exportPublishPath);
4 for ftex = TEX'
5     disp(ftex.name);
6     sourcePath = fullfile(ftex.folder, ftex.name);
7     destinationPath = fullfile(...,
8         PathVariables.exportPublishPath, ftex.name);
9     try
10         [status, msg] = movefile(sourcePath, destinationPath);
11         % disp(cmdout);
12         if status ~= 1
13             error('Export failure.');
14         end
15     catch ME
16         disp(msg);
17         rethrow(ME)
18     end
19 end

```

## Write TOC to LaTeX File

Wirete TOC to LaTeX file and generate for each file a subimport along toc content line with marked toc depth.

```

1 disp('Write TOC to Manual.tex ...');
2 fileID = fopen(fullfile(...,
3     PathVariables.exportPublishPath, 'Manual.tex'), 'w');
4 fprintf(fileID, "%% appendix software documentation\n");
5 fprintf(fileID, "%% @author Tobias Wulf\n");
6 fprintf(fileID, ...
7     "%% Autogenerated LaTeX file. Generated by exportPublishedToPdf.\n");
8 fprintf(fileID, ...
9     "%% Software manual with TOC generated in the same script.\n");
10 fprintf(fileID, "%% Generated on %s.\n\n", datestr(datetime('now')));
11 fprintf(fileID, "\\documentclass[class=article, crop=false]{standalone}\n");
12 fprintf(fileID, "\\usepackage[subpreambles=true]{standalone}\n");
13 fprintf(fileID, "\\usepackage{import}\n\n");

```

```
14 fprintf(fileID, "\begin{document}\n");
15 fprintf(fileID, "\clearpage\n");
16 fprintf(fileID, ...
17     "\textbf{Matlab software appendix auto generated on \%s.}\n\n", ...
18     datestr(datetime('now', 'Format', 'y-MM-d')));
19
20 for i = 1:nToc
21     level = toc(i);
22     fName = toc(i,2);
23     [~, fstr, ~] = fileparts(fName);
24     lstr = lower(strrep(fstr, '_', '-'));
25     tstr = strrep(fstr, '_', ' ');
26
27     fprintf(fileID, "\\%s[%s]", level, tstr);
28     fprintf(fileID, "\\label{mcode:%s}", lstr);
29     if strcmp(level, "paragraph")
30         fprintf(fileID, "$~$\\\\\\n");
31     else
32         fprintf(fileID, "\n");
33     end
34     fprintf(fileID, "\\subimport{./}{%s}\n", fName);
35     fprintf(fileID, "\\clearpage\n");
36 end
37
38 fprintf(fileID, "\\end{document}\n");
39 fclose(fileID);
```

### E.3.7 demoGPRModule

This script demonstrates the use of gaussianProcessRegression module. The demonstartions shows single steps of use from initialization to optimization. For use generate a training and testdataset with corresponding position. So the sensor model is built on none diverging coordinates.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- initGPR
- tuneGPR
- optimGPR
- generateConfigMat

Created on February 25, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Start Script, Load Config and Read in Datasets

```
1 clc;
2 disp('Start GPR module demonstration ...');
3 clearvars;
4 %close all;
5
6 disp('Load config ...');
7 load config.mat PathVariables GPROptions;
8
9 disp('Search for datasets ...');
10 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
11 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
12 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
13 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
14
15 disp('Load first found datasets ...');
16 try
17     TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(1).folder, TrainFiles(1).name));
18     TestDS = load(fullfile(TestFiles(1).folder, TestFiles(1).name));
19
20 catch ME
21     rethrow(ME)
22 end
23
```

```

24 disp('Check dataset coordinates corresponds ...');
25 assert(TrainDS.Info.UseOptions.xPos == TestDS.Info.UseOptions.xPos);
26 assert(TrainDS.Info.UseOptions.yPos == TestDS.Info.UseOptions.yPos);
27 assert(TrainDS.Info.UseOptions.zPos == TestDS.Info.UseOptions.zPos);
28 assert(TrainDS.Info.UseOptions.tilt == TestDS.Info.UseOptions.tilt);

```

### Compute Means of Test Dataset as Comparing Root

Compute mean sinoids and angular error by raw dataset values. offcos0 - cosine offset offsin0 - sine offset fcos0 - offset free and normed mean cosine from raw test values fsin0 - offset free and normed mean sine from raw test values frad0 - radius by mean sinoids fang0 - angles by mean sinoids compute with angle function in predDS AAED0 - Absolute Angular Error in Degrees by mean sinoids

```

1 offcos0 = mean2(TestDS.Data.Vcos);
2 offsin0 = mean2(TestDS.Data.Vsin);
3 fcos0 = zeros(TestDS.Info.UseOptions.nAngles, 1);
4 fsin0 = zeros(TestDS.Info.UseOptions.nAngles, 1);
5 for n = 1:TestDS.Info.UseOptions.nAngles
6     fcos0(n) = mean2(TestDS.Data.Vcos(:,:,n));
7     fsin0(n) = mean2(TestDS.Data.Vsin(:,:,n));
8 end
9 fcos0 = fcos0 - offcos0;
10 fsin0 = fsin0 - offsin0;
11 frad0 = sqrt(fcos0.^2 + fsin0.^2);
12 fang0 = sinoids2angles(fsin0, fcos0, frad0);
13 AAED0 = abs(TestDS.Data.angles' - fang0 * 180 / pi);

```

### Create GPR Model for Demonstartion

Create three GPR Modles by the same base configuration to compare bare initialized modle with and optimized generated modle with same root of configuration. Mdl1 - optimized modle generated by configuration settings enable free free tuning of variance and length scale by changing the theta(1) to not equal 1 and widining the parameter bounds.

```

1 disp('Create GPR modles ...');
2 Mdl1 = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
3 %Mdl1 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
4 %Mdl1 = tuneKernel(Mdl1,1);

```

### Prediction on Test Dataset

Predict sinoids and angles on test dataset for each created GPR modle. fang1 - computed angle by predicted sinoids frad1 - computed radius by predicted sinoids fcos1 - predicted cosine fsin1 - predicted sine fcov1 - predictive variance s1 - standard deviation of prediction ciang1 - 95% confidence interval for angles cirad1 - 95% confidence interval for radius

```

1 [fang1, frad1, fcos1, fsin1, fcov1, s1, ciang1, cirad1] = predDS(Mdl1, TestDS);

```

### Compute Losses and Errors on Test Dataset

Compute the loss and error on test dataset for each created GPR modle. AAED1 - Absolute Angular Error in Degrees SLLA1 - Squared Log Loss Angular SLLR1 - Squared Log Loss Radius SEA1 - Squared Error Angular SER1 - Squared Error Radius SEC1 - Squared Error Cosine SES1 - Squared Error Sine

```
1 [AAED1, SLLA1, SLLR1, SEA1, SER1, SEC1, SES1] = lossDS(Mdl1, TestDS);
```

### Plot Area and Expand Model Results

Plot demo results in modle parameter view to show characteristics of covariance functions and modle generalization. Show full rotation on test dataset with angle error, predicted sinoids and confidence intervals.

```
1 % create general plot scalses and title
2 angles = TestDS.Data.angles';
3 ticks = Mdl1.Angles;
4 titleStr = "Kernel %s: $\sigma_f = %1.2f$, $\sigma_l = %1.2f," + ...
5     "$\sigma_n^2 = %1.2e$, N = %d\n" +...
6     "%d \times %d Sensor-Array, Position: (%1.1f,%1.1f,-%1.1f) mm," + ...
7     " Magnet Tilt: %2.1f^\circ";
8 titleStr = sprintf(titleStr, ...
9     Mdl1.kernel, Mdl1.theta(1), Mdl1.theta(2), Mdl1.s2n, ...
10    Mdl1.N, Mdl1.D, Mdl1.D, ...
11    TestDS.Info.UseOptions.xPos, ...
12    TestDS.Info.UseOptions.yPos, ...
13    TestDS.Info.UseOptions.zPos, ...
14    TestDS.Info.UseOptions.tilt);
15
16 % create figure for model view
17 figure('Name', Mdl1.kernel, 'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
18 t=tiledlayout(2,2);
19 title(t, titleStr, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 24);
20
21 % plot covariance slice for first covariance sample
22 nexttile;
23 p1 = plot(Mdl1.Ky, 'Color', [0.8 0.8 0.8]);
24 hold on;
25 p2 = yline(mean2(Mdl1.Ky), 'Color', '#0072BD', 'LineWidth', 2.5);
26 p3 = plot(1:Mdl1.N, Mdl1.Ky(1,:), 'kx-.');
27 xlim([1, Mdl1.N]);
28 ylim([min(Mdl1.Ky, [], 'all'), max(Mdl1.Ky, [], 'all')]);
29 legend([p1(1), p2, p3], {'$i \neq 0$', '$\mu(K)$', '$i = 0$'});
30 xlabel('$n$ Samples');
31 ylabel('Autocorrelation Coeff.');
32 title('a) $K$-Matrix $i$-th Row');
33
34 % plot covariance matrix
35 nexttile([2, 1]);
36 colormap('jet');
37 imagesc(Mdl1.Ky);
```

```

38 axis square;
39 cb = colorbar;
40 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
41 cb.Label.Interpreter = 'latex';
42 cb.Label.FontSize = 22;
43 cb.Label.String = 'Autocorrelation Coeff.';
44 xlabel('$j$');
45 ylabel('i');
46 title(sprintf('b) $K$-Matrix %d \times %d Samples', Mdl1.N, Mdl1.N))
47
48 % plot mode adjust as squared logarithmic loss for angles and radius
49 nexttile;
50 plot(angles, SLLA1, 'x-.');
51 hold on;
52 plot(angles, SLLR1, 'x-.');
53 yline(Mdl1.MSLLA, 'k', 'LineWidth', 4.5);
54 yline(Mdl1.MSLLR, 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
55 xlim([0 360]);
56 legend({'SLLA', 'SLLR', 'MSLLA', 'MSLLR'});
57 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
58 ylabel('$SLL$');
59 title(sprintf('c) MSLLA = %1.2f$, MSLLR = %1.2f$', mean(SLLA1), mean(SLLR1)));
60
61 % create figure for rotation results of test dataset
62 figure('Name', 'Rotation and Errors', 'Units', 'normalize', ...
63     'OuterPosition', [0 0 1 1]);
64 t = tiledlayout(2,2);
65 title(t, titleStr, 'Interpreter', 'latex', 'FontSize', 24);
66
67 % plot circle with gpr results and pure mean results
68 nexttile;
69 polarplot(fang0, frad0, 'LineWidth', 3.5);
70 hold on;
71 polarplot(fang1, frad1, 'LineWidth', 3.5);
72 polarscatter(Mdl1.Angles * pi / 180, 1.2 * ones(Mdl1.N, 1), 52, [0.8 0.8 0.8], ...
73     'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1.5);
74 legend({'Mean', 'GPR', 'Ref. $\alpha$'});
75 rticklabels(['', "0.5", "1"]);
76 title('a) Rotation along Z-Axis in $^\circ$')
77
78 % plot predicted, ideal and none treated sinoids
79 nexttile;
80 p1 = plot(angles, cosd(angles), 'k-.', 'LineWidth', 6.5);
81 hold on;
82 plot(angles, sind(angles), 'k-.', 'LineWidth', 6.5);
83 p2 = plot(angles, fcos0, 'Color', '#0072BD');
84 plot(angles, fsin0, 'Color', '#0072BD');
85 p3 = plot(angles, fcos1, 'Color', '#D95319');
86 plot(angles, fsin1, 'Color', '#D95319');
87 xlim([0 360]);
88 ylim([-1.1 1.1]);

```

```

89 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
90 legend([p1 p2 p3], {'Ideal', 'Mean', 'GPR'})
91 title('b) Sine and Cosine')
92
93 % plot absolut angle errors of gpr and mean results
94 nexttile;
95 plot(angles, AAED0);
96 hold on;
97 plot(angles, AAED1);
98 yline(mean(AAED1), 'k-.', 'LineWidth', 4.5)
99 [~, idx] = max(AAED1);
100 scatter(angles(idx), max(AAED1), 52, [0.8 0.8 0.8], ...
101 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1.5)
102 ylim([0 4]);
103 xlim([0 360]);
104 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
105 ylabel('$|\epsilon_{abs}|$ in $^\circ$');
106 legend({'Mean', 'GPR', '$\mu(\epsilon_{abs})$', '$\max(\epsilon_{abs})$'});
107 tstr = 'c) $\mu(\epsilon_{abs}) = \%1.2f$, $\max(\epsilon_{abs}) = \%1.2f$';
108 tstr = sprintf(tstr, mean(AAED1), max(AAED1));
109 title(tstr);
110
111 % plot 95 percent confidence intervals for angles and radius
112 nexttile;
113 yyaxis left;
114 plot(angles, (ciang1-fang1) * 180/pi, '-.', 'Color', '#0072BD');
115 ylabel('$CIA_{95\%} - \alpha$ in $^\circ$');
116 yyaxis right;
117 plot(angles, (cirad1-frad1), '-.', 'Color', '#D95319');
118 ylabel('$CIR_{95\%} - r$');
119 xlim([0 360]);
120 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
121 title('d) Centered 95% GPR Confidence Intervalls')

```

### E.3.8 investigateKernelParameters

Sweep kernel parameters against inner tuning criteria which is built by the logarithmic likelihoods for cosine and sine fit on training datasets.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- initGPR
- tuneGPR
- optimGPR.html
- generateConfigMat

Created on March 13, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Start Script, Load Config and Read in Datasets

```
1 clc;
2 disp('Start kernel parameter investigation ...');
3 clearvars;
4 %close all;
5
6 disp('Load config ...');
7 load config.mat PathVariables GPROptions;
8
9 disp('Search for datasets ...');
10 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
11 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
12 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
13 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
14
15 disp('Load first found datasets ...');
16 try
17     TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(1).folder, TrainFiles(1).name));
18     TestDS = load(fullfile(TestFiles(1).folder, TestFiles(1).name));
19
20 catch ME
21     rethrow(ME)
22 end
23
24 disp('Check dataset coordinates corresponds ...');
```

```

25 assert(TrainDS.Info.UseOptions.xPos == TestDS.Info.UseOptions.xPos);
26 assert(TrainDS.Info.UseOptions.yPos == TestDS.Info.UseOptions.yPos);
27 assert(TrainDS.Info.UseOptions.zPos == TestDS.Info.UseOptions.zPos);
28 assert(TrainDS.Info.UseOptions.tilt == TestDS.Info.UseOptions.tilt);

```

### Create GPR Model for Investigation

```

1 disp('Create GPR modles ...');
2 Mdl1 = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);

```

### Sweep Title with Model Parameters

```

1 titleStr = "Kernel %s: \$\sigma_f = %1.2f$, $\sigma_l = %1.2f$," + ...
2     " $\sigma_n^2 = %1.2e$, N = %d\n" +...
3     "$%d \times %d$ Sensor-Array, Posistion: $(%1.1f,%1.1f,-%1.1f)$ mm," + ...
4     " Magnet Tilt: $%2.1f^\circ$";
5 titleStr = sprintf(titleStr, ...
6     Mdl1.kernel, Mdl1.theta(1), Mdl1.theta(2), Mdl1.s2n, ...
7     Mdl1.N, Mdl1.D, Mdl1.D, ...
8     TestDS.Info.UseOptions.xPos, ...
9     TestDS.Info.UseOptions.yPos, ...
10    TestDS.Info.UseOptions.zPos, ...
11    TestDS.Info.UseOptions.tilt);

```

### Execute Parameter Sweep with Constant Noise

```

1 nEval = 300;
2 disp('Sweep kernel parameters with constant noise ...');
3 sweepKernelWithConstNoise(Mdl1, nEval, titleStr, PathVariables)

```

### Execute Parameter Sweep with Constant Variance

```

1 nEval = 300;
2 disp('Sweep kernel parameters with constant variance ...');
3 %sweepKernelWithConstVariance(Mdl1, nEval, titleStr, PathVariables)

```

### Execute Parameter Sweep with Constant Lengthscale

```

1 nEval = 300;
2 disp('Sweep kernel parameters with constant lengthscale ...');
3 %sweepKernelWithConstLengthscale(Mdl1, nEval, titleStr, PathVariables)

```

### Sweep Kernel Parameters vs. Likelihood Criteria with Constant Noise

```

1 function sweepKernelWithConstNoise(Mdl, nEval, titleStr, PathVariables)
2
3 % create sweep parameters for sweeping theta to given modele
4 s2f = linspace(Mdl.s2fBounds(1) * 0.1, Mdl.s2fBounds(2) * 10, nEval);
5 sl = linspace(Mdl.slBounds(1) * 0.1, Mdl.slBounds(2) * 10, nEval);
6 [sl, s2f] = meshgrid(sl, s2f);

```

```

7 % allocate memory for inner tuning criteria, combined likelihoods for cosine
8 % and sine fit on trainings data
9 RLI = zeros(nEval, nEval);
10
11
12 % run sweep in multiprocess pool to gain speed
13 parfor i = 1:nEval
14     for j = 1:nEval
15         % compute sweep with tuning criteria of inner GPR optimization of
16         % tuning GPR kernel parameters
17         RLI(i,j) = computeTuneCriteria([s2f(i,j) sl(i,j)], Mdl);
18     end
19 end
20
21 % plot results in countour plot
22 fig = figure('Name', 'Sweep Kernel Parameters with Constant Noise', ...
23             'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
24
25 % plot sweep with log axis
26 contourf(sl, s2f, RLI, linspace(min(RLI, []), 'all') + 1, 1, 10), ...
27     'LineWidth', 1.5);
28 set(gca, 'YScale', 'log')
29 set(gca, 'XScale', 'log')
30 hold on;
31 grid on;
32
33 % plot bounds origin model parameters
34 p1 = yline(Mdl.s2fBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
35 yline(Mdl.s2fBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
36 yline(Mdl.theta(1), 'k', 'LineWidth', 2.5);
37 xline(Mdl.slBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
38 xline(Mdl.slBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
39 xline(Mdl.theta(2), 'k', 'LineWidth', 2.5);
40
41 % plot fmincon search area
42 p2 = patch( ...
43     [Mdl.slBounds(1), Mdl.slBounds(2), ...
44      Mdl.slBounds(2), Mdl.slBounds(1)], ...
45     [Mdl.s2fBounds(1) Mdl.s2fBounds(1), ...
46      Mdl.s2fBounds(2) Mdl.s2fBounds(2)], ...
47     [0.8 0.8 0.8], 'FaceAlpha', 0.7);
48
49 % plot argmin fmincon result
50 p3 = scatter(Mdl.theta(2), Mdl.theta(1), 60, [0.8 0.8 0.8], ...
51             'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1.5);
52
53 % labels, titles, legends
54 xlabel('$\sigma_l$')
55 ylabel('$\sigma_f^2$')
56 title(titleStr);
57 stStr = "$\sigma_f^2, \sigma_l|\sigma_n^2 = " + ...

```

```

58     "\arg\min\tilde{R}_\mathcal{L}" + ...
59     "(\sigma_f^2,\sigma_l|\sigma_n^2) f. \sigma_n^2 = const.";
60     subtitle(stStr);
61     legend([p1, p2, p3], ...
62         {"Parameter Bounds", "Search Area", ...
63         sprintf("fmincon $\tilde{R}_\mathcal{L}(\%1.2f,%1.2f|\%1.2e)=%1.2f$",...
64             Mdl.theta, Mdl.s2n, -(Mdl.LMLcos + Mdl.LMLSin))), ...
65         'Location', 'South')
66
67     cb = colorbar;
68     cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
69     cb.Label.Interpreter = 'latex';
70     cb.Label.FontSize = 24;
71     cbStr = "$\tilde{R}_\mathcal{L}(\sigma_f^2,\sigma_l|\sigma_n^2)$";
72     cb.Label.String = cbStr;
73
74 % save and close
75 %     fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, 'Sweep_Kernel_Const_Noise');
76 %     print(fig, fPath, '-dsvg');
77 %     close(fig);
78 end

```

### Sweep Kernel Parameters vs. Likelihood Criteria with Constant Variance

```

1 function sweepKernelWithConstVariance(Mdl, nEval, titleStr, PathVariables)
2
3 % keep s2n origin to plot later
4 s2nOrigin = Mdl.s2n;
5
6 % create sweep parameters for sweeping lengthscale and noise to given modle
7 s2n = linspace(Mdl.s2nBounds(1) * 0.1, Mdl.s2nBounds(2) * 10, nEval);
8 sl = linspace(Mdl.slBounds(1) * 0.1, Mdl.slBounds(2) * 10, nEval);
9 s2f = Mdl.theta(1);
10
11 % allocate memory for inner tuning criteria, combined likelihoods for cosine
12 % and sine fit on trainings data
13 RLI = zeros(nEval, nEval);
14
15 % run sweep in multiprocess pool to gain speed
16 for i = 1:nEval
17     % assign struct values to compute corresponding lenght scale row wise
18     % due to parfor struct issue
19     Mdl.s2n = s2n(i);
20     parfor j = 1:nEval
21         % compute sweep with tuning criteria of inner GPR optimization of
22         % tuning GPR kernel parameters, variance is set to 1
23         RLI(i,j) = computeTuneCriteria([s2f sl(j)], Mdl);
24     end
25 end
26
27 % generate grid on vectors to plot results

```

```

28 [sl, s2n] = meshgrid(sl, s2n);
29
30 % plot results in countour plot
31 fig = figure('Name', 'Sweep Kernel Parameters with Constant Variance', ...
32 'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
33
34 % plot sweep with log axis
35 contourf(sl, s2n, RLI, linspace(min(RLI, []), 'all') + 1, 1, 10), ...
36 'LineWidth', 1.5);
37 set(gca, 'YScale', 'log')
38 set(gca, 'XScale', 'log')
39 hold on;
40 grid on;
41
42 % plot bounds origin model parameters
43 p1 = yline(Mdl.s2nBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
44 yline(Mdl.s2nBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
45 yline(s2nOrigin, 'k', 'LineWidth', 2.5);
46 xline(Mdl.slBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
47 xline(Mdl.slBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
48 xline(Mdl.theta(2), 'k', 'LineWidth', 2.5);
49
50 % plot fmincon search area
51 p2 = patch( ...
52 [Mdl.slBounds(1), Mdl.slBounds(2), ...
53 Mdl.slBounds(2), Mdl.slBounds(1)], ...
54 [Mdl.s2nBounds(1) Mdl.s2nBounds(1), ...
55 Mdl.s2nBounds(2) Mdl.s2nBounds(2)], ...
56 [0.8 0.8 0.8], 'FaceAlpha', 0.7);
57
58 % plot argmin fmincon result
59 p3 = scatter(Mdl.theta(2), s2nOrigin, 60, [0.8 0.8 0.8], ...
60 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1.5);
61
62 % labels, titles, legends
63 xlabel('$\sigma_l$')
64 ylabel('$\sigma_n^2$')
65 title(titleStr);
66 stStr = "$\sigma_f^2, \sigma_l | \sigma_n^2 = " + ...
67 "\arg\min\tilde{R}_\mathcal{L}" + ...
68 "(\sigma_f^2, \sigma_l | \sigma_n^2) \$ f. \$\sigma_f^2 = const\$";
69 subtitle(stStr);
70 legend([p1, p2, p3], ...
71 {"Parameter Bounds", "Search Area", ...
72 sprintf("fmincon $\tilde{R}_\mathcal{L}(%1.2f,%1.2f|%1.2e)=%1.2f$", ...
73 Mdl.theta, s2nOrigin, -(Mdl.LMLcos + Mdl.LMLsin))), ...
74 'Location', 'South')
75
76 cb = colorbar;
77 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
78 cb.Label.Interpreter = 'latex';

```

```

79 cb.Label.FontSize = 24;
80 cbStr = "$\tilde{R}_\mathcal{L}(\sigma_f^2, \sigma_l | \sigma_n^2)$";
81 cb.Label.String = cbStr;
82
83 % save and close
84 % fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, 'Sweep_Kernel_Const_Var');
85 % print(fig, fPath, '-dsvg');
86 % close(fig);
87 end

```

### Sweep Kernel Parameters vs. Likelihood Criteria with Constant Lengthscale

```

1 function sweepKernelWithConstLengthscale(Mdl, nEval, titleStr, PathVariables)
2
3 % keep s2n origin to plot later
4 s2nOrigin = Mdl.s2n;
5
6 % create sweep parameters for sweeping lengthscale and noise to given mode
7 s2n = linspace(Mdl.s2nBounds(1) * 0.1, Mdl.s2nBounds(2) * 10, nEval);
8 s2f = linspace(Mdl.s2fBounds(1) * 0.1, Mdl.s2fBounds(2) * 10, nEval);
9 sl = Mdl.theta(2);
10
11 % allocate memory for inner tuning criteria, combined likelihoods for cosine
12 % and sine fit on trainings data
13 RLI = zeros(nEval, nEval);
14
15 % run sweep in multiprocess pool to gain speed
16 for i = 1:nEval
17     % assign struct values to compute corresponding lenght scale row wise
18     % due to parfor struct issue
19     Mdl.s2n = s2n(i);
20     parfor j = 1:nEval
21         % compute sweep with tuning criteria of inner GPR optimization of
22         % tuning GPR kernel parameters, variance is set to 1
23         RLI(i,j) = computeTuneCriteria([s2f(j) sl], Mdl);
24     end
25 end
26
27 % generate grid on vectors to plot results
28 [s2f, s2n] = meshgrid(s2f, s2n);
29
30 % plot results in countour plot
31 fig = figure('Name', 'Sweep Kernel Parameters with Constant Lengthscale',...
32             'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
33
34 % plot sweep with log axis
35 contourf(s2f, s2n, RLI, linspace(min(RLI, []), 'all') + 1, 1, 10), ...
36     'LineWidth', 1.5);
37 set(gca, 'YScale', 'log')
38 set(gca, 'XScale', 'log')
39 hold on;

```

```

40     grid on;
41
42 % plot bounds origin model parameters
43 p1 = yline(Mdl.s2nBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
44 yline(Mdl.s2nBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
45 yline(s2nOrigin, 'k', 'LineWidth', 2.5);
46 xline(Mdl.s2fBounds(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
47 xline(Mdl.s2fBounds(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
48 xline(Mdl.theta(1), 'k', 'LineWidth', 2.5);
49
50 % plot fmincon search area
51 p2 = patch( ...
52     [Mdl.s2fBounds(1), Mdl.s2fBounds(2), ...
53     Mdl.s2fBounds(2), Mdl.s2fBounds(1)], ...
54     [Mdl.s2nBounds(1) Mdl.s2nBounds(1), ...
55     Mdl.s2nBounds(2) Mdl.s2nBounds(2)],...
56     [0.8 0.8 0.8], 'FaceAlpha', 0.7);
57
58 % plot argmin fmincon result
59 p3 = scatter(Mdl.theta(1), s2nOrigin, 60, [0.8 0.8 0.8], ...
60     'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1.5);
61
62 % labels, titles, legends
63 xlabel('$\sigma_f^2$')
64 ylabel('$\sigma_n^2$')
65 title(titleStr);
66 stStr = "$\sigma_f^2,\sigma_l|\sigma_n^2 = " + ...
67     "\arg\min\tilde{R}_\mathcal{L}" + ...
68     "(\sigma_f^2,\sigma_l|\sigma_n^2)$ f. $\sigma_l = \text{const}$";
69 subtitle(stStr);
70 legend([p1, p2, p3], ...
71     {"Parameter Bounds", "Search Area", ...
72     sprintf("fmincon $\tilde{R}_\mathcal{L}(%1.2f,%1.2f|%1.2e)=%1.2f$", ...
73     Mdl.theta, s2nOrigin, -(Mdl.LMLcos + Mdl.LMLsin))}, ...
74     'Location', 'South')
75
76 cb = colorbar;
77 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
78 cb.Label.Interpreter = 'latex';
79 cb.Label.FontSize = 24;
80 cbStr = "$\tilde{R}_\mathcal{L}(\sigma_f^2,\sigma_l|\sigma_n^2)$";
81 cb.Label.String = cbStr;
82
83 % save and close
84 %    fPath = fullfile(PathVariables.saveImagePath, 'Sweep_Kernel_Const_Len');
85 %    print(fig, fPath, '-dsvg');
86 %    close(fig);
87 end

```

### E.3.9 compareGPRKernels

This script compares the implemented kernel function with each and another. It initiates each kernel with different kernel parameters and in a row and compares them in two plots for kernel functions and covariance matrix.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- initGPR
- generateConfigMat

Created on April 11, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Load Datasets

```
1 clear all;
2 close all;
3 disp('Load config ...');
4 load config.mat PathVariables GPROptions;
5 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
6 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
7 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
8 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
9
10 disp('Load first found datasets ...');
11 try
12     TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(1).folder, TrainFiles(1).name));
13     TestDS = load(fullfile(TestFiles(1).folder, TestFiles(1).name));
14
15 catch ME
16     rethrow(ME)
17 end
```

#### Initiate Kernels with different Kernelparameters

```
1 ma11 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
2
3 GPROptions.theta = [1 2];
4 ma12 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
5 GPROptions.theta = [1 0.5];
6 ma105 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
7 GPROptions.theta = [1 4];
```

```

8 | ma14 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
9 |
10|
11| GPROptions.theta = [2 1];
12| mc21 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
13| GPROptions.theta = [0.5 1];
14| mc051 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
15| GPROptions.theta = [4 1];
16| mc41 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
17|
18| GPROptions.kernel = 'QFCAPX';
19| GPROptions.theta = [1 1];
20| mb11 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
21|
22| GPROptions.theta = [1 2];
23| mb12 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
24| GPROptions.theta = [1 0.5];
25| mb105 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
26| GPROptions.theta = [1 4];
27| mb14 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
28|
29| GPROptions.theta = [2 1];
30| md21 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
31| GPROptions.theta = [0.5 1];
32| md051 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
33| GPROptions.theta = [4 1];
34| md41 = initGPR(TrainDS, GPROptions);

```

#### Compute Losses for each Kernel with Length Variation

```

1 [~, ma11SLLA, ma11SLLR] = lossDS(ma11, TestDS);
2 [~, ma105SLLA, ma105SLLR] = lossDS(ma105, TestDS);
3 [~, ma12SLLA, ma12SLLR] = lossDS(ma12, TestDS);
4 [~, ma14SLLA, ma14SLLR] = lossDS(ma14, TestDS);
5
6 [~, mb11SLLA, mb11SLLR] = lossDS(mb11, TestDS);
7 [~, mb105SLLA, mb105SLLR] = lossDS(mb105, TestDS);
8 [~, mb12SLLA, mb12SLLR] = lossDS(mb12, TestDS);
9 [~, mb14SLLA, mb14SLLR] = lossDS(mb14, TestDS);

```

#### Plot Area

```

1 % plot covariance slice for first covariance sample
2 figure;
3 tiledlayout(2,2);
4
5 nexttile;
6
7 hold on;
8
9 p1 = plot(1:ma11.N, ma11.Ky(1,:), 'k');

```

```

10 p2 = plot(1:ma12.N, ma12.Ky(1,:), 'b-.');
11 p3 = plot(1:ma105.N, ma105.Ky(1,:), 'r-.');
12 p4 = plot(1:ma14.N, ma14.Ky(1,:), 'g-.');
13 xlim([1, ma11.N]);
14 ylim([min(Mdl1.Ky, [], 'all'), max(Mdl1.Ky, [], 'all')]);
15 legend([p1, p2, p3, p4], ...
16     {'$\theta = (1,1)$', ...
17      '$\theta = (1,2)$', ...
18      '$\theta = (1,0.5)$', ...
19      '$\theta = (1,4)$'}, 'Location', 'north');
20 xlabel('$j$-tes$ Sample$');
21 title('a) $k(X_1, X_j|\theta)$ f. $d_F^2$, $\theta_1 = konst.$');
22
23 nexttile;
24
25 hold on;
26
27 p1 = plot(1:mb11.N, mb11.Ky(1,:), 'k');
28 p2 = plot(1:mb12.N, mb12.Ky(1,:), 'b-.');
29 p3 = plot(1:mb105.N, mb105.Ky(1,:), 'r-.');
30 p4 = plot(1:mb14.N, mb14.Ky(1,:), 'g-.');
31 xlim([1, mb11.N]);
32 ylim([min(Mdl1.Ky, [], 'all'), max(Mdl1.Ky, [], 'all')]);
33 legend([p1, p2, p3, p4], ...
34     {'$\theta = (1,1)$', ...
35      '$\theta = (1,2)$', ...
36      '$\theta = (1,0.5)$', ...
37      '$\theta = (1,4)$'}, 'Location', 'north');
38 xlabel('$j$-tes$ Sample$');
39 title('b) $k(X_1, X_j|\theta)$ f. $d_E^2$, $\theta_1 = konst.$');
40
41 nexttile;
42
43 hold on;
44
45 p1 = plot(1:ma11.N, ma11.Ky(1,:), 'k');
46 p2 = plot(1:mc21.N, mc21.Ky(1,:), 'b-.');
47 p3 = plot(1:mc051.N, mc051.Ky(1,:), 'r-.');
48 p4 = plot(1:mc41.N, mc41.Ky(1,:), 'g-.');
49 xlim([1, ma11.N]);
50 ylim([min(Mdl1.Ky, [], 'all'), max(Mdl1.Ky, [], 'all')]);
51 legend([p1, p2, p3, p4], ...
52     {'$\theta = (1,1)$', ...
53      '$\theta = (2,1)$', ...
54      '$\theta = (0.5,1)$', ...
55      '$\theta = (4,1)$'}, 'Location', 'north');
56 xlabel('$j$-tes$ Sample$');
57 title('c) $k(X_1, X_j|\theta)$ f. $d_F^2$, $\theta_2 = konst.$');
58
59 nexttile;
60

```

```

61 | hold on;
62 |
63 | p1 = plot(1:mb11.N, mb11.Ky(1,:), 'k');
64 | p2 = plot(1:md21.N, md21.Ky(1,:), 'b-.');
65 | p3 = plot(1:md051.N, md051.Ky(1,:), 'r-.');
66 | p4 = plot(1:md41.N, md41.Ky(1,:), 'g-.');
67 | xlim([1, mb11.N]);
68 | %ylim([min(Mdl1.Ky, [], 'all'), max(Mdl1.Ky, [], 'all')]);
69 | legend([p1, p2, p3, p4], ...
70 |     {'$\theta = (1,1)$', ...
71 |      '$\theta = (2,1)$', ...
72 |      '$\theta = (0.5,1)$', ...
73 |      '$\theta = (4,1)$'}, 'Location', 'north');
74 | xlabel('$j$-tes Sample');
75 | title('d) $k(X_1, X_j|\theta)$ f. $d_E^2$, $\theta_2 = konst.$');
76 |
77 | % plot covariance matrix
78 | figure;
79 | tiledlayout(1,2);
80 | colormap('jet');
81 |
82 | nexttile;
83 |
84 | imagesc(ma11.Ky);
85 | axis square;
86 | xlabel('$j$');
87 | ylabel('$i$');
88 | title('a) $K(X, X|\theta)$ f. $d_F^2$, $\theta = (1,1)$')
89 |
90 | nexttile;
91 |
92 | % colormap('jet');
93 | imagesc(mb11.Ky);
94 | axis square;
95 | xlabel('$j$');
96 | ylabel('$i$');
97 | title('a) $K(X, X|\theta)$ f. $d_E^2$, $\theta = (1,1)$')
98 |
99 | c = colorbar;
100 | c.TickLabelInterpreter = 'latex';
101 |
102 | % plot losses and compare against each kernel and behavior between SLLA and SLLR
103 | figure;
104 | tiledlayout(2,2);
105 | angles = TestDS.Data.angles';
106 |
107 | nexttile;
108 |
109 | hold on;
110 |
111 | plot(angles, ma11SLLA);

```

```

112 plot(angles, ma11SLLR, '-.');
113 yline(mean(ma11SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
114 yline(mean(ma11SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
115 xlim([0 360]);
116 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
117 ylabel('$SLL$');
118 title('a) f. $d_F^2$, $\theta = (1,1)$')
119
120 nexttile;
121 hold on;
122
123 plot(angles, ma105SLLA);
124 plot(angles, ma105SLLR, '-.');
125 yline(mean(ma105SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
126 yline(mean(ma105SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
127 xlim([0 360]);
128 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
129 ylabel('$SLL$');
130 title('b) f. $d_F^2$, $\theta = (1,0.5)$')
131
132 nexttile;
133 hold on;
134
135 plot(angles, ma12SLLA);
136 plot(angles, ma12SLLR, '-.');
137 yline(mean(ma12SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
138 yline(mean(ma12SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
139 xlim([0 360]);
140 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
141 ylabel('$SLL$');
142 title('c) f. $d_F^2$, $\theta = (1,2)$')
143
144 nexttile;
145 hold on;
146
147 plot(angles, ma14SLLA);
148 plot(angles, ma14SLLR, '-.');
149 yline(mean(ma14SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
150 yline(mean(ma14SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
151 xlim([0 360]);
152 xlabel('$\alpha$ in $^\circ$');
153 ylabel('$SLL$');
154 title('d) f. $d_F^2$, $\theta = (1,4)$')
155
156 legend({'SLLA', 'SLLR', 'MSLLA', 'MSLLR'}, 'Units', 'normalized', ...
157 'Orientation', 'horizontal', 'Position', [.37 .48 .25 .04]);
158
159
160
161

```

**second kernel**

```

1 figure;
2 tiledlayout(2,2);
3 angles = TestDS.Data.angles';
4
5 nexttile;
6
7 hold on;
8
9 plot(angles, mb11SLLA);
10 plot(angles, mb11SLLR, '-.');
11 yline(mean(mb11SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
12 yline(mean(mb11SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
13 xlim([0 360]);
14 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
15 ylabel('$SLL$');
16 title('a) f. $d_E^2$, $\theta = (1,1)$')
17
18
19 nexttile;
20
21 hold on;
22
23 plot(angles, mb105SLLA);
24 plot(angles, mb105SLLR, '-.');
25 yline(mean(mb105SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
26 yline(mean(mb105SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
27 xlim([0 360]);
28 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
29 ylabel('$SLL$');
30 title('b) f. $d_E^2$, $\theta = (1,0.5)$')
31
32 nexttile;
33
34 hold on;
35
36 plot(angles, mb12SLLA);
37 plot(angles, mb12SLLR, '-.');
38 yline(mean(mb12SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
39 yline(mean(mb12SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
40 xlim([0 360]);
41 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
42 ylabel('$SLL$');
43 title('c) f. $d_E^2$, $\theta = (1,2)$')
44
45 nexttile;
46
47 hold on;
48
49 plot(angles, mb14SLLA);

```

```
50 plot(angles, mb14SLLR, '-.');
51 yline(mean(mb14SLLA), 'k', 'LineWidth', 4.5);
52 yline(mean(mb14SLLR), 'g-.', 'LineWidth', 4.5);
53 xlim([0 360]);
54 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
55 ylabel('$SLL$');
56 title('d) f. $d_E^2$, $\theta = (1,4)$')
57
58 legend({'SLLA', 'SLLR', 'MSLLA', 'MSLLR'}, 'Units', 'normalized', ...
      'Orientation', 'horizontal', 'Position', [.37 .48 .25 .04]);
59
```

### E.3.10 compareCpuTimeVsError

This script compares relative computing time of a single test point versus max and mean angle errors of a complete rotation to generate a metric which estimates a good relation between speed and angle error acceptance. Therefore several training datasets with different number of reference angles must be generated. The training datasets must correspond to test datasets which must correlate in position and tilt. The script runs without noise optimization. Set the noise level to noise upper bounds in config script to have widest complexity ranges. The script values the inner fmincon kernel optimization.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- initGPR
- tuneGPR
- generateConfigMat

Created on May 01. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Start Script, Load Config and Read in Datasets

```
1 clc;
2 disp('Start compare cpu time vs. error ...');
3 clearvars;
4 close all;
5
6 disp('Load config ...');
7 load config.mat PathVariables GPROptions;
8
9 disp('Search for datasets ...');
10 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
11 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
12 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
13 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
14 assert(length(TrainFiles) == length(TestFiles), 'Not equal number of datasets.');
15
16 nDatasets = length(TrainFiles);
17 tang = 73;
```

#### Load Datasets in a Loop and Measure Model Errors and Computation Time

```

1 cTime = zeros(nDatasets, 2);
2 mError = zeros(nDatasets, 2);
3 xError = zeros(nDatasets, 2);
4 nAngles = zeros(nDatasets, 1);
5 for i = 1:nDatasets
6     fprintf('Load datasets: %d', i);
7     try
8         TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(i).folder, TrainFiles(i).name));
9         TestDS = load(fullfile(TestFiles(i).folder, TestFiles(i).name));
10
11    catch ME
12        rethrow(ME)
13    end
14
15    assert(TrainDS.Info.UseOptions.xPos == TestDS.Info.UseOptions.xPos);
16    assert(TrainDS.Info.UseOptions.yPos == TestDS.Info.UseOptions.yPos);
17    assert(TrainDS.Info.UseOptions.zPos == TestDS.Info.UseOptions.zPos);
18    assert(TrainDS.Info.UseOptions.tilt == TestDS.Info.UseOptions.tilt);
19    disp(' check corresponding: pass');
20
21    nAngles(i) = TrainDS.Info.UseOptions.nAngles;
22
23    fprintf('Get test point: %d\n', tang);
24    Xcos = TestDS.Data.Vcos(:, :, tang);
25    Xsin = TestDS.Data.Vsin(:, :, tang);
26
27    disp('Init and train models ...');
28    mdl0 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
29
30    fprintf('Zero mean, N = %d\n', mdl0.N);
31    mdl0 = tuneKernel(mdl0, 1);
32
33    GPROptions.mean = 'poly';
34    GPROptions.polyDegree = 1;
35    mdl1 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
36
37    fprintf('Poly mean, N = %d\n', mdl1.N);
38    mdl1 = tuneKernel(mdl1, 1);
39
40    disp('Measure cpu time ...');
41    f0 = @( ) predFrame(mdl0, Xcos, Xsin);
42    f1 = @( ) predFrame(mdl1, Xcos, Xsin);
43
44    cTime(i,1) = timeit(f0);
45    cTime(i,2) = timeit(f1);
46
47    disp('Compute abs mean and max errors ...');
48    absErr0 = lossDS(mdl0, TestDS);
49    absErr1 = lossDS(mdl1, TestDS);
50    mError(i,:) = [mean(absErr0), mean(absErr1)];

```

```

51     xError(i,:) = [max(absErr0), max(absErr1)];
52 end

```

### Plot Timings and Errors

```

1 close all
2 n = 1:nDatasets;
3
4 figure('Name', 'Timing vs. Errors', ...
5     'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
6
7 tiledlayout(2, 2, 'TileSpacing', 'normal');
8
9 % plot cpu timings
10 nexttile([1 2]);
11
12 hold on;
13 plot(n, cTime(:, 1), '-*');
14 plot(n, cTime(:, 2), '-*');
15 xlim([0 nDatasets + 1]);
16 xticks(n);
17 xticklabels(nAngles);
18 xlabel('$N_{Ref}$');
19 ylabel('$t$ in s');
20 title('a) CPU Time by Single Test Angle');
21
22 % plot mean errors
23 nexttile;
24
25 hold on;
26 plot(n, mError(:, 1), '-*');
27 plot(n, mError(:, 2), '-*');
28 xlim([0 nDatasets + 1]);
29 xticks(n);
30 xticklabels(nAngles);
31 xlabel('$N_{Ref}$');
32 ylabel('$\mu(\epsilon_{abs})$ in $\circ$');
33 title('b) Mean Error by 720 Test Angles');
34
35 % plot max errors
36 nexttile
37
38 hold on;
39 plot(n, xError(:, 1), '-*');
40 plot(n, xError(:, 2), '-*');
41 xlim([0 nDatasets + 1]);
42 xticks(n);
43 xticklabels(nAngles);
44 xlabel('$N_{Ref}$');
45 ylabel('$\max(\epsilon_{abs})$ in $\circ$');
46 title('c) Max Error by 720 Test Angles');

```

```
47
48 legend({'Zero Mean GPR', 'Poly Mean GPR'}, 'Units', 'normalized', ...
49 'Position', [.85 .48 .125 .07]);
```

### E.3.11 compareNoiseOptAbility

This script compares the ability in noise level optimization of GPR models against max and mean angle errors and number of reference angles.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- optimGPR
- generateConfigMat

Created on May 02, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Start Script, Load Config and Read in Datasets

```
1 clc;
2 disp('Start compare noise optimization ability ...');
3 clearvars;
4 close all;
5
6 disp('Load config ...');
7 load config.mat PathVariables GPROptions;
8
9 disp('Search for datasets ...');
10 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
11 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
12 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
13 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
14 assert(length(TrainFiles) == length(TestFiles), 'Not equal number of datasets.');
15
16 nDatasets = length(TrainFiles);
```

#### Load Datasets in a Loop and Measure Model Errors and Losses

```
1 MSLL = zeros(nDatasets, 2);
2 mError = zeros(nDatasets, 2);
3 xError = zeros(nDatasets, 2);
4 nAngles = zeros(nDatasets, 1);
5 for i = 1:nDatasets
6     fprintf('Load datasets: %d', i);
7     try
8         TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(i).folder, TrainFiles(i).name));
```

```

9     TestDS = load(fullfile(TestFiles(i).folder, TestFiles(i).name));
10
11    catch ME
12        rethrow(ME)
13    end
14
15    assert(TrainDS.Info.UseOptions.xPos == TestDS.Info.UseOptions.xPos);
16    assert(TrainDS.Info.UseOptions.yPos == TestDS.Info.UseOptions.yPos);
17    assert(TrainDS.Info.UseOptions.zPos == TestDS.Info.UseOptions.zPos);
18    assert(TrainDS.Info.UseOptions.tilt == TestDS.Info.UseOptions.tilt);
19    disp(' check corresponding: pass');
20
21    nAngles(i) = TrainDS.Info.UseOptions.nAngles;
22
23    disp('Init and train models ...');
24    mdl0 = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
25
26    GPROptions.mean = 'poly';
27    GPROptions.polyDegree = 1;
28    mdl1 = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
29
30    disp('Compute errors losses ...');
31    absErr0 = lossDS(mdl0, TestDS);
32    absErr1 = lossDS(mdl1, TestDS);
33    MSLL(i,:) = [mdl0.MSLLA, mdl1.MSLLA];
34    mError(i,:) = [mean(absErr0), mean(absErr1)];
35    xError(i,:) = [max(absErr0), max(absErr1)];
36
37    close all;
38 end

```

### Plot Losses and Errors

```

1 n = 1:nDatasets;
2 nLabels = string(nAngles);
3 nLabels(2:2:end) = nan;
4
5 figure('Name', 'MSLL and Errors', ...
6     'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
7
8 tiledlayout(2, 2, 'TileSpacing', 'normal');
9
10 % plot mean std. log. loss
11 nexttile([1 2]);
12
13 hold on;
14 plot(n, MSLL(:, 1), '-*');
15 plot(n, MSLL(:, 2), '-*');
16 xlim([0 nDatasets + 1]);
17 xticks(n);
18 xticklabels(nLabels);

```

```

19 xlabel('$N_{Ref}$');
20 ylabel('$MSLL$');
21 title('a) Mean Std. Log. Loss by 720 Angles');
22
23 % plot mean errors
24 nexttile;
25
26 hold on;
27 plot(n, mError(:, 1), '-*');
28 plot(n, mError(:, 2), '-*');
29 xlim([0 nDatasets + 1]);
30 xticks(n);
31 xticklabels(nLabels);
32 xlabel('$N_{Ref}$');
33 ylabel('$\mu(\epsilon_{abs})$ in $\circ$');
34 title('b) Mean Error by 720 Test Angles');
35
36 % plot max errors
37 nexttile
38
39 hold on;
40 plot(n, xError(:, 1), '-*');
41 plot(n, xError(:, 2), '-*');
42 xlim([0 nDatasets + 1]);
43 xticks(n);
44 xticklabels(nLabels);
45 xlabel('$N_{Ref}$');
46 ylabel('$\max(\epsilon_{abs})$ in $\circ$');
47 title('c) Max Error by 720 Test Angles');
48
49 legend({'Zero Mean GPR', 'Poly Mean GPR'}, 'Units', 'normalized', ...
    'Position', [.85 .48 .125 .07]);
50

```

### E.3.12 compareMissAlign

1. Create reference dataset to compare against drift and retraining. Reference Position.
2. Create same number of drift datasets for each drift in x,y,z and tilt drift. Position drifts in x,y,z must have the same drift steps diverging from the reference position to match a drift plots. Tilt drift is assigned to a separate axis.
3. Execute this script and ensure dataset chaining. First dataset is reference dataset, second bunch must be drift in x, third bunch in drift in y, fourth bunch drift in z and fifth bunch drift in tilt. So loaded file pattern schould have following indices for e.g. 25 drift iterations each:
  - (1) reference dataset
  - (2-26) drift in x
  - (27-51) drift in y
  - (52-76) drift in z
  - (77-101) drift in tilt

Script forces simulation to run with TDK characterization dataset. Identifier is set manually to TDK.

#### Requirements

- Other m-files required: gaussianProcessRegression module files
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat, corresponding Training and Test dataset

#### See Also

- gaussianProcessRegression
- initGPR
- tuneGPR
- optimGPR
- generateConfigMat

Created on May 06. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### Start Script and Clear All

```
1 clc;
2 disp('Start compare miss align ...');
3 disp('Clear all ...');
4 clearvars;
5 close all;
6 deleteSimulationDatasets;
```

#### Declare Reference Position and Drift Vectors

```

1 disp('Declare reference and drift ...');
2 refX      = 0;
3 refY      = 0;
4 refZ      = 7.5;
5 refTilt   = 0;
6 driftX    = -3:0.25:3;
7 driftY    = -3:0.25:3;
8 driftZ    = 4.5:0.25:10.5;
9 driftTilt = 0:0.5:12;

```

### Declare Common Variables

```

1 disp('Declare common vars ...');
2 trainPath  = PathVariables.trainingDataPath;
3 testPath   = PathVariables.testDataPath;
4 maxErrorTDK = 0.6;
5 errorTick  = [1e-1 1 10 1e2];

```

### Calculated Datasets Indices on Drift Parameter

```

1 disp('Numbering drift sets ...');
2 driftXN    = length(driftX);
3 driftYN    = length(driftY);
4 driftZN    = length(driftZ);
5 driftTiltN = length(driftTilt);
6 driftAllN  = driftXN + driftYN + driftZN + driftTiltN;
7 fprintf('Overall drifts: %d ...', driftAllN);
8
9 assert(driftXN == driftYN,      'Inbalance drift in x2y')
10 assert(driftXN == driftZN,     'Inbalance drift in x2z')
11 assert(driftXN == driftTiltN,   'Inbalance drift in x2tilt')
12 disp('Number of drift iterations equals: pass ...');
13
14 disp('Index drift set ...');
15 refIndex    = 1;
16 driftXIndex = refIndex + 1      : driftXN    + refIndex;
17 driftYIndex = driftXIndex(end) + 1 : driftYN    + driftXIndex(end);
18 driftZIndex = driftYIndex(end) + 1 : driftZN    + driftYIndex(end);
19 driftTiltIndex = driftZIndex(end) + 1 : driftTiltN + driftZIndex(end);

```

### Allocate Memory for Error and Parameter Drifts [X, Y, Z, Tilt]

```

1 disp('Allocate memory ...');
2 meanError2Ref      = zeros(driftXN, 4);
3 maxError2Ref       = zeros(driftXN, 4);
4 meanError2Retrained = zeros(driftXN, 4);
5 maxError2Retrained = zeros(driftXN, 4);
6 s2nParamDrift     = zeros(driftXN, 4);
7 s2fParamDrift     = zeros(driftXN, 4);
8 slParamDrift      = zeros(driftXN, 4);

```

### Load Config

```
1 disp('Load config ...');
2 load config.mat PathVariables GeneralOptions SensorArrayOptions ...
3     DipoleOptions TrainingOptions TestOptions GPROptions;
```

### Load TDK Characterization Dataset and Set Base Reference in Options

```
1 disp('Load TDK characterization dataset ...');
2
3 CharDS = load(PathVariables.tdkDatasetPath);
4
5 TrainingOptions.BaseReference = 'TDK';
6 TestOptions.BaseReference = 'TDK';
```

### Generate Reference Datasets

```
1 disp('Set reference position ...');
2 TrainingOptions.xPos = refX;
3 TrainingOptions.yPos = refY;
4 TrainingOptions.zPos = refZ;
5 TrainingOptions.tilt = refTilt;
6
7 TestOptions.xPos = TrainingOptions.xPos;
8 TestOptions.yPos = TrainingOptions.yPos;
9 TestOptions.zPos = TrainingOptions.zPos;
10 TestOptions.tilt = TrainingOptions.tilt;
11
12 disp('Generate reference datasets ...');
13 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
14     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, CharDS);
15 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
16     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, CharDS);
```

### Generate X Drift Datasets

```
1 disp('Set x drift positions ...');
2 TrainingOptions.xPos = driftX;
3 % TrainingOptions.yPos = refY;
4 % TrainingOptions.zPos = refZ;
5 % TrainingOptions.tilt = refTilt;
6
7 TestOptions.xPos = TrainingOptions.xPos;
8 % TestOptions.yPos = TrainingOptions.yPos;
9 % TestOptions.zPos = TrainingOptions.zPos;
10 % TestOptions.tilt = TrainingOptions.tilt;
11
12 disp('Generate x drift datasets ...');
13 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
14     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, CharDS);
15 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
16     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, CharDS);
```

### Generate Y Drift Datasets

```
1 disp('Set y drift positions ...');
2 TrainingOptions.xPos = refX;
3 TrainingOptions.yPos = driftY;
4 % TrainingOptions.zPos = refZ;
5 % TrainingOptions.tilt = refTilt;
6
7 TestOptions.xPos = TrainingOptions.xPos;
8 TestOptions.yPos = TrainingOptions.yPos;
9 % TestOptions.zPos = TrainingOptions.zPos;
10 % TestOptions.tilt = TrainingOptions.tilt;
11
12 disp('Generate y drift datasets ...');
13 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
14     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, CharDS);
15 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
16     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, CharDS);
```

### Generate Z Drift Datasets

```
1 disp('Set z drift positions ...');
2 % TrainingOptions.xPos = refX;
3 TrainingOptions.yPos = refY;
4 TrainingOptions.zPos = driftZ;
5 % TrainingOptions.tilt = refTilt;
6
7 % TestOptions.xPos = TrainingOptions.xPos;
8 TestOptions.yPos = TrainingOptions.yPos;
9 TestOptions.zPos = TrainingOptions.zPos;
10 % TestOptions.tilt = TrainingOptions.tilt;
11
12 disp('Generate z drift datasets ...');
13 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
14     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, CharDS);
15 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
16     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, CharDS);
```

### Generate Tilt Drift Datasets

```
1 disp('Set tilt drift positions ...');
2 % TrainingOptions.xPos = refX;
3 % TrainingOptions.yPos = refY;
4 TrainingOptions.zPos = refZ;
5 % TrainingOptions.tilt = refTilt;
6
7 % TestOptions.xPos = TrainingOptions.xPos;
8 % TestOptions.yPos = TrainingOptions.yPos;
9 TestOptions.zPos = TrainingOptions.zPos;
10 % TestOptions.tilt = TrainingOptions.tilt;
11
```

```

12 disp('Generate tilt drift datasets ...');
13 for tilt = driftTilt
14     TrainingOptions.tilt = tilt;
15     TestOptions.tilt      = tilt;
16
17     simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
18         SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, CharDS);
19     simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
20         SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, CharDS);
21 end

```

### Reload Path of Generated Datasets

```

1 disp('Scanning directories ...');
2 TrainFiles = dir(fullfile(trainPath, 'Training*.mat'));
3 TestFiles  = dir(fullfile(testPath, 'Test*.mat'));
4
5 TrainFilesN = length(TrainFiles);
6 TestFilesN  = length(TestFiles);
7
8 assert(TrainFilesN == TestFilesN, 'Inbalance in files.');
9 disp('Data is consistent ...');

```

### Load Reference Datasets Train Reference Model

```

1 fprintf('Load datasets (%d) ... \n', refIndex);
2 TrainDS = load(fullfile(trainPath, TrainFiles(refIndex).name));
3 TestDS  = load(fullfile(testPath, TestFiles(refIndex).name));

```

### Train Reference Model on Reference Datasets

```

1 disp('Train model in reference position ...')
2 RefMdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
3 close all;

```

### Run Drift in X

```

1 disp('Run drift in x');
2 iDrift = 1;
3 for iFile = driftXIndex
4     fprintf('Load datasets (%d) ... \n', iFile);
5     TrainDS = load(fullfile(trainPath, TrainFiles(iFile).name));
6     TestDS  = load(fullfile(testPath, TestFiles(iFile).name));
7
8     fprintf('Measure errors x drift %.2f to ref ... \n', driftX(iDrift));
9     absError2Ref      = lossDS(RefMdl, TestDS);
10    meanError2Ref(iDrift, 1) = mean(absError2Ref);
11    maxError2Ref(iDrift, 1)  = max(absError2Ref);
12
13    disp('Retrain model on drift position ...');
14    RetrainedMdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);

```

```
15 close all;
16
17 disp('Measure errors on retrained model ...')
18 absErrorRetrained      = lossDS(RetrainedMdl, TestDS);
19 meanError2Retrained(iDrift, 1) = mean(absErrorRetrained);
20 maxError2Retrained(iDrift, 1)  = max(absErrorRetrained);
21
22 disp('Track model parameters');
23 s2nParamDrift(iDrift, 1) = RetrainedMdl.s2n;
24 s2fParamDrift(iDrift, 1) = RetrainedMdl.theta(1);
25 s1ParamDrift(iDrift, 1)  = RetrainedMdl.theta(2);
26
27 iDrift = iDrift + 1;
28 end
```

### Run Drift in Y

```
1 disp('Run drift in y');
2 iDrift = 1;
3 for iFile = driftYIndex
4     fprintf('Load datasets (%d) ...\\n', iFile);
5     TrainDS = load(fullfile(trainPath, TrainFiles(iFile).name));
6     TestDS  = load(fullfile(testPath, TestFiles(iFile).name));
7
8     fprintf('Measure errors y drift %.2f to ref ...\\n', driftY(iDrift));
9     absError2Ref      = lossDS(RefMdl, TestDS);
10    meanError2Ref(iDrift, 2) = mean(absError2Ref);
11    maxError2Ref(iDrift, 2)  = max(absError2Ref);
12
13    disp('Retrain model on drift position ...');
14    RetrainedMdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
15    close all;
16
17    disp('Measure errors on retrained model ...')
18    absErrorRetrained      = lossDS(RetrainedMdl, TestDS);
19    meanError2Retrained(iDrift, 2) = mean(absErrorRetrained);
20    maxError2Retrained(iDrift, 2)  = max(absErrorRetrained);
21
22    disp('Track model parameters');
23    s2nParamDrift(iDrift, 2) = RetrainedMdl.s2n;
24    s2fParamDrift(iDrift, 2) = RetrainedMdl.theta(1);
25    s1ParamDrift(iDrift, 2)  = RetrainedMdl.theta(2);
26
27    iDrift = iDrift + 1;
28 end
```

### Run Drift in Z

```
1 disp('Run drift in z');
2 iDrift = 1;
3 for iFile = driftZIndex
```

```

4   fprintf('Load datasets (%d) ...\\n', iFile);
5   TrainDS = load(fullfile(trainPath, TrainFiles(iFile).name));
6   TestDS = load(fullfile(testPath, TestFiles(iFile).name));
7
8   fprintf('Measure errors z drift %.2f to ref ...\\n', driftZ(iDrift));
9   absError2Ref = lossDS(RefMdl, TestDS);
10  meanError2Ref(iDrift, 3) = mean(absError2Ref);
11  maxError2Ref(iDrift, 3) = max(absError2Ref);
12
13  disp('Retrain model on drift position ...');
14  RetrainedMdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
15  close all;
16
17  disp('Measure errors on retrained model ...')
18  absErrorRetrained = lossDS(RetrainedMdl, TestDS);
19  meanError2Retrained(iDrift, 3) = mean(absErrorRetrained);
20  maxError2Retrained(iDrift, 3) = max(absErrorRetrained);
21
22  disp('Track model parameters');
23  s2nParamDrift(iDrift, 3) = RetrainedMdl.s2n;
24  s2fParamDrift(iDrift, 3) = RetrainedMdl.theta(1);
25  s1ParamDrift(iDrift, 3) = RetrainedMdl.theta(2);
26
27  iDrift = iDrift + 1;
28 end

```

### Run Drift in Tilt

```

1 disp('Run drift in tilt');
2 iDrift = 1;
3 for iFile = driftTiltIndex
4   fprintf('Load datasets (%d) ...\\n', iFile);
5   TrainDS = load(fullfile(trainPath, TrainFiles(iFile).name));
6   TestDS = load(fullfile(testPath, TestFiles(iFile).name));
7
8   fprintf('Measure errors tilt drift %.2f to ref ...\\n', driftTilt(iDrift));
9   absError2Ref = lossDS(RefMdl, TestDS);
10  meanError2Ref(iDrift, 4) = mean(absError2Ref);
11  maxError2Ref(iDrift, 4) = max(absError2Ref);
12
13  disp('Retrain model on drift position ...');
14  RetrainedMdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, 0);
15  close all;
16
17  disp('Measure errors on retrained model ...')
18  absErrorRetrained = lossDS(RetrainedMdl, TestDS);
19  meanError2Retrained(iDrift, 4) = mean(absErrorRetrained);
20  maxError2Retrained(iDrift, 4) = max(absErrorRetrained);
21
22  disp('Track model parameters');
23  s2nParamDrift(iDrift, 4) = RetrainedMdl.s2n;

```

```

24 s2fParamDrift(iDrift, 4) = RetrainedMdl.theta(1);
25 s1ParamDrift(iDrift, 4) = RetrainedMdl.theta(2);
26
27 iDrift = iDrift + 1;
28 end

```

### Plot Drift Errors

```

1 % clc; close all;
2
3 figure('Name', 'Errors', 'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
4 t = tiledlayout(1, 4);
5 bgAx = axes(t, 'XTick', [], 'YTick', [], 'Box', 'off');
6 bgAx.Layout.TileSpan = [1 4];
7
8 % plot drift in x
9 ax1 = axes(t);
10 ax1.Box = 'off';
11 driftXTick = 1:driftXN;
12
13 hold on;
14 yline(ax1, find(driftX == refX), '--', 'LineWidth', 4.5);
15 xline(ax1, maxErrorTDK, 'r', 'LineWidth', 4.5);
16
17 plot(ax1, meanError2Ref(:,1), driftXTick', 'mo:', 'LineWidth', 3.5);
18 plot(ax1, maxError2Ref(:,1), driftXTick', 'bo:', 'LineWidth', 3.5);
19 plot(ax1, meanError2Retrained(:,1), driftXTick', 'ms-', 'LineWidth', 3.5);
20 plot(ax1, maxError2Retrained(:,1), driftXTick', 'bs-', 'LineWidth', 3.5);
21
22 [minMeanErrX, iMeanErrX] = min(meanError2Retrained(:,1));
23 s1 = scatter(ax1, minMeanErrX, iMeanErrX, 120, 'ys', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
24 'k', 'LineWidth', 1);
25
26 [minMaxErrX, iMaxErrX] = min(maxError2Retrained(:,1));
27 s2 = scatter(ax1, minMaxErrX, iMaxErrX, 120, 'gs', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
28 'k', 'LineWidth', 1);
29
30 yticks(ax1, driftXTick);
31 ylim(ax1, [0 driftXN + 1]);
32 yticklabels(ax1, driftX);
33 ax1.YTickLabel(2:2:end) = {''};
34 % ax1.YTickLabel(3:4:end) = {''};
35
36 ax1.XAxis.Scale = 'log';
37 xticks(ax1, errorTick);
38 xlim(ax1, [0.04 400]);
39
40 xlabel(ax1, '$\epsilon_{abs}$ in $\circ$');
41 ylabel(ax1, sprintf('Drift from Ref.: $(%.1f, %.1f, %.1f)^T$ mm, $%.1f^\circ$', ...
42 refX, refY, refZ, refTilt)),

```

```
44 subtitle(ax1, 'Drift x in $0.25$ mm Steps');
45
46 % plot drift in y
47 ax2 = axes(t);
48 ax2.Layout.Tile = 2;
49 ax2.YAxis.Visible = 'on';
50 ax2.Box = 'off';
51
52 driftYTick = 1:driftYN;
53
54 hold on;
55 yline(ax2, find(driftY == refY), '--', 'LineWidth', 4.5);
56 xline(ax2, maxErrorTDK, 'r', 'LineWidth', 4.5);
57
58 plot(ax2, meanError2Ref(:,2), driftYTick, 'mo:', 'LineWidth', 3.5);
59 plot(ax2, maxError2Ref(:,2), driftYTick, 'bo:', 'LineWidth', 3.5);
60 plot(ax2, meanError2Retrained(:,2), driftYTick, 'ms-', 'LineWidth', 3.5);
61 plot(ax2, maxError2Retrained(:,2), driftYTick, 'bs-', 'LineWidth', 3.5);
62
63 [minMeanErrY, iMeanErrY] = min(meanError2Retrained(:,2));
64 s3 = scatter(ax2, minMeanErrY, iMeanErrY, 140, 'yh', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
65 'k', 'LineWidth', 1);
66
67 [minMaxErrY, iMaxErrY] = min(maxError2Retrained(:,2));
68 s4 = scatter(ax2, minMaxErrY, iMaxErrY, 140, 'gh', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
69 'k', 'LineWidth', 1);
70
71 yticks(ax2, driftYTick);
72 ylim(ax2, [0 driftYN + 1]);
73 yticklabels(ax2, driftY);
74 ax2.YTickLabel(2:2:end) = {''};
75 % ax2.YTickLabel(3:4:end) = {''};
76
77 ax2.XAxis.Scale = 'log';
78 xticks(ax2, errorTick);
79 xlim(ax2, [0.04 400]);
80
81 xlabel(ax2, '$\epsilon_{abs} in \circ$');
82
83 subtitle(ax2, 'Drift y in $0.25$ mm Steps');
84
85 % Link the axes
86 linkaxes([ax1 ax2], 'y')
87
88 % plot drift in y
89 ax3 = axes(t);
90 ax3.Layout.Tile = 3;
91 ax3.YAxis.Visible = 'on';
92 ax3.Box = 'off';
93
94 driftZTick = 1:driftZN;
```

```

95 hold on;
96 yline(ax3, find(driftZ == refZ), '--', 'LineWidth', 4.5);
97 xline(ax3, maxErrorTDK, 'r', 'LineWidth', 4.5);
98
99 plot(ax3, meanError2Ref(:,3), driftZTick', 'mo:', 'LineWidth', 3.5);
100 plot(ax3, maxError2Ref(:,3), driftZTick', 'bo:', 'LineWidth', 3.5);
101 plot(ax3, meanError2Retrained(:,3), driftZTick', 'ms-', 'LineWidth', 3.5);
102 plot(ax3, maxError2Retrained(:,3), driftZTick', 'bs-', 'LineWidth', 3.5);
103
104 [minMeanErrZ, iMeanErrZ] = min(meanError2Retrained(:,3));
105 s5 = scatter(ax3, minMeanErrZ, iMeanErrZ, 120, 'yd', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
106   'k', 'LineWidth', 1);
107
108 [minMaxErrZ, iMaxErrZ] = min(maxError2Retrained(:,3));
109 s6 = scatter(ax3, minMaxErrZ, iMaxErrZ, 120, 'gd', 'filled', 'MarkerEdgeColor', ...
110   'k', 'LineWidth', 1);
111
112 yticks(ax3, driftZTick);
113 ylim(ax3, [0 driftZN + 1]);
114 yticklabels(ax3, driftZ);
115 ax3.YTickLabel(2:2:end) = {''};
116 % ax3.YTickLabel(3:4:end) = {''};
117
118 ax3.XAxis.Scale = 'log';
119 xticks(ax3, errorTick);
120 xlim(ax3, [0.04 400]);
121
122 xlabel(ax3, '$\epsilon_{abs} in \circ$');
123
124 subtitle(ax3, 'Drift z in $0.25$ mm Steps');
125
126 % plot drift in tilt
127 ax4 = axes(t);
128 ax4.Layout.Tile = 4;
129 ax4.YAxis.Visible = 'on';
130 ax4.Box = 'off';
131
132 driftTiltTick = 1:driftTiltN;
133
134 hold on;
135 l1 = yline(ax4, find(driftTilt == refTilt), '--', 'LineWidth', 4.5);
136 l2 = xline(ax4, maxErrorTDK, 'r', 'LineWidth', 4.5);
137
138 p1 = plot(ax4, meanError2Ref(:,4), driftTiltTick', 'mo:', 'LineWidth', 3.5);
139 p2 = plot(ax4, maxError2Ref(:,4), driftTiltTick', 'bo:', 'LineWidth', 3.5);
140 p3 = plot(ax4, meanError2Retrained(:,4), driftTiltTick', 'ms-', 'LineWidth', 3.5);
141 p4= plot(ax4, maxError2Retrained(:,4), driftTiltTick', 'bs-', 'LineWidth', 3.5);
142
143 [minMeanErrTilt, iMeanErrTilt] = min(meanError2Retrained(:,4));
144 s7 = scatter(ax4, minMeanErrTilt, iMeanErrTilt, 120, 'yo', 'filled', ...

```

```

146 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1);
147
148 [minMaxErrTilt, iMaxErrTilt] = min(maxError2Retrained(:,4));
149 s8 = scatter(ax4, minMaxErrTilt, iMaxErrTilt, 120, 'go', 'filled', ...
150 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 1);
151
152 yticks(ax4, driftTiltTick);
153 ylim(ax4, [0 driftTiltN + 1]);
154 yticklabels(ax4, driftTilt);
155 ax4.YTickLabel(2:2:end) = {''};
156 % ax4.YTickLabel(3:4:end) = {''};
157
158 ax4.XAxis.Scale = 'log';
159 xticks(ax4, errorTick);
160 xlim(ax4, [0.04 400]);
161
162 xlabel(ax4, '$\epsilon_{abs}$ in $\circ$');
163
164 subtitle(ax4, 'Drift $\alpha_y$ in $0.5^\circ$ Steps');
165
166 legend([l1, l2, p1, p2, p3, p4, s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7, s8], ...
167 {'Start/Ref', 'TDK Max $\rightarrow 0.6^\circ$', 'Mean to Ref', 'Max to Ref', ...
168 'Mean Retrained', 'Max Retrained', ...
169 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMeanErrX), ...
170 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMaxErrX), ...
171 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMeanErrY), ...
172 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMaxErrY), ...
173 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMeanErrZ), ...
174 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMaxErrZ), ...
175 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMeanErrTilt), ...
176 sprintf('Min $\rightarrow %.2f^\circ$', minMaxErrTilt)}, ...
177 'Location', 'bestoutside')
```

### Plot Model Parameter Drift in X and Y

```

1 % clc; close all;
2
3 figure('Name', 'Param X Y', 'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
4 t1 = tiledlayout(1, 3);
5 bgAx1 = axes(t1, 'XTick', [], 'YTick', [], 'Box', 'off');
6 bgAx1.Layout.TileSpan = [1 3];
7 title(bgAx1, 'a) Retrained Model Parameter in Horizontal Drifts')
8
9 % plot parameter drift in x and y
10 ax5 = axes(t1);
11 ax5.Box = 'off';
12
13 hold on;
14
15 xline(ax5, 1e-6, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
16 xline(ax5, 1e-4, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
```

```

17 xline(ax5, 6e-7, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
18 xline(ax5, 1e-5, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
19 xline(ax5, 3e-4, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
20 xline(ax5, 3e-7, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
21 xline(ax5, 1e-7, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
22 xline(ax5, 1e-3, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
23
24 plot(ax5, s2nParamDrift(:,1), driftXTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5)
25 plot(ax5, s2nParamDrift(:,2), driftYTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5)
26 ax5.XAxis.Scale = 'log';
27 xlabel(ax5, '$\sigma_n^2$');
28 xlim(ax5, [5e-8 1e-3]);
29 xticks(ax5, [1e-7, 1e-6, 1e-5, 1e-4, 1e-3]);
30 ylabel(ax5, 'Horizontal Drift $x$ in mm')
31 yticks(ax5, driftXTick);
32 ylim(ax5, [0 driftXN + 1]);
33 yticklabels(ax5, driftX);
34 ax5.YTickLabel(2:2:end) = {''};
35 ax5.YAxis.Color = 'b';
36 ax5.GridColor = [0.1500     0.1500     0.1500];
37
38 ax6 = axes(t1);
39 ax6.Layout.Tile = 2;
40 ax6.YAxis.Visible = 'off';
41 ax6.Box = 'off';
42
43 hold on;
44
45 xline(ax6, 1e0, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
46 xline(ax6, 1e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
47 xline(ax6, 4e-1, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
48 xline(ax6, 2e1, 'r', 'LineWidth', 4.5);
49 xline(ax6, 5e-1, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
50 xline(ax6, 2e2, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
51 xline(ax6, 1e-1, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
52 xline(ax6, 1e2, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
53
54 plot(ax6, s2fParamDrift(:,1), driftXTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5)
55 plot(ax6, s2fParamDrift(:,2), driftYTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5)
56 ax6.XAxis.Scale = 'log';
57 xlabel(ax6, '$\sigma_f^2$');
58 xlim(ax6, [1e-1 2e2]);
59 xticks(ax6, [1e-1, 1e0, 1e1, 1e2]);
60 yticks(ax6, driftXTick);
61 ylim(ax6, [0 driftXN + 1]);
62
63 ax7 = axes(t1);
64 ax7.Layout.Tile = 3;
65 ax7.YAxis.Visible = 'on';
66 ax7.Box = 'off';
67 ax7.YAxisLocation = 'right';

```

```

68 ax7.YAxis.Color = 'm';
69 ax7.GridColor = [0.1500     0.1500     0.1500];
70
71 hold on;
72
73 l3 = xline(ax7, 1e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
74 xline(ax7, 3e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
75 l4 = xline(ax7, 4e0, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
76 xline(ax7, 4e1, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
77 l5 = xline(ax7, 5e0, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
78 xline(ax7, 9e1, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
79 l6 = xline(ax7, 1e0, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
80 xline(ax7, 1e2, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
81
82 plot(ax7, slParamDrift(:,1), driftXTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5);
83 plot(ax7, slParamDrift(:,2), driftYTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5);
84 ax7.XAxis.Scale = 'log';
85 xlabel(ax7, '$\sigma_l$');
86 xlim(ax7, [1e0 2e2]);
87 xticks(ax7, [1e0, 1e1, 1e2]);
88 ylabel(ax7, 'Horizontal Drift $y$ in mm')
89 yticks(ax7, driftYTick);
90 ylim(ax7, [0 driftYN + 1]);
91 yticklabels(ax7, driftY);
92 ax7.YTickLabel(2:2:end) = {''};
93
94 linkaxes([ax5 ax6, ax7], 'y')
95
96 legend(ax6, [l3, l4, l5, l6], ...
97     {'Limits Reference', ...
98      'Limits Horizontal', ...
99      'Limits Vertical', ...
100     'Limits Experiment'}, ...
101     'Location', 'southeast');
```

### Plot Model Parameter Drift in Z and Tilt

```

1 % clc; close all;
2
3 figure('Name', 'Param Z Tilt', 'Units', 'normalize', 'OuterPosition', [0 0 1 1]);
4 t2 = tiledlayout(1, 3);
5 bgAx2 = axes(t2,'XTick',[],'YTick',[],'Box','off');
6 bgAx2.Layout.TileSpan = [1 3];
7 title(bgAx2, 'b) Retrained Model Parameter in Vertical Drifts')
8
9 % plot parameter drift in x and y
10 ax8 = axes(t2);
11 ax8.Box = 'off';
12 ax8.YAxis.Visible = 'on';
13 ax8.YAxis.Color = 'b';
14 ax8.GridColor = [0.1500     0.1500     0.1500];
```

```

15 hold on;
16
17 xline(ax8, 1e-6, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
18 xline(ax8, 1e-4, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
19 xline(ax8, 6e-7, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
20 xline(ax8, 1e-5, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
21 xline(ax8, 3e-4, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
22 xline(ax8, 3e-7, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
23 xline(ax8, 1e-7, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
24 xline(ax8, 1e-3, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
25
26
27 plot(ax8, s2nParamDrift(:,3), driftZTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5)
28 plot(ax8, s2nParamDrift(:,4), driftTiltTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5)
29 ax8.XAxis.Scale = 'log';
30 xlabel(ax8, '$\sigma_n^2$');
31 xlim(ax8, [5e-8 1e-3]);
32 xticks(ax8, [1e-7, 1e-6, 1e-5, 1e-4, 1e-3]);
33 ylabel(ax8, 'Vertical Drift $z$ in mm')
34 yticks(ax8, driftZTick);
35 ylim(ax8, [0 driftZN + 1]);
36 yticklabels(ax8, driftZ);
37 ax8.YTickLabel(2:2:end) = {''};
38
39 ax9 = axes(t2);
40 ax9.Layout.Tile = 2;
41 ax9.YAxis.Visible = 'off';
42 ax9.Box = 'off';
43
44 hold on;
45
46 l7 = xline(ax9, 1e0, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
47 xline(ax9, 1e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
48 l8 = xline(ax9, 4e-1, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
49 xline(ax9, 2e1, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
50 l9 = xline(ax9, 5e-1, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
51 xline(ax9, 2e2, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
52 l10 = xline(ax9, 1e-1, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
53 xline(ax9, 1e2, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
54
55 plot(ax9, s2fParamDrift(:,3), driftZTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5)
56 plot(ax9, s2fParamDrift(:,4), driftTiltTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5)
57 ax9.XAxis.Scale = 'log';
58 xlabel(ax9, '$\sigma_f^2$');
59 xlim(ax9, [1e-1 2e2]);
60 xticks(ax9, [1e-1, 1e0, 1e1, 1e2]);
61 yticks(ax9, driftZTick);
62 ylim(ax9, [0 driftZN + 1]);
63
64 ax10 = axes(t2);
65 ax10.Layout.Tile = 3;

```

```
66 ax10.YAxis.Visible = 'on';
67 ax10.Box = 'off';
68 ax10.YAxisLocation = 'right';
69 ax10.YAxis.Color = 'm';
70 ax10.GridColor = [0.1500      0.1500      0.1500];
71
72 hold on;
73
74 xline(ax10, 1e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
75 xline(ax10, 3e1, 'k-', 'LineWidth', 4.5);
76 xline(ax10, 4e0, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
77 xline(ax10, 4e1, 'r-', 'LineWidth', 4.5);
78 xline(ax10, 5e0, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
79 xline(ax10, 9e1, 'r-.', 'LineWidth', 4.5);
80 xline(ax10, 1e0, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
81 xline(ax10, 1e2, 'g-', 'LineWidth', 4.5);
82
83 plot(ax10, slParamDrift(:,3), driftZTick', 'bo-', 'LineWidth', 3.5)
84 plot(ax10, slParamDrift(:,4), driftTiltTick', 'mo-', 'LineWidth', 3.5)
85 ax10.XAxis.Scale = 'log';
86 xlabel(ax10, '$\sigma_l$');
87 xlim(ax10, [1e0 2e2]);
88 xticks(ax10, [1e0, 1e1, 1e2]);
89 ylabel(ax10, 'Vertical Drift $\alpha_y$ in $^\circ$')
90 yticks(ax10, driftTiltTick);
91 ylim(ax10, [0 driftTiltN + 1]);
92 yticklabels(ax10, driftTilt);
93 ax10.YTickLabel(2:2:end) = {''};
94
95 linkaxes([ax8 ax9, ax10], 'y')
96
97 legend(ax10, [l7, l8, l9, l10], ...
98     {'Limits Reference', ...
99      'Limits Horizontal', ...
100     'Limits Vertical', ...
101     'Limits Experiment',}, ...
102     'Location', 'southwest');
```

## E.4 Source Code

The project source code is clustered in modules where every subdirectory represents one certain module. Each module gathers functions and classes which are related to module specific themes or task fields. So the basic structured source code is located here. The combination of module functionality takes place in executable area of the project. So use the functions and classes in scripts and further on compiled binaries. Do not write bare executable source code here. For reproducible results and source code traceability each module has its own documentation entry where all underlaying functions and classses are listed. The best practice to develop new source code or modules is to do it in test driven way. This means write a test m-file for every new function or class m-file and test the functionality of the source code with assertion. This test driven development is called unittest and provides in combination with detailed documentation a high percentage of reusable source code.

### **sensorArraySimulation**

Function space to solve sensor array simulation with a certain magnetic stimulus. The Array simulation is based on the TDK TAS2141 characterization dataset. A magnetic dipole is used as basic magnetic stimulus and moved as imaginary sphere magnet with a certain radius. The magnet rotates in z-direction counterclockwise.

### **gaussianProcessRegression**

Source code establish a struct based regression model which has the abillity to work with datasets generated by sensorArraySimulation module. Generated regression models and datasets can be passed to prediction functions and loss computation as arguments. So it is possible to build up multi model evaluation in scripts at a time.

### **util**

Util function and classes to provide reuse for often upcommings tasks and functionality besides project kernel and module source code. Located are plot functions and file operations.

Created on October 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.4.1 sensorArraySimulation

A spherical magnet is assumed to be used for stimulation of the sensor array. The far field of a spherical magnet can be approximately described by the magnetic field of a magnetic dipole. The magnetization of the sphere is assumed to be in y direction and the magnetic moment in rest position for 0° points in x direction. The magnet must be defined in a way that its field lines or field strengths own gradients sufficiently strong enough in the distance to the sensor array and so the rotation of the magnet generates a small scattering of the bridge outputs in the individual sensor points in the array. That all sensors in the array approximately perceive the same magnetic field gradients of the current rotation step and the sensors in the array run through approximately equal circular paths in the characterization field. This means the spherical magnet is characterized by a favorable mating of sphere radius and a certain distance in rest position in which a sufficiently high field strength takes effect. Here are neglected small necessary distances which are demanded in standard automotive applications. The focus here is on to generate simulation datasets, which are uniform and valid for angle detection. The modelling of suitable small magnets is not taking place of the work.

A good working magnet is found empirical for H-field magnitudes of 200 kA/m and a distance from surface of 1 mm. See below figure of used magnet.

To change settings for simulation edit the config script and rerun it. To generate training and test data set use simulation script. It generates dataset for all positions known to TrainingOptions and TestOptions in config. Generate a set of dataset for one evaluation case. Evaluate datasets, save results for later clustering, edit config for next use case and rerun simulation.

The simulation bases on TDK TAS2141 "Rise" characterization field. It has the widest linear plateau for corresponding Hx and Hy field strengths.

#### See Also

- `generateConfigMat`
- `generateSimulationDatasets`
- `deleteSimulationDatasets`

#### `simulateDipoleSquareSensorArray`

Simulates a square sensor array with dipole magnet as stimulus for a certain setup of training or test options. Saves generated dataset to data/training or data/test.

#### `computeDipoleHField`

Computes the dipole field strength for meshgrids with additional ability to imprint a certain field strength in defined radius on resulting field.

#### `computeDipoleH0Norm`

Computes a norm factor to imprint a magnetic field strength to magnetic dipole fields with same magnetic moment magnitude and constant dipole sphere radius on which the imprinted field strength takes effect.

#### `generateSensorArraySquareGrid`

Generates a square sensor array grid in a 3D coordinate system with relative position to center of the system and an additional offset in z direction.

**generateDipoleRotationMoments**

Generates magnetic rotation moments to rotate a magnetic dipol in its z-axes with a certain tilt.

**rotate3DVector**

Rotates a vector with x-, y- and z-components in a 3D-coordinate system. Rotate one step of certain angles.

Created on November 04. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.4.1.1 rotate3DVector

Rotates a 3 dimensional vector with x-, y- and z-components in a 3 dimensional coordinate system along the x-, y- and z-axes. Using rotation matrix for x-, y- and z-axes. Angle must be served in degree. Vector must be a column vector 3 x 1 or matrix related x-, y-, z-components 3 x N.

This function was originally created by Thorben Schüthe is ported into source code under improvements and including Matlab built-in functions. Function rewritten.

#### Syntax

```
1 rotated = rotate3DVector(vector, alphaX, betaY, gammaZ)
```

#### Description

**rotated = rotate3DVector(vector, alphaX, betaY, gammaZ)** returns a rotated vector which is rotated by given angles on related axes. alphaX rotates along the x-axes, betaY along the y-axes and gammaZ along the z-axes. Therfore each rotation is described by belonging rotation matrix. The resulting rotation of the vector is computed by the matrix and vector multiplacation of the rotation matrices and the input vecotor.

$$v' = Av = R_z(\gamma)R_y(\beta)R_x(\alpha)v$$

#### Examples

```
1 % rotate a vector along z-axes by 45
2 vector = [1; 0; 0]
3 rotated = rotate3DVector(vector, 0, 0, 45)
```

```
1 % rotate a vector along z-axes by 35 with a tilt in x-axes by 1
2 vector = [1; 0; 0]
3 rotated = rotate3DVector(vector, 1, 0, 35)
```

```
1 % rotate a vector along z-axes by 35 with a tilt in x-axes by 1 and a
2 % tilt in y-axes by 5
3 vector = [1; 0; 0]
4 rotated = rotate3DVector(vector, 1, 5, 35)
```

#### Input Arguments

**vector** is a 3 x N column vector of real numbers which represents the a vector in a 3D coordinate system with x-, y- and z-components.

**alphaX** is a scalar angular value in degree and rotates the vector in the x-axes.

**betaY** is a scalar angular value in degree and rotates the vector in the y-axes.

**gammaZ** is a scalar angular value in degree and rotates the vector in the z-axes.

### Output Arguments

**rotated** is rotation of vector by passed axes related angles.

### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: rotx, roty, rotz
- MAT-files required: None

### See Also

- rotx
- roty
- rotz
- Wikipedia Drehmatrix

Created on August 03. 2016 by Thorben Schüthe. Copyright Thorben Schüthe 2016.

```
1 function [rotated] = rotate3DVector(vector, alphaX, betaY, gammaZ)
2     arguments
3         % validate as vecotor or matrix of size 3 x N
4         vector (3,:) double {mustBeReal}
5         % validate angles as scalar
6         alphaX (1,1) double {mustBeReal}
7         betaY (1,1) double {mustBeReal}
8         gammaZ (1,1) double {mustBeReal}
9     end
10
11    % rotate vector or vector field as 3 x N matrix counterclockwise by given
12    % angles along axes, calculate rotation matrices for each axes and
13    % multiplicate with input vector
14    rotated = rotz(gammaZ) * roty(betaY) * rotx(alphaX) * vector(:, 1:end);
15 end
```

#### E.4.1.2 generateDipoleRotationMoments

Generate magnetic moments to perform a full rotation of a magnetic dipole in the z-axes with a certain tilt. The moments covers a rotation from 0 to 360 and are equal distributed between 0 and 360. 0 and 360 are related to the first moment which is representated by the start vector of

$$\vec{m}_0 = |m_0| \cdot [-1, , 0,]^T$$

Due to the start vector position the tilt of z-axes must be applied with a tilt angle in y-axes. So the rotated vector of the start moment is described by

$$\vec{m}_i = R_z(\theta_i)R_y(\phi)R_x(0^\circ)\vec{m}_0$$

The returning Moments matrix is 3 x N matrix where each moment vector

$$\vec{M} = [\vec{m}_1 \cdots \vec{m}_N]$$

corresponds to an i-th angle in 1 x N thetas vector.

$$\vec{\theta} = [\theta_1 \cdots \theta_N]$$

for

$$i = 1 \cdots N$$

The resolution of the angles can be modified additionally. At first the full angle vector theta is fully generated with given resolution and downsampled afterwards to the defined number of angles. On the resulting theta vector is base of magnetical moments.

#### Syntax

```

1 M = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta)
2 [M, thetas] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta)
3 [M, thetas] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi)
4 [M, thetas] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi, resolution)
5 [M, thetas, index] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi, resolution,
    phaseIndex)

```

### Description

**M = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta)** generate magnetic moments for N numbers of rotation angles theta in 3 x N sized matrix. With a default angle resoulution of 1 and a start angle of 0.

**[M, theta] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta)** returns so magnetic moments as before and related angles theta as 1 x N vector.

**[M, theta] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi)** generate magnetic moments for a rotation with a tilt angle phi.

**[M, theta] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi, resolution)** return moments and angles like described above but with given resolution in degree. The resolution is used in generation of full scale rotation angle base and sometime not visible in the output caused by the number of angles. So which angle are even picked from full scale rotation to compute a down sampled set of angles.

**[M, theta, index] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, phi, resolution, phaseIndex)** returns the moments, the angles and index reprensetation of down sampled angles in the full scale rotation vector.

### Examples

```

1 % choose a huge moment amplitude to withdraw numeric erros in later H-field
2 % strength calculations
3 m0 = 1e6;

```

```

1 % get a full scale (FS) rotation of with 0.5 resolution and no tilt
2 [MFS, thetaFS] = generateDipolRotationMoments(m0, 0, 0, 0.5);

```

```

1 % get down sampled (DS) rotation with equal distanced angles of the same full
2 % scale and refered index to the full scale. 8 angles.
3 [MDS, thetaDS, iFS] = generateDipolRotationMoments(m0, 8, 0, 0.5);

```

```

1 % check distribution to full scale must be true if distribution is correct
2 all(MFS(iFS) == MDS)
3 all(thetaFS(iFS) == thetaDS)

```

```

1 % now shift the sample pick by 22 samples (11 with resolution of 0.5)
2 [MDSS, thetaDSS] = generateDipolRotationMoments(m0, 8, 0, 0.5, 22);

```

```
1 % check with index shift by 22 in iFS index
2 all(MFS(iFS + 22) == MDSS)
3 all(thetaFS(iFS + 22) == thetaDSS)
```

### Input Arguments

**m0** scalar value of magnetic moment magnitude. Choose huge value to prevent numeric failures in later field strength calculation. 1e6 is a proven value. Later normated in the field calculation process. Can be any real number.

**nTheta** scalar value and number of angles which are even picked from the full rotation to produce smaller rotatation datasets. Must be a positive integer or zero. If zero the full scale rotation is returned.

**phi** scalar angule in degree to tilt the z-axes of the rotation. Can be any real number. Default is 0.

**resolution** scalar angle resolution must be real positive number and probably smaller than 360. Default is 1.

**phaseIndex** scalar integer number to shift the start index of down sampling the full scale rotation. Therfore nTheta must be greater than 0. Default is 0.

### Output Arguments

**M** matrix of magnetic moments related to vector theta. Matrix of size 3 x N.

**theta** related angles to calculated magnetic moments in a row vector of size 1 x N.

**index** reference to full scale angle vector. Empty if nTheta is zero and theta is the full scale vector.

### Requirements

- Other m-files required: rotate3DVector.m
- Subfunctions: length, downsample, ismember, find
- MAT-files required: None

### See Also

- [rotate3DVector](#)
- [downsample](#)
- [ismember](#)
- [find](#)

Created on November 06. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function [M, theta, index] = generateDipoleRotationMoments(m0, nTheta, ...
2 phi, resolution, phaseIndex)
3 arguments
4     % validate amplitude of magnetic moment as real scalar value
5     m0 (1,1) double {mustBeReal}
6     % validate number of used angulars as positive integer, for 0 return all
7     nTheta (1,1) double {mustBeNonnegative, mustBeInteger}
8     % validate tilt angle as real value with default 0
9     phi (1,1) double {mustBeReal} = 0
10    % validate angle resolution as real positive value
11    resolution (1,1) double {mustBePositive} = 1
12    % validate downsample phase as positive integer with default 0, no shift
13    phaseIndex (1,1) double {mustBeNonnegative, mustBeInteger} = 0
14 end
15
16 % scale full rotation angle vector with given resolution from 0 to 360
17 % so run to 360-resolution because 0 == 360, its a circle
18 fullScale = 0:resolution:(360 - resolution);
19
20 % if nThetas is greater than 0 downsample to nTheta else use full scale
21 if nTheta
22     % get equal distribute distance of samples in thetas for nThetas
23     sampleDistance = length(dsdownsample(fullScale, nTheta));
24
25     % downsample with equal sample distance and passed sample phase to shift
26     % first sample in downsample vector from 1 to phaseIndex
27     theta = dsdownsample(fullScale, sampleDistance, phaseIndex);
28
29     % find index members of down sampled angles in full scale vector
30     members = ismember(fullScale, theta);
31     index = find(members);
32
33 else
34     % 0 is given for number of theta so it returns the full scale rotation
35     % no index relations if full scale is returned
36     nTheta = length(fullScale);
37     theta = fullScale;
38     index = [];
39 end
40
41 % create start moment with given magnetic moment amplitude basic moment to
42 % produce rotate moments
43 m0 = m0 * [-1; 0; 0];
44
45 % allocate memory for the moments Matrix of rotated basic moments by i-th
46 % theta and fixed tilt of phi and rotate of theta angulars
47 M = zeros(3, nTheta);
48 for i = 1:nTheta
49     M(:,i) = rotate3DVector(m0, 0, phi, theta(i));
50 end

```

51 | [end](#)

#### **E.4.1.3 generateSensorArraySquareGrid**

Generates a position grid of sensors in x, y and z dimension. So the function returns a grid in shape of a square in which all sensors have even distances to each and another in x and y direction z is constant due to that all sensor are in the same distance to the magnet.

The size of the sensor array is described by its edge length a

$$A = a^2$$

and the distance d of each coordinate to the next point in x and y direction

$$d = \frac{a}{N - 1}$$

The coordinates of the array are scale from center of the square. So for the upper left corner position is described by

$$x_{1,1} = -\frac{a}{2} \quad y_{1,1} = \frac{a}{2} \quad z = const.$$

The coordinates of each dimension are placed in matrices of size N x N related to the number of sensors at one edge of the square Array. So position pattern in x dimension are returned as  $X_0$  with

$$x_{i,j} = x_{1,1} + j \cdot d - d$$

same wise for y dimension but transposed  $X_0 = Y_0^T$  with

$$y_{i,j} = y_{1,1} - i \cdot d + d$$

and z dimension  $Z_0 = const.$  with  $z_{i,j} = 0$

for

$$i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, N$$

A relative position shift can be performed by pass a position vector p with relativ position to center

$$\vec{p} = (x_p, y_p, z_p)^T$$

So that a left shift in x direction relative to the magnet in the center of the coordinate system is done by negative values for p(1) and an up shift in y direction is performed by positive values for p(2). To gain distance in z from center point so the magnet is above the z layer of the sensor array increase the z positive. In addition to the z shift an offset r sphere can be set. The offset represents the radius of a sphere magnet in which center the dipole is placed. The dipole is placed in the center of the coordinate system and sensor array position is relative to the dipole or center. So shifts are described by

$$X = X_0 + x_p \quad Y = Y_0 + y_p \quad Z = Z_0 - (z_p + r_{sp})$$

## Syntax

```
1 [X, Y, Z] = generateSensorArrayGrid(N, a, p, r)
```

## Description

**[X, Y, Z] = generateSensorArrayGrid(N, a, p, r)** returns a sensor array grid of size N x N with grid position matrices for x, y and z positions of each sensor in the array.

## Examples

```
1 % generate a grid of 8 x 8 sensors with no shift in x or y direction
2 and a static position of 4mm under the center in z dimension with a
3 z offset of 2mm so (2 + 2)mm
4 N = 8;
5 p = [0, 0, 2]
6 r = 2;
7 [X, Y, Z] = generateSensorArrayGrid(N, a, p, r);
```

```
1 % same layer but left shift by 2mm and down shift in y by 1mm
2 p = [-2, 1, 2]
3 r = 2;
4 [X, Y, Z] = generateSensorArrayGrid(N, a, p, r);
```

### Input Arguments

**N** positive integer scalar number of sensors at one edge of the square grid. So the resulting grid has dimensions  $N \times N$ .

**a** positive real scalar value of sensor array edge length.

**p** relative position vector, relative sensor array position to center of the array. Place the array in 3D coordinate system relative to the center of system.

**r** positive real scalar is offset in z dimension and represents the sphere radius in which center the magnetic dipole is placed.

### Output Arguments

**X** x coordinates for each sensor in  $N \times N$  matrix where each point has the same orientation as in y and z dimension.

**Y** y coordinates for each sensor in  $N \times N$  matrix where each point has the same orientation as in x and z dimension.

**Z** z coordinates for each sensor in  $N \times N$  matrix where each point has the same orientation as in x and y dimension.

### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: `meshgrid`
- MAT-files required: None

### See Also

- `meshgrid`

Created on November 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function [X, Y, Z] = generateSensorArraySquareGrid(N, a, p, r)
2     arguments
3         % validate N as positive integer
4         N (1,1) double {mustBePositive, mustBeInteger}
5         % validate array edge length as positive scalar
6         a (1,1) double {mustBeReal, mustBePositive}
7         % validate p as column vector of real scalars
8         p (3,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
9         % validate r as real scalar
10        r (1,1) double {mustBeReal}
11    end
```

```
12 % half edge length for square corners
13 aHalf = a / 2;
14
15 % distance in x and y direction of each coordinate to next point
16 d = a / (N - 1);
17
18 % grid vector for x and y coordinates z is constant layer with shifts
19 x = (-aHalf:d:aHalf) + p(1);
20 y = (aHalf:-d:-aHalf) + p(2);
21 z = -(p(3) + r);
22
23 % scale grid in x, y dimension with constant z dimension
24 [X, Y, Z] = meshgrid(x, y, z);
25
26 end
```

#### E.4.1.4 computeDipoleH0Norm

Compute the norm factor for magnetic field generated by an Dipole in its zero position. That means the maximum H-field magnitude in zero position with no position shifts in x or y direction. So that norm factor is related to the center point of the coordinate system in x and y direction and to the dipoles initial z position. Which can be seen as sphere magnet for far field of the sphere. The norm relates that a dipole magnet in center of a sphere with a radius has certain field strength in related distance. For example a sphere of 2 mm radius has in 5 mm distance a field strength of 200 kA/m

It is simplified computation for the dipole equation for one position in initial state without tilt in z-axes to bring on a free chosen field strength to define the magnet. Because far field of sphere can be seen as dipole.

$$\vec{H}_0(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi} \cdot \left( \frac{3\vec{r}_0 (\vec{m}_0^T \vec{r}_0)}{|\vec{r}_0|^5} - \frac{\vec{m}_0}{|\vec{r}_0|^3} \right)$$

$$H_{0norm} = \frac{H_{mag}}{|H_0(r_0)|}$$

#### Syntax

```
1 H0norm = computeDipoleH0Norm(Hmag, m0, r0)
```

#### Description

**H0norm = computeDipoleH0Norm(Hmag, m0, r0)** computes scalar norm factor related to dipole rest position. Multiply that factor to dipole generated fields which are computed with the same magnetic moment magnitude to imprint a chosen magnetic field strength magnitude on the dipole field rotation.

#### Examples

```
1 % distance where the magnetic field strength is the value of wished
2 % magnitude, in mm
3 r0 = [0; 0; -5]
4 % field strength to imprint in norm factor in kA/m
5 Hmag = 200
6 % magnetic moment magnitude which is used generate rotation moments
7 m0 = [-1e6; 0; 0]
8 % compute norm factor for dipole rest position
9 H0norm = computeDipoleH0Norm(Hmag, m0, r0)
```

#### Input Arguments

**Hmag** real scalar of H-field strength magnitude to imprint in norm factor to define a dipole sphere with constant radius and field strength at this radius.

**m0** vector of magnetic moment magnitude which must be same as for later rotation of the dipole.

**r0** vector of distance in rest position of magnet center.

### Output Arguments

**H0norm** real scalar of norm factor which relates to the zero position of the dipole sphere and can be multiplied to generated dipole H-field to imprint a magnetic field strength relative to the position of sensor array. The imprinted field strength magnitude relates to the rest position  $z_0 + r_{sp}$ .

### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

### See Also

- [rotate3DVector](#)
- [generateDipoleRotationMoments](#)
- [Wikipedia Magnetic Dipole](#)

Created on November 11. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function [H0norm] = computeDipoleH0Norm(Hmag, m0, r0)
2     arguments
3         % validate inputs as real scalars
4         Hmag (1,1) double {mustBeReal}
5         m0 (3,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
6         r0 (3,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
7     end
8
9     % calculate the magnitude of all positions
10    r0abs = sqrt(sum(r0.^2, 1));
11
12    % calculate the the unit vector of all positions
13    r0hat = r0 ./ r0abs;
14
15    % calculate field strength and magnitude at position
16    H0 = (3 * r0hat .* (m0' * r0hat) - m0) ./ (4 * pi *r0abs.^3);
17    H0abs = sqrt(sum(H0.^2, 1));
18
19    % compute the norm factor like described in the equations
20    H0norm = Hmag / H0abs;
21 end
```

#### E.4.1.5 computeDipoleHField

Computes the magnetic field strength  $H$  of a dipole magnet dependent of position and magnetic moment and imprint a field strength magnitude on the resulting field by passing a norm factor which relates to the rest position of the dipole magnet. The resulting field strength has field components in x, y and z direction.

The magnetic dipole moment  $w$  must be a column vector or shape

$$\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)^T$$

so that the magnetic moment corresponds to a position vector

$$\vec{r} = (x, y, z)^T$$

with coordinates for x, y and z in 3D coordinate system which can be taken part of its unit vector and its magnitude.

$$\vec{r} = \hat{r} \cdot |\vec{r}|$$

It computes the field strength at this position with the current magnetic moment for field components in the same orientation.

$$\vec{H}(\vec{r}) = (H_x, H_y, H_z)^T$$

The originally equation of the magnetic dipole is known as

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{\vec{B}(\vec{r})}{\mu_0}$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{3\vec{r} \cdot (\vec{m}^T \cdot \vec{r}) - \vec{m} \cdot |\vec{r}|^2}{|\vec{r}|^5}$$

which can be simplified by putting in the unit vector of the position in into the equation.

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi|\vec{r}|^3} \cdot (3\hat{r} \cdot (\vec{m}^T \cdot \hat{r}) - \vec{m})$$

To imprint a certain field strength related to a rest position of the dipole the resulting field strength is multiplied with a norming factor. The factor must be computed with same magnitude of the magnetic dipole moments which is passed to this computation to get correct field strengths. To get fields without imprinting set the norming factor to 1.

$$\vec{H}(\vec{r}) \cdot H_{0norm}$$

### Syntax

```
1 H = computeDipoleHField(x, y, z, m, H0norm)
```

### Description

**H = computeDipoleHField(x, y, z, m, H0norm)** computes dipole field strength at passed position (x,y,z) with the magnetic dipole moment m. The resulting field strength is a vector with components in x, y and z direction. A field strength norming is imprinted on a rest position computation and multiplied on the result by multiplying a norm factor to the field. The normfactor must be relate to the same magnitude of the magnetic dipole moment which is used here and corresponds to the magnets rest position in defined distance of the magnets surface.

### Examples

```
1 % compute a single point without norming
2 H = computeDipoleHField(1, 2, 3, [1; 0; 0], 1)
```

```
1 % compute a 3D grid of positions
2 x = linspace(-10, 10, 40);
3 y = linspace(10, -10, 40);
4 z = linspace(10, -10, 40);
5 [X, Y, Z] = meshgrid(x, y, z);
```

```
1 % allocate memory for field components in x,y,z
2 Hx = zeros(40, 40, 40);
3 Hy = zeros(40, 40, 40);
4 Hz = zeros(40, 40, 40);
```

```

1 % compute without norming for each z layer and reshape results into layer
2 % magnetic moments points in -x direction which implies north and south pole
3 % is in x direction and rotation axes in z
4 for i=1:40
5     H = computeDipoleHField(X(:,:,i),Y(:,:,i),Z(:,:,i),[-1;0;0],1);
6     Hx(:,:,:,i) = reshape(H(1,:,:),40,40);
7     Hy(:,:,:,i) = reshape(H(2,:,:),40,40);
8     Hz(:,:,:,i) = reshape(H(3,:,:),40,40);
9 end

```

```

1 % calculate magnitude in each point for better view the results
2 Habs = sqrt(Hx.^2+Hy.^2+Hz.^2);

```

```

1 % define a index to view only every 4th point for not overcrowded plot
2 idx = 1:4:40;

```

```

1 % downsample and norm
2 Xds = X(idx,idx,idx);
3 Yds = Y(idx,idx,idx);
4 Zds = Z(idx,idx,idx);
5 Hxds = Hx(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);
6 Hyds = Hy(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);
7 Hzds = Hz(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);

```

```

1 % show results
2 quiver3(Xds, Yds, Zds, Hxds, Hyds, Hzds);
3 axis equal;

```

### Input Arguments

**x** coordinates of positions at the field strength is calculated can be scalar, vector or matrix of coordinates. Must be same size as y and z.

**y** coordinates of positions at the field strength is calculated can be scalar, vector or matrix of coordinates. Must be same size as x and z.

**z** coordinates of positions at the field strength is calculated can be scalar, vector or matrix of coordinates. Must be same size as x and y.

**m** magnetic dipole moment as 3 x 1 vector. The magnetic field strength is calculated with the same moment for all passed positions.

**H0norm** scalar factor to imprint a field strength to the dipole field. Must be computed with the same magnitude of passed magnetic moment vector. Set 1 to disable imprinting.

### Output Arguments

**H** computed magnetic field strength at passed positions with related magnetic moment. If passed position is a scalar H has size of 3 X 1 with its components in x, y and z direction. H(1) -> x, H(2) -> y and H(3) -> z. If passed positions are not scalar H has size of 3 x numel(x) with position relations in columns. So reshape rows to shapes of positions to keep orientation as origin.

## Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: mustBeEqualSize
- MAT-files required: None

## See Also

- generateDipoleRotationMoments
- generateSensorArraySquareGrid
- computeDipoleH0Norm

Created on June 11. 2019 by Thorben Schüthe. Copyright Thorben Schüthe 2019.

```

1 function [H] = computeDipoleHField(x, y, z, m, H0norm)
2     arguments
3         % validate position, can be any size but must be same size of
4         x (:,:,:,:) double {mustBeReal}
5         y (:,:,:,:) double {mustBeReal, mustBeEqualSize(x, y)}
6         z (:,:,:,:) double {mustBeNumeric, mustBeReal, mustBeEqualSize(y, z)}
7         % validate magnetic moment as 3 x 1 vector
8         m (3,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
9         % validate norm factor as scalar
10        H0norm (1,1) double {mustBeReal}
11    end
12
13    % unify positions to column vector or matrix of column vectors if positions
14    % are not passed as column vectors or scalar, resulting size of position R
15    % is 3 x length(X), a indication if is column vector is not needed because
16    % x(:) is returning all content as column vector. Transpose to match shape.
17    r = [x(:), y(:), z(:)]';
18
19    % calculate the magnitude of all positions
20    rabs = sqrt(sum(r.^2, 1));
21
22    % calculate the the unit vector of all positions
23    rhat = r ./ rabs;
24
25    % calculate H-field of current magnetic moment for all passed positions
26    % calculate constants in equation once in the first bracket term, all vector
27    % products in the second term and finially divide by related magnitude ^3
28    H = (H0norm / 4 / pi) * (3 * rhat .* (m' * rhat) - m) ./ rabs.^3;
29 end

```

```
30 % Custom validation function
31 function mustBeEqualSize(a,b)
32     % Test for equal size
33     if ~isequal(size(a),size(b))
34         eid = 'Size:notEqual';
35         msg = 'X Y Z positions must be the same size and orientation.';
36         throwAsCaller(MException(eid,msg))
37     end
38 end
39 end
```

#### E.4.1.6 simulateDipoleSquareSensorArray

Simulate a sensor array of square shape with dipole magnet as stimulus. Needs options loaded from config file or generated from config generation script. Characterization data must be loaded before and served as CharData struct. Loops through positions saves a data set for every supported position of UseOptions which is called TrainingOptions or TestOptions in config.

##### Syntax

```
1 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
2     SensorArrayOptions, DipoleOptions, UseOptions, CharData)
```

##### Description

`simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ... SensorArrayOptions, DipoleOptions, UseOptions, CharData)` saves simulation datasets to data path specified in PathVariables and UseOptions.

##### Examples

```
1 % load config from mat-file
2 load('config.mat', 'GeneralOptions', 'PathVariables', 'SensorArrayOptions',
3      'DipoleOptions', 'TrainingOptions', 'TestOptions');
```

```
1 % load characterization dataset
2 TDK = load(PathVariables.tdkDatasetPath);
```

```
1 % generate training dataset(s)
2 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
3     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TrainingOptions, TDK)
```

```
1 % generate test dataset(s)
2 simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
3     SensorArrayOptions, DipoleOptions, TestOptions, TDK)
```

##### Input Arguments

**GeneralOptions** struct of general options generated by config script, includes date format and so on.

**PathVariables** struct of project path generated by config script, includes data path for save and load data.

**SensorArrayOptions** struct of sensor array shape and behavior generated by config script.

**DipoleOptions** struct of dipole specification, defines magnet and stimulus, generated by config script.

**UseOptions** struct of implementation of use case, defines which kind of dataset will be generated. At current state test and training dataset are available options in config. In config generated structs are TestOptions and TrainingOptions.

**CharData** struct of characteriazation data. Therfore load characterization dataset as shown in examples into a struct.

### Output Arguments

None

### Requirements

- Other m-files required: computeDipoleH0Norm.m, computeDipoleHField.m, genertateDipoleRotationMoments.m, generateSensorArraySquareGrid.m, rotate3DVector.m
- Subfunctions: reshape, interp2, sum
- MAT-files required: config.mat, TDK\_TAS2141\_Characterization\_2020-10-22\_18-12-16-827.mat

### See Also

- computeDipoleH0Norm
- computeDipoleHField
- genertateDipoleRotationMoments
- generateSensorArraySquareGrid
- rotate3DVector

Created on June 11. 2019 by Thorben Schüthe. Copyright Thorben Schüthe 2019.

```
1 function simulateDipoleSquareSensorArray(GeneralOptions, PathVariables, ...
2     SensorArrayOptions, DipoleOptions, UseOptions, CharData)
3 arguments
4     % validate inputs as struct, structs generated in config.mat
5     GeneralOptions struct {mustBeA(GeneralOptions, 'struct')}
6     PathVariables struct {mustBeA(PathVariables, 'struct')}
7     SensorArrayOptions struct {mustBeA(SensorArrayOptions, 'struct')}
8     DipoleOptions struct {mustBeA(DipoleOptions, 'struct')}
9     UseOptions struct {mustBeA(UseOptions, 'struct')}
10    CharData struct {mustBeA(CharData, 'struct')}
11 end
12
13 % try to load relavant values in local variable space for better
14 % handling and short names second check if struct fields are reachable
15 try
16     % general options needed to create filenames etc.
17     dfStr = GeneralOptions.dateFormat;
18
19     % number of sensors at edge of square array, dimension N x N
20     N = SensorArrayOptions.dimension;
21     % sensor array edge length, square edge a
22     a = SensorArrayOptions.edge;
23     % sensor array supply voltage used to generate bridge outputs from
```

```

24 % characterization data in combination with bridge offset voltage
25 % characterization data should be in mv/V so check norm factor
26 Vcc = SensorArrayOptions.Vcc;
27 Voff = SensorArrayOptions.Voff;
28 Vnorm = SensorArrayOptions.Vnorm;
29 switch CharData.Info.Units.SensorOutputVoltage
30     case 'mV/V'
31         if Vnorm ~= 1e3
32             error('Wrong norming mV/V: %e', Vnorm);
33         end
34     otherwise
35         error('Unknown norm voltage: %s', ...
36               CharData.Info.Units.SensorOutputVoltage)
37     end
38
39 % sphere radius for dipole approximation of spherical magnet
40 rsp = DipoleOptions.sphereRadius;
41 % H-field magnitude to imprint in certain distance from magnet
42 % surface which sphere radius rsp plus distance z0
43 H0mag = DipoleOptions.H0mag;
44 % distance from magnet surface where to imprint the H0mag
45 z0 = DipoleOptions.z0;
46 % magnetic dipole moment magnitude which define origin moment of the
47 % magnet in rest position
48 M0mag = DipoleOptions.M0mag;
49
50 % dataset type or use case in which later it is used in application
51 useCase = UseOptions.useCase;
52 % destination path and filename to save generated data sets with
53 % timestamps in filename, place timestamps with sprintf
54 switch useCase
55     case 'Training'
56         fPath = PathVariables.trainingDataPath;
57         fNameFmt = 'Training_%s.mat';
58     case 'Test'
59         fPath = PathVariables.testDataPath;
60         fNameFmt = 'Test_%s.mat';
61     otherwise
62         error('Unknown use case: %s', UseOptions.useCase);
63     end
64 % x, y and z positions in which pairing the datasets are generated
65 % position vectors are run through in all combinations with tilt
66 % and number of angles
67 xPos = UseOptions.xPos;
68 yPos = UseOptions.yPos;
69 zPos = UseOptions.zPos;
70 tilt = UseOptions.tilt;
71 nAngles = UseOptions.nAngles;
72 % constants for generated use case, angle resolution for generated
73 % rotation angles, phase index for a phase shift in generation of
74 % rotation angles

```

```

75     angleRes = UseOptions.angleRes;
76     phaseIndex = UseOptions.phaseIndex;
77     % which characterization reference should be load from CharData
78     % sensor output bridge fields (cos/sin)
79     refImage = UseOptions.BridgeReference;
80
81     % load values from characterization dataset
82     % scales of driven Hx and Hy amplitudes in characteriazation
83     % stimulus in kA/m
84     if ~strcmp(CharData.Info.Units.MagneticFieldStrength, 'kA/m')
85         error('Wrong H-field unit: %s', ...
86             CharData.Info.Units.MagneticFieldStrength);
87     end
88     HxScale = CharData.Data.MagneticField.hx;
89     HyScale = CharData.Data.MagneticField.hy;
90     % cosinus and sinus characterization images for corresponding field
91     % amplitudes, load and norm to Vcc and Voff, references of
92     % simulation, adjust reference to bridge gain for output volgates
93     gain = CharData.Info.SensorOutput.BridgeGain;
94     VcosRef = CharData.Data.SensorOutput.CosinusBridge.(refImage) ...
95         .* (gain * Vcc / Vnorm) + Voff;
96     VsInRef = CharData.Data.SensorOutput.SinusBridge.(refImage) ...
97         .* (gain * Vcc / Vnorm) + Voff;
98     catch ME
99         rethrow(ME)
100    end
101
102    % now everything is successfully loaded, execute further constants
103    % which are needs to be generated once for all following operations
104    % meshgrids for refernece images to query bridge reference with interp2
105    [HxScaleGrid, HyScaleGrid] = meshgrid(HxScale, HyScale);
106    % allocate memory for results of on setup run, speed up compute by 10
107    % fix allocations which are not changing by varring parameters like
108    % number of angles or positon, for all parameter depended memory size
109    % allocalte matlab automatically by function call or need reallocation
110    % in for loops
111    % H-field components for each rotation step
112    Hx = zeros(N, N, nAngles);
113    Hy = zeros(N, N, nAngles);
114    Hz = zeros(N, N, nAngles);
115    % H-field abs for each rotation setp
116    Habs = zeros(N, N, nAngles);
117    % Bridge output voltages for each sensor in grid, H-fields, sensor
118    % grid, voltages all same orientation
119    Vcos = zeros(N, N, nAngles);
120    VsIn = zeros(N, N, nAngles);
121
122
123    % compute values which not changing by loop parameters
124    % magnetic dipole moments for each rotation step
125    % rotation angles to compute

```

```
126 % index corresponding to full scale rotation with angleRes
127 [m, angles, angleRefIndex] = generateDipoleRotationMoments(M0mag, ...
128 nAngles, tilt, angleRes, phaseIndex);
129
130 % rotation angle step width on full rotation 360 with subset of angles
131 if length(angles) > 1
132     angleStep = angles(2) - angles(1);
133 else
134     angleStep = 0;
135 end
136
137 % compute dipole rest position norm to imprint a certain field
138 % strength magnitude with respect of tilt in y axes and magnetization
139 % in x direction as in generate Dipole rotation moments
140 r0 = rotate3DVector([0; 0; -(z0 + rsp)], 0, tilt, 0);
141 m0 = rotate3DVector([-M0mag; 0; 0], 0, tilt, 0);
142 H0norm = computeDipoleH0Norm(H0mag, m0, r0);
143
144 % prepare file header Info struct, overwrite certain fields in loop like x,
145 % y, z positions
146 Info = struct;
147 Info.SensorArrayOptions = SensorArrayOptions;
148 Info.SensorArrayOptions.SensorCount = N^2;
149 Info.DipoleOptions = DipoleOptions;
150 Info.UseOptions = UseOptions;
151 Info.CharData = join( ...
152     [CharData.Info.SensorManufacturer, CharData.Info.Sensor]);
153 Info.Units.SensorOutputVoltage = 'V';
154 Info.Units.MagneticFieldStrength = 'kA/m';
155 Info.Units.Angles = 'degree';
156 Info.Units.Length = 'mm';
157
158 % collect relevant to Data struct for save to file with file
159 % header Info struct, overwrite position depended fields in loop before save
160 Data = struct;
161 Data.HxScale = HxScale;
162 Data.HyScale = HyScale;
163 Data.VcosRef = VcosRef;
164 Data.VsinRef = VsinRef;
165 Data.Gain = gain;
166 Data.r0 = r0;
167 Data.m0 = m0;
168 Data.H0norm = H0norm;
169 Data.m = m;
170 Data.angles = angles;
171 Data.angleStep = angleStep;
172 Data.angleRefIndex = angleRefIndex;
173
174 % generate dataset for all use case setup pairs in for loop and append
175 % generated dataset path to path struct for result
176 % outer to inner loop is positions to angles
```

```

177 % generate z layer wise
178 for z = zPos
179     for x = xPos
180         for y = yPos
181             % generate sensor array grid according to current position
182             % current position vector of sensor array relative to
183             % magnet surface
184             p = [x; y; z];
185             % write current position in file header
186             Info.UseOptions.xPos = x;
187             Info.UseOptions.yPos = y;
188             Info.UseOptions.zPos = z;
189             % sensor array grid coordinates
190             [X, Y, Z] = generateSensorArraySquareGrid(N, a, p, rsp);
191             % save current sensor gird to Data struct
192             Data.X = X;
193             Data.Y = Y;
194             Data.Z = Z;
195             for i = 1:nAngles
196                 % calculate H-field of one rotation step for all
197                 % positions, the field is normed to zero position
198                 H = computeDipoleHField(X, Y, Z, m(:,i), H0norm);
199                 % separate parts or field in axes direction/ components
200                 Hx(:,:,:i) = reshape(H(1,:), N, N);
201                 Hy(:,:,:i) = reshape(H(2,:), N, N);
202                 Hz(:,:,:i) = reshape(H(3,:), N, N);
203                 Habs(:,:,:i) = reshape(sqrt(sum(H.^2, 1)), N, N);
204                 % get bridge outputs from references by cross pick
205                 % references from grid, the Hx and Hy queries can be
206                 % served as matrix as long they have same size and
207                 % orientation the nearest neighbor interpolation
208                 % returns of same size and related to orientation, for
209                 % outlayers return NaN, do this for every angle
210                 Vcos(:,:,:i) = interp2(HxScaleGrid, HyScaleGrid, VcosRef, ...
211                             Hx(:,:,:i), Hy(:,:,:i), 'nearest', NaN);
212                 Vsin(:,:,:i) = interp2(HxScaleGrid, HyScaleGrid, VsinRef, ...
213                             Hx(:,:,:i), Hy(:,:,:i), 'nearest', NaN);
214             end % angles
215             % save rotation results to Data struct
216             Data.Hx = Hx;
217             Data.Hy = Hy;
218             Data.Hz = Hz;
219             Data.Habs = Habs;
220             Data.Vcos = Vcos;
221             Data.Vsin = Vsin;
222             % save results to file
223             fName = sprintf(fNameFmt, datestr(now, dfStr));
224             Info.filePath = fullfile(fPath, fName);
225             disp(Info.filePath)
226             save(Info.filePath, 'Info', 'Data', '-v7.3', '-nocompression');
227         end % y

```

```
228      end % x
229      end % z
230 end
```

### E.4.2 gaussianProcessRegression

Function module which implements regression models with Gaussian Process. Implemented regression models posses the ability to process training and test datasets by sensor array simulation. The model creation can be bind into scripts by use of initGPR and tuneKernel for simple optimized models. A fully generalized regression model is supported by use of optimGPR to create models which are tuned on training data and generalized on test data.

- **Model struct:**

- kernel: Indicator which kernel implementation is used QFC or QFCAPX.
- theta: Kernel parameter vector.
- s2fBounds: Lower and upper bounds for theta(1).
- slBounds: Lower and upper bounds for theta(2).
- s2n: Noise level.
- s2nBounds: Lower and upper bounds for s2n.
- mean: Indicator if mean computation in GPR is active (poly) or not (zero).
- polyDegree: Polynom degree if mean is set to poly. Up degree of 4 is working valid.
- N: Number of reference angles.
- Angles: Column vector of reference angles.
- D: Number of sensor array pixels at each array edge.
- P: Number of predictors or number of sensor array pixels.
- Sensor: Indicator of which characterization was used sensor array datasets.
- PF: Periodicity of angular data depending on characterization dataset.
- Ysin: Column vector of sine regression targets by reference angles.
- Ycos: Column vector of cosine regression targets by reference angles.
- Xcos: Cosine training data.
- Xsin: Sine training data.
- kernelFun: Function handle to loaded covariance function by kernel indicator.
- inputFun: Function handle to loaded input function by kernel indicator. Preprocesses training and test data in front of regression computations.
- basisFun: Function handle to loaded polynom function by kernel indicator.
- Ky: Covariance Matrix for noisy observations.
- L: Lower triangle matrix of cholesky decomposed Ky.
- logDet: Logarithmic determinante of Ky.
- BetaCos: Polynom coefficients for polynomial mean approximation for cosine function as regression mean basis.
- BetaSin: Polynom coefficients for polynomial mean approximation for sine function as regression mean basis.

- meanFunCos: Function handle for cosine mean approximation by basisFun and BetaCos coefficients.
- meanFunSin: Function handle for sine mean approximation by basisFun and BetaSin coefficients.
- AlphaCos: Regression weights for cosine predictions.
- AlphaSin: Regression weights for sine predictions.
- LMLcos: Logarithmic marginal likelihood for cosine prediction.
- LMLsin: Logarithmic marginal likelihood for sine prediction.
- MSLLA: Mean standardized logarithmic loss for angles.
- MSLLR: Mean standardized logarithmic loss for radius.

### **basicMathFunctions**

Submodule which contains basic math function to module functionanlity.

### **kernelQFC**

Submodule which contain quadratic fractional covariance implementation.

### **kernelQFCAPX**

Submodule which contains approximated quadratic fractional covariance implementation.

### **initGPR**

Initializes regression model by training dataset and config dataset. Resulting model is not optimized.

### **initGPROptions**

Attaches configuration to regression model including default parameters and bounds.

### **initTrainDS**

Initiates the training data, refernce angles and regression targets on regression model.

### **initKernel**

Initiates kernel submodules by made configuration.

### **initKernelParameters**

Initiates the regression model by its set configuration done initiating steps before.

### **tuneKernel**

Tunes initiated regression model hyperparameters.

### **computeTuneCriteria**

Computes min criteria for tuneKernel.

**predFrame**

Predicts singel test data frame.

**predDS**

Predicts a whole test dataset at once.

**lossDS**

Computes prediction losses and errors of a test dataset at once.

**optimGPR**

Computes optimized regression model.

**computeOptimCriteria**

Computes min criteria for optimGPR.

**See Also**

- [generateConfigMat](#)
- [demoGPRModule](#)
- [investigateKernelParameters](#)
- [generateSimulationDatasets](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

### E.4.2.1 initGPR

Initializes GPR model by passed trainings dataset and GPR options struct.

#### Syntax

```
1 Md1 = initGPR(TrainDS, GPROptions)
```

#### Description

Md1 = initGPR(TrainDS, GPROptions) sequential initializing.

#### Examples

```
1 load config.mat PathVariables GPROptions;
2 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
3 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
4 assert(\ensuremath{\tilde{\}}\; isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
5 assert(\ensuremath{\tilde{\}}\; isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
6 try
7     TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(1).folder, TrainFiles(1).name));
8     TestDS = load(fullfile(TestFiles(1).folder, TestFiles(1).name));
9 catch ME
10    rethrow(ME)
11 end
12 Md1 = initGPR(TrainDS, GPROptions);
13 [fang, frad, fcov, fsin, s, ciang, cirad] = predDS(Md1, TestDS)
```

#### Input Arguments

**TrainDS** loaded training data by infront processessed sensor array simulation.

**GPROptions** loaded parameter group from config.mat. Struct with options.

#### Output Arguments

**Md1** bare initialized model struct with no further optimization.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: initGPROptions, initTrainDS, initKernel, initKernelParameters
- MAT-files required: config.mat, Train\_\*.mat

#### See Also

- initGPROptions
- initTrainDS

- initKernel
- initKernelParameters

Created on February 20. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initGPR(TrainDS, GPROptions)
2
3 % create model struct
4 Mdl = struct();
5
6 % init GPROptions on model struct
7 Mdl = initGPROptions(Mdl, GPROptions);
8
9 % init training data on model
10 Mdl = initTrainDS(Mdl, TrainDS);
11
12 % init kernel, covariance function, mean function and input transformation
13 % function if needed, initGPROptions and initTrainDS must run before
14 % initKernel otherwise missing parameters causing an error
15 Mdl = initKernel(Mdl);
16
17 % init model kernel with current hyperparameters, kernel must be initiated
18 % before otherwise nonsens and errors
19 Mdl = initKernelParameters(Mdl);
20
21 end
```

### E.4.2.2 initGPROptions

Initiates GPR options struct from config on GPR model and sets defaults if expected options are not available.

#### Syntax

```
1 Mdl = initGPROptions(Mdl, GPROptions)
```

#### Description

**Mdl = initGPROptions(Mdl, GPROptions)** initiates default configuration on model struct.

#### Input Arguments

**Mdl** model struct.

**GPROptions** options struct.

#### Output Arguments

**Mdl** model struct with attached configuration.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initGPR](#)
- [generateConfigMat](#)

Created on February 20, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initGPROptions(Mdl, GPROptions)
2
3 % set kernel function option
4 if isfield(GPROptions, 'kernel')
5     Mdl.kernel = GPROptions.kernel;
6 else
7     Mdl.kernel = 'QFC';
8 end
9
10 % attach hyperparameters to model and bounds for tuning and model
11 % optimization
```

```
12 % theta covariance function parameter theta = [s2f, s1]
13 if isfield(GPROptions, 'theta')
14     Mdl.theta = GPROptions.theta;
15 else
16     Mdl.theta = [1, 1];
17 end
18
19 % lower and upper bound for tuning theta
20 if isfield(GPROptions, 's2fBounds')
21     Mdl.s2fBounds = GPROptions.s2fBounds;
22 else
23     Mdl.s2fBounds = [1e-2, 1e2];
24 end
25 if isfield(GPROptions, 's1Bounds')
26     Mdl.s1Bounds = GPROptions.s1Bounds;
27 else
28     Mdl.s1Bounds = [1e-2, 1e2];
29 end
30
31 % noise variance s2n to predict noisy observations
32 if isfield(GPROptions, 's2n')
33     Mdl.s2n = GPROptions.s2n;
34 else
35     Mdl.s2n = 1e-5;
36 end
37
38 % lower and upper bounds for optimizing s2n
39 if isfield(GPROptions, 's2nBounds')
40     Mdl.s2nBounds = GPROptions.s2nBounds;
41 else
42     Mdl.s2nBounds = [1e-4, 10];
43 end
44
45 % enable disable mean function and correction
46 if isfield(GPROptions, 'mean')
47     Mdl.mean = GPROptions.mean;
48 else
49     Mdl.mean = 'zero';
50 end
51
52 % set polynom degree to model, default is 1 for linear correction
53 if isfield(GPROptions, 'polyDegree')
54     Mdl.polyDegree = GPROptions.polyDegree;
55
56     % limit poly degree, because higher polynomials as degree 7 causes
57     % an error in cholesky decomposition
58     if Mdl.polyDegree > 5
59         Mdl.polyDegree = 5;
60     end
61 else
62     Mdl.polyDegree = 1;
```

```
63      end  
64  | end  
65  |
```

### E.4.2.3 initTrainDS

Initiates needed data from training dataset to GPR model struct. Builds GPR target vectors depending on which sensor type was used to process the training dataset.

#### Syntax

```
1 Md1 = initTrainDS(Mdl, TrainDS)
```

#### Description

**Mdl** = **initTrainDS**(**Mdl**, **TrainDS**) attaches regression relevant data information to model struct and initiates the training data with references and regression targets.

#### Input Arguments

**Mdl** model struct.

**TrainDS** training data struct which includes Info and Data struct.

#### Output Arguments

**Mdl** with attached dataset information, raw training data, reference angles and regression targets for cosine and sine predictions.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: Train\_\*.mat

#### See Also

- [initGPR](#)
- [Training and Test Datasets](#)

Created on February 20, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initTrainDS(Mdl, TrainDS)
2
3 % set model parameters from training dataset and training data dependencies
4 % N number of angles and references in degree
5 Mdl.N = TrainDS.Info.UseOptions.nAngles;
6 Mdl.Angles = TrainDS.Data.angles';
7
8 % D sensor array square dimension of DxD sensor array
9 Mdl.D = TrainDS.Info.SensorArrayOptions.dimension;
10
11 % P number of predictors in sensor array
12 Mdl.P = TrainDS.Info.SensorArrayOptions.SensorCount;
13
14 % get sensor type from dataset
15 Mdl.Sensor = TrainDS.Info.UseOptions.BaseReference;
16
17 % choose period factor depending on sensor type
18 % how many sinoid periods are abstract on a full rotation by 360
19 switch Mdl.Sensor
20     case 'TDK'
21         Mdl.PF = 1;
22
23     case 'KMZ60'
24         Mdl.PF = 2;
25
26     otherwise
27         error('Unknown Sensor %s.', Mdl.Sensor);
28 end
29
30 % get reference angles in degree and transpose to column vector
31 % get sinoid target vectors depending period factor,
32 % transpose because angles2sinoids works with row vectors
33 [Mdl.Ysin, Mdl.Ycos] = angles2sinoids(Mdl.Angles, ...
34     false, Mdl.PF);
35
36 % attach training data from cosine and sine to model
37 Mdl.Xcos = TrainDS.Data.Vcos;
38 Mdl.Xsin = TrainDS.Data.Vsin;
39 end
```

#### E.4.2.4 initKernel

Initiates kernel and chooses kernel implementation by initiated GPR options.

##### Syntax

```
1 Mdl = initKernel(Mdl)
```

##### Description

Mdl = **initKernel**(Mdl) loads kernel submodule by passed identifier.

##### Input Arguments

Mdl model struct.

##### Output Arguments

Mdl with attached kernel functionality.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

##### See Also

- [initGPR](#)
- [kernelQFC](#)
- [kernelQFCAPX](#)

Created on February 20, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initKernel(Mdl)
2
3 % set covariance function and input function to respect covariance function
4 % serve with right format of data, sets mean function which belongs to the
5 % corresponding kernel model
6 switch Mdl.kernel
7     case 'QFC'
8         Mdl = initQFC(Mdl);
9
10    case 'QFCAPX'
11        Mdl = initQFCAPX(Mdl);
12
13    % end kernel select
```

```
14     otherwise
15         error('Unknown kernel function %.', Mdl.kernel);
16     end
17 end
```

### E.4.2.5 initKernelParameters

Init GPR model on current kernel parameters, computes covariance matrix and depending kernel values means, mean coefficients, regression weights and likelihoods.

#### Syntax

```
1 Mdl = initKernelParameters(Mdl)
```

#### Description

Mdl = **initKernelParameters**(Mdl) initializes the regresion model in final.

#### Input Argurments

Mdl model struct.

#### Output Argurments

Mdl initialized regression model.

#### Requirements

- Other m-files required: basicMathFunctions, kernelQFC, kernelQFCAPX
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- basicMathFunctions
- kernelQFC
- kernelQFCAPX
- initGPR

Created on November 06. 2019 by Klaus Juenemann. Copyright Klaus Juenemann 2019.

```
1 function Mdl = initKernelParameters(Mdl)
2
3 % compute noise free covariance matrix
4 Mdl.Ky = Mdl.kernelFun(Mdl.Xcos, Mdl.Xcos, Mdl.Xsin, Mdl.Xsin, Mdl.theta);
5
6 % add noise to covariance matrix along its diagonal, which is noise on
7 % trainig observations with itself
8 Mdl.Ky = addNoise2Covariance(Mdl.Ky, Mdl.s2n);
9
10 % compute the cholesky decomposition of the covariance matrix and the log
11 % determinate of the covariance matrix, computes lower triangle matrix
```

```

12 [Mdl.L, Mdl.logDet] = decomposeChol(Mdl.Ky);
13
14 % compute beta coefficients to fit H matrices of cosine and sine mean
15 % function if none zero mean is set as model mean, for zero mean all beta
16 % and related means are zero.
17 switch Mdl.mean
18     case 'zero'
19         % set not needed kernel parameters to zero,
20         % beta is not used in zero mean GPR and so all related means are
21         % zero, as name lets expect
22         Mdl.BetaCos = 0;
23         Mdl.BetaSin = 0;
24         Mdl.meanFunCos = @(X) 0;
25         Mdl.meanFunSin = @(X) 0;
26
27     case 'poly'
28         % estimate beta for none zero H matrices
29         Mdl.BetaCos = estimateBeta(Mdl.basisFun(Mdl.Xcos), Mdl.L, Mdl.Ycos);
30         Mdl.BetaSin = estimateBeta(Mdl.basisFun(Mdl.Xsin), Mdl.L, Mdl.Ysin);
31
32         % mean function for polynom approximated mean H' * beta
33         Mdl.meanFunCos = @(X) Mdl.basisFun(X)' * Mdl.BetaCos;
34         Mdl.meanFunSin = @(X) Mdl.basisFun(X)' * Mdl.BetaSin;
35
36     otherwise
37         error('Unsupported mean function %s in beta estimation.', Mdl.mean);
38 end
39
40 % compute weights for cosine and sine, angles in rads and radius
41 Mdl.AlphaCos = computeAlphaWeights(Mdl.L, Mdl.Ycos, ...
42     Mdl.meanFunCos(Mdl.Xcos));
43 Mdl.AlphaSin = computeAlphaWeights(Mdl.L, Mdl.Ysin, ...
44     Mdl.meanFunSin(Mdl.Xsin));
45
46 % compute log marginal likelihoods for each cosine and sine weights
47 Mdl.LMLcos = computeLogLikelihood(Mdl.Ycos, Mdl.meanFunCos(Mdl.Xcos), ...
48     Mdl.AlphaCos, Mdl.logDet, Mdl.N);
49 Mdl.LMLsin = computeLogLikelihood(Mdl.Ysin, Mdl.meanFunSin(Mdl.Xsin), ...
50     Mdl.AlphaSin, Mdl.logDet, Mdl.N);
51 end

```

### E.4.2.6 tuneKernel

Tunes kernel hyperparameters of GPR model. Dismiss tuning for each kernel parameter by setting corresponding bounds to equal values.

#### Syntax

```
1 Mdl = tuneKernel(Mdl, verbose)
```

#### Description

**Mdl = tuneKernel(Mdl, verbose)** solves the negative marginal logarithmic likelihood criteria with fmincon solver.

#### Input Arguments

**Mdl** model struct.

**verbose** activates prompt for true or 1. Vice versa for false or 0.

#### Output Arguments

**Mdl** optimized hyperparameters and resulting regression model.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: fmincon, optimoptions, computeTuneCriteria, initKernelParameters
- MAT-files required: None

#### See Also

- [fmincon](#)
- [optimoptions](#)
- [computeTuneCriteria](#)
- [initKernelParameters](#)

Created on March 03, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = tuneKernel(Mdl, verbose)
2
3 % define options for minimum search
4 options = optimoptions('fmincon', 'Display', 'off', 'Algorithm', 'sqp', ...
5 'PlotFcn', {@optimplotx, @optimplotfval});
6
7 % display tuning
8 if verbose, options.Display = 'iter'; end
9
10 % setup problem for minimum solver use problem structure to feed fmincon
11 problem.solver = 'fmincon';
12 problem.options = options;
13
14 % apply bounds to prevent overfitting
15 problem.lb = [Mdl.s2fBounds(1) Mdl.slBounds(1)];
16 problem.ub = [Mdl.s2fBounds(2) Mdl.slBounds(2)];
17
18 % set sl start value
19 problem.x0 = Mdl.theta;
20
21 % apply objective function and start values
22 problem.objective = @(x) computeTuneCriteria(x, Mdl);
23
24 % solve problem
25 [Mdl.theta] = fmincon(problem);
26
27
28 % reinit kernel with tuned parameters
29 Mdl = initKernelParameters(Mdl);
30 end
```

#### E.4.2.7 computeTuneCriteria

Objective function to solve minimum constraint problem, delivers negative function values to search minimum function evaluation. Estimates the minimum of the negative logarithmic marginal likelihoods for current model parameters. No assignments on model, just recalculate function evaluation minimum.

##### Syntax

```
1 feval = computeTuneCriteria(theta, Mdl)
```

##### Description

**feval = computeTuneCriteria(theta, Mdl)** sets new kernel parameter, reinitiates model and calculates min criteria by likelihoods.

##### Input Arguments

**theta** kernel parameter vector.

**Mdl** model struct to reinitiate.

##### Output Arguments

**feval** function evaluation value.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: initKernelParameters
- MAT-files required: None

##### See Also

- **tuneKernel**
- **initKernelParameters**

Created on March 03. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function feval = computeTuneCriteria(theta, Mdl)
2     % reinit kernel on new theta kernel parameters
3     Mdl.theta = theta;
4     Mdl = initKernelParameters(Mdl);
5
6     % return function evaluation as neg. likelihood of radius
7     feval = -1 * (Mdl.LMLsin + Mdl.LMLcos);
8 end
```

#### E.4.2.8 predFrame

Predicts single test point and computes angle and radius by predicted sinoids. Delivers several quality criteria.

##### Syntax

```
1 [fang, frad, fcos, fsin, fcov, s, ciang, cirad] = predFrame(Mdl, Xcos, Xsin)
```

##### Description

[fang, frad, fcos, fsin, fcov, s, ciang, cirad] = predFrame(Mdl, Xcos, Xsin) predicts sinoids by passed regression model and test frame of raw data matrix. Comutes angle and radius by predicted results. Several quality creteria are setup based on predictive variance.

##### Input Arguments

**Mdl** model struct.

**Xcos** matrix frame of cosine test data.

**Xsin** matrix frame of sine test data.

##### Output Arguments

**fang** computed angle by predicted cosine and sine results.

**frad** computed radius by predicted cosine and sine results.

**fcos** predictive mean result of cosine regression.

**fsin** predictive mean result of sine regression.

**fcov** predictive variance for both predictive means.

**s** resulting standard deviation by predictive variance and noise level.

**ciang** confidence interval of computed angle.

**cirad** confidence interval of computed radius.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: computeTransposeInverseProduct, sinoids2angles

- MAT-files required: None

## See Also

- [computeTransposeInverseProduct](#)
- [sinoids2angles](#)
- [initKernel](#)
- [initKernelParameters](#)

Created on November 06. 2019 by Klaus Juenemann. Copyright Klaus Juenemann 2019.

```

1 function [fang, frad, fcov, fsin, fcos, Xcos, Xsin] = predFrame(Mdl, ...
2 Xcos, Xsin)
3
4 % adjust inputs if needed
5 Xcos = Mdl.inputFun(Xcos);
6 Xsin = Mdl.inputFun(Xsin);
7
8 % compute covariance between observations and test point
9 k = Mdl.kernelFun(Mdl.Xcos, Xcos, Mdl.Xsin, Xsin, Mdl.theta);
10
11 % compute predictiv variance as the difference between test point covariance
12 % which should be Mdl.theta(1) = s2f product of the covariance between
13 % observations and test points
14 % compute the covariance of test point itself means distance is zero which
15 % implies that result must be the variance s2f
16 c1 = Mdl.kernelFun(Xcos, Xcos, Xsin, Xsin, Mdl.theta);
17 % assert(c1 == Mdl.theta(1));
18
19 % now add variance from additives
20 fcov = c1 - computeTransposeInverseProduct(Mdl.L, k);
21
22 % predict depending on model mean function
23 switch Mdl.mean
24 case 'zero'
25     % compute the predictive means directly by covariance vector and
26     % alpha weights, mean is zero
27     fcos = k' * Mdl.AlphaCos;
28     fsin = k' * Mdl.AlphaSin;
29 case 'poly'
30     % compute
31     fcos = Mdl.meanFunCos(Xcos) + k' * Mdl.AlphaCos;
32     fsin = Mdl.meanFunSin(Xsin) + k' * Mdl.AlphaSin;
33 otherwise
34     error('Unsupported mean function %s in prediction.', Mdl.mean);
35 end
36
37 % compute radius from sinoid results
38 frad = sqrt(fcos^2 + fsin^2);

```

```
39 % compute angle in rad from sinoid results
40 fang = sinoids2angles(fsin, fcov, frad, true);
41
42 % sigma of the normal distribution over fradius
43 s = sqrt(fcov + Mdl.s2n);
44
45 % 95% confidence interval over fradius
46 ciang = [fang - asin(1.96 * s * sqrt(2)), fang + asin(1.96 * s * sqrt(2))];
47
48 % 95% confidence interval over fradius
49 cirad = [frad - 1.96 * s * sqrt(2), frad + 1.96 * s * sqrt(2)];
50
51 end
```

### E.4.2.9 predDS

Predicts all frames of a test dataset at once.

#### Syntax

```
1 [fang, frad, fcov, fsin, s, ciang, cirad] = predDS(Mdl, TestDS)
2 predicts whole dataset at once using predFrame in a loop.
```

#### Description

[fang, frad, fcov, fsin, s, ciang, cirad] = predDS(Mdl, TestDS)

#### Input Arguments

**Mdl** model struct.

**TestDS** struct of loaded test dataset.

#### Output Arguments

**fang** vector of computed angle by predicted cosine and sine results.

**frad** vector of computed radius by predicted cosine and sine results.

**fcos** vector of predictive mean result of cosine regression.

**fsin** vector of predictive mean result of sine regression.

**fcov** vector of predictive variance for both predictive means.

**s** vector of resulting standard deviation by predictive variance and noise level.

**ciang** vector of confidence interval of computed angle.

**cirad** vector of confidence interval of computed radius.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: predFrame
- MAT-files required: None

#### See Also

- predFrame
- Training and Test Datasets

Created on March 03. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function [fang, frad, fcos, fsin, fcov, s, ciang, cirad] = predDS(Mdl, TestDS)
2
3 % get number of angles in dataset
4 N = TestDS.Info.UseOptions.nAngles;
5
6 % allocate memory for results
7 fang = zeros(N, 1); % angle
8 frad = zeros(N, 1); % radius
9 fcos = zeros(N, 1); % cosine
10 fsin = zeros(N, 1); % sine
11 fcov = zeros(N, 1); % predictive covariance over radius
12 s = zeros(N, 1); % sigma standard deviation over radius
13 ciang = zeros(N, 2); % confidence 95% interval over angles lower and upper
14 cirad = zeros(N, 2); % confidence 95% interval over radius lower and upper
15
16 % predict angle by angle from dataset
17 for n = 1:N
18     % get cosine and sine at n-th angle
19     Xcos = TestDS.Data.Vcos(:,:,n);
20     Xsin = TestDS.Data.Vsin(:,:,n);
21
22     % predict frame
23     [fang(n), frad(n), fcos(n), fsin(n), ...
24      fcov(n), s(n), ciang(n,:), cirad(n,:)] = predFrame(Mdl, Xcos, Xsin);
25 end
26 end
```

#### E.4.2.10 lossDS

Predicts all angles of passed test dataset and computes logarithmic losses for radius and angles plus several squared errors.

##### Syntax

```
1 [AAED, SLLA, SLLR, SEA, SER, SEC, SES] = lossDS(Mdl, TestDS)
```

##### Description

[AAED, SLLA, SLLR, SEA, SER, SEC, SES] = lossDS(Mdl, TestDS) computes losses and prediction errors of a whole datasets

##### Examples

```
1 Enter example matlab code for each use case.
```

##### Input Arguments

**positionalArg** argument description.

**optionalArg** argument description.

##### Output Arguments

**AAED** Absolute Angular Error in Degrees **SLLA** Std. Log. Loss Angular **SLLR** Std. Log Loss Radius **SEA** Squared Error Angular **SER** Squared Error Radius **SEC** Squared Error Cosine **SES** Squared Error Sine

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: angles2sinoids, computeStdLogLoss
- MAT-files required: None

##### See Also

- predDS
- Training and Test Datasets
- angles2sinoids
- computeStdLogLoss

Created on March 03. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function [AAED, SLLA, SLLR, SEA, SER, SEC, SES] = lossDS(Mdl, TestDS)
2
3 % get number of angles in dataset
4 N = TestDS.Info.UseOptions.nAngles;
5
6 % get simulated cosin and sine references from dataset angles in degrees
7 % and transpose to column vector, get sinoids and angles in rads
8 [ysin, ycos, yang] = angles2sinoids(TestDS.Data.angles', false, Mdl.PF);
9
10 % create reference radius of unit cricle, radius must be one for all angles
11 yrad = ones(N, 1);
12
13 % predict angles in rads not in degrees
14 [fang, frad, fcos, fsin, ~, s, ~, ~] = predDS(Mdl, TestDS);
15
16 % compute log loss and squared error for angles in rad
17 [SLLA, SEA] = computeStdLogLoss(yang, fang, asin(s) * sqrt(2));
18
19 % compute absolute angular error in degrees
20 AAED = sqrt(SEA) * 180/pi;
21
22 % compute log loss and squared error for radius
23 [SLLR, SER] = computeStdLogLoss(yrad, frad, sqrt(2) * s);
24
25 % compute squared error of sinoids
26 SEC = (ycos - fcos).^2;
27 SES = (ysin - fsin).^2;
28
29 end
```

### E.4.2.11 optimGPR

Noise level optimization that implements optimized model by embedded kernel tuning process.

#### Syntax

```
1 Mdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, verbose)
```

#### Description

**Mdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, verbose)** initiates regression model by training data and passed options. Solves min search via bayesopt for optimizing noise level. At each process step built model is reinitiated and tuned to fit best on training data. The noise optimization can be performed by SLLA and SLLR. Depends configuration of GPROptions. The loss computation is done on all forwarded test data.

#### Examples

```
1 load config.mat PathVariables GPROptions;
2 TrainFiles = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, 'Training*.mat'));
3 TestFiles = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test*.mat'));
4 assert(~isempty(TrainFiles), 'No training datasets found.');
5 assert(~isempty(TestFiles), 'No test datasets found.');
6 try
7     TrainDS = load(fullfile(TrainFiles(1).folder, TrainFiles(1).name));
8     TestDS = load(fullfile(TestFiles(1).folder, TestFiles(1).name));
9 catch ME
10    rethrow(ME)
11 end
12 Mdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, verbose);
13 [fang, frad, fcos, fsin, fcov, s, ciang, cirad] = predDS(Mdl, TestDS)
14 [AAED, SLLA, SLLR, SEA, SER, SEC, SES] = lossDS(Mdl, TestDS);
```

#### Input Arguments

**TrainDS** loaded training data by infront processes sensor array simulation.

**TestDS** loaded test data by infront processes sensor array simulation.

**GPROptions** loaded parameter group from config.mat. Struct with options.

**verbose** activates prompt for true or 1. Vice versa for false or 0.

#### Output Arguments

**Mdl** fully optimized model struct with tuned hyperparameters and optimized noise level.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: initGPR, tuneKernel, computeOptimCriteria, lossDS, optimizableVariable, bayesopt
- MAT-files required: None

**See Also**

- bayesopt
- optimizablevariable
- initGPR
- tuneKernel
- computeOptimCriteria
- lossDS

Created on March 05, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = optimGPR(TrainDS, TestDS, GPROptions, verbose)
2
3 % init model by training data and initial options
4 Mdl = initGPR(TrainDS, GPROptions);
5
6 % create noise variance s2n used in GPR with bounds
7 s2n = optimizableVariable('s2n', GPROptions.s2nBounds, 'Transform', 'log');
8
9 % create function handle for bayes optimization
10 SLL = GPROptions.SLL;
11 fun = @(OptVar) computeOptimCriteria(OptVar, Mdl, TestDS, SLL, verbose);
12
13 % perform bayes noise optimization
14 results = bayesopt(fun, s2n, ...
15     'Verbose', verbose, ...
16     'MaxObjectiveEvaluations', GPROptions.OptimRuns, ...
17     'AcquisitionFunctionName', 'expected-improvement-per-second');
18
19 % update options with results and reinit model and tune to final model
20 Mdl.s2n = results.XAtMinObjective.s2n;
21 Mdl = tuneKernel(Mdl, verbose);
22
23 % compute final loss and get mean log loss for angles and radius as
24 % indicator of model total model fit
25 [~, SLLA, SLLR] = lossDS(Mdl, TestDS);
26 Mdl.MSLLA = mean(SLLA);
27 Mdl.MSLLR = mean(SLLR);
28
29 end
```

#### E.4.2.12 computeOptimCriteria

Object function to compute the loss of a fully initialized and tuned regression model. Computes the mean std. log. loss of angles MSLLA or radius MSLLR as function evaluation value for bayesopt. Perform noise adjustment in cycles in bayesopt.

##### Syntax

```
1 MSLL = computeOptimCriteria(OptVar, Mdl, TestDS, SLL, verbose)
```

##### Description

**MSLL** = **computeOptimCriteria**(**OptVar**, **Mdl**, **TestDS**, **SLL**, **verbose**)

##### Input Arguments

**OptVar** optimization variable. Noise level passed by bayesopt algorithm.

**Mdl** model struct.

**TestDS** loaded test data by infront processeses sensor array simulation.

**SLL** indicates which loss is used for MSLL. SLLA for angle and SLLR for radius.

**verbose** activates prompt for true or 1. Vice versa for false or 0.

##### Output Arguments

**MSLL** mean standardized logarithmic loss. Function evaluation value for optimGPR

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: tuneKernel, lossDS, mean
- MAT-files required: None

##### See Also

- optimGPR
- tuneKernel
- lossDS
- mean

Created on March 05, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function MSLL = computeOptimCriteria(OptVar, Mdl, TestDS, SLL, verbose)
2
3 % push current variance value into GPR
4 Mdl.s2n = OptVar.s2n;
5
6 % tune kernel with new noise variance
7 Mdl = tuneKernel(Mdl, verbose);
8
9 % get loss on dataset for angular prediction
10 switch SLL
11     case 'SLLA'
12         [~, SLL] = lossDS(Mdl, TestDS);
13
14     case 'SLLR'
15         [~, ~, SLL] = lossDS(Mdl, TestDS);
16
17     otherwise
18         error('Unknown SLL %s.', SLL);
19 end
20
21 % return mean loss to evaluate optimization run
22 MSLL = mean(SLL);
23 end
```

#### **E.4.2.13 kernelQFCAPX**

Kernel implementation for approximated quadratic fractional covariance (QFCAPX) kernel. The module contains the covariance function, a mean function to build up polynoms to approximation use and a init function to module into regression model.

##### **QFCAPX**

Covariance function to compute K matrix and k vector on vector data.

##### **meanPolyQFCAPX**

Builds up mean polynom on vector data.

##### **initQFCAPX**

Initiates kernel into regression model.

#### **See Also**

- [initGPR](#)
- [initKernel](#)
- [initKernelParameters](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

### E.4.2.13.1 QFCAPX

Approximates QFC with triangle inequation, norming is pulled out to input stage kernel is feeded with norm vectors or scalars instead of matrices.

#### Syntax

```
1 K = QFCAPX(ax, bx, ay, by, theta)
```

#### Description

**K = QFCAPX(ax, bx, ay, by, theta)** computes quadratic distances between data points and parametrize it with height and length scales. Computes distance with quadratic euclidian norm.

#### Input Arguments

**ax** vector of cosine simulation components.

**bx** vector of cosine simulation components.

**ay** vector of sine simulation components.

**by** vector of sine simulation components.

**theta** vector of kernel parameters.

#### Output Arguments

**K** noise free covarianc matrix.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initQFCAPX](#)
- [meanPolyQFCAPX](#)

Created on February 15, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```

1 function K = QFCAPX(ax, bx, ay, by, theta)
2     arguments
3         % validate data as real vector of same size
4         ax (:,:) double {mustBeReal}
5         bx (:,:) double {mustBeReal, mustBeFitSize(ax,bx)}
6         ay (:,:) double {mustBeReal, mustBeFitSize(ax,ay)}
7         by (:,:) double {mustBeReal, mustBeFitSize(ax,by)}
8         % validate kernel parameters as 1x2 vector
9         theta (1,2) double {mustBeReal}
10    end
11
12    % get number of observations for each dataset, cosine and sine
13    M = length(ax);
14    N = length(bx);
15
16    % expand covariance parameters, variance and lengthscale
17    c2 = 2 * theta(2)^2; % 2*s1^2
18    c1 = theta(1) * c2;   % s2f * c
19
20    % allocate memory for K
21    K = zeros(M, N);
22
23    % loop through observation points and compute the covariance for each
24    % observation against another
25    for m = 1:M
26        for n = 1:N
27            % get distance between m-th and n-th observation
28            % compute distance with quadratic frobenius normed vectors
29            r2 = (ax(m) - bx(n))^2 + (ay(m) - by(n))^2;
30
31            % engage lengthscale and variance on distance
32            K(m,n) = c1 / (c2 + r2);
33
34        end
35    end
36
37
38    function mustBeFitSize(a, b)
39        % Test for equal size
40        if ~isequal(size(a,2), size(b,2))
41            eid = 'Size:notEqual';
42            msg = 'Sizes of are not fitting.';
43            throwAsCaller(MException(eid,msg))
44        end
45    end

```

### E.4.2.13.2 meanPolyQFCAPX

Basis or trend function to compute the H matrix as set of  $h(x)$  vectors for each predictor to apply a mean feature space as polynom approximated mean with beta coefficients. Compute H matrix to estimate beta. Vectors instead of matrices norming is place at input stage.

#### Syntax

```
1 H = meanPolyQFCAPX(X, degree)
```

#### Description

**H = meanPolyQFCAPX(X, degree)** build polynom by passed data.

#### Input Arguments

**X** vector data.

**degree** polynom degree.

#### Output Arguments

**H** polynom.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initQFCAPX](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function H = meanPolyQFCAPX(X, degree)
2 % get number of observations
3 N = length(X);
4
5 % returns only ones if p = 0
6 H = ones(degree + 1, N);
7
8 % compute polynom for degrees > 0
9 if degree > 0
10     H(2, :) = X';
11 end
```

```
12 % compute none linear polynomials if degree > 1
13 if degree > 1
14     for p = 2:degree
15         H(p+1,:) = X'.^p;
16     end
17 end
18 end
19 end
```

### E.4.2.13.3 initQFCAPX

Attaches QFCAPX kernel to model struct. Depending on mean options attach zero mean functions and sets all related kernel parameters and dependencies to zero. If mean is polynom fitting, attaches meanPolyQFCAPX as basis function to build polynom matrix H and sets a none zero mean function. Computes dataset inputs vectors or scalars. Kernel works on vector data.

#### Syntax

```
1 Md1 = initQFCAPX(Md1)
```

#### Description

**Md1 = initQFCAPX(Md1)** loads approximated quadratic fraction covariance function and basis function depending on mean in **Md1** struct. Sets input function to Frobenius Norm. Reprocess training matrix data to vector data.

#### Input Arguments

**Md1** struct with model parameter and training data.

#### Output Arguments

**Md1** struct with attached kernel functionality

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: QFCAPX, meanPolyQFCAPX, frobeniusNorm
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initKernel](#)
- [meanPolyQFCAPX](#)
- [QFCAPX](#)
- [frobeniusNorm](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initQFCAPX(Mdl)
2
3 % set QFC kernel function
4 Mdl.kernelFun = @QFCAPX;
5
6 % set input transformation function to apply adjustments to
7 % covariance function, norm input matrice with frobenius norm to scalar or
8 % vectors.
9 Mdl.inputFun = @(X) frobeniusNorm(X, false);
10
11 % transform traning data to vectors
12 Ncos = zeros(Mdl.N, 1);
13 Nsin = zeros(Mdl.N, 1);
14 for n = 1:Mdl.N
15     Ncos(n) = Mdl.inputFun(Mdl.Xcos(:,:,n));
16     Nsin(n) = Mdl.inputFun(Mdl.Xsin(:,:,n));
17 end
18
19 % update training data with norm vectors
20 Mdl.Xcos = Ncos;
21 Mdl.Xsin = Nsin;
22
23 % set mean function to compute cosine and sine H matrix
24 switch Mdl.mean
25     % zero mean m(x) = 0
26     case 'zero'
27         % set polyDegree to -1 for no polynom indication
28         Mdl.polyDegree = -1;
29
30         % set basis function
31         Mdl.basisFun = @(X) 0;
32
33         % mean by polynom m(x) = H' * beta
34         case 'poly'
35             % set basis function produces a (polyDeg+1)xN H matrix
36             Mdl.basisFun = @(X) meanPolyQFCAPX(X, Mdl.polyDegree);
37
38         % end mean select QFC kernel
39         otherwise
40             error('Unknown mean function .', Mdl.mean);
41 end
42 end
```

#### **E.4.2.14 kernelQFC**

Kernel implementation for quadratic fractional covariance (QFC) kernel. The module contains the covariance function, a mean function to build up polynoms to approximation use and a init function to module into regression model.

##### **QFC**

Covariance function to compute K matrix and k vector on matrix data.

##### **meanPolyQFC**

Builds up mean polynom on matrix data.

##### **initQFC**

Initiates kernel into regression model.

#### **See Also**

- [initGPR](#)
- [initKernel](#)
- [initKernelParameters](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### E.4.2.14.1 QFC

Quadratic Fractional Covariance function. Computes covariance matrix K. Works with raw matrix data. Precise solution.

##### Syntax

```
1 K = QFC(Ax, Bx, Ay, By, theta)
```

##### Description

**K = QFC(Ax, Bx, Ay, By, theta)** computes quadratic distances between data points and parametrize it with height and length scales. Computes distance with quadratic Frobenius Norm.

##### Input Arguments

**Ax** matrix of cosine simulation components.

**Bx** matrix of cosine simulation components.

**Ay** matrix of sine simulation components.

**By** matrix of sine simulation components.

**theta** vector of kernel parameters.

##### Output Arguments

**K** noise free covarianc matrix.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: sum
- MAT-files required: None

##### See Also

- [initQFC](#)
- [meanPolyQFC](#)

Created on November 06. 2019 by Klaus Juenemann. Copyright Klaus Juenemann 2019.

```

1 function K = QFC(Ax, Bx, Ay, By, theta)
2     arguments
3         % validate data as real matrices of same size in 1st and 2nd dimension
4         Ax (:,:, :) double {mustBeReal}
5         Bx (:,:, :) double {mustBeReal, mustBeFitSize(Ax,Bx)}
6         Ay (:,:, :) double {mustBeReal, mustBeFitSize(Ax,Ay)}
7         By (:,:, :) double {mustBeReal, mustBeFitSize(Ax,By)}
8         % validate kernel parameters as 1x2 vector
9         theta (1,2) double {mustBeReal}
10    end
11
12    % get number of observations for each dataset, cosine and sine matrices have
13    % equal sizes just extract size from one
14    [~, ~, M] = size(Ax);
15    [~, ~, N] = size(Bx);
16
17    % expand covariance parameters, variance and lengthscale
18    c2 = 2 * theta(2)^2; % 2*s1^2
19    c1 = theta(1) * c2;   % s2f * c
20
21    % allocate memory for K
22    K = zeros(M, N);
23
24    % loop through observation points and compute the covariance for each
25    % observation against another
26    for m = 1:M
27        for n = 1:N
28            % get distance between m-th and n-th observation
29            distCos = Ax(:,:,:m) - Bx(:,:,:n);
30            distSin = Ay(:,:,:m) - By(:,:,:n);
31
32            % compute quadratic frobenius norm distance as separated
33            % distances of cosine and sine, norm of vector fields
34            r2 = sum(distCos .^ 2 , 'all') + sum(distSin .^ 2 , 'all');
35
36            % engage lengthscale and variance on distance
37            K(m,n) = c1 / (c2 + r2);
38        end
39    end
40
41
42 function mustBeFitSize(A, B)
43     % Test for equal size
44     if ~isequal(size(A,1,2), size(B,1,2))
45         eid = 'Size:notEqual';
46         msg = 'Sizes of  are not fitting.';
47         throwAsCaller(MException(eid,msg))
48     end
49 end

```

### E.4.2.14.2 meanPolyQFC

Basis or trend function to compute the H matrix as set of  $h(x)$  vectors for each predictor to apply a mean feature space as polynom approximated mean with beta coefficients. Compute H matrix to estimate beta.

#### Syntax

```
1 H = meanPolyQFC(X, degree)
```

#### Description

**H = meanPolyQFC(X, degree)** build polynom by passed data. Fires Frobenius Norm on matrix data.

#### Input Arguments

**X** matrix data.

**degree** polynom degree.

#### Output Arguments

**H** polynom.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: frobeniusNorm
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initQFC](#)
- [frobeniusNorm](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function H = meanPolyQFC(X, degree)
2 % get number of observations
3 [~, ~, N] = size(X);
4
5 % returns only ones if p = 0
6 H = ones(degree + 1, N);
7
8 % compute polynom for degrees > 0
9 if degree > 0
10     for n = 1:N
11         H(2,n) = frobeniusNorm(X(:, :, n), false);
```

```
12     end
13 end
14
15 % compute none linear polynoms if degree > 1
16 if degree > 1
17     for p = 2:degree
18         H(p+1,:) = H(2,:).^p;
19     end
20 end
21 end
```

### E.4.2.14.3 initQFC

Attaches QFC kernel to model struct. Depending on mean options attach zero mean functions and sets all related kernel parameters and dependencies to zero. If mean is polynom fitting, attaches meanPolyQFC as basis function to build polynom matrix H and sets a none zero mean function. Bypasses dataset inputs as they are. Kernel works on matrix data.

#### Syntax

```
1 Md1 = initQFC(Md1)
```

#### Description

**Md1 = initQFC(Md1)** loads quadratic fraction covariance function and basis function depending on mean in **Md1** struct. Sets input function as bypass.

#### Input Arguments

**Md1** struct with model parameter and training data.

#### Output Arguments

**Md1** struct with attached kernel functionality

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: QFC, meanPolyQFC
- MAT-files required: None

#### See Also

- [initKernel](#)
- [meanPolyQFC](#)
- [QFC](#)

Created on February 15, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function Mdl = initQFC(Mdl)
2
3     % set QFC kernel function
4     Mdl.kernelFun = @QFC;
5
6     % set input transformation function to apply adjustments to
7     % covariance function, here bypass inputs as they are, no transformation of
8     % training data needed
9     Mdl.inputFun = @(X) X;
10
11    % set mean function to compute cosine and sine H matrix
12    switch Mdl.mean
13        % zero mean m(x) = 0
14        case 'zero'
15            % set polyDegree to -1 for no polynom indication
16            Mdl.polyDegree = -1;
17
18        % set basis function
19        Mdl.basisFun = @(X) 0;
20
21        % mean by polynom m(x) = H' * beta
22        case 'poly'
23            % set basis function produces a (polyDeg+1)xN H matrix
24            Mdl.basisFun = @(X) meanPolyQFC(X, Mdl.polyDegree);
25
26        % end mean select QFC kernel
27        otherwise
28            error('Unknown mean function %.', Mdl.mean);
29    end
30 end
```

#### **E.4.2.15 basicMathFunctions**

Set of basic algebraic, analytic and trigonometric functions.

##### **sinoids2angles**

Converts sinoids to angles.

##### **angles2sinoids**

Converts angles to sinoids.

##### **decomposeChol**

Performs a Cholesky Decomposition of a matrix to its lower triangle matrix. Returns logarithmic determinate of the matrix as side product.

##### **frobeniusNorm**

Computes the Frobenius Norm of a matrix.

##### **computeInverseMatrixProduct**

Computes the product of an inverted matrix A and a vector b or a matrix B by the represented lower triangle matrix L of Cholesky decomposed A.

##### **computeTransposeInverseProduct**

Computes the both side porduct of an inverted matrix A with a vector b or matrix B (left product) and the transposed vector b or matrix B (right product).

##### **addNoise2Covariance**

Additive noise for noisy GPR observations. Add noise along covariance matrix diagonal.

##### **computeAlphaWeights**

Computes regression weights by residual of regression targets and regression mean values.

##### **computeStdLogLoss**

Computes standardized logarithmic loss of test data and predicted data.

##### **computeLogLikelihood**

Computes regression evidence as log marginal likelihood.

##### **estimateBeta**

Compute polynom coefficients for mean approximation on training data.

Created on February 14. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

#### E.4.2.15.1 sinoids2angles

Computes angles in rad or degree by passed sinoids and radius. The angle calculation is assigned in two steps. At first compute bare angles by acos and asin functions. Divide therefore the corresponding sinoid by the radius. Furthermore the result from acos is used with an interval correction given by the second results from the asin function. The amplitudes of the sinoids must be one or near to one.

So angle computation relates to the unit circle with dependencies of

$$f_{rad} = \sqrt{f_{sin}^2 + f_{cos}^2}$$

and computes intermediate angle results in rad of

$$f_c = \arccos\left(\frac{f_{cos}}{f_{rad}}\right)$$

$$f_s = \arcsin\left(\frac{f_{sin}}{f_{rad}}\right)$$

$$f_a = \arctan 2\left(\frac{f_{sin}}{f_{cos}}\right)$$

The final angle result is computed by cosine intermediate result which uses the sine intermediate result as threshold to decide when angles must be enter the third quadrant of the unit circle. A the second angle reconstruction can be achieved by the atan2 function which has although an interval shift at 180 degree. It implies to use the sine results as threshold too.

#### Syntax

```
1 [fang, fc, fs, fa] = sinoids2angles(fsin, fcos, frad, rad)
```

#### Description

**[fang, fc, fs, fa] = sinoids2angles(fsin, fcos, frad, rad)** returns angles in rad or degrees given by corresponding sinoids and radius. Set rad flag to false if angles in degrees are needed.

#### Examples

```
1 phi = linspace(0, 2*pi, 100);
2 fsin = sin(phi);
3 fcov = cos(phi);
4 frad = sqrt(fsin.^{}2 + fcov.^{}2);
5 [fang, fc, fs, fa] = sinoids2angles(fsin, fcov, frad, true)
```

### Input Arguments

**fsin** is a scalar or vector with sine information to corresponding angle.

**fcov** is a scalar or vector with cosine information to corresponding angle.

**frad** is a scalar or vector which represents the radius of each sine and cosine position.

**rad** is a boolean flag. If it is false the resulting angles are converted into degrees. If it is true fang is returned in rad. Default is true.

**how** is char vector which gives option how to reconstruct angles via acos or atan2 function. Default is atan2. Both methods use asin function as threshold to switch 180 intervall.

### Output Arguments

**fang** is a scalar or vector with angles in rad or degree corresponding to the sine and cosine inputs.

**fc** is a scalar or vector with angles directly computed by cosine and radius.

**fs** is a scalar or vector with angles directly computed by sine and radius.

**fa** is a scalar or vector with angles directly computed by sine and cosine.

### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: acos, asin
- MAT-files required: None

### See Also

- [angles2sinoids](#)

Created on December 31. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function [fang, fc, fs, fa] = sinoids2angles(fsin, fcov, frad, rad, how)
2     arguments
3         % validate sinoids and radius as scalar or vector of the same size
4         fsin (:,1) double {mustBeReal}
5         fcov (:,1) double {mustBeReal, mustBeEqualSize(fsin, fcov)}
6         frad (:,1) double {mustBeReal, mustBeEqualSize(fsin, frad)}
7         % validate rad as boolean flag with default true
8         rad (1,1) logical {mustBeNumericOrLogical} = true
9         % validate how as char option flag with default atan2
10        how (1,:) char {mustBeText} = 'atan2'
11    end
12
13    % compute angles by cosine, sine and radius
14    fc = acos(fcov ./ frad);
15    fs = asin(fsin ./ frad);
16    fa = atan2(fsin, fcov);
17
18    % get indices for interval > 180
19    idx = fs < 0;
20
21    switch how
22        case 'acos'
23            % angles from cosine
24            fang = fc;
25
26            % correct 180 interval
27            fang(idx) = -1 * fang(idx) + 2 * pi;
28
29        case 'atan2'
30            fang = fa;
31
32            % correct 180 interval
33            fang(idx) = fang(idx) + 2 * pi;
34
35        otherwise
36            error('Unknow arc function for reconstruction: %s.', how)
37    end
38
39    % return degrees if not rad
40    if ~rad, fang = 180 / pi * fang; end
41 end
42
43 % Custom validation function
44 function mustBeEqualSize(a,b)
45     % Test for equal size
46     if ~isequal(size(a),size(b))
47         eid = 'Size:notEqual';
48         msg = 'Size of first input must equal size of second input.';
49         throwAsCaller(MException(eid,msg))
50     end

```

51 | [end](#)

### E.4.2.15.2 angles2sinoids

Converts angles (rad or degree) to sine and cosine waves with respect to a period factor which gives the ability to abstract higher periodicity. Additionally the angles are recalculated according to passed period factor.

Computes sine and cosine by product of angle in rad multiplied by period factor.

$$f_{sin} = \sin(p_f \cdot f_{ang})$$

$$f_{cos} = \cos(p_f \cdot f_{ang})$$

If needed a recomputation of the given angles takes place by computed sinoids.

#### Syntax

```
1 [fsin, fcos, fang] = angles2sinoids(fang, rad, pf)
```

#### Description

[fsin, fcos, fang] = angles2sinoids(fang, rad, pf) computes sinoids from passed angles in rad or degree with respect to periodicity of angles. The flag rad converts input angles from degree to rad if set to false.

#### Examples

```
1 fang = linspace(0, 360, 100);
2 [fsin, fcos, fang] = angles2sinoids(fang, true, 1)
```

#### Input Arguments

**fang** is a scalar or vector of angles in rad or degree.

**rad** is a boolean flag. Input angles are converted to rad if set to false.

**pf** is a positive integer factor. The period factor describes the periodicity of angles in data.

#### Output Arguments

**fsin** is a scalar or vector of sine values corresponding to passed angles with respect of the periodicity of angles.

**fcos** is a scalar or vector of cosine values corresponding to passed angles with respect of the periodicity of angles.

**fang** is a scalar or vector of recalculated angles with respect of periodicity.

## Requirements

- Other m-files required: sinoids2angles
- Subfunctions: sin, cos
- MAT-files required: None

## See Also

- [sinoids2angles](#)

Created on December 31. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function [fsin, fcos, fang] = angles2sinoids(fang, rad, pf)
2     arguments
3         % validate angles as scalar or vector
4         fang (:,1) double {mustBeReal}
5         % validate rad as boolean flag with default true
6         rad (1,1) logical {mustBeNumericOrLogical} = true
7         % validate period factor as positive scalar with default 1
8         pf (1,1) double {mustBeInteger, mustBePositive} = 1
9     end
10
11    % if rad flag is false and angles in degree convert to rad
12    if ~rad, fang = fang * pi / 180; end
13
14    % calculate sinoids
15    fsin = sin(pf * fang);
16    fcos = cos(pf * fang);
17
18    % compute radius
19    frad = sqrt(fcos.^2 + fsin.^2);
20
21    % recalculate angles to corrected sinoids in rad
22    if nargout > 2, fang = sinoids2angles(fsin, fcos, frad); end
23 end
```

### E.4.2.15.3 decomposeChol

Computes the Cholesky Decomposition of a symmetric positive definite matrix A and calculate the log determinate as side product of the decomposition. Computes the lower triangle matrix L.

#### Syntax

```
1 [L, logDet] = decomposeChol(A)
```

#### Description

[L, logDet] = decomposeChol(A) computes lower triangle matrix of input matrix A using the Cholesky Decomposition. As side product of the decomposition the logarithmic determinante of A is returned too.

#### Examples

```
1 A = [1.0, 0.9, 0.8;
2     0.9, 1.0, 0.9;
3     0.8, 0.9, 1.0];
4 [L, logDet] = decomposeChol(A)
5 assert(all(L*L'==A, 'all'))
6 assert(log(det(A)) == logDet)
```

#### Input Argurments

A symmetric, pos. finite double matrix of size N x N.

#### Output Argurments

L is a lower trinagle matrix of size N x N. Multiply L with its transposed to get matrix A.

logDet is a scalar and the logaritmic determinante of A. Computed along the diagonal of L.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: chol, mustBeValidMatrix
- MAT-files required: None

#### See Also

- chol

Created on January 04. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```

1 function [L, logDet] = decomposeChol(A)
2     arguments
3         A (:,:) double {mustBeReal, mustBeValidMatrix(A)}
4     end
5
6     % decompose A to lower triangle matrix
7     [L, flag]= chol(A, 'lower');
8     if flag ~= 0
9         eid = 'chol:Fail';
10        msg = 'Cholesky Decomposition fails.';
11        throwAsCaller(MException(eid,msg))
12    end
13
14    % compute log determinate of A
15    if nargout > 1, logDet = 2 * sum(log(diag(L))); end
16 end
17
18 % Custom validation function
19 function mustBeValidMatrix(A)
20     % test if is matrix
21     if ~ismatrix(A)
22         eid = 'Matrix:notMatrix';
23         msg = 'A is not a matrix.';
24         throwAsCaller(MException(eid,msg))
25     end
26     % Test for N x N
27     if ~isequal(size(A,1),size(A,2))
28         eid = 'Matrix:notNxN';
29         msg = 'Size of matrix is not N x N.';
30         throwAsCaller(MException(eid,msg))
31     end
32     % test if symmetric
33     if ~issymmetric(A)
34         eid = 'Matrix:notSymmetric';
35         msg = 'Matrix is not symmetric.';
36         throwAsCaller(MException(eid,msg))
37     end
38     % test if positive definite
39     if ~all(eig(A) >= 0)
40         eid = 'Matrix:notPosDefinite';
41         msg = 'Matrix is not pos. definte.';
42         throwAsCaller(MException(eid,msg))
43     end
44 end

```

#### E.4.2.15.4 frobeniusNorm

Computes the Frobenius Norm of a matrix A.

##### Syntax

```
1 nv = frobeniusNorm(A, approx)
```

##### Description

**frobeniusNorm(A, approx)** computes Frobenius Norm of M x N matrix. If approx is true the Norm is approximated with mean2 function.

##### Examples

```
1 A = magic(8);
2 nv = frobeniusNorm(A, approx)
```

##### Input Arguments

**A** is a M x N matrix of real values.

**apporx** is boolean flag. If true the norm is approximated. Default is false.

##### Output Arguments

**nv** is a scalar norm value.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: mean2, sqrt, sum
- MAT-files required: None

##### See Also

- QFCAPX
- meanPolyQFC

Created on January 05. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function nv = frobeniusNorm(A, approx)
2     arguments
3         % validate A as real matrix
4         A (:,:) double {mustBeReal}
5         % validate approx as flag with default false
6         approx (1,1) logical {mustBeNumericOrLogical} = false
7     end
8
9     % norm matrix
10    if approx
11        % approximate frobenius with mean and multiply with radicant of RMS
12        % frobenius norm is a RMS * sqrt(N x N), RMS >= mean
13        nv = mean2(A) * sqrt(numel(A));
14    else
15        % norm with frobenius
16        nv = sqrt(sum(A.^2, 'all'));
17    end
18 end
```

#### E.4.2.15.5 computeInverseMatrixProduct

Computes the product of an inverted matrix A represented by its Cholesky decomposed lower triangle matrix L and a vector b or even another matrix B. Solving runs column by column if a Matrix B is passed and computes the linear system to an intermediate result with the lower triangle matrix L (inner solving) and finally in an outer solving with the transposed lower triangle matrix L and the intermediate result to the final product x of the inverted matrix and vector(s).

##### Syntax

```
1 x = computeInverseMatrixProduct(L, b)
```

##### Description

**x = computeInverseMatrixProduct(L, b)** performs the inverse matrix product of matrix A and a vector b or even another matrix B. Then product is formed column by column of B. The not inverted matrix A is represented by its lower triangle matrix L (Cholesky Decomposition).

##### Examples

```
1 A = [1.0, 0.9, 0.8;
2     0.9, 1.0, 0.9;
3     0.8, 0.9, 1.0];
4 L = decomposeChol(A);
5 b = [5; 9; 0.5];
6 x = computeInverseMatrixProduct(L, b);
7 B = [5, 9;
8     0.5, 5;
9     3, -1];
10 X = computeInverseMatrixProduct(L, B);
```

##### Input Arguments

**L** is the lower triangle matrix of a matrix A.

**b** is a vector or matrix of real values.

##### Output Arguments

**x** is the product of the inverted matrix A and b.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: linsolve, mustBeLowerTriangle, mustBeFitSize
- MAT-files required: None

##### See Also

- decomposeChol
- linsolve

Created on November 06. 2019 by Klaus Jünemann. Copyright Klaus Jünemann 2019.

```

1 function x = computeInverseMatrixProduct(L, b)
2     arguments
3         % validate L as lower triangle matrix of size N x N
4         L (:,:) double {mustBeReal, mustBeLowerTriangle(L)}
5         % validate b as vecotr matrix with same row length as L
6         b (:,:) double {mustBeReal, mustBeFitSize(L, b)}
7     end
8
9     % set linsolve option for inner (lower triangle) and outer (upper triangle)
10    % solve, outer solve runs with intermediate result of inner solve
11    opts1.LT = true;
12    opts2.UT = true;
13
14    % get size of b, if b is a matrix solve column by column
15    [M, N] = size(b);
16
17    % allocate memory for product result
18    x = zeros(M, N);
19
20    % solve column by column
21    for n = 1:N
22        % compute inner solve to intermediate result vecotor
23        v = linsolve(L, b(:,n), opts1);
24
25        % save final inverse product from outer solve
26        x(:,n) = linsolve(L', v, opts2);
27    end
28
29
30    % Custom validation functions
31    function mustBeLowerTriangle(L)
32        % Test for lower triangle matrix
33        if ~istril(L)
34            eid = 'Matrix:notLowerTriangle';
35            msg = 'Matrix is not lower triangle.';
36            throwAsCaller(MException(eid,msg))
37        end
38        % Test for N x N
39        if ~isequal(size(L,1), size(L, 2))
40            eid = 'Size:notEqual';
41            msg = 'L is not size of N x N.';
42            throwAsCaller(MException(eid,msg))
43        end
44    end
45
```

```
46 function mustBeFitSize(L, b)
47 % Test for equal size
48 if ~isequal(size(L,1), size(b, 1))
49     eid = 'Size:notEqual';
50     msg = 'Size of rows are not fitting.';
51     throwAsCaller(MException(eid, msg))
52 end
53 end
```

#### E.4.2.15.6 computeTransposeInverseProduct

Computes the both side product of an inverted Matrix A and a vector b (left product) and the transposed of b (right product). If matrix B is passed instead of a vector b the computation is done column by column of B. The matrix A is represented by its Cholesky decomposed lower triangle matrix L. The computation is optimized so it does a linear solve with lower triangle matrix to intermediate result vector. The final both side product is now the transpose of intermediate result multiplied with intermediate results itself. So a outer linear solve is not needed anymore.

##### Syntax

```
1 x = computeTransposeInverseProduct(L, b)
```

##### Description

**x = computeTransposeInverseProduct(L, b)** linear solve the equation system to a intermediate result and get the both side transpose inverse product of A and b by multiply the transpose intermediate result with intermediate result itself.

##### Examples

```
1 A = [1.0, 0.9, 0.8;
2     0.9, 1.0, 0.9;
3     0.8, 0.9, 1.0];
4 L = decomposeChol(A);
5 b = [5; 9; 0.5];
6 x = computeTransposeInverseProduct(L, b);
7 B = [5, 9;
8     0.5, 5;
9     3, -1];
10 X = computeTransposeInverseProduct(L, B);
```

##### Input Arguments

**L** is the lower triangle matrix of a matrix A.

**b** is a vector or matrix of real values.

##### Output Arguments

**x** is the both side product of the inverted matrix A and b and transposed b.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: linsolve, mustBeLowerTriangle, mustBeFitSize
- MAT-files required: None

**See Also**

- [decomposeChol](#)
- [linsolve](#)

Created on November 06, 2019 by Klaus Jünemann. Copyright Klaus Jünemann 2019.

```
1 function x = computeTransposeInverseProduct(L, b)
2     arguments
3         % validate L as lower triangle matrix of size N x N
4         L (:,:) double {mustBeReal, mustBeLowerTriangle(L)}
5         % validate b as vector matrix with same row length as L
6         b (:,:) double {mustBeReal, mustBeFitSize(L, b)}
7     end
8
9     % set linsolve option to solve with lower triangle matrix
10    opts.LT = true;
11
12    % get size of b, if b is a matrix solve column by column
13    [M, N] = size(b);
14
15    % allocate memory for intermediate result
16    v = zeros(M, N);
17
18    % solve column by column
19    for n=1:N
20        % save to intermediate result columns
21        v(:,n) = linsolve(L, b(:,n), opts);
22    end
23
24    % get final product by multiply transposed intermediate result with itself
25    x = v' * v;
26
27
28    % Custom validation functions
29    function mustBeLowerTriangle(L)
30        % Test for lower triangle matrix
31        if ~istril(L)
32            eid = 'Matrix:notLowerTriangle';
33            msg = 'Matrix is not lower triangle.';
34            throwAsCaller(MException(eid,msg))
35        end
36        % Test for N x N
37        if ~isequal(size(L,1), size(L, 2))
38            eid = 'Size:notEqual';
39            msg = 'L is not size of N x N.';
40            throwAsCaller(MException(eid,msg))
41        end
42    end
43
```

```
44 function mustBeFitSize(L, b)
45 % Test for equal size
46 if ~isequal(size(L,1), size(b, 1))
47     eid = 'Size:notEqual';
48     msg = 'Size of rows are not fitting.';
49     throwAsCaller(MException(eid, msg))
50 end
51 end
```

#### E.4.2.15.7 addNoise2Covariance

Add noise to covariance matrix for noisy observations. Add noise along matrix diagonal.

##### Syntax

```
1 Ky = addNoise2Covariance(K, s2n)
```

##### Description

**Ky** = **addNoise2Covariance(K, s2n)** witch on additive noise on covariance matrix diagonal. Uses eye matrix as mask.

##### Examples

```
1 addNoise2Covariance(zeros(4), 2)
```

##### Input Arguments

**K** N x N covariance matrix. Noise free.

**s2n** real scalar value.

##### Output Arguments

**Ky** covariance matrix for noisy observations.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: eye, mustBeSquareMatrix
- MAT-files required: None

##### See Also

- [initKernelParameters](#)

Created on November 06. 2019 by Klaus Jünemann. Copyright Klaus Jünemann 2019.

```
1 function Ky = addNoise2Covariance(K, s2n)
2     arguments
3         % validate K as square matrix
4         K (:,:) double {mustBeReal, mustBeSquareMatrix(K)}
5         % validate s2n as scalar value
6         s2n (1,1) double {mustBeReal}
7     end
8
9     % add noise with eye matrix
10    Ky = K + s2n * eye(size(K));
11 end
12
13 % Custom validation functions
14 function mustBeSquareMatrix(K)
15     % Test for N x N
16     if ~isequal(size(K,1), size(K, 2))
17         eid = 'Size:notEqual';
18         msg = 'K is not size of N x N.';
19         throwAsCaller(MException(eid,msg))
20     end
21 end
```

#### E.4.2.15.8 computeAlphaWeights

Computes alpha weights from feature space product  $H^T \beta$  and target vector  $y$  as product with inverse covariance matrix with additive noise  $Ky^{-1}$  represented by its Cholesky decomposed lower triangle matrix  $L$ .  $Ky^{-1} * (y - m(x))$ .

##### Syntax

```
1 alpha = computeAlphaWeights(L, y, m)
```

##### Description

**alpha = computeAlphaWeights(L, y, m)** prepare data and forward it to matrix computation.

##### Input Arguments

**L** lower triangle matrix of Cholesky decomposed K matrix.

**y** regression target vector.

**m** regression mean vector.

##### Output Arguments

**alpha** regression weights.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: `computeInverseMatrixProduct`
- MAT-files required: None

##### See Also

- `decomposeChol`
- `computeInverseMatrixProduct`
- `initKernelParameters`

Created on November 06, 2019 by Klaus Juenemann. Copyright Klaus Juenemann 2019.

```
1 function alpha = computeAlphaWeights(L, y, m)
2 % get residual
3 residual = y - m;
4 % L and residual is validated in computation below, get weights
5 alpha = computeInverseMatrixProduct(L, residual);
6 end
```

#### E.4.2.15.9 computeStdLogLoss

Compute SLL loss between test targets and predictive mean dependend on predictive variance plus used variance for noisy covariance matrix as variance of normal distribution over predictive means  $s2 = fcov + s2n$ . The pred functions returns the standard deviation s so sqrt of the variance.

##### Syntax

```
1 [SLL, SE, s2] = computeStdLogLoss(y, fmean, s)
```

##### Description

**[SLL, SE, s2] = computeStdLogLoss(y, fmean, s)** compute standardized logarithmic loss by squared error of ideal test data predicted data and standard deviation of predicted data.

##### Input Arguments

**y** column vector of ideal data to compare with.

**fmean** column vector of predictive mean.

**s** column vector of standard deviation related to predictive mean.

##### Output Arguments

**SLL** column vector of standardized logarithmic loss.

**SE** squared error between **y** and **fmean**.

**s2** variance column vector.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: log
- MAT-files required: None

##### See Also

- [predFrame](#)
- [predDS](#)
- [lossDS](#)

Created on February 15. 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function [SLL, SE, s2] = computeStdLogLoss(y, fmean, s)
2     arguments
3         % validate inputs as real column vectors of same length
4         y (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
5         fmean (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector, mustBeEqualSize(y, fmean)}
6         s (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector, mustBeEqualSize(y, s)}
7     end
8     % squared error
9     SE = (y - fmean).^2;
10
11    % s as standard deviation of nomal distributed fmean so square it for
12    % variance.
13    s2 = s.^2;
14
15    % logarithmic error
16    SLL = 0.5 * (log(2 * pi * s2) + SE ./ s2);
17 end
18
19 % Custom validation functions
20 function mustBeEqualSize(a, b)
21     if ~isequal(length(a), length(b))
22         eid = 'Size:notEqual';
23         msg = 'Vectors must be the same length.';
24         throwAsCaller(MException(eid, msg))
25     end
26 end
```

#### E.4.2.15.10 computeLogLikelihood

Computes the marginal log likelihood as evidence of the current trained model parameter by solving the equation  $\log p(\mathbf{y}|\mathbf{X}, \alpha, \log|\mathbf{K}_y|) = -\frac{1}{2} * (\mathbf{y} - \mathbf{m})^T \alpha - \frac{1}{2} \log|\mathbf{K}_y| - N/2 \log(2\pi)$  where  $\alpha$  is the inverse matrix product of  $\alpha = \mathbf{K}_y^{-1} * (\mathbf{y} - \mathbf{m})$ .

##### Syntax

```
1 computeLogLikelihood(y, m, alpha, logDet, N)
```

##### Description

**computeLogLikelihood(y, m, alpha, logDet, N)**

##### Input Arguments

**y** column vector of regression targets.

**m** column vector of regression means.

**y** column vector of regression weights.

**logDet** real scalar of K matrix log determinate.

**N** number of observations. Number of reference angles.

##### Output Arguments

**lml** real scalar of log marginal likelihood.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

##### See Also

- [decomposeChol](#)
- [computeAlphaWeights](#)
- [initKernelParameters](#)

Created on February 15, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function lml = computeLogLikelihood(y, m, alpha, logDet, N)
2     arguments
3         % validate inputs as real column vectors
4         y (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
5         % m can be zero if zero gpr runs
6         m (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector}
7         alpha (:,1) double {mustBeReal, mustBeVector, mustBeEqualSize(y, alpha)}
8         % validate inputs as real scalar
9         logDet (1,1) double {mustBeReal}
10        N (1,1) double {mustBeReal}
11    end
12
13    % get residual of targets and mean
14    residual = y - m;
15
16    % compute log marginal likelihood
17    lml = -0.5 * (residual' * alpha + logDet + N * log(2 * pi));
18 end
19
20 % Custom validation functions
21 function mustBeEqualSize(a, b)
22     if ~isequal(length(a), length(b))
23         eid = 'Size:notEqual';
24         msg = 'Vectors must be the same length.';
25         throwAsCaller(MException(eid, msg))
26     end
27 end
```

#### E.4.2.15.11 estimateBeta

Find beta coefficients to basis matrix H and the current set of hyperparameters theta as vector of s2f and sl, s2n represented by the current inverse of noisy covariance matrix Ky<sup>-1</sup> and the feature target vector y of the observations. It calculates several inverse Matrix products so instead passing the current Ky the function uses the infront decomposed lower triangle matrix L of Ky.

##### Syntax

```
1 [beta, alpha0]= estimateBeta(H, L, y)
```

##### Description

**[beta, alpha0]= estimateBeta(H, L, y)** compute polynom coefficients to solve mean approximation.

##### Input Arguments

**H** basis matrix of training data. Polynomial represents of training data.

**L** lower triangle matrix of decomposed K matrix.

**y** regression targets.

##### Output Arguments

**beta** beta coefficients for polynomial approximation with basis matrix **H**.

**alpha0** regression weights based on regression targets **y**.

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: chol, computeInverseMatrixProduct, computeTransposeInverseProduct
- MAT-files required: None

##### See Also

- computeInverseMatrixProduct
- computeTransposeInverseProduct
- initKernelParameters

Created on February 15, 2021 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2021.

```
1 function [beta, alpha0]= estimateBeta(H, L, y)
2 % Ky^-1 * y
3 alpha0 = computeInverseMatrixProduct(L, y);
4
5 % H * Ky^-1 * HT
6 alpha1 = computeTransposeInverseProduct(L, H');
7
8 % (H * Ky^-1 * HT)^-1 * H
9 L1 = chol(alpha1, 'lower');
10 alpha2 = computeInverseMatrixProduct(L1, H);
11
12 % ((H * (Ky^-1 * HT))^-1 * H) * (Ky^-1 * y)
13 beta = alpha2 * alpha0;
14 end
```

### E.4.3 util

The main property of this module is to contain functions and classes which are used in different scenarios or reused in different modules. So they are providing a more general use case and not a specific one e.g. like a certain algebra function that almost or always computes the same use case. The util classificated source code solve module unrelated tasks.

#### **removeFilesFromDir**

Remove files from passed directory and identifier. Return a operation status if files are removed successful or not.

#### **publishFilesFromDir**

Publish m-files with Matlab built-in publish mechanism, scan m-files from directory recursively.

#### **plotFunctions**

A submodule to contain plot functions for general and specific use on data or datasets.

Created on October 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.4.3.1 removeFilesFromDir

Remove files from passed direcotory.

#### Syntax

```
1 removeStatus = removeFilesFromDir(directory)
2 removeStatus = removeFilesFromDir(directory, filePattern)
```

#### Description

**removeStatus = removeFilesFromDir(directory)** removes all files that are located in the passed directory and returns a logical 1 if the operation was successful or 0 if not. The directory argument must be char vector of 1xN and valid path to a existing directory.

**removeStatus = removeFilesFromDir(directory, filePattern)** removes all files in the located directory which matches the passed file pattern. The filePattern argument must be be char vector of 1xN. It is an optional argument with a default value of '\*.\*', valid file patterns can be filenames which part replace names by \* character before the dot and exisiting file extensions e.g. myfile\_\*\_.m or \*.txt and so on.

#### Examples

```
1 d = fullfile('rootPath', 'subfolder')
2 rs = removeFileFromDir(d)
```

```
1 d = fullfile('rootPath', 'subfolder')
2 rs = removeFileFromDir(d, '*.mat')
```

#### Input Arguments

**directory** char vector, path directory in which to scan for files with file pattern and to delete found files.

**filePattern** char vector of file pattern with extension. Default is to delete all files. Possible patterns can be passed with filename parts with start operator as place holder.

#### Output Arguments

**removeStatus** locgical scalar which is true if all files wich matches the file pattern are deleted successfully from passed directory path.

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- fullfile
- dir
- delete
- isfile
- isempty
- ismember
- mustBeFolder
- mustBeText

Created on October 10. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function [removeStatus] = removeFilesFromDir(directory, filePattern)
2     arguments
3         % validate directory
4         directory (1,:) char {mustBeFolder}
5         % validate filePattern
6         filePattern (1,:) char {mustBeText} = '*.'
7     end
8     % parse pattern for dir
9     parsePattern = fullfile(directory, filePattern);
10    % parse directory, returns struct
11    filesToRemove = dir(parsePattern);
12    % delete files, transpose to loop through struct
13    for file = filesToRemove'
14        % check before delete
15        filePath = fullfile(file.folder, file.name);
16        if isfile(filePath)
17            delete(filePath);
18        end
19    end
20    % check if dir returns an empty struct now
21    check = dir(parsePattern);
22    removeStatus = isempty(~ismember({check.name}, {'.', '..'}));
23 end
```

### E.4.3.2 publishFilesFromDir

Publish m-files from given directory with passed publishing options.

#### Syntax

```
1 publishFilesFromDir(directory, PublishOptions)
2 publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, recursive)
3 publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, recursive, verbose)
```

#### Description

**publishFilesFromDir(directory, PublishOptions)** publish m-files which are located in the passed directory with options from passed publishing options struct which is must be strictly formatted after given example from Matlab documentation.

**publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, recursive)** publishing like described before but scan the directory recursively for m-files. Default is false for do not recursively.

**publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, recursive, verbose)** with optional verbose set to true the published html files will be displayed in the prompt. Default is false.

#### Examples

```
1 directory = 'src';
2 PublishOptions = struct;
3 PublishOptions.outputDir = 'src/html';
4 PublishOptions.evalCode = false;
5 publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, true)
```

```
1 load('config.mat', 'srcPath', 'PublishOptions')
2 publishFilesFromDir(srcPath, PublishOptions, true, true)
```

#### Input Arguments

**directory** char vector, path to directory where m-files are located to publish.

**PublishOptions** struct which contains publishing options for the Matlab publish function.

**recursive** logical scalar which directs the function to scan recursively for m-files in passed directory if true. Default is false.

**verbose** logical scalar which determines to display the filenames and path to published file if true. Default is false.

#### Output Arguments

**None**

**Requirements**

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

**See Also**

- [dir](#)
- [fullfile](#)
- [publish](#)

Created on October 31, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function publishFilesFromDir(directory, PublishOptions, recursive, verbose)
2 %arguments
3 % validate directory if exist
4 directory (1,:) char {mustBeFolder}
5 % validate Publish options if it is a struct
6 PublishOptions (1,1) struct {mustBeA(PublishOptions, ["struct"])}
7 % validate recursive if logical
8 recursive (1,1) logical {mustBeNumericOrLogical} = false
9 verbose (1,1) logical {mustBeNumericOrLogical} = false
10 end
11
12 % file extension is alway m-file
13 ext = '*.m';
14
15 % recursive parsing for files with dir function needs a certain regex
16 if recursive
17     pathPattern = fullfile(directory, '**', ext);
18 else
19     pathPattern = fullfile(directory, ext);
20 end
21
22 % scan directory for files returns a column struct with path fields
23 files = dir(pathPattern);
24
25 % transpose files struct and loop through for publish
26 for file = files'
27     % if not dir must be file
28     if ~file.isdir
29         % build path by struct field for recursive tree
30         written = publish(fullfile(file.folder, file.name), PublishOptions);
31         if verbose
32             disp(written);
```

```
33      end
34      end
35      end
36 end
```

### **E.4.3.3 plotFunctions**

Project related reusable plots for datasets and results.

#### **plotTDKTransferCurves**

Plot transfer curves for bridge output voltages of TDK TAS2141.

#### **plotKMZ60TransferCurves**

Plot transfer curves for bridge output voltages of NXP KMZ60.

#### **plotKMZ60CharField**

Plot NXP KMZ60 characterization field and slice around 0, 5, 10 and 15 kA/m.

#### **plotKMZ60CharDataset**

Explore the basic dataset of characterized NXP AMR sensor KMZ60 and plot the dataset content to visualize the base of dipole simulations.

#### **plotSimulationDatasetCircle**

Plot circular path of Hx, Hy and Vcos, Vsin at each sensor array position. Normed to max overall array positions and normed to max at each array position.

#### **plotSimulationCosSinStats**

Statistical compare plot of Vcos and Vsin output voltages for each sensor array members.

#### **plotSimulationSubset**

Plot subset of angles and sensor array position from training or test dataset.

#### **plotSingleSimulationAngle**

Plot single rotation step of test or training dataset.

#### **plotSimulationDataset**

Plot simulation test or training dataset created by sensor array simulation.

#### **plotTDKCharField**

Plot TDK TAS2141 characterization field and slice around 0, 5, 10 and 15 kA/m.

#### **plotTDKCharDataset**

Explore the basic dataset of characterized TDK TMR Sensor TAS2141 and plot the dataset content to visualize the base of dipole simulations.

**plotDipoleMagnet**

Plot dipole magnet and its approximation as spherical magnet from constants set in config file. Plot magnet in rest position.

Created on October 24. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

#### E.4.3.3.1 plotTDKCharDataset

Explore TDK TAS2141 characterization dataset and plot its content.

##### Syntax

```
1 plotTDKCharDataset()
```

##### Description

**plotTDKCharDataset()** explores the dataset and plot its content in three docked figure windows. Loads dataset location from config.mat.

##### Examples

```
1 plotTDKCharDataset();
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/TDK\_TAS2141\_Characterization\_2020-10-22\_18-12-16-827.mat, data/config.mat

##### See Also

- [plot](#)
- [imagedesc](#)
- [polarplot](#)

Created on October 24, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotTDKCharDataset()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.tdkDatasetPath, 'Data', 'Info');
6         %     close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9    end
10
11    % figure save path for different formats
12    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14    fig1Filename = 'tdk_magnetic_stimulus';
15    fig1Path = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fig1Filename);
16
17    fig2Filename = 'tdk_bridge_charistic';
18    fig2Path = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fig2Filename);
19
20    % load needed data from dataset in to local variables for better handling
21    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
22    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
23    % check if modulation fits to following reconstructioning
24    if ~strcmp("triang", Info.MagneticField.Modulation)
25        error("Modulation function is not triang.");
26    end
27    if ~(strcmp("cos", Info.MagneticField.CarrierHx) && ...
28        strcmp("sin", Info.MagneticField.CarrierHy))
29        error("Carrier functions are not cos or sin.");
30    end
31
32    % modulation frequency
33    fm = Info.MagneticField.ModulationFrequency;
34    % carrier frequency
35    fc = Info.MagneticField.CarrierFrequency;
36    % max and min amplitude
37    Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
38    Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
39    % step range or window size for output picking
40    Hsteps = Info.MagneticField.Steps;
41    % resoulution of H steps
42    Hres = Info.MagneticField.Resolution;
43    % get unit strings from
44    kApm = Info.Units.MagneticFieldStrength;
45    Hz = Info.Units.Frequency;
46    mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
47
48    % get dataset infos and format strings to place in figures
49    % subtitle string for all figures
50    infoStr = join([Info.SensorManufacturer, Info.Sensor, ...

```

```

51     Info.SensorTechnology, ...
52     Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
53 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Sch\"uthe', ...
54     "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
55
56 % load characterization data
57 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge;
58 Vsip = Data.SensorOutput.SinusBridge;
59 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
60
61 % clear dataset all loaded
62 clear Data Info;
63 disp('Info:');
64 disp([infoStr; dateStr]);
65
66 % reconstruct magnetic stimulus and reduce the view for example plot by 10
67 %%%%%%%%%%%%%%%%
68 %%%%%%%%%%%%%%%%
69 % number of periods reduced by factor 10
70 reduced = 10;
71 nPeriods = fc / fm / reduced;
72 % number of samples for good looking 40 times nPeriods
73 nSamples = nPeriods * 400;
74 % half number of samples
75 nHalf = round(nSamples / 2);
76 % generate angle base
77 phi = linspace(0, nPeriods * 2 * pi, nSamples);
78 % calculate modulated amplitude, triang returns a column vector, transpose
79 Hmag = Hmax * triang(nSamples)';
80 % calculate Hx and Hy stimulus
81 Hx = Hmag .* cos(phi);
82 Hy = Hmag .* sin(phi);
83 % index for rising and falling stimulus
84 idxR = 1:nHalf;
85 idxF = nHalf:nSamples;
86 % find absolute min and max values in bridge outputs for uniform colormap
87 A = cat(3, Vcos.Rise, Vcos.Fall, Vcos.All, Vcos.Diff, Vsip.Rise, ...
88     Vsip.Fall, Vsip.All, Vsip.Diff);
89 Vmax = max(A, [], 'all');
90 Vmin = min(A, [], 'all');
91 clear A;
92
93 % figure 1 magnetic stimulus
94 %%%%%%%%%%%%%%%%
95 %%%%%%%%%%%%%%%%
96 fig1 = figure('Name', 'Magnetic Stimulus');
97 tiledlayout(fig1, 2, 2);
98
99 % title and description
100 disp("Title: Magnetic Stimulus Reconstructed H_x-/ H_y-Stimulus" + ...
101     "in Reduced View");

```

```

102 disp("Description: Stimulus for characterization in H_x and H_y in " + ...
103     "reduced period view by factor 10");
104 disp(["a) Triangle modulated cosine carrier for H_x stimulus."; ...
105     "b) Triangle modulated sine carrier for H_x stimulus."; ...
106     "c) Modulation trajectory for rising stimulus"; ...
107     "d) Modulation trajectory for falling stimulus"]);
108
109 % Hx stimulus
110 nexttile;
111 p = plot(phi, Hmag, phi, -Hmag, phi(idxR), Hx(idxR), phi(idxF), Hx(idxF));
112 set(p, {'Color'}, {'k', 'k', 'b', 'r'});
113 legend([p(1) p(3) p(4)], {'mod', 'rise', 'fall'}, 'Location', 'NorthEast');
114 xticks((0:0.25*pi:2*pi) * nPeriods);
115 xticklabels({'$0$', '$8\pi$', '$16\pi$', '$24\pi$', '$32\pi$', ...
116     '$40\pi$', '$48\pi$', '$56\pi$', '$64\pi$'});
117 xlim([0 phi(end)]);
118 ylim([Hmin Hmax]);
119 xlabel('$\phi$ in rad, Periode $\times 10$');
120 ylabel(sprintf('$H_x(\phi)$ in %s', kApm));
121 title(sprintf('a) $f_m = %1.2f %s$, $f_c = %1.2f %s$', fm, Hz, fc, Hz));
122
123 % Hy stimulus
124 nexttile;
125 p = plot(phi, Hmag, phi, -Hmag, phi(idxR), Hy(idxR), phi(idxF), Hy(idxF));
126 set(p, {'Color'}, {'k', 'k', 'b', 'r'});
127 legend([p(1) p(3) p(4)], {'mod', 'rise', 'fall'}, 'Location', 'NorthEast');
128 xticks((0:0.25*pi:2*pi) * nPeriods);
129 xticklabels({'$0$', '$8\pi$', '$16\pi$', '$24\pi$', '$32\pi$', ...
130     '$40\pi$', '$48\pi$', '$56\pi$', '$64\pi$'});
131 xlim([0 phi(end)]);
132 ylim([Hmin Hmax]);
133 xlabel('$\phi$ in rad, Periode $\times 10$');
134 ylabel(sprintf('$H_y(\phi)$ in %s', kApm));
135 title(sprintf('b) $f_m = %1.2f %s$, $f_c = %1.2f %s$', fm, Hz, fc, Hz));
136
137 % polar for rising modulation
138 nexttile;
139 polarplot(phi(idxR), Hmag(idxR), 'b');
140 p = gca;
141 p.ThetaAxisUnits = 'radians';
142 title('c) $|\vec{H}(\phi)| \cdot e^{j\phi}$, $0 < \phi < 320\pi$');
143
144 % polar for rising modulation
145 nexttile;
146 polarplot(phi(idxF), Hmag(idxF), 'r');
147 p = gca;
148 p.ThetaAxisUnits = 'radians';
149 title('d) $|\vec{H}(\phi)| \cdot e^{j\phi}$, $320 < \phi < 640\pi$');
150
151 % figure 2 cosinus bridge outputs
152 %%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

153 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
154 fig2 = figure('Name', 'Cosine and Sine Bridge', 'Position', [0 0 33 30]);
155
156 tiledlayout(fig2, 2, 2);
157
158 % title and description
159 disp("Title: Cosine and Sine Bridge. Measured Bridge Outputs" + ...
160     " of Corresponding H_x-/ H_y-Amplitudes");
161 disp("Description: " + sprintf("H_x, H_y in %s, %d Steps in %.4f %s", ...
162     kApm, Hsteps, Hres, kApm));
163 disp(["a) Cosine Bridge Rising H-Amplitudes"; ...
164     "b) Cosine Bridge Falling H-Amplitudes"; ...
165     "c) Sine Bridge Rising H-Amplitudes"; ...
166     "d) Sine Bridge Falling H-Amplitudes"]);
167
168 colormap('jet');
169
170 % cosinus bridge recorded during rising stimulus
171 nexttile;
172 im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vcos.Rise);
173 set(gca, 'YDir', 'normal');
174 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos.Rise));
175 caxis([Vmin, Vmax]);
176 xlim([Hmin Hmax]);
177 ylim([Hmin Hmax]);
178 axis square xy;
179 xlabel('$H_x$ in kA/m');
180 ylabel('$H_y$ in kA/m');
181 title('a) $V_{\cos}(H_x, H_y)$');
182 yticks([-20 -10 0 10 20]);
183 xticks([-20 -10 0 10 20]);
184
185 % cosinus bridge recorded during falling stimulus
186 nexttile;
187 im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vcos.Fall);
188 set(gca, 'YDir', 'normal');
189 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos.Fall));
190 caxis([Vmin, Vmax]);
191 xlim([Hmin Hmax]);
192 ylim([Hmin Hmax]);
193 axis square xy;
194 xlabel('$H_x$ in kA/m');
195 ylabel('$H_y$ in kA/m');
196 title('b) $V_{\cos}(H_x, H_y)$');
197 yticks([-20 -10 0 10 20]);
198 xticks([-20 -10 0 10 20]);
199
200 % sinus bridge recorded during rising stimulus
201 nexttile;
202 im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vsin.Rise);
203 set(gca, 'YDir', 'normal');

```

```
204 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin.Rise));
205 caxis([Vmin, Vmax]);
206 xlim([Hmin Hmax]);
207 ylim([Hmin Hmax]);
208 axis square xy;
209 xlabel('$H_x$ in kA/m');
210 ylabel('$H_y$ in kA/m');
211 title('c) $V_{\sin}(H_x, H_y)$');
212 yticks([-20 -10 0 10 20]);
213 xticks([-20 -10 0 10 20]);
214
215 % sinus bridge recorded during falling stimulus
216 nexttile;
217 im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vsin.Fall);
218 set(gca, 'YDir', 'normal');
219 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin.Fall));
220 caxis([Vmin, Vmax]);
221 xlim([Hmin Hmax]);
222 ylim([Hmin Hmax]);
223 axis square xy;
224 xlabel('$H_x$ in kA/m');
225 ylabel('$H_y$ in kA/m');
226 title('d) $V_{\sin}(H_x, H_y)$');
227 yticks([-20 -10 0 10 20]);
228 xticks([-20 -10 0 10 20]);
229
230 % add colorbar and place it overall plots
231 cb = colorbar;
232 cb.Layout.Tile = 'east';
233 cb.Label.String = sprintf(...,
    '$V(H_x, H_y)$ in %, Gain $ = %.1f$', mV, gain);
234 cb.Label.Interpreter = 'Latex';
235 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
236 cb.Label.FontSize = 24;
237
238 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
239 % if strcmp(yesno, 'y')
240 %     % save results of figure 1
241 %     savefig(fig1, fig1Path);
242 %     print(fig1, fig1Path, '-dsvg');
243 %     print(fig1, fig1Path, '-depsc', '-tiff', '-loose');
244 %     print(fig1, fig1Path, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
245 %
246 %     % save results of figure 2
247 %     savefig(fig2, fig2Path);
248 %     print(fig2, fig2Path, '-dsvg');
249 %     print(fig2, fig2Path, '-depsc', '-tiff', '-loose');
250 %     print(fig2, fig2Path, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
251 %
252 end
253 close(fig1)
254 close(fig2)
```

255 | [end](#)

### E.4.3.3.2 plotTDKCharField

Explore TDK TAS2141 characterization field.

#### Syntax

```
1 plotTDKCharField()
```

#### Description

**plotTDKCharField()** explore characterization field of TDK sensor.

#### Examples

```
1 plotTDKCharField();
```

#### Input Arguments

None

#### Output Arguments

None

#### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/TDK\_TAS2141\_Characterization\_2020-10-22\_18-12-16-827.mat, data/config.mat

#### See Also

- **plotTDKCharDataset**

Created on October 28. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function plotTDKCharField()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.tdkDatasetPath, 'Data', 'Info');
6         %       close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9    end
10
11    % load needed data from dataset in to local variables for better handling %%
```

```

12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 % get from user which field to investigate and limits for plateau
14 fields = Info.SensorOutput.CosinusBridge.Determination;
15 nFields = length(fields);
16 fprintf('Choose 1 of %d fields ...\\n', nFields);
17 for i = 1:nFields
18     fprintf('%s\\t:\\t(%d)\\n', fields{i}, i);
19 end
20
21 iField = 1; % input('Choice: ');
22 field = fields{iField};
23 pl = 5; % input('Plateau limit in kA/m: ');
24
25 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge.(field);
26 Vsin = Data.SensorOutput.SinusBridge.(field);
27 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
28 HxScale = Data.MagneticField.hx;
29 HyScale = Data.MagneticField.hy;
30 Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
31 Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
32
33 % get unit strings from
34 kApM = Info.Units.MagneticFieldStrength;
35 mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
36
37 % get dataset infos and format strings to place in figures
38 % subtitle string for all figures
39 infoStr = join([Info.SensorManufacturer, ...
40                 Info.Sensor, Info.SensorTechnology, ...
41                 Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
42 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Sch\"uthe', ...
43                 "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
44
45 % clear dataset all loaded
46 clear Data Info;
47
48 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%%%
49 %%%%%%%%%%%%%%%%
50 fName = sprintf("tdk_char_field_%s", field);
51 fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fName);
52
53 % define slices and limits to plot %%%%%%%%%%%%%%%%
54 %%%%%%%%%%%%%%%%
55 Hslice = [128 154 180 205]; % hit ca. 0, 5, 10, 15 kA/m
56 Hlims = [-pl pl];
57 mVpVlims = [-175 175];
58
59 % create figure for plots %%%%%%%%%%%%%%%%
60 %%%%%%%%%%%%%%%%
61 fig = figure('Name', 'Char Field', 'OuterPosition', [0 0 35 30]);
62 tiledlayout(fig, 2, 2);

```

```

63
64    % title and description
65    disp('Info:');
66    disp([infoStr; dateStr]);
67    fprintf('Title: TDK Characterization Field - %s\n', field);
68    disp('Description:');
69    disp(["a) Cosine Bridge Characteristic"; ...
70          "b) Transfer slices for different const. H_y of Vcos"; ...
71          "c) Sine Bridge Characteristic"; ...
72          "d) Transfer slices for different const. H_x of Vsin"]); 
73
74    % set colormap
75    colormap('jet');
76
77    % cosinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
78    %%%%%%%%%%%%%%%%
79    nexttile(1);
80    im = imagesc(HxScale, HyScale, Vcos);
81    set(gca, 'YDir', 'normal');
82    set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos));
83    xticks(-20:10:20);
84    yticks(-20:10:20);
85    axis square xy;
86
87    % plot lines for slice to investigate
88    hold on;
89    for i = Hslice
90        yline(HyScale(i), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
91    end
92    hold off;
93
94    xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
95    ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
96    title(sprintf('a) $V_{\{cos\}}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
97
98    cb = colorbar;
99    cb.Label.String = sprintf('$V_{\{cos\}}$ in %s', mV);
100   cb.Label.Interpreter = 'latex';
101   cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
102   cb.Label.FontSize = 20;
103
104   % cosinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%%%
105   %%%%%%%%%%%%%%%%
106   nexttile(2);
107   % slices
108   p = plot(HxScale, Vcos(Hslice,:));
109
110   % plateau limits
111   if pl > 0
112       hold on;
113       xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);

```

```

114     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
115     hold off;
116 end
117
118 legend(p, {'$H_y \approx 0$ kA/m', ...
119             '$H_y \approx 5$ kA/m', ...
120             '$H_y \approx 10$ kA/m', ...
121             '$H_y \approx 15$ kA/m'}, ...
122             'Location', 'SouthEast');
123 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
124 title('b) $V_{\cos}(H_x, H_y)$, $H_y = $ const.');
125 ylim(mVpVlims);
126 xlim([Hmin Hmax])
127
128 % sinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
129 %%%%%%%%%%%%%%%%
130 nexttile(3);
131 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vsin);
132 set(gca, 'YDir', 'normal');
133 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin));
134 xticks(-20:10:20);
135 yticks(-20:10:20);
136 axis square xy;
137
138 % plot lines for slice to investigate
139 hold on;
140 for i = Hslice
141     xline(HxScale(i), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
142 end
143 hold off;
144
145 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
146 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
147 title(sprintf('c) $V_{\sin}(H_x, H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
148
149 cb = colorbar;
150 cb.Label.String = sprintf('$V_{\sin}$ in %s', mV);
151 cb.Label.Interpreter = 'latex';
152 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
153 cb.Label.FontSize = 20;
154
155 % sinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%%%
156 %%%%%%%%%%%%%%%%
157 nexttile(4);
158 % slices
159 p = plot(HxScale, Vsin(:, Hslice));
160
161 % plateau limits
162 if pl > 0
163     hold on;
164     xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);

```

```
165     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
166     hold off;
167 end
168
169 legend(p, {'$H_x \approx 0$ kA/m', ...
170           '$H_x \approx 5$ kA/m', ...
171           '$H_x \approx 10$ kA/m', ...
172           '$H_x \approx 15$ kA/m'}, ...
173           'Location', 'SouthEast');
174 xlabel(sprintf('$H_y$ in %', kAp));
175 title('d) $V_{\sin}(H_x,H_y)$, $H_x = $ const.');
176 ylim(mVpVlims);
177 xlim([Hmin Hmax])
178
179 % save results of figure %%%%%%%%%%%%%%
180 %%%%%%%%%%%%%%
181 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
182 % if strcmp(yesno, 'y')
183 %     savefig(fig, fPath);
184 %     print(fig, fPath, '-dsvg');
185 %     print(fig, fPath, '-depsc', '-tiff', '-loose');
186 %     print(fig, fPath, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
187 % end
188 % close(fig)
189 end
```

### E.4.3.3.3 plotTDKTransferCurves

Plot TDK TAS2141 characterization field transfer curves.

#### Syntax

```
1 plotTDKTransferCurves()
```

#### Description

**plotTDKTransferCurves()** plot characterization field of TDK sensor.

#### Examples

```
1 plotTDKTransferCurves();
```

#### Input Arguments

None

#### Output Arguments

None

#### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/TDK\_TAS2141\_Characterization\_2020-10-22\_18-12-16-827.mat, data/config.mat

#### See Also

- **plotTDKCharField**

Created on December 05. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function plotTDKTransferCurves()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.tdkDatasetPath, 'Data', 'Info');
6         %       close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9    end
10
11    % load needed data from dataset in to local variables for better handling %%
```

```

12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 % get from user which field to investigate and limits for plateau
14 fields = Info.SensorOutput.CosinusBridge.Determination;
15 nFields = length(fields);
16 fprintf('Choose 1 of %d fields ...\\n', nFields);
17 for i = 1:nFields
18     fprintf('%s\\t:\\t(%d)\\n', fields{i}, i);
19 end
20
21 iField = 1; % input('Choice: ');
22 field = fields{iField};
23 pl = 5; % input('Plateau limit in kA/m: ');
24
25 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge.(field);
26 Vsin = Data.SensorOutput.SinusBridge.(field);
27 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
28 HxScale = Data.MagneticField.hx;
29 HyScale = Data.MagneticField.hy;
30 Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
31 Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
32
33 % get unit strings from
34 kApM = Info.Units.MagneticFieldStrength;
35 mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
36
37 % get dataset infos and format strings to place in figures
38 % subtitle string for all figures
39 infoStr = join([Info.SensorManufacturer, ...
40                 Info.Sensor, Info.SensorTechnology, ...
41                 Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
42 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Sch\"uthe', ...
43                 "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
44
45 % clear dataset all loaded
46 clear Data Info;
47
48 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%
49 %%%%%%%%%%%%%%
50 fName = sprintf("tdk_transfer_curves_%", field);
51 fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fName);
52
53 % define slices and limits to plot %%%%%%%%%%%%%%
54 %%%%%%%%%%%%%%
55 Hslice = 128; % hit ca. 0 kA/m
56 Hlims = [-pl pl];
57 mVpVlims = [-175 175];
58
59 % create figure for plots %%%%%%%%%%%%%%
60 %%%%%%%%%%%%%%
61 fig = figure('Name', 'Transfer Curves', 'OuterPosition', [0 0 33 30]);
62

```

```

63 tiledlayout(2, 2);
64
65 disp('Info:');
66 disp([infoStr; dateStr]);
67 disp('Title:');
68 fprintf('KMZ 60 Transfer Curves: %s\n', field);
69 disp(["a) Cosine Bridge Characteristic"; ...
70     "b) Sine Bridge Characteristic"; ...
71     "c) Transfer Curves for const. H_x = H_y = 0"]);;
72
73 % set colormap
74 colormap('jet');
75
76 % cosinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
77 %%%%%%%%%%%%%%%%
78 nexttile(1);
79 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vcos);
80 set(gca, 'YDir', 'normal');
81 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos));
82 xticks(-20:10:20);
83 yticks(-20:10:20);
84 axis square xy;
85
86 % plot lines for slice to investigate
87 hold on;
88 yline(HyScale(Hslice), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
89 plot(pl*cosd(0:360), pl*sind(0:360), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
90 hold off;
91
92 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
93 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
94 title(sprintf('a) $V_{cos}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
95
96 % sinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
97 %%%%%%%%%%%%%%%%
98 nexttile(2);
99 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vsin);
100 set(gca, 'YDir', 'normal');
101 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin));
102 xticks(-20:10:20);
103 yticks(-20:10:20);
104 axis square xy;
105
106 % plot lines for slice to investigate
107 hold on;
108 xline(HxScale(Hslice), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
109 plot(pl*cosd(0:360), pl*sind(0:360), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
110 hold off;
111
112 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
113 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));

```

```

114 title(sprintf('b) $V_{sin}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
115
116 % colorbar for both %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
117 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
118 cb = colorbar;
119 cb.Label.String = sprintf('$V_{out}$ in %s', mV);
120 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
121 cb.Label.Interpreter = 'latex';
122 cb.Label.FontSize = 20;
123
124 % cosinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%
125 %%%%%%%%%%%%%%
126 nexttile([1 2]);
127 % slices
128 p = plot(HxScale, Vcos(Hslice,:), HyScale, Vsine(:, Hslice)');
129
130 % plateau limits
131 if pl > 0
132     hold on;
133     xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
134     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
135     hold off;
136 end
137
138 legend(p, {sprintf('$V_{cos}(H_x,H_y)$, $H_y \\\approx 0$ %s', kApm), ...
139             sprintf('$V_{sin}(H_x,H_y)$, $H_x \\\approx 0$ %s', kApm)}, ...
140             'Location', 'SouthEast');
141 ylabel(sprintf('$V_{out}$ in %s', mV));
142 xlabel(sprintf('$H$ in %s', kApm));
143 title('c) Cosine and Sine Transfer Curves');
144 ylim(mVpVlims);
145 xlim([Hmin Hmax])
146
147 % save results of figure %%%%%%%%%%%%%%
148 %%%%%%%%%%%%%%
149 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
150 % if strcmp(yesno, 'y')
151 %     savefig(fig, fPath);
152 %     print(fig, fPath, '-dsvg');
153 %     print(fig, fPath, '-depsc', '-tiff', '-loose');
154 %     print(fig, fPath, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
155 % end
156 % close(fig)
157
158 end

```

#### E.4.3.3.4 plotKMZ60CharDataset

Explore NXP KMZ60 characterization dataset and plot its content.

##### Syntax

```
1 plotKMZ60CharDataset()
```

##### Description

**plotKMZ60CharDataset()** explores the dataset and plot its content in three docked figure windows. Loads dataset location from config.mat.

##### Examples

```
1 plotKMZ60CharDataset();
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/NXP\_KMZ60\_Characterization\_2020-12-03\_16-53-16-721.mat, data/config.mat

##### See Also

- [plotTDKCharDataset](#)

Created on December 05. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function plotKMZ60CharDataset()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.kmz60DatasetPath, 'Data', 'Info');
6     %     close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9     end
10
```

```

11 % figure save path for different formats
12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14 fig1Filename = 'kmz60_magnetic_stimulus';
15 fig1Path = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fig1Filename);
16 fig2Filename = 'kmz60_bridge_characteristic';
17 fig2Path = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fig2Filename);
18
19 % load needed data from dataset in to local variables for better handling
20 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
21 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
22 % check if modulation fits to following reconstructioning
23 if ~strcmp("triang", Info.MagneticField.Modulation)
24     error("Modulation function is not triang.");
25 end
26 if ~(strcmp("cos", Info.MagneticField.CarrierHx) && ...
27     strcmp("sin", Info.MagneticField.CarrierHy))
28     error("Carrier functions are not cos or sin.");
29 end
30
31 % modulation frequency
32 fm = Info.MagneticField.ModulationFrequency;
33 % carrier frequency
34 fc = Info.MagneticField.CarrierFrequency;
35 % max and min amplitude
36 Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
37 Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
38 % step range or window size for output picking
39 Hsteps = Info.MagneticField.Steps;
40 % resoulution of H steps
41 Hres = Info.MagneticField.Resolution;
42 % get unit strings from
43 kApm = Info.Units.MagneticFieldStrength;
44 Hz = Info.Units.Frequency;
45 mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
46
47 % get dataset infos and format strings to place in figures
48 % subtitle string for all figures
49 infoStr = join([Info.SensorManufacturer, ...
50                 Info.Sensor, Info.SensorTechnology, ...
51                 Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
52 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Schuethe', ...
53                 "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
54
55 % load characterization data
56 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge;
57 Vsin = Data.SensorOutput.SinusBridge;
58 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
59
60 % clear dataset all loaded
61 clear Data Info;

```

```

62     disp('Info:');
63     disp([infoStr; dateStr]);
64
65 % reconstruct magnetic stimulus and reduce the view for example plot by 10
66 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
67 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
68 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
69 % number of periods reduced by factor 10
70 reduced = 10;
71 nPeriods = fc / fm / reduced;
72 % number of samples for good looking 40 times nPeriods
73 nSamples = nPeriods * 400;
74 % half number of samples
75 nHalf = round(nSamples / 2);
76 % generate angle base
77 phi = linspace(0, nPeriods * 2 * pi, nSamples);
78 % calculate modulated amplitude, triang returns a column vector, transpose
79 Hmag = Hmax * triang(nSamples)';
80 % calculate Hx and Hy stimulus
81 Hx = Hmag .* cos(phi);
82 Hy = Hmag .* sin(phi);
83 % index for rising and falling stimulus
84 idxR = 1:nHalf;
85 idxF = nHalf:nSamples;
86 % find absolute min and max values in bridge outputs for uniform colormap
87 A = cat(3, Vcos.Rise, Vcos.Fall, Vcos.All, Vcos.Diff, Vsins.Rise, ...
88 Vsins.Fall, Vsins.All, Vsins.Diff);
89 Vmax = max(A, [], 'all');
90 Vmin = min(A, [], 'all');
91 clear A;
92
93 % figure 1 magnetic stimulus
94 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
95 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
96 fig1 = figure('Name', 'Magnetic Stimulus');
97 tiledlayout(fig1, 2, 2);
98
99 % title and description
100 disp("Title: Magnetic Stimulus Reconstructed H_x-/ H_y-Stimulus" + ...
101      "in Reduced View");
102 disp("Description: Stimulus for characterization in H_x and H_y in " + ...
103      "reduced period view by factor 10");
104 disp(["a) Triangle modulated cosine carrier for H_x stimulus."; ...
105       "b) Triangle modulated sine carrier for H_x stimulus."; ...
106       "c) Modulation trajectory for rising stimulus"; ...
107       "d) Modulation trajectory for falling stimulus"]);
108
109 % Hx stimulus
110 nexttile;
111 p = plot(phi, Hmag, phi, -Hmag, phi(idxR), Hx(idxR), phi(idxF), Hx(idxF));
112 set(p, {'Color'}, {'k', 'k', 'b', 'r'});

```

```

113 legend([p(1) p(3) p(4)], {'mod', 'rise', 'fall'}, 'Location', 'NorthEast');
114 xticks((0:0.25*pi:2*pi) * nPeriods);
115 xticklabels({'$0$', '$8\pi$', '$16\pi$', '$24\pi$', '$32\pi$', ...
116     '$40\pi$', '$48\pi$', '$56\pi$', '$64\pi$'});
117 xlim([0 phi(end)]);
118 ylim([Hmin Hmax]);
119 xlabel('$\phi$ in rad, Periode $\times 10$');
120 ylabel(sprintf('H_x($\phi$) in %s', kApm));
121 title(sprintf('a) $f_m = %1.2f %s$, $f_c = %1.2f %s$', fm, Hz, fc, Hz));
122
123 % Hy stimulus
124 nexttile;
125 p = plot(phi, Hmag, phi, -Hmag, phi(idxR), Hy(idxR), phi(idxF), Hy(idxF));
126 set(p, {'Color'}, {'k', 'k', 'b', 'r'});
127 legend([p(1) p(3) p(4)], {'mod', 'rise', 'fall'}, 'Location', 'NorthEast');
128 xticks((0:0.25*pi:2*pi) * nPeriods);
129 xticklabels({'$0$', '$8\pi$', '$16\pi$', '$24\pi$', '$32\pi$', ...
130     '$40\pi$', '$48\pi$', '$56\pi$', '$64\pi$'});
131 xlim([0 phi(end)]);
132 ylim([Hmin Hmax]);
133 xlabel('$\phi$ in rad, Periode $\times 10$');
134 ylabel(sprintf('H_y($\phi$) in %s', kApm));
135 title(sprintf('b) $f_m = %1.2f %s$, $f_c = %1.2f %s$', fm, Hz, fc, Hz));
136
137 % polar for rising modulation
138 nexttile;
139 polarplot(phi(idxR), Hmag(idxR), 'b');
140 p = gca;
141 p.ThetaAxisUnits = 'radians';
142 title('c) $|\vec{H}(\phi)| \cdot e^{j\phi}$, $0 < \phi < 320\pi$');
143
144 % polar for rising modulation
145 nexttile;
146 polarplot(phi(idxF), Hmag(idxF), 'r');
147 p = gca;
148 p.ThetaAxisUnits = 'radians';
149 title('d) $|\vec{H}(\phi)| \cdot e^{j\phi}$, $320 < \phi < 640\pi$');
150
151 % figure 2 cosinus bridge outputs
152 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
153 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
154 fig2 = figure('Name', 'Cosine and Sine Bridge', 'Position', [0 0 33 30]);
155
156 tiledlayout(fig2, 2, 2);
157
158 % title and description
159 disp("Title: Cosine and Sine Bridge. Measured Bridge Outputs" + ...
160     " of Corresponding H_x-/ H_y-Amplitudes");
161 disp("Description: " + sprintf("H_x, H_y in %s, %d Steps in %.4f %s", ...
162     kApm, Hsteps, Hres, kApm));
163 disp(["a) Cosine Bridge Rising H-Amplitudes"; ...

```

```

164         "b) Cosine Bridge Falling H-Amplitudes"; ...
165         "c) Sine Bridge Rising H-Amplitudes"; ...
166         "d) Sine Bridge Falling H-Amplitudes"]);
167
168     colormap('jet');
169
170     % cosinus bridge recorded during rising stimulus
171     nexttile;
172     im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vcos.Rise);
173     set(gca, 'YDir', 'normal');
174     set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos.Rise));
175     caxis([Vmin, Vmax]);
176     xlim([Hmin Hmax]);
177     ylim([Hmin Hmax]);
178     axis square xy;
179     xlabel('$H_x$ in kA/m');
180     ylabel('$H_y$ in kA/m');
181     title('a) $V_{\cos}(H_x, H_y)$');
182     yticks([-20 -10 0 10 20]);
183     xticks([-20 -10 0 10 20]);
184
185     % cosinus bridge recorded during falling stimulus
186     nexttile;
187     im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vcos.Fall);
188     set(gca, 'YDir', 'normal');
189     set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos.Fall));
190     caxis([Vmin, Vmax]);
191     xlim([Hmin Hmax]);
192     ylim([Hmin Hmax]);
193     axis square xy;
194     xlabel('$H_x$ in kA/m');
195     ylabel('$H_y$ in kA/m');
196     title('b) $V_{\cos}(H_x, H_y)$');
197     yticks([-20 -10 0 10 20]);
198     xticks([-20 -10 0 10 20]);
199
200     % sinus bridge recorded during rising stimulus
201     nexttile;
202     im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vsin.Rise);
203     set(gca, 'YDir', 'normal');
204     set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin.Rise));
205     caxis([Vmin, Vmax]);
206     xlim([Hmin Hmax]);
207     ylim([Hmin Hmax]);
208     axis square xy;
209     xlabel('$H_x$ in kA/m');
210     ylabel('$H_y$ in kA/m');
211     title('c) $V_{\sin}(H_x, H_y)$');
212     yticks([-20 -10 0 10 20]);
213     xticks([-20 -10 0 10 20]);
214

```

```

215 % sinus bridge recorded during falling stimulus
216 nexttile;
217 im = imagesc([Hmin Hmax], [Hmin Hmax], Vsin.Fall);
218 set(gca, 'YDir', 'normal');
219 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin.Fall));
220 caxis([Vmin, Vmax]);
221 xlim([Hmin Hmax]);
222 ylim([Hmin Hmax]);
223 axis square xy;
224 xlabel('$H_x$ in kA/m');
225 ylabel('$H_y$ in kA/m');
226 title('d) $V_{\sin}(H_x, H_y)$');
227 yticks([-20 -10 0 10 20]);
228 xticks([-20 -10 0 10 20]);
229
230 % add colorbar and place it overall plots
231 cb = colorbar;
232 cb.Layout.Tile = 'east';
233 cb.Label.String = sprintf(...,
234     '$V(H_x, H_y)$ in $\mu$V, Gain $ = %.1f$', mV, gain);
235 cb.Label.Interpreter = 'latex';
236 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
237 cb.Label.FontSize = 24;
238
239 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
240 % if strcmp(yesno, 'y')
241 %     % save results of figure 1
242 %     savefig(fig1, fig1Path);
243 %     print(fig1, fig1Path, '-dsvg');
244 %     print(fig1, fig1Path, '-depsc', '-tiff', '-loose');
245 %     print(fig1, fig1Path, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
246 %
247 %     % save results of figure 2
248 %     savefig(fig2, fig2Path);
249 %     print(fig2, fig2Path, '-dsvg');
250 %     print(fig2, fig2Path, '-depsc', '-tiff', '-loose');
251 %     print(fig2, fig2Path, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
252 %
253 end
254 close(fig1)
255 close(fig2)
end

```

#### E.4.3.3.5 plotKMZ60CharField

Explore NXP KMZ60 characterization field.

##### Syntax

```
1 plotKMZ60CharField()
```

##### Description

**plotKMZ60CharField()** explore characterization field of KMZ60 sensor.

##### Examples

```
1 plotKMZ60CharField();
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/NXP\_KMZ60\_Characterization\_2020-12-03\_16-53-16-721.mat, data/config.mat

##### See Also

- [plotTDKCharField](#)

Created on December 05, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function plotKMZ60CharField()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.kmz60DatasetPath, 'Data', 'Info');
6         %       close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9    end
10
11    % load needed data from dataset in to local variables for better handling %%
```

```

12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 % get from user which field to investigate and limits for plateau
14 fields = Info.SensorOutput.CosinusBridge.Determination;
15 nFields = length(fields);
16 fprintf('Choose 1 of %d fields ...\\n', nFields);
17 for i = 1:nFields
18     fprintf('%s\\t:\\t(%d)\\n', fields{i}, i);
19 end
20
21 iField = 1; % input('Choice: ');
22 field = fields{iField};
23 pl = 20; % input('Plateau limit in kA/m: ');
24
25 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge.(field);
26 Vsin = Data.SensorOutput.SinusBridge.(field);
27 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
28 HxScale = Data.MagneticField.hx;
29 HyScale = Data.MagneticField.hy;
30 Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
31 Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
32
33 % get unit strings from
34 kApM = Info.Units.MagneticFieldStrength;
35 mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
36
37 % get dataset infos and format strings to place in figures
38 % subtitle string for all figures
39 infoStr = join([Info.SensorManufacturer, ...
40                 Info.Sensor, Info.SensorTechnology, ...
41                 Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
42 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Sch\"uthe', ...
43                 "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
44
45 % clear dataset all loaded
46 clear Data Info;
47
48 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%%%
49 %%%%%%%%%%%%%%%%
50 fName = sprintf("kmz60_char_field_%s", field);
51 fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fName);
52
53 % define slices and limits to plot %%%%%%%%%%%%%%%%
54 %%%%%%%%%%%%%%%%
55 Hslice = [128 154 180 205]; % hit ca. 0, 5, 10, 15 kA/m
56 Hlims = [-pl pl];
57 mVpVlims = [-8 8];
58
59 % create figure for plots %%%%%%%%%%%%%%%%
60 %%%%%%%%%%%%%%%%
61 fig = figure('Name', 'Char Field', 'OuterPosition', [0 0 35 30]);
62 tiledlayout(fig, 2, 2);

```

```

63
64    % title and description
65    disp('Info:');
66    disp([infoStr; dateStr]);
67    fprintf('Title: KMZ60 Characterization Field - %s\n', field);
68    disp('Description:');
69    disp(["a) Cosine Bridge Characteristic"; ...
70          "b) Transfer slices for different const. H_y of Vcos"; ...
71          "c) Sine Bridge Characteristic"; ...
72          "d) Transfer slices for different const. H_x of Vsin"]); 
73
74    % set colormap
75    colormap('jet');
76
77    % cosinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
78    %%%%%%%%%%%%%%%%
79    nexttile(1);
80    im = imagesc(HxScale, HyScale, Vcos);
81    set(gca, 'YDir', 'normal');
82    set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos));
83    xticks(-20:10:20);
84    yticks(-20:10:20);
85    axis square xy;
86
87    % plot lines for slice to investigate
88    hold on;
89    for i = Hslice
90        yline(HyScale(i), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
91    end
92    hold off;
93
94    xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
95    ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
96    title(sprintf('a) $V_{\{cos\}}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
97
98    cb = colorbar;
99    cb.Label.String = sprintf('$V_{\{cos\}}$ in %s', mV);
100   cb.Label.Interpreter = 'latex';
101   cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
102   cb.Label.FontSize = 20;
103
104   % cosinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%%%
105   %%%%%%%%%%%%%%%%
106   nexttile(2);
107   % slices
108   p = plot(HxScale, Vcos(Hslice,:));
109
110   % plateau limits
111   if pl > 0
112       hold on;
113       xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);

```

```

114     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
115     hold off;
116 end
117
118 legend(p, {'$H_y \approx 0$ kA/m', ...
119             '$H_y \approx 5$ kA/m', ...
120             '$H_y \approx 10$ kA/m', ...
121             '$H_y \approx 15$ kA/m'}, ...
122             'Location', 'SouthEast');
123 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
124 title('b) $V_{\cos}(H_x, H_y)$, $H_y = $ const.');
125 ylim(mVpVlims);
126 xlim([Hmin Hmax])
127
128 % sinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
129 %%%%%%%%%%%%%%%%
130 nexttile(3);
131 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vsin);
132 set(gca, 'YDir', 'normal');
133 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin));
134 xticks(-20:10:20);
135 yticks(-20:10:20);
136 axis square xy;
137
138 % plot lines for slice to investigate
139 hold on;
140 for i = Hslice
141     xline(HxScale(i), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
142 end
143 hold off;
144
145 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
146 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
147 title(sprintf('c) $V_{\sin}(H_x, H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
148
149 cb = colorbar;
150 cb.Label.String = sprintf('$V_{\sin}$ in %s', mV);
151 cb.Label.Interpreter = 'latex';
152 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
153 cb.Label.FontSize = 20;
154
155 % sinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%%%
156 %%%%%%%%%%%%%%%%
157 nexttile(4);
158 % slices
159 p = plot(HxScale, Vsin(:, Hslice));
160
161 % plateau limits
162 if pl > 0
163     hold on;
164     xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);

```

```
165     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
166     hold off;
167 end
168
169 legend(p, {'$H_x \approx 0$ kA/m', ...
170           '$H_x \approx 5$ kA/m', ...
171           '$H_x \approx 10$ kA/m', ...
172           '$H_x \approx 15$ kA/m'}, ...
173           'Location', 'SouthEast');
174 xlabel(sprintf('$H_y$ in %', kAp));
175 title('d) $V_{\sin}(H_x,H_y)$, $H_x = $ const.');
176 ylim(mVpVlims);
177 xlim([Hmin Hmax])
178
179 % save results of figure %%%%%%%%%%%%%%
180 %%%%%%%%%%%%%%
181 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
182 % if strcmp(yesno, 'y')
183 %     savefig(fig, fPath);
184 %     print(fig, fPath, '-dsvg');
185 %     print(fig, fPath, '-depsc', '-tiff', '-loose');
186 %     print(fig, fPath, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
187 % end
188 % close(fig)
189 end
```

#### E.4.3.3.6 plotKMZ60TransferCurves

Plot NXP KMZ60 characterization field transfer curves.

##### Syntax

```
1 plotKMZ60TransferCurves()
```

##### Description

**plotKMZ60TransferCurves()** plot characterization field of KMZ 60 sensor.

##### Examples

```
1 plotKMZ60TransferCurves();
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files: none
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/NXP\_KMZ60\_Characterization\_2020-12-03\_16-53-16-721.mat, data/config.mat

##### See Also

- **plotKMZ60CharField**

Created on December 05, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```
1 function plotKMZ60TransferCurves()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables');
5         load(PathVariables.kmz60DatasetPath, 'Data', 'Info');
6         %      close all;
7     catch ME
8         rethrow(ME)
9    end
10   % load needed data from dataset in to local variables for better handling %%
11
```

```

12 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13 % get from user which field to investigate and limits for plateau
14 fields = Info.SensorOutput.CosinusBridge.Determination;
15 nFields = length(fields);
16 fprintf('Choose 1 of %d fields ...\\n', nFields);
17 for i = 1:nFields
18     fprintf('%s\\t:\\t(%d)\\n', fields{i}, i);
19 end
20
21 iField = 1; % input('Choice: ');
22 field = fields{iField};
23 pl = 20; % input('Plateau limit in kA/m: ');
24
25 Vcos = Data.SensorOutput.CosinusBridge.(field);
26 Vsin = Data.SensorOutput.SinusBridge.(field);
27 gain = Info.SensorOutput.BridgeGain;
28 HxScale = Data.MagneticField.hx;
29 HyScale = Data.MagneticField.hy;
30 Hmin = Info.MagneticField.MinAmplitude;
31 Hmax = Info.MagneticField.MaxAmplitude;
32
33 % get unit strings from
34 kApM = Info.Units.MagneticFieldStrength;
35 mV = Info.Units.SensorOutputVoltage;
36
37 % get dataset infos and format strings to place in figures
38 % subtitle string for all figures
39 infoStr = join([Info.SensorManufacturer, ...
40                 Info.Sensor, Info.SensorTechnology, ...
41                 Info.SensorType, "Sensor Characterization Dataset."]);
42 dateStr = join(["Created on", Info.Created, "by", 'Thorben Sch\"uthe', ...
43                 "and updated on", Info.Edited, "by", Info.Editor + "."]);
44
45 % clear dataset all loaded
46 clear Data Info;
47
48 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%
49 %%%%%%%%%%%%%%
50 fName = sprintf("kmz60_transfer_curves_%s", field);
51 fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, fName);
52
53 % define slices and limits to plot %%%%%%%%%%%%%%
54 %%%%%%%%%%%%%%
55 Hslice = 128; % hit ca. 0 kA/m
56 Hlims = [-pl pl];
57 mVpVlims = [-8 8];
58
59 % create figure for plots %%%%%%%%%%%%%%
60 %%%%%%%%%%%%%%
61 fig = figure('Name', 'Transfer Curves', 'OuterPosition', [0 0 33 30]);
62

```

```

63 tiledlayout(2, 2);
64
65 disp('Info:');
66 disp([infoStr; dateStr]);
67 disp('Title:');
68 fprintf('KMZ 60 Transfer Curves: %s\n', field);
69 disp(["a) Cosine Bridge Characteristic"; ...
70     "b) Sine Bridge Characteristic"; ...
71     "c) Transfer Curves for const. H_x = H_y = 0"]);;
72
73 % set colormap
74 colormap('jet');
75
76 % cosinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
77 %%%%%%%%%%%%%%%%
78 nexttile(1);
79 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vcos);
80 set(gca, 'YDir', 'normal');
81 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vcos));
82 xticks(-20:10:20);
83 yticks(-20:10:20);
84 axis square xy;
85
86 % plot lines for slice to investigate
87 hold on;
88 yline(HyScale(Hslice), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
89 plot(pl*cosd(0:360), pl*sind(0:360), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
90 hold off;
91
92 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
93 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));
94 title(sprintf('a) $V_{cos}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
95
96 % sinus bridge %%%%%%%%%%%%%%%%
97 %%%%%%%%%%%%%%%%
98 nexttile(2);
99 im = imagesc(HxScale, HyScale, Vsin);
100 set(gca, 'YDir', 'normal');
101 set(im, 'AlphaData', ~isnan(Vsin));
102 xticks(-20:10:20);
103 yticks(-20:10:20);
104 axis square xy;
105
106 % plot lines for slice to investigate
107 hold on;
108 xline(HxScale(Hslice), 'k:', 'LineWidth', 3.5);
109 plot(pl*cosd(0:360), pl*sind(0:360), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
110 hold off;
111
112 xlabel(sprintf('$H_x$ in %s', kApm));
113 ylabel(sprintf('$H_y$ in %s', kApm));

```

```

114 title(sprintf('b) $V_{sin}(H_x,H_y)$, Gain $ = %.1f$', gain));
115
116 % colorbar for both %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
117 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
118 cb = colorbar;
119 cb.Label.String = sprintf('$V_{out}$ in %s', mV);
120 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
121 cb.Label.Interpreter = 'latex';
122 cb.Label.FontSize = 20;
123
124 % cosinus bridge slices %%%%%%%%%%%%%%
125 %%%%%%%%%%%%%%
126 nexttile([1 2]);
127 % slices
128 p = plot(HxScale, Vcos(Hslice,:), HyScale, Vsine(:, Hslice)');
129
130 % plateau limits
131 if pl > 0
132     hold on;
133     xline(Hlims(1), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
134     xline(Hlims(2), 'k-.', 'LineWidth', 3.5);
135     hold off;
136 end
137
138 legend(p, {sprintf('$V_{cos}(H_x,H_y)$, $H_y \\\approx 0$ %s', kApm), ...
139             sprintf('$V_{sin}(H_x,H_y)$, $H_x \\\approx 0$ %s', kApm)}, ...
140             'Location', 'SouthEast');
141 ylabel(sprintf('$V_{out}$ in %s', mV));
142 xlabel(sprintf('$H$ in %s', kApm));
143 title('c) Cosine and Sine Transfer Curves');
144 ylim(mVpVlims);
145 xlim([Hmin Hmax])
146
147 % save results of figure %%%%%%%%%%%%%%
148 %%%%%%%%%%%%%%
149 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
150 % if strcmp(yesno, 'y')
151 %     savefig(fig, fPath);
152 %     print(fig, fPath, '-dsvg');
153 %     print(fig, fPath, '-depsc', '-tiff', '-loose');
154 %     print(fig, fPath, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
155 % end
156 % close(fig)
157 %
158
159 end

```

#### E.4.3.3.7 plotDipoleMagnet

Plot dipole magnet which approximate a spherical magnet in its far field.

##### Syntax

```
1 plotDipoleMagnet()
```

##### Description

plotDipoleMagnet() load dipole constants from config.mat and construct magnet in its rest position in x and z layer for y = 0.

##### Examples

```
1 plotDipoleMagnet();
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files: generateDipoleRotationMoments.m, computeDipoleH0Norm.m, computeDipoleHField
- Subfunctions: none
- MAT-files required: data/config.mat

##### See Also

- quiver
- imagesc
- streamslice

Created on November 20. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotDipoleMagnet()
2     try
3         % load dataset path and dataset content into function workspace
4         load('config.mat', 'PathVariables', 'DipoleOptions');
5         %     close all;
6         catch ME
7             rethrow(ME)
8         end
9
10    % figure save path for different formats
11    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
13    figfilename = 'dipole_magnet';
14    figPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath, figfilename);
15
16    % load needed data from dataset in to local variables for better handling
17    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
18    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
19    % Radius in mm of magnetic sphere in which the magnetic dipole is centered.
20    % So it can be seen as z-offset to the sensor array.
21    rsp = DipoleOptions.sphereRadius;
22
23    % H-field magnitude to multiply of generated and relative normed dipole
24    Hmag = DipoleOptions.H0mag;
25
26    % Distance in zero position of the spherical magnet in which is imprinted
27    z0 = DipoleOptions.z0;
28
29    % Magnetic moment magnitude attach rotation to the dipole field
30    m0 = DipoleOptions.M0mag;
31
32    % clear dataset all loaded
33    clear DipoleOptions;
34
35    % set construction dipole magnet, all length in mm and areas mm^2
36    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
37    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
38    % number of samples for good looking
39    nSamples = 501;
40    % slice in view for quiver, every 25th point
41    slice = 25:25:nSamples-25;
42    % grid edge of meshgrid, square grid
43    xz = 15;
44    % y layer in coordinate system
45    y = 0;
46    % orientat of magnet along z axes
47    pz = pi/2:0.01:3*pi/2;
48    % distances magnet surface to display in plot
49    zd = -rsp:-z0:-xz;
50    xd = zeros(1, length(zd));

```

```

51 % scale grid to simulate
52 x = linspace(-xz, xz, nSamples);
53 z = linspace(xz, -xz, nSamples);
54 [X, Z, Y] = meshgrid(x, z, y);
55
56 % compute dipole and fetch to far field to approximate a spherical magnet
57 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
58 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
59 % generate dipole moment for 0
60 m = generateDipoleRotationMoments(m0, 1);
61 % compute H-field norm factor imprieng H magnitude on dipole, rest position
62 H0norm = computeDipoleH0Norm(Hmag, m, [0; 0 ;-(z0 + rsp)]);
63 % compute dipole H-field for rest position in y = 0 layer
64 H = computeDipoleHField(X, Y, Z, m, H0norm);
65 % calculate magnitudes for each point in the grid
66 Habs = reshape(sqrt(sum(H.^2, 1)), nSamples, nSamples);
67 % split H-field in componets and reshape to meshgrid
68 Hx = reshape(H(1,:), nSamples, nSamples) ./ Habs;
69 Hy = reshape(H(2,:), nSamples, nSamples) ./ Habs;
70 Hz = reshape(H(3,:), nSamples, nSamples) ./ Habs;
71 % exculde value within the spherical magnet, < rsp
72 innerField = X.^2 + Z.^2 <= rsp.^2;
73 Habs(innerField) = NaN;
74 % find relevant magnitudes at anounced distances
75 Hd = interp2(X, Z, Habs, xd, zd, 'nearest', NaN);
76
77
78 % figure dipole magnet
79 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
80 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
81 fig = figure('Name', 'Dipole Magnet');
82
83 % plot magnitude as colormap
84 imagesc(x, z, log10(Habs), 'AlphaData', 1);
85 set(gca, 'YDir', 'normal');
86 colormap('jet');
87 shading flat;
88
89 % set colorbar to log10 scaling of map
90 cb = colorbar;
91 cb.Label.String = '$\log_{10}(|H|)$ in kA/m';
92 cb.TickLabelInterpreter = 'latex';
93 cb.Label.Interpreter = 'Latex';
94 cb.Label.FontSize = 24;
95
96 hold on;
97 grid on;
98
99 % plot field lines
100 st = streamslice(X, Z, Hx, Hz, 'arrows', 'cubic');
101 set(st, 'Color', 'k');
```

```

102
103
104 % plot magnet with north and south pole
105 rectangle('Position', [-rsp -rsp 2*rsp 2*rsp], ...
106     'Curvature', [1 1], 'LineWidth', 3.5);
107 semicrc = rsp.*[cos(pz); sin(pz)];
108 patch(semicrc(1,:), semicrc(2,:), 'r');
109 patch(-semicrc(1,:), -semicrc(2,:), 'g');
110 text(-1.25, 0, '\textbf{N}');
111 text(0.5, 0, '\textbf{S}');
112
113 % additional figure text and lines
114 text(-(xz-1), -(xz-1), ...
115     sprintf('$\mathbf{Y} = %.1f$ \textbf{mm}', y), 'Color', 'w');
116
117 % distance scale in -z direction for x =0, distance from magnet surface
118 line(xd, zd, 'Marker', '_', 'LineStyle', '--', 'LineWidth', 3.5, ...
119     'Color', 'w');
120
121 % place text along marker
122 for i = 2:length(zd)-1
123     markstr = "\textbf{$\mathbf{d}$ mm, $\mathbf{H}/\mathbf{m}$}";
124     mark = sprintf(markstr, abs(zd(i))-rsp, Hd(i));
125     text(0.5, zd(i), mark, 'Color', 'w');
126 end
127
128 % limits ticks and labels
129 xlim([-xz xz]);
130 ylim([-xz xz]);
131 xticks(-xz:xz);
132 yticks(-xz:xz);
133 labels = string(xticks);
134 labels(1:2:end) = "";
135 xticklabels(labels)
136 yticklabels(labels)
137 xlabel('$X$ in mm');
138 ylabel('$Z$ in mm');
139
140 % axis shape set
141 axis equal;
142 axis tight;
143 grid off;
144
145 % title and description
146 disp('Title: Approximated Spherical Magnet with Dipole Far Field');
147 disp("Description:");
148 fprintf("Sphere whith imprinted H-field magnitude of %.1f kA/m\n", Hmag); ...
149 fprintf("at distance d = %.1f mm with d_z = |z| - r\n", z0);
150 fprintf("and sphere radius r = %.1f mm\n", rsp);
151
152 % save results of figure

```

```
153 %     yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
154 %     if strcmp(yesno, 'y')
155 %         savefig(fig, figPath);
156 %         print(fig, figPath, '-dsvg');
157 %         print(fig, figPath, '-depsc', '-tiff', '-loose');
158 %         print(fig, figPath, '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
159 %     end
160 %     close(fig)
161 end
```

#### E.4.3.3.8 plotSimulationDataset

Search for available trainings or test dataset and plot dataset. Follow user input dialog to choose which dataset and decide how many angles to plot. Save dataset content redered to an avi-file. Filename same as dataset.

##### Syntax

```
1 plotSimulationDataset()
```

##### Description

**plotSimulationDataset()** plot training or test dataset which are loacated in data/test or data/training. The function lists all datasets and the user must decide during user input dialog which dataset to plot and how many angles to visualize. It loads path from config.mat and scans for file automatically.

##### Examples

```
1 plotSimulationDataset()
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

##### See Also

- generateSimulationDatasets
- sensorArraySimulation
- generateConfigMat

Created on November 25. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotSimulationDataset()
2 % scan for datasets and load needed configurations %%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%
4 try
5     disp('Plot simulation dataset ...');
6     close all;
7     % load path variables
8     load('config.mat', 'PathVariables');
9     % scan for datasets
10    TrainingDatasets = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, ...
11        'Training_*.mat'));
12    TestDatasets = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test_*.mat'));
13    allDatasets = [TrainingDatasets; TestDatasets];
14    % check if files available
15    if isempty(allDatasets)
16        error('No training or test datasets found.');
17    end
18    catch ME
19        rethrow(ME)
20    end
21
22    % display available datasets to user, decide which to plot %%%%%%%%%%%%%%
23    %%%%%%%%%%%%%%
24
25    % number of datasets
26    nDatasets = length(allDatasets);
27    fprintf('Found %d datasets:\n', nDatasets)
28    for i = 1:nDatasets
29        fprintf('%s\t:\t(%d)\n', allDatasets(i).name, i)
30    end
31    % get numeric user input to indicate which dataset to plot
32    iDataset = input('Type number to choose dataset to plot to: ');
33    % iDataset = 2;
34
35    % load dataset and ask user which one and how many angles %%%%%%%%%%%%%%
36    %%%%%%%%%%%%%%
37    try
38        ds = load(fullfile(allDatasets(iDataset).folder, ...
39            allDatasets(iDataset).name));
40        % check how many angles in dataset and let user decide how many to
41        % render in plot
42        fprintf('Detect %d angles in dataset ... \n',...
43            ds.Info.UseOptions.nAngles);
44        nSubAngles = input('How many angles to you wish to plot: ');
45        % nSubAngles = 120;
46        % indices for data to plot, get sample distance for even distance
47        sampleDistance = length(downsampling(ds.Data.angles, nSubAngles));
48        % get subset of angles
49        subAngles = downsample(ds.Data.angles, sampleDistance);
50        nSubAngles = length(subAngles); % just ensure

```

```

51      % get indices for subset data
52      indices = find(ismember(ds.Data.angles, subAngles));
53  catch ME
54      rethrow(ME)
55  end
56
57  % create dataset figure for a subset or all angle %%%%%%%%%%%%%%
58  %%%%%%%%%%%%%%
59  fig = figure('Name', 'Sensor Array', ...
60      'NumberTitle', 'off', ...
61      'WindowStyle', 'normal', ...
62      'MenuBar', 'none', ...
63      'ToolBar', 'none', ...
64      'Units', 'centimeters', ...
65      'OuterPosition', [0 0 30 30], ...
66      'PaperType', 'a4', ...
67      'PaperUnits', 'centimeters', ...
68      'PaperOrientation', 'landscape', ...
69      'PaperPositionMode', 'auto', ...
70      'DoubleBuffer', 'on', ...
71      'RendererMode', 'manual', ...
72      'Renderer', 'painters');
73
74  tdl = tiledlayout(fig, 2, 2, ...
75      'Padding', 'normal', ...
76      'TileSpacing', 'compact');
77
78
79  title(tdl, 'Sensor Array Simulation', ...
80      'FontWeight', 'normal', ...
81      'FontSize', 18, ...
82      'FontName', 'Times', ...
83      'Interpreter', 'latex');
84
85  subline1 = "Sensor Array (%s) of $%d\\times%d$ sensors, an edge" + ...
86      " length of $%.1f$ mm, a rel. pos. to magnet surface of";
87  subline2 = " $(%.1f, %.1f, -(%.1f))$ in mm, a magnet" + ...
88      " tilt of $%.1f^\\circ$, a sphere radius of $.1f$ mm, a imprinted";
89  subline3 = "field strength of $.1f$ kA/m at $.1f$ mm" + ...
90      " from sphere surface in z-axis, $%d$ rotation angles with a ";
91  subline4 = "step width of $.1f^\\circ$ and a resolution" + ...
92      " of $.1f^\\circ$. Visualized is a subset of $%d$ angles in ";
93  subline5 = "sample distance of $%d$ angles. Based on %s" + ...
94      " characterization reference %s.";
95  sub = [sprintf(subline1, ...
96      ds.Info.SensorArrayOptions.geometry, ...
97      ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
98      ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
99      ds.Info.SensorArrayOptions.edge); ...
100     sprintf(subline2, ...
101         ds.Info.UseOptions.xPos, ...

```

```

102         ds.Info.UseOptions.yPos, ...
103         ds.Info.UseOptions.zPos, ...
104         ds.Info.UseOptions.tilt, ...
105         ds.Info.DipoleOptions.sphereRadius); ...
106         sprintf(subline3, ...
107             ds.Info.DipoleOptions.H0mag, ...
108             ds.Info.DipoleOptions.z0, ...
109             ds.Info.UseOptions.nAngles); ...
110         sprintf(subline4, ...
111             ds.Data.angleStep, ...
112             ds.Info.UseOptions.angleRes, ...
113             nSubAngles)
114         sprintf(subline5, ...
115             sampleDistance, ...
116             ds.Info.CharData, ...
117             ds.Info.UseOptions.BridgeReference]);
118
119 subtitle(tdl, sub, ...
120     'FontWeight', 'normal', ...
121     'FontSize', 14, ...
122     'FontName', 'Times', ...
123     'Interpreter', 'latex');
124
125 % get subset of needed data to plot, only one load %%%%%%%%%%%%%%
126 %%%%%%%%%%%%%%
127 N = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension;
128 X = ds.Data.X;
129 Y = ds.Data.Y;
130 Z = ds.Data.Z;
131
132 % calc limits of plot 1
133 maxX = ds.Info.UseOptions.xPos + ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
134 maxY = ds.Info.UseOptions.yPos + ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
135 minX = ds.Info.UseOptions.xPos - ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
136 minY = ds.Info.UseOptions.yPos - ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
137
138 % calculate colormap to identify scatter points
139 c=zeros(N,N,3);
140 for i = 1:N
141     for j = 1:N
142         c(i,j,:) = [(2*N+1-2*i), (2*N+1-2*j), (i+j)]/2/N;
143     end
144 end
145 c = squeeze(reshape(c, N^2, 1, 3));
146
147 % load offset voltage to subtract from cosinus, sinus voltage
148 Voff = ds.Info.SensorArrayOptions.Voff;
149
150 % plot sensor grid in x and y coordinates and constant z layer %%%%%%
151 %%%%%%
152 ax1 = nexttile(1);

```

```
153 % plot each cooredinate in loop to create a special shading constant
154 % reliable to orientation for all matrice
155 hold on;
156 scatter(X(:, Y(:, [], c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
157 'LineWidth', 0.8);
158
159 % axis shape and ticks
160 axis square xy;
161 axis tight;
162 grid on;
163 xlim([minX maxX]);
164 ylim([minY maxY]);
165
166 % text and labels
167 text(minX+0.2, minY+0.2, ...
168 sprintf('$Z = %.1f$ mm', Z(1)), ...
169 'Color', 'k', ...
170 'FontSize', 16, ...
171 'FontName', 'Times', ...
172 'Interpreter', 'latex');
173
174 xlabel('$X$ in mm', ...
175 'FontWeight', 'normal', ...
176 'FontSize', 12, ...
177 'FontName', 'Times', ...
178 'Interpreter', 'latex');
179
180 ylabel('$Y$ in mm', ...
181 'FontWeight', 'normal', ...
182 'FontSize', 12, ...
183 'FontName', 'Times', ...
184 'Interpreter', 'latex');
185
186 title(sprintf('Sensor Array $d\\times%d$', N, N), ...
187 'FontWeight', 'normal', ...
188 'FontSize', 12, ...
189 'FontName', 'Times', ...
190 'Interpreter', 'latex');
191
192 hold off;
193
194 % plot rotation angles in polar view %%%%%%%%%%%%%%
195 %%%%%%%%%%%%%%
196 nexttile(2);
197 % plot all angles grayed out
198 polarscatter(ds.Data.angles/180*pi, ...
199 ones(1, ds.Info.UseOptions.nAngles), ...
200 [], [0.8 0.8 0.8], 'filled');
201
202 % radius ticks and label
203 rticks(1);
```

```
204 rтикlabels("");
205 hold on;
206
207 % plot subset of angles
208 % polarscatter(subAngles/180*pi, ones(1, nSubAngles), ...
209 %    'k', 'LineWidth', 0.8);
210 ax2 = gca;
211
212 % axis shape
213 axis tight;
214
215 % text an labels
216 % init first rotation step label
217 tA = text(2/3*pi, 1.5, ...
218    '$\theta$', ...
219    'Color', 'b', ...
220    'FontSize', 16, ...
221    'FontName', 'Times', ...
222    'Interpreter', 'latex');
223
224 title('Rotation around Z-Axis in Degree', ...
225    'FontWeight', 'normal', ...
226    'FontSize', 12, ...
227    'FontName', 'Times', ...
228    'Interpreter', 'latex');
229
230 hold off;
231
232 % Cosinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%
233 %%%%%%%%%%%%%%
234 ax3 = nexttile(3);
235 hold on;
236
237 % set colormap
238 colormap('gray');
239
240 % plot cosinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
241 imC = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VcosRef);
242 set(imC, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VcosRef));
243 set(gca, 'YDir', 'normal')
244
245 % axis shape and ticks
246 axis square xy;
247 axis tight;
248 yticks(xticks);
249 grid on;
250
251 % test and labels
252 xlabel('$H_x$ in kA/m', ...
253    'FontWeight', 'normal', ...
254    'FontSize', 12, ...
```

```

255     'FontName', 'Times', ...
256     'Interpreter', 'latex');

257
258 ylabel('$H_y$ in kA/m', ...
259     'FontWeight', 'normal', ...
260     'FontSize', 12, ...
261     'FontName', 'Times', ...
262     'Interpreter', 'latex');

263
264 title('$V_{cos}(H_x, H_y)$', ...
265     'FontWeight', 'normal', ...
266     'FontSize', 12, ...
267     'FontName', 'Times', ...
268     'Interpreter', 'latex');

269
270 % add colorbar and place it
271 cb1 = colorbar;
272 cb1.Label.String = sprintf(... ...
273     '$V_{cos}(H_x, H_y)$ in V, $V_{cc} = %1.1f$ V, $V_{off} = %1.2f$ V', ...
274     ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc, ds.Info.SensorArrayOptions.Voff);
275 cb1.Label.Interpreter = 'latex';
276 cb1.Label.FontSize = 12;

277 hold off;

278
279 % Sinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%
280 %%%%%%%%%%%%%%
281 ax4 = nexttile(4);
282 hold on;

283
284 % set colormap
285 colormap('gray');

286
287 % plot sinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
288 imS = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VsinRef);
289 set(imS, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VsinRef));
290 set(gca, 'YDir', 'normal')

291
292 % axis shape and ticks
293 axis square xy;
294 axis tight;
295 yticks(xticks);
296 grid on;

297
298 % test and labels
299 xlabel('$H_x$ in kA/m', ...
300     'FontWeight', 'normal', ...
301     'FontSize', 12, ...
302     'FontName', 'Times', ...
303     'Interpreter', 'latex');
304
305

```

```

306 ylabel('$H_y$ in kA/m', ...
307     'FontWeight', 'normal', ...
308     'FontSize', 12, ...
309     'FontName', 'Times', ...
310     'Interpreter', 'latex');

311
312 title('$V_{sin}(H_x, H_y)$', ...
313     'FontWeight', 'normal', ...
314     'FontSize', 12, ...
315     'FontName', 'Times', ...
316     'Interpreter', 'latex');

317
318 % add colorbar and place it
319 cb2 = colorbar;
320 cb2.Label.String = sprintf(...,
321     '$V_{sin}(H_x, H_y)$ in V, $V_{cc} = %1.1f$ V, $V_{off} = %1.2f$ V', ...
322     ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc, ds.Info.SensorArrayOptions.Voff);
323 cb2.Label.Interpreter = 'latex';
324 cb2.Label.FontSize = 12;

325
326 hold off;

327
328 % zoom axes for scatter on cosinuns reference images %%%%%%%%%%%%%%
329 %%%%%%%%%%%%%%
330 nexttile(3);
331 ax5 = axes('Position', [0.07 0.02 0.19 0.19], 'XColor', 'r', 'YColor', 'r');
332 hold on;
333 axis square xy;
334 grid on;
335 hold off;

336
337 % draw everything prepared before start renewing frame wise and prepare for
338 % recording frames to video file %%%%%%%%%%%%%%
339 %%%%%%%%%%%%%%
340 % draw frame
341 drawnow;

342
343 % get file path and change extension
344 [~, fName, ~] = fileparts(ds.Info.filePath);
345 fPath = PathVariables.saveImagePath;

346
347 % string allows simple cat ops
348 VW = VideoWriter(fullfile(fPath, fName + ".avi"), ...
349     "Uncompressed AVI");

350
351 % scale frame rate on 10 second movies, ensure at least 1 fps
352 fr = floor(nSubAngles / 10) + 1;
353 VW.FrameRate = fr;

354
355 % open video file, ready to record frames
356 open(VW)

```

```

357
358
359 % loop through subset angle dataset and renew plots %%%%%%%%%%%%%%
360 %%%%%%%%%%%%%%
361 for i = indices
362     % H load subset
363     Hx = ds.Data.Hx(:,:,i);
364     Hy = ds.Data.Hy(:,:,i);
365     % get min max
366     maxHx = max(Hx, [], 'all');
367     maxHy = max(Hy, [], 'all');
368     minHx = min(Hx, [], 'all');
369     minHy = min(Hy, [], 'all');
370     dHx = abs(maxHx - minHx);
371     dHy = abs(maxHy - minHy);
372
373     % load V subset
374     Vcos = ds.Data.Vcos(:,:,i) - Voff;
375     Vsini = ds.Data.Vsin(:,:,i) - Voff;
376     angle = ds.Data.angles(i);
377
378     % lock plots
379     hold(ax1, 'on');
380     hold(ax2, 'on');
381     hold(ax3, 'on');
382     hold(ax4, 'on');
383     hold(ax5, 'on');
384
385     % update plot 1
386     qH = quiver(ax1, X, Y, Hx, Hy, 0.5, 'b');
387     qV = quiver(ax1, X, Y, Vcos, Vsini, 0.5, 'r');
388     legend([qH qV], {'$quiver(H_x,H_y)$', ...
389         '$quiver(V_{cos}-V_{off},V_{sin}-V_{off})$'}, ...
390         'FontWeight', 'normal', ...
391         'FontSize', 9, ...
392         'FontName', 'Times', ...
393         'Interpreter', 'latex', ...
394         'Location', 'NorthEast');
395
396     % update plot 2
397     tA.String = sprintf('%.1f^\circ', angle);
398     pA = polarscatter(ax2, angle/180*pi, 1, 'b', 'filled', ...
399         'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 0.8);
400
401     % update plot 3 and 4
402     sC = scatter(ax3, Hx(:), Hy(:), 5, c, 'filled', ...
403         'MarkerEdgeColor', 'k', ...
404         'LineWidth', 0.8);
405     sS = scatter(ax4, Hx(:), Hy(:), 5, c, 'filled', ...
406         'MarkerEdgeColor', 'k', ...
407         'LineWidth', 0.8);

```

```
408
409     % calc position of scatter area frame and reframe
410     pos = [minHx - 0.3 * dHx, minHy - 0.3 * dHy, 1.6 * dHx, 1.6 * dHy];
411     rtC = rectangle(ax3, 'Position', pos, 'LineWidth', 1, ...
412                      'EdgeColor', 'r');
413     rtS = rectangle(ax4, 'Position', pos, 'LineWidth', 1, ...
414                      'EdgeColor', 'r');
415
416     % update plot 5 (zoom)
417     sZ = scatter(ax5, Hx(:), Hy(:), [], c, 'filled', ...
418                  'MarkerEdgeColor', 'k', ...
419                  'LineWidth', 0.8);
420     xlim(ax5, [pos(1) maxHx + 0.3 * dHx])
421     ylim(ax5, [pos(2) maxHy + 0.3 * dHy])
422
423     % release plots
424     hold(ax1, 'off');
425     hold(ax2, 'off');
426     hold(ax3, 'off');
427     hold(ax4, 'off');
428     hold(ax5, 'off');
429
430     % draw frame
431     drawnow;
432
433     % record frame to file
434     frame = getframe(fig);
435     writeVideo(VW, frame);
436
437     % delete part of plots to renew for current angle, delete but last
438     if i ~= indices(end)
439         delete(qH);
440         delete(qV);
441         delete(pA);
442         delete(rtC);
443         delete(rtS);
444         delete(sC);
445         delete(sS);
446         delete(sZ);
447     end
448 end
449 % close video file
450 close(VW)
451 close(fig)
452 end
```

### E.4.3.3.9 plotSingleSimulationAngle

Search for available trainings or test dataset and plot dataset. Follow user input dialog to choose which dataset and decide how many angles to plot. Plot single Angle and save figure to file. File name same as dataset with attach angle index.

#### Syntax

```
1 plotSingleSimulationAngle()
```

#### Description

**plotSingleSimulationAngle()** plot training or test dataset which are located in data/test or data/training. The function lists all datasets and the user must decide during user input dialog which dataset to plot and which angle to visualize to. It loads path from config.mat and scans for file automatically.

#### Examples

```
1 plotSingleSimulationAngle()
```

#### Input Arguments

None

#### Output Arguments

None

#### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

#### See Also

- generateSimulationDatasets
- sensorArraySimulation
- generateConfigMat

Created on November 28. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotSingleSimulationAngle()
2 % scan for datasets and load needed configurations %%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%
4 try
5     disp('Plot single simulation angle ...');
6     close all;
7     % load path variables
8     load('config.mat', 'PathVariables');
9     % scan for datasets
10    TrainingDatasets = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, ...
11        'Training_*.mat'));
12    TestDatasets = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test_*.mat'));
13    allDatasets = [TrainingDatasets; TestDatasets];
14    % check if files available
15    if isempty(allDatasets)
16        error('No training or test datasets found.');
17    end
18    catch ME
19        rethrow(ME)
20    end
21
22    % display available datasets to user, decide which to plot %%%%%%%%%%%%%%
23    %%%%%%%%%%%%%%
24
25    % number of datasets
26    nDatasets = length(allDatasets);
27    fprintf('Found %d datasets:\n', nDatasets)
28    for i = 1:nDatasets
29        fprintf('%s\t:\t(%d)\n', allDatasets(i).name, i)
30    end
31    % get numeric user input to indicate which dataset to plot
32    iDataset = input('Type number to choose dataset to plot to: ');
33    % iDataset = 2;
34
35    % load dataset and ask user which one and how many angles %%%%%%%%%%%%%%
36    %%%%%%%%%%%%%%
37    try
38        ds = load(fullfile(allDatasets(iDataset).folder, ...
39            allDatasets(iDataset).name));
40        % check how many angles in dataset and let user decide how many to
41        % render in plot
42        fprintf('Detect %d angles ([1:%d]) in dataset ... \n', ...
43            ds.Info.UseOptions.nAngles, ds.Info.UseOptions.nAngles);
44        fprintf('Resolution\t:\t%.1f\n', ds.Info.UseOptions.angleRes);
45        fprintf('Step width\t:\t%.1f\n', ds.Data.angleStep);
46        fprintf('Start angle\t:\t%.1f\n', ds.Data.angles(1))
47        idx = input('Which angle do you wish to plot (enter index): ');
48        angle = interp1(ds.Data.angles, idx, 'nearest');
49    catch ME
50        rethrow(ME)

```

```

51 end
52
53 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%%%
54 %%%%%%%%%%%%%%%%
55 fPath = PathVariables.saveImagesPath;
56
57 % create dataset figure for a subset or all angle %%%%%%%%%%%%%%%%
58 %%%%%%%%%%%%%%%%
59 fig = figure('Name', 'Sensor Array', ...
60 'NumberTitle', 'off', ...
61 'WindowStyle', 'normal', ...
62 'Position', [4381 15 1244 983], ...
63 'Units', 'pixels', ...
64 'WindowState', 'maximized');
65
66 tdl = tiledlayout(fig, 2, 2, ...
67 'Padding', 'normal', ...
68 'TileSpacing', 'compact');
69
70 disp('Sensor Array Simulation');
71
72
73 subline1 = "Sensor Array (%s) of %dx%d sensors, " + ...
74     "an edge length of %.1f mm, a rel. pos. to magnet surface of";
75 subline2 = " (%.1f, %.1f, -(%.1f)) in mm, a magnet tilt" + ...
76     " of %.1f, a sphere radius of %.1f mm, a imprinted";
77 subline3 = "field strength of %.1f kA/m at %.1f mm from" + ...
78     " sphere surface in z-axis, %d rotation angles with a ";
79 subline4 = "step width of %.1f and a resolution of" + ...
80     " %.1f. Visualized is rotatation angle %d (%.1f)$.";
81 subline5 = "Based on %s characterization reference %s.";
82 sub = [sprintf(subline1, ...
83                 ds.Info.SensorArrayOptions.geometry, ...
84                 ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
85                 ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
86                 ds.Info.SensorArrayOptions.edge); ...
87     sprintf(subline2, ...
88             ds.Info.UseOptions.xPos, ...
89             ds.Info.UseOptions.yPos, ...
90             ds.Info.UseOptions.zPos, ...
91             ds.Info.UseOptions.tilt, ...
92             ds.Info.DipoleOptions.sphereRadius); ...
93     sprintf(subline3, ...
94             ds.Info.DipoleOptions.H0mag, ...
95             ds.Info.DipoleOptions.z0, ...
96             ds.Info.UseOptions.nAngles); ...
97     sprintf(subline4, ...
98             ds.Data.angleStep, ...
99             ds.Info.UseOptions.angleRes, ...
100            idx, angle)
101    sprintf(subline5, ...

```

```

102         ds.Info.CharData, ...
103         ds.Info.UseOptions.BridgeReference]);
104
105     disp(sub);
106
107 % get subset of needed data to plot, only one load %%%%%%%%%%%%%%
108 %%%%%%%%%%%%%%
109 N = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension;
110 X = ds.Data.X;
111 Y = ds.Data.Y;
112 Z = ds.Data.Z;
113
114 % calc limits of plot 1
115 maxX = ds.Info.UseOptions.xPos + ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
116 maxY = ds.Info.UseOptions.yPos + ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
117 minX = ds.Info.UseOptions.xPos - ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
118 minY = ds.Info.UseOptions.yPos - ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
119
120 % calculate colormap to identify scatter points
121 c=zeros(N,N,3);
122 for i = 1:N
123     for j = 1:N
124         c(i,j,:) = [(2*N+1-2*i), (2*N+1-2*j), (i+j)]/2/N;
125     end
126 end
127 c = squeeze(reshape(c, N^2, 1, 3));
128
129 % load offset voltage to subtract from cosinus, sinus voltage
130 Voff = ds.Info.SensorArrayOptions.Voff;
131
132 % plot sensor grid in x and y coordinates and constant z layer %%%%%%%%%%%%%%
133 %%%%%%%%%%%%%%
134 ax1 = nexttile(1);
135 % plot each cooreinate in loop to create a special shading constant
136 % reliable to orientation for all matrice
137 hold on;
138 scatter(X(:), Y(:), [], c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
139     'LineWidth', 0.8);
140
141 % axis shape and ticks
142 axis square xy;
143 axis tight;
144 grid on;
145 xlim([minX maxX]);
146 ylim([minY maxY]);
147
148 % text and labels
149 text(minX+0.2, minY+0.2, ...
150     sprintf('$Z = %.1f$ mm', Z(1)), ...
151     'Color', 'k', ...
152     'FontSize', 20, ...

```

```
153     'FontName', 'Times', ...
154     'Interpreter', 'latex');
155
156 xlabel('$X$ in mm');
157
158 ylabel('$Y$ in mm');
159
160 title(sprintf('a) Sensor-Array %d\times%d', N, N));
161
162 hold off;
163
164 % plot rotation angles in polar view %%%%%%%%%%%%%%%%
165 %%%%%%%%%%%%%%%%
166 nexttile(2);
167 % plot all angles grayed out
168 polarscatter(ds.Data.angles/180*pi, ones(1, ds.Info.UseOptions.nAngles), ...
169     [], [0.8 0.8 0.8], 'filled');
170
171 % radius ticks and label
172 rticks(1);
173 rticklabels("");
174 hold on;
175
176 % plot subset of angles
177 % polarscatter(subAngles/180*pi, ones(1, nSubAngles),...
178 %     'k', 'LineWidth', 0.8);
179 ax2 = gca;
180
181 % axis shape
182 axis tight;
183
184 % text an labels
185 % init first rotation step label
186 tA = text(2/3*pi, 1.5, ...
187     '$\theta$', ...
188     'Color', 'b', ...
189     'FontSize', 20, ...
190     'FontName', 'Times', ...
191     'Interpreter', 'latex');
192
193 title('b) Rotation Angle');
194
195 hold off;
196
197 % Cosinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%%%
198 %%%%%%%%%%%%%%%%
199 ax3 = nexttile(3);
200 hold on;
201
202 % set colormap
203 colormap('gray');
```

```
204
205 % plot cosinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
206 imC = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VcosRef);
207 set(imC, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VcosRef));
208 set(gca, 'YDir', 'normal')
209
210 % axis shape and ticks
211 axis square xy;
212 axis tight;
213 yticks(xticks);
214 grid on;
215
216 % test and labels
217 xlabel('$H_x$ in kA/m');
218
219 ylabel('$H_y$ in kA/m');
220
221 title('c) $V_{\cos}(H_x, H_y)$ in V');
222
223 % add colorbar and place it
224 cb1 = colorbar;
225 cb1.Label.String = sprintf...
226     '$V_{cc} = \%1.1f$ V, $V_{off} = \%1.2f$ V', ...
227     ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc, ds.Info.SensorArrayOptions.Voff);
228 cb1.TickLabelInterpreter = 'latex';
229 cb1.Label.Interpreter = 'latex';
230 cb1.Label.FontSize = 20;
231
232 hold off;
233
234 % Sinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%
235 %%%%%%%%%%%%%%
236 ax4 = nexttile(4);
237 hold on;
238
239 % set colormap
240 colormap('gray');
241
242 % plot sinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
243 imS = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VsinRef);
244 set(imS, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VsinRef));
245 set(gca, 'YDir', 'normal')
246
247 % axis shape and ticks
248 axis square xy;
249 axis tight;
250 yticks(xticks);
251 grid on;
252
253 % test and labels
254 xlabel('$H_x$ in kA/m');
```

```

255
256     ylabel('$H_y$ in kA/m');
257
258     title('d) $V_{sin}(H_x, H_y)$ in V');
259
260     % add colorbar and place it
261     cb2 = colorbar;
262     cb2.Label.String = sprintf(... 
263         '$V_{cc} = %1.1f$ V, $V_{off} = %1.2f$ V', ...
264         ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc, ds.Info.SensorArrayOptions.Voff);
265     cb2.TickLabelInterpreter = 'latex';
266     cb2.Label.Interpreter = 'latex';
267     cb2.Label.FontSize = 20;
268
269     hold off;
270
271     % zoom axes for scatter on cosinuns reference images %%%%%%%%%%%%%%
272     %%%%%%%%%%%%%%
273     nexttile(3);
274     ax5 = axes('Position', [0.15 0.115 0.12 0.12], ...
275         'XColor', 'r', 'YColor', 'r');
276     xticklabels(ax5, []);
277     yticklabels(ax5, []);
278     hold on;
279     axis square xy;
280     grid on;
281     hold off;
282
283     ax6 = axes('Position', [0.581 0.115 0.12 0.12], ...
284         'XColor', 'r', 'YColor', 'r');
285     xticklabels(ax6, []);
286     yticklabels(ax6, []);
287     hold on;
288     axis square xy;
289     grid on;
290     hold off;
291
292     % plot angle into plots %%%%%%%%%%%%%%
293     %%%%%%%%%%%%%%
294     % H load subset
295     Hx = ds.Data.Hx(:,:,idx);
296     Hy = ds.Data.Hy(:,:,idx);
297     % get min max
298     maxHx = max(Hx, [], 'all');
299     maxHy = max(Hy, [], 'all');
300     minHx = min(Hx, [], 'all');
301     minHy = min(Hy, [], 'all');
302     dHx = abs(maxHx - minHx);
303     dHy = abs(maxHy - minHy);
304
305     % load V subset

```

```

306 Vcos = ds.Data.Vcos(:,:,idx) - Voff;
307 Vsin = ds.Data.Vsin(:,:,idx) - Voff;
308 angle = ds.Data.angles(idx);
309
310 % lock plots
311 hold(ax1, 'on');
312 hold(ax2, 'on');
313 hold(ax3, 'on');
314 hold(ax4, 'on');
315 hold(ax5, 'on');
316 hold(ax6, 'on');
317
318 % update plot 1
319 qH = quiver(ax1, X, Y, Hx, Hy, 0.7, 'b');
320 qV = quiver(ax1, X, Y, Vcos, Vsin, 0.7, 'r');
321 legend([qH qV], {'$quiver(H_x,H_y)$', ...
322 '$quiver(V_{cos}-V_{off},V_{sin}-V_{off})$'}, ...
323 'FontSize', 14, ...
324 'Location', 'NorthEast');
325
326 % update plot 2
327 tA.String = sprintf('%.1f^\circ', angle);
328 polarscatter(ax2, angle/180*pi, 1, 'b', 'filled', ...
329 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 0.8);
330
331 % update plot 3 and 4
332 scatter(ax3, Hx(:), Hy(:), 5, c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
333 'LineWidth', 0.8);
334 scatter(ax4, Hx(:), Hy(:), 5, c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
335 'LineWidth', 0.8);
336
337 % calc position of scatter area frame and reframe
338 pos = [minHx - 0.3 * dHx, minHy - 0.3 * dHy, 1.6 * dHx, 1.6 * dHy];
339 rectangle(ax3, 'Position', pos, 'LineWidth', 1.5, 'EdgeColor', 'r');
340 rectangle(ax4, 'Position', pos, 'LineWidth', 1.5, 'EdgeColor', 'r');
341
342 % update plot 5 (zoom)
343 scatter(ax5, Hx(:), Hy(:), [], c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
344 'LineWidth', 0.8);
345 xlim(ax5, [pos(1) maxHx + 0.3 * dHx])
346 ylim(ax5, [pos(2) maxHy + 0.3 * dHy])
347
348 % update plot 6 (zoom)
349 scatter(ax6, Hx(:), Hy(:), [], c, 'filled', 'MarkerEdgeColor', 'k', ...
350 'LineWidth', 0.8);
351 xlim(ax6, [pos(1) maxHx + 0.3 * dHx])
352 ylim(ax6, [pos(2) maxHy + 0.3 * dHy])
353
354 % release plots
355 hold(ax1, 'off');
356 hold(ax2, 'off');

```

```
357 hold(ax3, 'off');
358 hold(ax4, 'off');
359 hold(ax5, 'off');
360 hold(ax6, 'off');
361
362 % save figure to file %%%%%%%%%%%%%%%%
363 %%%%%%%%%%%%%%%%
364 % get file path to save figure with angle index
365 [~, fName, ~] = fileparts(ds.Info.filePath);
366
367 % save to various formats
368 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
369 % if strcmp(yesno, 'y')
370 %     fLabel = input('Enter file label: ', 's');
371 %     fName = fName + sprintf("_AnglePlot_%d_", idx) + fLabel;
372 %     savefig(fig, fullfile(fPath, fName));
373 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dsvg');
374 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-depsc', '-tiff', '-loose');
375 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
376 % end
377 % close(fig);
378 end
```

#### E.4.3.3.10 plotSimulationSubset

Search for available trainings or test dataset and plot dataset. Follow user input dialog to choose which dataset and decide which array elements to plot. Save created plot to file. Filename same as dataset with attached info.

##### Syntax

```
1 plotSimulationSubset()
```

##### Description

**plotSimulationSubset()** plot training or test dataset which are located in data/test or data/training. The function lists all datasets and the user must decide during user input dialog which dataset to plot and how many angles to visualize. It loads path from config.mat and scans for file automatically.

##### Examples

```
1 plotSimulationSubset()
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

##### See Also

- generateSimulationDatasets
- sensorArraySimulation
- generateConfigMat

Created on November 29, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotSimulationSubset()
2 % scan for datasets and load needed configurations %%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%
4 try
5     disp('Plot simulation dataset ...');
6     close all;
7     % load path variables
8     load('config.mat', 'PathVariables');
9     % scan for datasets
10    TrainingDatasets = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, ...
11        'Training_*.mat'));
12    TestDatasets = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test_*.mat'));
13    allDatasets = [TrainingDatasets; TestDatasets];
14    % check if files available
15    if isempty(allDatasets)
16        error('No training or test datasets found.');
17    end
18    catch ME
19        rethrow(ME)
20    end
21
22    % display available datasets to user, decide which to plot %%%%%%%%%%%%%%
23    %%%%%%%%%%%%%%
24
25    % number of datasets
26    nDatasets = length(allDatasets);
27    fprintf('Found %d datasets:\n', nDatasets)
28    for i = 1:nDatasets
29        fprintf('%s\t\t(%d)\n', allDatasets(i).name, i)
30    end
31    % get numeric user input to indicate which dataset to plot
32    iDataset = 3;%input('Type number to choose dataset to plot to: ');
33
34    % load dataset and ask user which one and how many angles %%%%%%%%%%%%%%
35    %%%%%%%%%%%%%%
36    try
37        ds = load(fullfile(allDatasets(iDataset).folder, ...
38            allDatasets(iDataset).name));
39        % check how many angles in dataset and let user decide how many to
40        % render in plot
41        fprintf('Detect %d x %d sensors in dataset ... \n', ...
42            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
43            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
44        xIdx = input("Enter row indices in []: ");
45        yIdx = input("Enter col indices in []: ");
46        if length(xIdx) ~= length(yIdx)
47            error('Indices must have the same length!')
48        end
49        % fprintf('Detect %d angles in dataset ... \n', ...
50        %     ds.Info.UseOptions.nAngles);

```

```

51 %      nSubAngles = input('How many angles to you wish to plot: ');
52 %      % indices for data to plot, get sample distance for even distance
53 %      sampleDistance = length(ds.Data.angles);
54 %      % get subset of angles
55 %      subAngles = downsample(ds.Data.angles, sampleDistance);
56 %      nSubAngles = length(subAngles); % just ensure
57 %      % get indices for subset data
58 %      angleIdx = find(ismember(ds.Data.angles, subAngles));
59 catch ME
60     rethrow(ME)
61 end
62
63 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%%%
64 %%%%%%%%%%%%%%%%
65 fPath = PathVariables.saveImagesPath;
66
67 % create dataset figure for a subset or all angle %%%%%%%%%%%%%%%%
68 %%%%%%%%%%%%%%%%
69 fig = figure('Name', 'Sensor Array', ...
70    'NumberTitle', 'off', ...
71    'WindowStyle', 'normal', ...
72    'WindowState', 'maximized');
73
74 tdl = tiledlayout(fig, 4, 6, ...
75    'Padding', 'compact', ...
76    'TileSpacing', 'compact');
77
78
79 disp('Sensor Array Simulation');
80
81 subline1 = "Sensor Array (%s) of %dx%d sensors," + ...
82    " an edge length of %.1f mm, a rel. pos. to magnet surface of";
83 subline2 = " (%.1f, %.1f, -(%.1f)) in mm, a magnet tilt" + ...
84    " of %.1f, a sphere radius of %.1f mm, a imprinted";
85 subline3 = "field strength of %.1f kA/m at %.1f mm from" + ...
86    " sphere surface in z-axis, %d rotation angles with a ";
87 subline4 = "step width of %.1f and a resolution" + ...
88    " of %.1f. Visualized is a subset.";
89 subline5 = "Based on %s characterization reference %s.";
90 sub = [sprintf(subline1, ...
91            ds.Info.SensorArrayOptions.geometry, ...
92            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
93            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
94            ds.Info.SensorArrayOptions.edge); ...
95 sprintf(subline2, ...
96            ds.Info.UseOptions.xPos, ...
97            ds.Info.UseOptions.yPos, ...
98            ds.Info.UseOptions.zPos, ...
99            ds.Info.UseOptions.tilt, ...
100           ds.Info.DipoleOptions.sphereRadius); ...
101 sprintf(subline3, ...

```

```

102         ds.Info.DipoleOptions.H0mag, ...
103         ds.Info.DipoleOptions.z0, ...
104         ds.Info.UseOptions.nAngles); ...
105         sprintf(subline4, ...
106             ds.Data.angleStep, ...
107             ds.Info.UseOptions.angleRes)
108         sprintf(subline5, ...
109             ds.Info.CharData, ...
110             ds.Info.UseOptions.BridgeReference)];
111
112     disp(sub);
113
114 % get subset of needed data to plot, only one load %%%%%%%%%%%%%%
115 %%%%%%%%%%%%%%
116 N = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension;
117 X = ds.Data.X;
118 Y = ds.Data.Y;
119 Z = ds.Data.Z;
120
121 % calc limits of plot 1
122 a= ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
123 maxX = ds.Info.UseOptions.xPos + a * 0.66;
124 maxY = ds.Info.UseOptions.yPos + a * 0.66;
125 minX = ds.Info.UseOptions.xPos - a * 0.66;
126 minY = ds.Info.UseOptions.yPos - a * 0.66;
127 dp = a / (ds.Info.SensorArrayOptions.dimension - 1);
128 x1 = ds.Info.UseOptions.xPos - a/2;
129 x2 = ds.Info.UseOptions.xPos + a/2;
130 y1 = ds.Info.UseOptions.yPos - a/2;
131 y2 = ds.Info.UseOptions.yPos + a/2;
132
133 % calculate colormap to identify scatter points
134 c=zeros(N,N,3);
135 for i = 1:N
136     for j = 1:N
137         c(i,j,:) = [(2*N+1-2*i), (2*N+1-2*j), (i+j)]/2/N;
138     end
139 end
140 c = squeeze(reshape(c, N^2, 1, 3));
141 % reshape RGB for picking single sensors
142 R = reshape(c(:,1), N, N);
143 G = reshape(c(:,2), N, N);
144 B = reshape(c(:,3), N, N);
145
146 % load offset voltage to subtract from cosinus, sinus voltage
147 Voff = ds.Info.SensorArrayOptions.Voff;
148 Vcc = ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc;
149
150 % plot sensor grid in x and y coordinates and constant z layer %%%%%%
151 %%%%%%
152 ax1 = nexttile(6,[2 1]);

```

```

153 % plot each cooredinate in loop to create a special shading constant
154 % reliable to orientation for all matrice
155 hold on;
156
157 scatter(X(:, Y(:, 48, [0.8 0.8 0.8], 'filled', ...
158 'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 0.8);
159
160 for k = 1:length(xIdx)
161     i = xIdx(k); j = yIdx(k);
162     scatter(X(i,j), Y(i,j), 96, [R(i,j), G(i,j), B(i,j)], 'filled', ...
163         'MarkerEdgeColor', 'k', 'LineWidth', 0.8);
164 end
165
166 % axis shape and ticks
167 axis square xy;
168 axis tight;
169 grid on;
170 xlim([minX maxX]);
171 ylim([minY maxY]);
172 xticks(x1:dp:x2);
173 xticklabels(1:ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
174 yticks(y1:dp:y2);
175 yticklabels(ds.Info.SensorArrayOptions.dimension:-1:1);
176
177 xlabel('$j$');
178
179 ylabel('$i$');
180
181 title(sprintf('c) Sensor Array %d\\times%d$', N, N));
182
183 hold off;
184
185
186 % Cosinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%
187 %%%%%%%%%%%%%%
188 ax3 = nexttile(1, [2 2]);
189 hold on;
190
191 % set colormap
192 colormap('gray');
193
194 % plot cosinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
195 imC = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VcosRef);
196 set(imC, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VcosRef));
197 set(gca, 'YDir', 'normal')
198
199 % axis shape and ticks
200 axis square xy;
201 axis tight;
202 yticks(xticks);
203 grid on;

```

```
204
205 % test and labels
206 xlabel('$H_x$ in kA/m');
207
208 ylabel('$H_y$ in kA/m');
209
210 title('a) $V_{\cos}(H_x, H_y)$');
211
212 % add colorbar and place it
213 cb1 = colorbar;
214 cb1.Label.String = 'in V';
215 cb1.TickLabelInterpreter = 'latex';
216 cb1.Label.Interpreter = 'latex';
217 cb1.Label.FontSize = 20;
218 hold off;
219
220 % Sinus bridge outputs for rotation step %%%%%%%%%%%%%%
221 %%%%%%%%%%%%%%
222 ax4 = nexttile(13, [2 2]);
223 hold on;
224
225 % set colormap
226 colormap('gray');
227
228 % plot sinus reference, set NaN values to white color, orient Y to normal
229 imS = imagesc(ds.Data.HxScale, ds.Data.HyScale, ds.Data.VsinRef);
230 set(imS, 'AlphaData', ~isnan(ds.Data.VsinRef));
231 set(gca, 'YDir', 'normal')
232
233 % axis shape and ticks
234 axis square xy;
235 axis tight;
236 yticks(xticks);
237 grid on;
238
239 % test and labels
240 xlabel('$H_x$ in kA/m');
241
242 ylabel('$H_y$ in kA/m');
243
244 title('d) $V_{\sin}(H_x, H_y)$');
245
246 % add colorbar and place it
247 cb2 = colorbar;
248 cb2.Label.String = 'in V';
249 cb2.TickLabelInterpreter = 'latex';
250 cb2.Label.Interpreter = 'latex';
251 cb2.Label.FontSize = 20;
252
253 hold off;
254
```

```

255 % plot Vcos Vsin over angles %%%%%%%%%%%%%%%%
256 %%%%%%%%%%%%%%%%
257 % axes limits
258 xlims = [0 360];
259 ylims = [min(cat(...
260     3, ds.Data.VsinRef, ds.Data.VcosRef), [], 'all') - 0.1*Vcc, ...
261     max(cat(3, ds.Data.VsinRef, ds.Data.VcosRef), [], 'all') + 0.1*Vcc];
262
263 % Vcos
264 ax5 = nexttile(3, [2 3]);
265 yline(Voff, 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
266 xlim(xlimits);
267 ylim(ylimits);
268 grid on;
269
270 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
271
272 ylabel('in V');
273
274 title(sprintf...
275     "b) $V_{cos}(\alpha)$ f." + ...
276     " $V_{cc} = %.1f$ V, $V_{off} = %.2f$ V", Vcc, Voff);
277
278 % Vsin
279 ax6 = nexttile(15, [2 3]);
280 yline(Voff, 'k-.', 'LineWidth', 2.5);
281 xlim(xlimits);
282 ylim(ylimits);
283 grid on;
284
285 xlabel('$\alpha$ in $\circ$');
286
287 ylabel('in V');
288
289 title(sprintf("e) $V_{sin}(\alpha)$ f." + ...
290     " $V_{cc} = %.1f$ V, $V_{off} = %.2f$ V", Vcc, Voff));
291
292 % loop through subset of dataset and renew plots %%%%%%%%%%%%%%%
293 %%%%%%%%%%%%%%%
294 % lock plots
295 hold(ax3, 'on');
296 hold(ax4, 'on');
297 hold(ax5, 'on');
298 hold(ax6, 'on');
299
300 % loop over indices
301 for k = 1:length(xIdx)
302     i = xIdx(k); j = yIdx(k);
303     % H load subset
304     Hx = squeeze(ds.Data.Hx(i,j,:));
305     Hy = squeeze(ds.Data.Hy(i,j,:));

```

```

306     % get min max
307
308     % load V subset
309     Vcos = squeeze(ds.Data.Vcos(i,j,:));
310     Vsini = squeeze(ds.Data.Vsin(i,j,:));
311
312     % update plot 3, 4, 5 and 6
313     scatter(ax3, Hx, Hy, 5, [R(i,j), G(i,j), B(i,j)] , 'filled');
314     scatter(ax4, Hx, Hy, 5, [R(i,j), G(i,j), B(i,j)] , 'filled');
315     scatter(ax5, ds.Data.angles, Vcos, 8, [R(i,j), G(i,j), B(i,j)] , ...
316             'filled');
317     scatter(ax6, ds.Data.angles, Vsini, 8, [R(i,j), G(i,j), B(i,j)] , ...
318             'filled');
319 end
320
321 % release plots
322 hold(ax3, 'off');
323 hold(ax4, 'off');
324 hold(ax5, 'off');
325 hold(ax6, 'off');
326
327 % save figure to file %%%%%%%%%%%%%%%%
328 %%%%%%%%%%%%%%%%
329 % get file path to save figure with angle index
330 [~, fName, ~] = fileparts(ds.Info.filePath);
331 %
332 % save to various formats
333 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
334 % if strcmp(yesno, 'y')
335 %     fLabel = input('Enter file label: ', 's');
336 %     fName = fName + "_SubsetPlot_" + fLabel;
337 %     savefig(fig, fullfile(fPath, fName));
338 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dsvg');
339 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-depsc', '-tiff', '-loose');
340 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
341 % end
342 % close(fig);
343 end

```

#### E.4.3.3.11 plotSimulationCosSinStats

Search for available trainings or test dataset and plot dataset. Follow user input dialog to choose which dataset to plot and statistics of cos sin. Save created plot to file. Filename same as dataset with attached info.

##### Syntax

```
1 plotSimulationCosSinStats()
```

##### Description

`plotSimulationCosSinStats()` plot training or test dataset which are located in `data/test` or `data/training`. The function lists all datasets and the user must decide during user input dialog which dataset to plot. It loads path from `config.mat` and scans for file automatically.

##### Examples

```
1 plotSimulationCosSinStats()
```

##### Input Arguments

None

##### Output Arguments

None

##### Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: `config.mat`

##### See Also

- `generateSimulationDatasets`
- `sensorArraySimulation`
- `generateConfigMat`

Created on November 30. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotSimulationCosSinStats()
2 % scan for datasets and load needed configurations %%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%
4 try
5     disp('Plot simulation dataset ...');
6     close all;
7     % load path variables
8     load('config.mat', 'PathVariables');
9     % scan for datasets
10    TrainingDatasets = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, ...
11        'Training_*.mat'));
12    TestDatasets = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test_*.mat'));
13    allDatasets = [TrainingDatasets; TestDatasets];
14    % check if files available
15    if isempty(allDatasets)
16        error('No training or test datasets found.');
17    end
18    catch ME
19        rethrow(ME)
20    end
21
22    % display available datasets to user, decide which to plot %%%%%%
23    %%%%%%
24
25    % number of datasets
26    nDatasets = length(allDatasets);
27    fprintf('Found %d datasets:\n', nDatasets)
28    for i = 1:nDatasets
29        fprintf('%s\t%d\n', allDatasets(i).name, i)
30    end
31    % get numeric user input to indicate which dataset to plot
32    iDataset = input('Type number to choose dataset to plot to: ');
33
34    % load dataset and ask user which one and how many angles %%%%%%
35    %%%%%%
36    try
37        ds = load(fullfile(allDatasets(iDataset).folder, ...
38            allDatasets(iDataset).name));
39        % check how many angles in dataset and let user decide how many to
40        % render in plot
41        fprintf('Detect %d angles in dataset ...\n', ...
42            ds.Info.UseOptions.nAngles);
43        nSubAngles = input('How many angles to you wish to plot: ');
44        % nSubAngles = 120;
45        % indices for data to plot, get sample distance for even distance
46        sampleDistance = length(ds.Data.angles) / nSubAngles;
47        % get subset of angles
48        subAngles = downsample(ds.Data.angles, sampleDistance);
49        nSubAngles = length(subAngles); % just ensure
50        % get indices for subset data

```

```

51     indices = find(ismember(ds.Data.angles, subAngles));
52
53     catch ME
54         rethrow(ME)
55     end
56
57 % figure save path for different formats %%%%%%%%%%%%%%%%
58 %%%%%%%%%%%%%%%%
59 fPath = fullfile(PathVariables.saveImagesPath);
60
61 % create dataset figure for a subset or all angle %%%%%%%%%%%%%%%%
62 %%%%%%%%%%%%%%%%
63 fig = figure('Name', 'Sensor Array', ...
64     'NumberTitle', 'off', ...
65     'WindowStyle', 'normal', ...
66     'MenuBar', 'none', ...
67     'ToolBar', 'none', ...
68     'Units', 'centimeters', ...
69     'OuterPosition', [0 0 37 29], ...
70     'PaperType', 'a4', ...
71     'PaperUnits', 'centimeters', ...
72     'PaperOrientation', 'landscape', ...
73     'PaperSizeMode', 'auto', ...
74     'DoubleBuffer', 'on', ...
75     'RendererMode', 'manual', ...
76     'Renderer', 'painters');
77
78 tdl = tiledlayout(fig, 2, 1, ...
79     'Padding', 'compact', ...
80     'TileSpacing' , 'compact');
81
82 title(tdl, 'Sensor Array Simulation', ...
83     'FontWeight', 'normal', ...
84     'FontSize', 18, ...
85     'FontName', 'Times', ...
86     'Interpreter', 'latex');
87
88 subline1 = "Sensor Array (%s) of %d\times%d sensors, " + ...
89     "an edge length of %.1f mm, a rel. pos. to magnet surface of";
90 subline2 = " $(%.1f, %.1f, -(%1f))$ in mm, a magnet tilt" + ...
91     " of %.1f^\circ, a sphere radius of %.1f mm, a imprinted";
92 subline3 = "field strength of %.1f kA/m at %.1f mm from" + ...
93     " sphere surface in z-axis, %d rotation angles with a ";
94 subline4 = "step width of %.1f^\circ and a resolution of" + ...
95     " %.1f^\circ. Visualized is a subset of %d angles in ";
96 subline5 = "sample distance of %d angles. Based on %s" + ...
97     " characterization reference %s.";
98 sub = [sprintf(subline1, ...
99             ds.Info.SensorArrayOptions.geometry, ...
100            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
101            ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...

```

```

102         ds.Info.SensorArrayOptions.edge); ...
103         sprintf(subline2, ...
104             ds.Info.UseOptions.xPos, ...
105             ds.Info.UseOptions.yPos, ...
106             ds.Info.UseOptions.zPos, ...
107             ds.Info.UseOptions.tilt, ...
108             ds.Info.DipoleOptions.sphereRadius); ...
109         sprintf(subline3, ...
110             ds.Info.DipoleOptions.H0mag, ...
111             ds.Info.DipoleOptions.z0, ...
112             ds.Info.UseOptions.nAngles); ...
113         sprintf(subline4, ...
114             ds.Data.angleStep, ...
115             ds.Info.UseOptions.angleRes, ...
116             nSubAngles)
117         sprintf(subline5, ...
118             sampleDistance, ...
119             ds.Info.CharData, ...
120             ds.Info.UseOptions.BridgeReference]);
121
122 subtitle(tdl, sub, ...
123     'FontWeight', 'normal', ...
124     'FontSize', 14, ...
125     'FontName', 'Times', ...
126     'Interpreter', 'latex');
127
128 % get subset of needed data to plot, only one load %%%%%%%%%%%%%%
129 %%%%%%%%%%%%%% M = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension^2;
130 % N = ds.Info.UseOptions.nAngles;
131 res = ds.Info.UseOptions.angleRes;
132 angles = ds.Data.angles;
133 anglesIP = 0:res:360-res;
134
135 % load V subset and reshape for easier computing statistics
136 Vcos = squeeze(reshape(ds.Data.Vcos(:,:,indices), 1, M, nSubAngles));
137 Vsin = squeeze(reshape(ds.Data.Vsin(:,:,indices), 1, M, nSubAngles));
138
139 % load offset voltage to subtract from cosinus, sinus voltage
140 Voff = ds.Info.SensorArrayOptions.Voff;
141 Vcc = ds.Info.SensorArrayOptions.Vcc;
142
143 % compute statistics of Vcos Vsin %%%%%%%%%%%%%%
144 %%%%%%%%%%%%%% % interpolate with makima makes best results, ensure to kill nans for
145 % fill otherwise fill strokes, use linstyle none for fill without frame
146 % fill otherwaise fill strokes, use linstyle none for fill without frame
147 interpM = 'makima';
148 VcosMean = mean(Vcos, 1);
149 VcosMeanIP = interp1(subAngles, VcosMean, anglesIP, interpM);
150
151 VcosStd = std(Vcos, 1, 1);

```

```
153 VcosVar = var(Vcos, 1, 1); % std^2
154
155 % meanvariation coefficient in percent
156 VcosMVCp = mean(VcosStd ./ VcosMean) * 100;
157
158 VcosUpper1 = VcosMean + VcosStd;
159 VcosUpper2 = VcosMean + VcosVar;
160 VcosLower1 = VcosMean - VcosStd;
161 VcosLower2 = VcosMean - VcosVar;
162
163 VcosUpper1IP = interp1(subAngles, VcosUpper1, anglesIP, interpM);
164 VcosUpper1IP = fillmissing(VcosUpper1IP, 'previous');
165
166 VcosLower1IP = interp1(subAngles, VcosLower1, anglesIP, interpM);
167 VcosLower1IP = fillmissing(VcosLower1IP, 'previous');
168
169 VcosUpper2IP = interp1(subAngles, VcosUpper2, anglesIP, interpM);
170 VcosUpper2IP = fillmissing(VcosUpper2IP, 'previous');
171
172 VcosLower2IP = interp1(subAngles, VcosLower2, anglesIP, interpM);
173 VcosLower2IP = fillmissing(VcosLower2IP, 'previous');
174
175 VsinMean = mean(Vsin, 1);
176 VsinMeanIP = interp1(subAngles, VsinMean, anglesIP, interpM);
177
178 VsinStd = std(Vsin, 1, 1);
179 VsinVar = var(Vsin, 1, 1); % std^2
180
181 % meanvariation coefficient in percent
182 VsinMVCp = mean(VsinStd ./ VsinMean) * 100;
183
184 VsinUpper1 = VsinMean + VsinStd;
185 VsinUpper2 = VsinMean + VsinVar;
186 VsinLower1 = VsinMean - VsinStd;
187 VsinLower2 = VsinMean - VsinVar;
188
189 VsinUpper1IP = interp1(subAngles, VsinUpper1, anglesIP, interpM);
190 VsinUpper1IP = fillmissing(VsinUpper1IP, 'previous');
191
192 VsinLower1IP = interp1(subAngles, VsinLower1, anglesIP, interpM);
193 VsinLower1IP = fillmissing(VsinLower1IP, 'previous');
194
195 VsinUpper2IP = interp1(subAngles, VsinUpper2, anglesIP, interpM);
196 VsinUpper2IP = fillmissing(VsinUpper2IP, 'previous');
197
198 VsinLower2IP = interp1(subAngles, VsinLower2, anglesIP, interpM);
199 VsinLower2IP = fillmissing(VsinLower2IP, 'previous');
200
201 % plot Vcos Vsin over angles %%%%%%%%%%%%%%%%
202 %%%%%%%%%%%%%%%%
203
```

```

204 % Vcos
205 nexttile;
206 hold on;
207
208 fillStdX = [anglesIP, fliplr(anglesIP)];
209 fillStdY = [VcosLower1IP, fliplr(VcosUpper1IP)];
210 fill(fillStdX, fillStdY, [0.95 0.95 0.95], 'LineStyle', 'none');
211
212 fillVarX = [anglesIP, fliplr(anglesIP)];
213 fillVarY = [VcosLower2IP, fliplr(VcosUpper2IP)];
214 fill(fillVarX, fillVarY, [0.7 0.7 0.7], 'LineStyle', 'none');
215
216 yline(Voff, 'k--');
217 scatter(subAngles, VcosUpper1, [], 'r*');
218 plot(anglesIP, VcosUpper1IP, 'r-.');
219 scatter(subAngles, VcosMean, [], 'm*');
220 plot(anglesIP, VcosMeanIP, 'm-.');
221 scatter(subAngles, VcosLower1, [], 'b*');
222 plot(anglesIP, VcosLower1IP, 'b-.');
223
224
225 hold off;
226 xlim([-res 360-res]);
227 %ylim(ylimits);
228 grid on;
229
230 xlabel('$\theta$ in Degree', ...
231     'FontWeight', 'normal', ...
232     'FontSize', 12, ...
233     'FontName', 'Times', ...
234     'Interpreter', 'latex');
235
236 ylabel('$V\{cos\}(\theta)$ in V', ...
237     'FontWeight', 'normal', ...
238     'FontSize', 12, ...
239     'FontName', 'Times', ...
240     'Interpreter', 'latex');
241
242 title(sprintf...
243     "Compare $V_{cos}(\theta)$ for each Array Member $V_{cc} = %.1f$" + ...
244     "$V, $V_{off} = %.2f$ V, $\bar{\sigma}_{\mu} = %.2f$ perc.", ...
245     Vcc, Voff, VcosMVC), ...
246     'FontWeight', 'normal', ...
247     'FontSize', 12, ...
248     'FontName', 'Times', ...
249     'Interpreter', 'latex');
250
251 % Vsin
252 nexttile;
253 hold on;
254

```

```

255 fillStdX = [anglesIP, fliplr(anglesIP)];
256 fillStdY = [VsinLower1IP, fliplr(VsinUpper1IP)];
257 l1 = fill(fillStdX, fillStdY, [0.95 0.95 0.95], 'LineStyle', 'none');
258
259 fillVarX = [anglesIP, fliplr(anglesIP)];
260 fillVarY = [VsinLower2IP, fliplr(VsinUpper2IP)];
261 l2 = fill(fillVarX, fillVarY, [0.7 0.7 0.7], 'LineStyle', 'none');
262
263 l3 = yline(Voff, 'k--');
264 l4 = scatter(subAngles, VsinUpper1, [], 'r*');
265 l5 = plot(anglesIP, VsinUpper1IP, 'r-.');
266 l6 = scatter(subAngles, VsinMean, [], 'm*');
267 l7 = plot(anglesIP, VsinMeanIP, 'm-.');
268 l8 = scatter(subAngles, VsinLower1, [], 'b*');
269 l9 = plot(anglesIP, VsinLower1IP, 'b-.');
270
271 hold off;
272 xlim([-res 360-res]);
273 grid on;
274
275 xlabel('$\theta$ in Degree', ...
276     'FontWeight', 'normal', ...
277     'FontSize', 12, ...
278     'FontName', 'Times', ...
279     'Interpreter', 'latex');
280
281 ylabel('$V_{\sin}(\theta)$ in V', ...
282     'FontWeight', 'normal', ...
283     'FontSize', 12, ...
284     'FontName', 'Times', ...
285     'Interpreter', 'latex');
286 title(sprintf(...,
287     "Compare $V_{\sin}(\theta)$ for each Array Member $V_{cc} = %.1f$" + ...
288     " V, $V_{off} = %.2f$ V, $\bar{\sigma}_{\mu} = %.2f$ perc.", ...
289     Vcc, Voff, VsinMVC), ...
290     'FontWeight', 'normal', ...
291     'FontSize', 12, ...
292     'FontName', 'Times', ...
293     'Interpreter', 'latex');
294
295 % plot legend %%%%%%%%%%%%%%
296 %%%%%%%%%%%%%%
297 l = [l1 l2 l3 l4 l5 l6 l7 l8 l9];
298 L = legend(l, {'$\sigma$', ...
299             '$\sigma^2$', ...
300             '$V_{off}$', ...
301             '$U_{lim} = \mu + \sigma$', ...
302             sprintf('$s(U_{lim})$', interpM), ...
303             '$\mu(V)$', ...
304             sprintf('$s(\mu)$', interpM), ...
305             '$L_{lim} = \mu - \sigma$', ...

```

```
306         sprintf('$%s(L_{lim})$', interpM)}, ...
307     'FontWeight', 'normal', ...
308     'FontSize', 12, ...
309     'FontName', 'Times', ...
310     'Interpreter', 'latex');
311 L.Layout.Tile = 'east';
312
313 % save figure to file %%%%%%%%%%%%%%%%
314 %%%%%%%%%%%%%%%%
315 % get file path to save figure with angle index
316 [~, fName, ~] = fileparts(ds.Info.filePath);
317
318 % save to various formats
319 yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
320 if strcmp(yesno, 'y')
321     fLabel = input('Enter file label: ', 's');
322     fName = fName + "_StatsPlot_" + fLabel;
323     savefig(fig, fullfile(fPath, fName));
324     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dsvg');
325     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-depsc', '-tiff', '-loose');
326     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
327 end
328 close(fig);
329
```

#### **E.4.3.3.12 plotSimulationDatasetCircle**

Search for available trainings or test dataset and plot dataset. Follow user input dialog to choose which dataset to plot. Save created plot to file. Filename same as dataset with attached info.

##### **Syntax**

```
1 plotSimulationDatasetCircle()
```

##### **Description**

**plotSimulationDatasetCircle()** plot training or test dataset which are located in data/test or data/training. The function lists all datasets and the user must decide during user input dialog which dataset to plot. It loads path from config.mat and scans for file automatically.

##### **Examples**

```
1 plotSimulationDatasetCircle()
```

##### **Input Arguments**

**None**

##### **Output Arguments**

**None**

##### **Requirements**

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: config.mat

##### **See Also**

- generateSimulationDatasets
- sensorArraySimulation
- generateConfigMat

Created on December 02. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

```

1 function plotSimulationDatasetCircle()
2 % scan for datasets and load needed configurations %%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%
4 try
5     disp('Plot simulation dataset ...');
6     close all;
7     % load path variables
8     load('config.mat', 'PathVariables');
9     % scan for datasets
10    TrainingDatasets = dir(fullfile(PathVariables.trainingDataPath, ...
11        'Training_*.mat'));
12    TestDatasets = dir(fullfile(PathVariables.testDataPath, 'Test_*.mat'));
13    allDatasets = [TrainingDatasets; TestDatasets];
14    % check if files available
15    if isempty(allDatasets)
16        error('No training or test datasets found.');
17    end
18    catch ME
19        rethrow(ME)
20    end
21
22    % display available datasets to user, decide which to plot %%%%%%
23    %%%%%%
24
25    % number of datasets
26    nDatasets = length(allDatasets);
27    fprintf('Found %d datasets:\n', nDatasets)
28    for i = 1:nDatasets
29        fprintf('%s\t:%d\n', allDatasets(i).name, i)
30    end
31    % get numeric user input to indicate which dataset to plot
32    iDataset = input('Type number to choose dataset to plot to: ');
33
34    % load dataset and ask user which one and how many angles %%%%%%
35    %%%%%%
36    try
37        ds = load(fullfile(allDatasets(iDataset).folder, ...
38            allDatasets(iDataset).name));
39    catch ME
40        rethrow(ME)
41    end
42
43    % figure save path for different formats %%%%%%
44    %%%%%%
45    fPath = PathVariables.saveImagePath;
46
47    % create dataset figure for a subset or all angle %%%%%%
48    %%%%%%
49    fig = figure('Name', 'Sensor Array', ...
50        'NumberTitle' , 'off', ...

```

```

51     'WindowStyle', 'normal', ...
52     'Units', 'centimeters', ...
53     'OuterPosition', [0 0 30 30]);
54
55 tdl = tiledlayout(fig, 2, 2);
56
57 disp('Sensor Array Simulation');
58
59 subline1 = "Sensor Array (%s) of %d\\times%d sensors," + ...
60     " an edge length of %.1f$ mm, a rel. pos. to magnet surface of";
61 subline2 = " $(%.1f, %.1f, -(%.1f))$ in mm, a magnet tilt" + ...
62     " of %.1f^\\circ$, a sphere radius of %.1f$ mm, a imprinted";
63 subline3 = "field strength of %.1f$ kA/m at %.1f$ mm from" + ...
64     " sphere surface in z-axis, $%d$ rotation angles with a ";
65 subline4 = "step width of %.1f^\\circ$ and a resolution of" + ...
66     " %.1f^\\circ$. Visualized are circular path of each array position ";
67 subline5 = "Based on %s characterization reference %s.";
68 sub = [sprintf(subline1, ...
69         ds.Info.SensorArrayOptions.geometry, ...
70         ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
71         ds.Info.SensorArrayOptions.dimension, ...
72         ds.Info.SensorArrayOptions.edge); ...
73     sprintf(subline2, ...
74         ds.Info.UseOptions.xPos, ...
75         ds.Info.UseOptions.yPos, ...
76         ds.Info.UseOptions.zPos, ...
77         ds.Info.UseOptions.tilt, ...
78         ds.Info.DipoleOptions.sphereRadius); ...
79     sprintf(subline3, ...
80         ds.Info.DipoleOptions.H0mag, ...
81         ds.Info.DipoleOptions.z0, ...
82         ds.Info.UseOptions.nAngles); ...
83     sprintf(subline4, ...
84         ds.Data.angleStep, ...
85         ds.Info.UseOptions.angleRes)
86     sprintf(subline5, ...
87         ds.Info.CharData, ...
88         ds.Info.UseOptions.BridgeReference)];
89
90 disp(sub);
91
92 % get subset of needed data to plot, only one load %%%%%%%%%%%%%%
93 %%%%%%%%%%%%%%
94 N = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension;
95 M = ds.Info.UseOptions.nAngles;
96 Voff = ds.Info.SensorArrayOptions.Voff;
97 Vcos = ds.Data.Vcos - Voff;
98 Vsin = ds.Data.Vsin - Voff;
99 Hx = ds.Data.Hx;
100 Hy = ds.Data.Hy;
101

```

```

102 % calculate norm values to align circles around position only for x,y
103 % directition for each sensor dot over all angles.
104 Vmag = sqrt(Vcos.^2 + Vsin.^2);
105 Hmag = sqrt(Hx.^2 + Hy.^2);
106 %Hmag = ds.Data.Habs;
107
108 % related to position, multiply scale factor for circle diameter
109 diameterFactor = 2 * N / ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
110 MaxVmagPos = max(Vmag, [], 3) * diameterFactor;
111 MaxHmagPos = max(Hmag, [], 3) * diameterFactor;
112
113 % Overall maxima, scalar, multiply scale factor for circle diameter
114 MaxVmagOA = max(Vmag, [], 'all') * diameterFactor;
115 MaxHmagOA = max(Hmag, [], 'all') * diameterFactor;
116
117 % norm and scale volatages and filed strengths
118 VcosNorm = Vcos ./ MaxVmagPos;
119 VcosScaled = Vcos / MaxVmagOA;
120 VsinNorm = Vsin ./ MaxVmagPos;
121 VsinScaled = Vsin / MaxVmagOA;
122
123 HxNorm = Hx ./ MaxHmagPos;
124 HxScaled = Hx / MaxHmagOA;
125 HyNorm = Hy ./ MaxHmagPos;
126 HyScaled = Hy / MaxHmagOA;
127
128 Nd = ds.Info.SensorArrayOptions.dimension;
129 X = ds.Data.X;
130 Y = ds.Data.Y;
131 Z = ds.Data.Z;
132
133 % calc limits of plot 1
134 a= ds.Info.SensorArrayOptions.edge;
135 maxX = ds.Info.UseOptions.xPos + a * 0.66;
136 maxY = ds.Info.UseOptions.yPos + a * 0.66;
137 minX = ds.Info.UseOptions.xPos - a * 0.66;
138 minY = ds.Info.UseOptions.yPos - a * 0.66;
139 dp = a / (ds.Info.SensorArrayOptions.dimension - 1);
140 x1 = ds.Info.UseOptions.xPos - a/2;
141 x2 = ds.Info.UseOptions.xPos + a/2;
142 y1 = ds.Info.UseOptions.yPos - a/2;
143 y2 = ds.Info.UseOptions.yPos + a/2;
144
145 % plot sensor grid in x and y coordinates %%%%%%%%%%%%%%
146 %%%%%%%%%%%%%%
147 % plot each cooredinate in loop to create a special shading constant
148 % reliable to orientation for all matrice
149 % calculate colormap to identify scatter points
150 c=zeros(N,N,3);
151 for i = 1:N
152     for j = 1:N

```

```

153         c(i,j,:) = [(2*N+1-2*i), (2*N+1-2*j), (i+j)]/2/N;
154     end
155 end
156 c = squeeze(reshape(c, N^2, 1, 3));
157 % reshape RGB for picking single sensors
158 R = reshape(c(:,1), N, N);
159 G = reshape(c(:,2), N, N);
160 B = reshape(c(:,3), N, N);
161
162 % Field strength scaled to overall maxima %%%%%%%%%%%%%%
163 %%%%%%%%%%%%%%
164 nexttile;
165 hold on;
166 for i = 1:N
167     for j = 1:N
168         plot(squeeze(HxScaled(i, j, :)) + X(i,j), ...
169             squeeze(HyScaled(i, j, :)) + Y(i,j), ...
170             'Color', [R(i,j) G(i,j) B(i,j)], ...
171             'LineWidth' , 1.5)
172         line([X(i,j), HxScaled(i,j,1) + X(i,j)], ...
173             [Y(i,j), HyScaled(i,j,1) + Y(i,j)], ...
174             'Color','k','LineWidth',1.5)
175     end
176 end
177
178 % scatter magnet x,y position (0,0,z)
179 scatter(0, 0, 120, 'r', 'filled');
180
181 hold off;
182
183 % axis shape and ticks
184 axis square xy;
185 axis tight;
186 grid on;
187 xlim([minX maxX]);
188 ylim([minY maxY]);
189 xticks(x1:dp:x2);
190 xticklabels(1:ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
191 yticks(y1:dp:y2);
192 yticklabels(ds.Info.SensorArrayOptions.dimension:-1:1);
193 xlabel('$j$');
194 ylabel('$i$');
195
196 title('$H_x$, $H_y$ / Global Max $|H|$');
197
198 % Cosinus, sinus voltage scaled to overall maxima %%%%%%%%%%%%%%
199 %%%%%%%%%%%%%%
200 nexttile;
201 hold on;
202 for i = 1:N
203     for j = 1:N

```

```

204 plot(squeeze(VcosScaled(i, j, :)) + X(i,j), ...
205     squeeze(VsinScaled(i, j, :)) + Y(i,j), ...
206     'Color', [R(i,j) G(i,j) B(i,j)], ...
207     'LineWidth' , 1.5)
208 line([X(i,j), VcosScaled(i,j,1) + X(i,j)], ...
209       [Y(i,j), VsinScaled(i,j,1) + Y(i,j)], ...
210       'Color','k','LineWidth',1.5)
211 end
212 end
213
214 % scatter magnet x,y position (0,0,z)
215 scatter(0, 0, 120, 'r', 'filled');
216
217 hold off;
218
219 % axis shape and ticks
220 axis square xy;
221 axis tight;
222 grid on;
223 xlim([minX maxX]);
224 ylim([minY maxY]);
225 xticks(x1:dp:x2);
226 xticklabels(1:ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
227 yticks(y1:dp:y2);
228 yticklabels(ds.Info.SensorArrayOptions.dimension:-1:1);
229 xlabel('$j$');
230 ylabel('$i$');
231
232 title('$V_{\{cos\}}$, $V_{\{sin\}}$ / Global Max $|V|$');
233
234 % Field strength normed each maxima at position %%%%%%%%%%%%%%
235 %%%%%%%%%%%%%%
236 nexttile;
237 hold on;
238 for i = 1:N
239     for j = 1:N
240         plot(squeeze(HxNorm(i, j, :)) + X(i,j), ...
241             squeeze(HyNorm(i, j, :)) + Y(i,j), ...
242             'Color', [R(i,j) G(i,j) B(i,j)], ...
243             'LineWidth' , 1.5)
244         line([X(i,j), HxNorm(i,j,1) + X(i,j)], ...
245               [Y(i,j), HyNorm(i,j,1) + Y(i,j)], ...
246               'Color','k','LineWidth',1.5)
247     end
248 end
249
250 % scatter magnet x,y position (0,0,z)
251 scatter(0, 0, 120, 'r', 'filled');
252
253 hold off;
254

```

```

255 % axis shape and ticks
256 axis square xy;
257 axis tight;
258 grid on;
259 xlim([minX maxX]);
260 ylim([minY maxY]);
261 xticks(x1:dp:x2);
262 xticklabels(1:ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
263 yticks(y1:dp:y2);
264 yticklabels(ds.Info.SensorArrayOptions.dimension:-1:1);
265 xlabel('$j$');
266 ylabel('$i$');

267 title('$H_x$, $H_y$ / Local Max $|H|$');

268 % Cosinus, sinus voltage normed to each maxima at position %%%%%%%%%%%%%%
269 %%%%%%%%%%%%%%
270 %nexttile;
271 hold on;
272 for i = 1:N
273     for j = 1:N
274         plot(squeeze(VcosNorm(i, j, :)) + X(i,j), ...
275              squeeze(VsinNorm(i, j, :)) + Y(i,j), ...
276              'Color', [R(i,j) G(i,j) B(i,j)], ...
277              'LineWidth', 1.5)
278         line([X(i,j), VcosNorm(i,j,1) + X(i,j)], ...
279              [Y(i,j), VsinNorm(i,j,1) + Y(i,j)], ...
280              'Color','k','LineWidth',1.5)
281     end
282 end
283
284
285 % scatter magnet x,y position (0,0,z)
286 scatter(0, 0, 120, 'r', 'filled');

287 hold off;

288
289 % axis shape and ticks
290 axis square xy;
291 axis tight;
292 grid on;
293 xlim([minX maxX]);
294 ylim([minY maxY]);
295 xticks(x1:dp:x2);
296 xticklabels(1:ds.Info.SensorArrayOptions.dimension);
297 yticks(y1:dp:y2);
298 yticklabels(ds.Info.SensorArrayOptions.dimension:-1:1);
299 xlabel('$j$');
300 ylabel('$i$');

301 title('$V_{\{cos\}}$, $V_{\{sin\}}$ / Local Max $|V|$');

302
303
304
305

```

```
306 % save figure to file %%%%%%%%%%%%%%%%
307 %%%%%%%%%%%%%%%%
308 % get file path to save figure with angle index
309 % [~, fName, ~] = fileparts(ds.Info.filePath);
310 %
311 % save to various formats
312 % yesno = input('Save? [y/n]: ', 's');
313 % if strcmp(yesno, 'y')
314 %     fLabel = input('Enter file label: ', 's');
315 %     fName = fName + "_CirclePlot_" + fLabel;
316 %     savefig(fig, fullfile(fPath, fName));
317 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dsvg');
318 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-depsc', '-tiff', '-loose');
319 %     print(fig, fullfile(fPath, fName), '-dpdf', '-loose', '-fillpage');
320 %
321 % end
322 % close(fig);
323 end
```

## E.5 Datasets

Datasets are an appreciated way to save and reach done work and reuse it in progress. The easiest way to build and to use proper datasets in matlab are mat-files. They are easy to load and can be build by an script or function it just needs to save the variables from workspace. So latery save datasets can be used for futher calculations or to load certain configuration in to workspace and to solve task in a unified way.

### **TDK TAS2141 Characterization**

The characterization dataset of the TDK TMR angular sensor as base dataset for sensor array dipol simulation. The dataset contains information about the stimulus which was used for characterization, the magnetic resolution or the sensor bridge outputs for Hx and Hy fields and bridge outputs corresponding to stimulus amplitudes in Hx and Hy direction.

### **NXP KMZ60 Characterization**

The characterization dataset of the NXP AMR angular sensor is second characterization dataset which was acquired in the same way as the TDK dataset. The dataset is integrated in the simulation software after finish for TDK and comes along with option choose between both dataset. Bridge gain is introduced to handle internal amplification of bridge outputs.

### **Config Mat**

Configuration dataset to control the main program from centralized config file. Includes any kind of configuration and parameters to load in function or script workspaces.

### **Training and Test Datasets**

Sensor array simulation datasets for training and test purpose for angle prediction via gaussian processes.

Created on October 27, 2020 Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.5.1 TDK TAS2141 Characterization

TDK characterization as base of the sensor array simulation was done before the dataset is just modified in its structure and not in its values. An additional info struct is added which contains information about how the dataset was acquired and a data struct which contains the magnetic field resolution and the cosine and sine bridge images for variable Hx and Hy fieldstrengths. The raw dataset was acquired after the method Thorben Schüthe described in his IEEE paper for two-dimensional characterization of TMR angular sensors. The sensor characterized for both bridges a cosine and sine bridge. The bridges have a physically phase shift of 90° so the sensor is able to reference a superimposed magnetic field in x- and y-direction. The field was generated by a cross coil setup.

**The resulting TMR characterization field abstracts a full rotation for cosine and sine output voltages by representing one maximum and minimum in the characterization fields. So circular path on the characterization fields generates one sinoid output related on current angle position of stimulus magnetic field.**

#### See Also

- IEEE Document 8706125

#### Magnetic Stimulus

The right stimulus is the keynote for characterization records. It needs to have the ability record slow enough for quasi static recordings but is not allowed to be real static so the magnetic field is not interrupted during the recording. Therefore slow sinoid carrier functions with even slower amplitude modulation is choosen to provide a quasi static stimulus.

The carrier function for the Hx-field stimulus is related to the cosine bridge and so:

$$c_1(t) = \cos(\phi(t))$$

Due to the physically phase shift the Hy-field stimulus is related to sine:

$$c_2(t) = \sin(\phi(t))$$

Both carrier runs with same carrier frequency:

$$f_c = 3.2\text{Hz}$$

so they are executed with the phase vector over time:

$$\phi(t) = 2\pi f_c t$$

The carrier functions are triangle modulated to generate rising and falling amplitudes. The modulation frequency is set to:

$$f_m = 0.01 \text{ Hz}$$

Which generates a stimulus with 320 periods where 160 periods feeds a rising and falling record each multiplied with maximum fieldstrength amplitude:

$$m(t) = H_{max} \cdot tri(t) = H_{max} \cdot tri(2(t - t_0)f_m)$$

$$t_0 = \frac{1}{2f_m}$$

So the Hx- and Hy-field stimulus is described by:

$$H_x(t) = m(t) \cdot c_1(t)$$

$$H_y(t) = m(t) \cdot c_1(t)$$

The stimulus amplitude depending on the phase in polar coordinates can be displayed for both parts by:

$$H_{x,y}(\phi) = |H_{x,y}(\phi)| \cdot e^{j\phi} = m(t) \cdot e^{j\phi(t)}$$

Where a rising spiral runs from center outwards for:

$$0 < t < t_0$$

And a falling spiral of amplitudes from outwards to center for:

$$t_0 < t < \frac{1}{f_m}$$

### Cosine Bridge Output

The record characterization raw data are one dimensional time discrete vectors. To fieldstrength images like down below the recorded data must be referenced backwards to driven stimulus of Hx- and Hy-direction. But at first the image size must be determined. Here fix size is set to 256 pixel for each direction. So it spans a vector for Hx- and Hy-direction from minimum -25 kA/m to maximum 25 kA/m in 256 steps with a resolution of 0.1961 kA/m. So it results into a 256x256 image. Now it runs for each point on the Hx- and Hy-axes and gets the record index of the stimulus as backreference to the recorded bridge signal and sets the pixel. That runs for the rising modulation amplitude and falling amplitude until every pixel is hit and ended up into a dimensional function image as:

$$V_{cos}(H_x, H_y) = [mV/V]$$

The information of the image is built up in rows. Reference Hx for constant Hy in each row. The method is also comparable to a histogram of Hx matches in the recorded sensor signal for one constant Hy and so on next histogram appends on the next row for the next Hy.

### Sine Bridge Output

The sine characterization field is built up similar to the cosine images but the information lays now in the columns so the data is collected in each column for a constant Hx and variable Hy:

$$V_{sin}(H_x, H_y) = [mV/V]$$

### Operating Point

To determine an operating point in sensor array simulation the characterization fields needs some further investigations in static Hy and variable Hx field strength for cosine bridge and vice versa for sine bridge references. The best results supports the "Rise"field because it has a wide linear plateau between -8.5 kA/m and 8.5 kA/m. So Rise characterization field is used in sensor array simulation. It is not needed to drive the sensor in saturation.

## Dataset Structure

### Info:

The dataset is separated in two main structs. The first one is filled with meta data. So it represents the file header. The struct is called Info and contains information about how the dataset is acquired. So the stimulus is reconstructable from that meta data.

- Created - string, contains dataset creation date
- Creator - string, contains dataset creator
- Edited - string, contains last time edited date
- Editor - string, contains last time editor
- Senor - string, sensor identification name e.g. TAS2141
- SensorType - string, kind of sensor e.g. Angular
- SensorTechnology - string, bridge technology e.g. AMR, GMR, TMR
- SensorManufacturer - string, producer or supplier e.g. NXP, TDK
- **MagneticField** - struct, contains further information about Hx and Hy
- **SensorOutput** - struct, contains information about sensor produced output and gathered image information
- **Units** - struct, contains information about used si units in dataset
- **MagneticField:**
  - Modulation - string, contains modulation equivalent Matlab function
  - ModulationFrequency - double, contains frequency of modulation in Hz
  - CarrierFrequency - double, carrier frequency for both Hx and Hy carrier in Hz
  - MaxAmplitude - double, maximum Hx and Hy field amplitude in kA/m
  - MinAmplitude - double, minimum Hx and Hy field amplitude in kA/m
  - Steps - double, Hx- and Hy-field steps to build characterization images
  - Resolution - double, resolution of one step in kA/m
  - CarrierHx - string, contains Hx carrier equivalent Matlab function
  - CarrierHy - string, contains Hy carrier equivalent Matlab function
- **SensorOutput:**
  - **CosinusBridge** - struct, contains further information about sensor cosine bridge outputs
  - **SinusBridge** - struct, contains further information about sensor sine bridge outputs
  - BridgeGain - double, scalar factor of bridge gain for output voltage
- **CosinusBridge/ SinusBridge:**
  - xDimension - double, image size in x-direction

- yDimension - double, image size in y-direction
- xDirection - string, x-axis label
- yDirection - string, y-axis label
- Orientation - string, orientation of varying data, row or column
- Determination - cell, images in data {"Rise", "Fall", "All", "Diff"}

- **Units:**

- MagneticFieldStrength - string, kA/m
- Frequency - string, Hz
- SensorOutputVoltage - string, mV/V

**Data:**

The second struct contains the preprocessed characterization data of the TDK TAS2141 TMR angular Sensor. It is divided into two main structs one for the magnetic field reference points of the characterization images and one for the characterization sensor output images.

- **MagneticField** - struct, contains Hx- and Hy-field vectors which are the resolution references to each pixel in the characterization images of the sensors preprocessed bridge outputs
- **SensorOutput** - struct, contains structs for cosine and sine bridge outputs preprocessed in images of size of 256x256 pixel where each pixel references a bridge output in mV to a certain Hx- and Hy-fieldstrength amplitude

- **MagneticField:**

- hx - array, Hx field axis of characterization images column vector of 1x256 double values from -25 kA/m to 25 kA/m with a resolution of 0.1961 kA/m
- hy - array, Hy field axis of characterization images column vector of 1x256 double values from -25 kA/m to 25 kA/m with a resolution of 0.1961 kA/m

- **SensorOutput:**

- **CosinusBridge** - struct, contains preprocessed characterization results of the sensors cosine bridge outputs
- **SinusBridge** - struct, contains preprocessed characterization results of the sensors sine bridge outputs

- **CosinusBridge:**

- Rise - array, double array of size 256x256 which references the cosine bridge outputs for rising modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
- Fall - array, double array of size 256x256 which references the cosine bridge outputs for falling modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
- All - array, double array of size 256x256 superimposed image of Rise and Fall
- Diff - array, double array of size 256x256 differentiated image of Rise and Fall

- **SinusBridge:**
- Rise - array, double array of size 256x256 which references the sine bridge outputs for rising modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
- Fall - array, double array of size 256x256 which references the sine bridge outputs for falling modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
- All - array, double array of size 256x256 superimposed image of Rise and Fall
- Diff - array, double array of size 256x256 differentiated image of Rise and Fall

The edited raw dataset provided from Thorben Schüthe is save with Matlabs built-in save function in a certain way to perform partial loads from the dataset.

```
1 save('data/TDK_TAS2141_Characterization_2020-10-22_18-12-16-827.mat', ...
2      'Info', 'Data', '-v7.3', '-nocompression')
```

Created on October 27. 2020 Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.5.2 NXP KMZ60 Characterization

NXP KMZ60 characterization as second base of the sensor array simulation was although done before and was manually modified to same structure as TDK dataset. With additional values for bridge gain TDK dataset is adjusted in the same way now. The raw dataset was acquired according to the method Thorben Schüthe described in his IEEE paper for two-dimensional characterization of TMR angular sensors. The sensor characterized for both bridges a cosine and sine bridge. The bridges have a physically phase shift of 90° so the sensor is able to reference a superimposed magnetic field in x- and y-direction. The field was generated by a cross coil setup.

The resulting AMR characterization field abstracts a full rotation for cosine and sine output voltages by representing two maximum and minimum areas in the characterization fields. So circular path on the characterization fields generates two sinoid periods related to current angle position between 0° and 180° or 180° and 360°.

#### See Also

- IEEE Document 8706125

#### Magnetic Stimulus

The right stimulus is the keynote for characterization records. It needs to have the ability record slow enough for quasi static recordings but is not allowed to be real static so the magnetic field is not interrupted during the recording. Therefore slow sinoid carrier functions with even slower amplitude modulation is choosen to provide a quasi static stimulus.

The carrier function for the Hx-field stimulus is related to the cosine bridge and so:

$$c_1(t) = \cos(\phi(t))$$

Due to the physically phase shift the Hy-field stimulus is related to sine:

$$c_2(t) = \sin(\phi(t))$$

Both carrier runs with same carrier frequency:

$$f_c = 3.2\text{Hz}$$

so they are executed with the phase vector over time:

$$\phi(t) = 2\pi f_c t$$

The carrier functions are triangle modulated to generate rising and falling amplitudes. The modulation frequency is set to:

$$f_m = 0.01 \text{ Hz}$$

Which generates a stimulus with 320 periods where 160 periods feeds a rising and falling record each multiplied with maximum fieldstrength amplitude:

$$m(t) = H_{max} \cdot \text{tri}(t) = H_{max} \cdot \text{tri}(2(t - t_0)f_m)$$

$$t_0 = \frac{1}{2f_m}$$

So the Hx- and Hy-field stimulus is described by:

$$H_x(t) = m(t) \cdot c_1(t)$$

$$H_y(t) = m(t) \cdot c_1(t)$$

The stimulus amplitude depending on the phase in polar coordinates can be displayed for both parts by:

$$H_{x,y}(\phi) = |H_{x,y}(\phi)| \cdot e^{j\phi} = m(t) \cdot e^{j\phi(t)}$$

Where a rising spiral runs from center outwards for:

$$0 < t < t_0$$

And a falling spiral of amplitudes from outwards to center for:

$$t_0 < t < \frac{1}{f_m}$$

### Cosinuns Bridge Output

The record characterization raw data are one dimensional time discrete vecotrs. To fieldstrength images like down below the recorded data must be referenced backwards to driven stimulus of Hx- and Hy-direction. But at first the image size of must be determined. Here fix size is set to 256 pixel for each direction. So it spans a vector for Hx- and Hy-direction from minimum -25 kA/m to maximum 25 kA/m in 256 steps with a resolution of 0.1961 kA/m. So it results into a 256x256 image. Now it runs for each point on the Hx- and Hy-axes and get the record index of the stimulus as backreference to the recorded bridge signal and sets the pixel. That runs for the rising modulation amplitude and falling amplitude until every pixel is hit and ended up into a dimensional function image as:

$$V_{cos}(H_x, H_y) = [mV/V]$$

The information of the image is build up in row. Reference Hx for constant Hy in each row. The method is also comparable to a histogram of Hx matches in the recorded sensor signal for one constant Hy and so on next histogram append on the next row for the next Hy.

### Sine Bridge Output

The sine characterization field is built up similar to the cosine images but the information lays now in the columns so the data is collected in each column for a constant Hx and variable Hy:

$$V_{sin}(H_x, H_y) = [mV/V]$$

### Operating Point

To determine an operating point in sensor array simulation the characterization fields needs some further investigations in static Hy and variable Hx field strength for cosine bridge and vice versa for sine bridge references. In compare to the TDK TMR the NXP AMR sensor has clear linear plateau. It has a continuous non-linear areas divided in two maximum and minum areas. The best results for bridge outputs is supported by an operating point

in saturation of the characterization fields so circular path on the fields should be described at 20 kA/m to 25 kA/m path radius.

## Dataset Structure

### Info:

The dataset is separated in two main structs. The first one is filled with meta data. So it represents the file header. The struct is called Info and contains information about how the dataset is acquired. So the stimulus is reconstructable from that meta data.

- Created - string, contains dataset creation date
- Creator - string, contains dataset creator
- Edited - string, contains last time edited date
- Editor - string, contains last time editor
- Sensor - string, sensor identification name e.g. TAS2141
- SensorType - string, kind of sensor e.g. Angular
- SensorTechnology - string, bridge technology e.g. AMR, GMR, TMR
- SensorManufacturer - string, producer or supplier e.g. NXP, TDK
- **MagneticField** - struct, contains further information about Hx and Hy
- **SensorOutput** - struct, contains information about sensor produced output and gathered image information
- **Units** - struct, contains information about used si units in dataset
- **MagneticField:**
  - Modulation - string, contains modulation equivalent Matlab function
  - ModulationFrequency - double, contains frequency of modulation in Hz
  - CarrierFrequency - double, carrier frequency for both Hx and Hy carrier in Hz
  - MaxAmplitude - double, maximum Hx and Hy field amplitude in kA/m
  - MinAmplitude - double, minimum Hx and Hy field amplitude in kA/m
  - Steps - double, Hx- and Hy-field steps to build characterization images
  - Resolution - double, resolution of one step in kA/m
  - CarrierHx - string, contains Hx carrier equivalent Matlab function
  - CarrierHy - string, contains Hy carrier equivalent Matlab function
- **SensorOutput:**
  - **CosinusBridge** - struct, contains further information about sensor cosine bridge outputs
  - **SinusBridge** - struct, contains further information about sensor sine bridge outputs
  - BridgeGain - double, scalar factor of bridge gain for output voltage

- **CosinusBridge/ SinusBridge:**

- xDimension - double, image size in x-direction
- yDimension - double, image size in y-direction
- xDirection - string, x-axis label
- yDirection - string, y-axis label
- Orientation - string, orientation of varying data, row or column
- Determination - cell, images in data {"Rise", "Fall", "All", "Diff"}

- **Units:**

- MagneticFieldStrength - string, kA/m
- Frequency - string, Hz
- SensorOutputVoltage - string, mV/V

**Data:**

The second struct contains the preprocessed characteriazation data of the TDK TAS2141 TMR angular Sensor. It is divided into two main structs one for the magnetic field reference points of the characterization images and one for the characteriazation sensor output images.

- **MagneticField** - struct, contain Hx- and Hy-field vectors which are the resolution references to each pixel in the characterization images of the sensors preprocessed bridge outputs

- **SensorOutput** - struct, contains structs for cosine and sine bridge outputs preprocessed in images of size of 256x256 pixel where each pixel references a bridge output in mV to a certain Hx- and Hy-fieldstrength amplitdue

- **MagneticField:**

- hx - array, Hx field axis of characteriazation images column vector of 1x256 double values from -25 kA/m to 25 kA/m with a resolution of 0.1961 kA/m
- hy - array, Hy field axis of characteriazation images column vector of 1x256 double values from -25 kA/m to 25 kA/m with a resolution of 0.1961 kA/m

- **SensorOutput:**

- **CosinusBridge** - struct, contains preprocessed characterization results of the sensors cosine bridge outputs
- **SinusBridge** - struct, contains preprocessed characterization results of the sensors sine bridge outputs

- **CosinusBridge:**

- Rise - array, double array of size 256x256 which references the cosine bridge outputs for rising modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
- Fall - array, double array of size 256x256 which references the cosine bridge outputs for falling modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy

- All - array, double array of size 256x256 superimposed image of Rise and Fall
  - Diff - array, double array of size 256x256 differentiated image of Rise and Fall
- **SinusBridge:**
- Rise - array, double array of size 256x256 which references the sine bridge outputs for rising modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
  - Fall - array, double array of size 256x256 which references the sine bridge outputs for falling modulated stimulus amplitude to each cross reference of vectors MagneticField.hx and MagneticField.hy
  - All - array, double array of size 256x256 superimposed image of Rise and Fall
  - Diff - array, double array of size 256x256 differentiated image of Rise and Fall

The edited raw dataset provided from Thorben Schüthe is save with Matlabs build-in save function in a certain way to perform partial loads from the dataset.

```
1 save('data/NXP_KMZ60_Characterization_2020-12-03_16-53-16-721.mat', ...
2     'Info', 'Data', '-v7.3', '-nocompression')
```

Created on December 05. 2020 Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.5.3 Config Mat

The configuration mat-file is a script generated mat-file. Generated by generateConfigMat script. The mat-files contains program and software wide useful configuration like path variables or parameter settings for program tasks or functions. It centralizes the program controlling configuration at once and can be full or partial loaded at different program stages. The key point is the configuration can only be modified by the generating script so that the config values are truly constant. Variation should be saved to temp folder or a temp mat-file. The configuration should be generated after major changes to the program or an established regeneration flow at program startup. The config.mat file is located under data directory and to path variable. Just load into the needed workspace.

```
1 load('config.mat')
```

#### Requirements

- Other m-files scripts/generateConfigMat
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

#### See Also

- [generateConfigMat](#)

Created on October 31, 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.5.4 Training and Test Datasets

Training and test datasets are generated by sensor array simulation part of the software. One dataset contains the simulation results generated with current configuration of used magnet in simulation and a setup of position and sensor behavior. The simulation computes for configured angles with certain angle resolution the magnetic field strength at sensor array member position for a rotation of the magnet through the configured angles. With respect to positions and angles the simulation maps the field strength for each array member to specified characterization field (current TDK Rise) and interpolates (nearest neighbor) the sensor bridge output voltages for cosine and sine bridge for each sensor array member. The acquired data is saved in matrices with same orientation as sensor array member matrices or coordinate matrices of the sensor array, so it completes the rotation in related data matrices.

**Training and test datasets filenames are build by a certain pattern.**

[Training|Test]\_YYYY-mm-dd- \_HH-MM-SS-FFF.mat

They are saved under data path data/training and data/test.

A best practice can be seen in workflow topic of the documentation.

#### Dataset Structure

##### Info:

A training or test dataset is separated into two main structures the first one the Info struct contains information about the simulation configuration and setup in which the simulation constructed the dataset.

- **SensorArrayOptions** - struct, contains setting of sensor size and behavior
- **DipoleOptions** - struct, contains setting of used magnet which was used in the simulation
- **UseOptions** - struct, contains information about use of the dataset if it is constructed for training or test use, sensor array position, number of angles, tilt of magnet and so on.
- CharData - string, identifies the characterization data set which was used to simulate the array members.
- **Units** - struct, si units of data in datasets
- filePath - string, which points on the absolute path origin where the dataset was saved including filename.
- **SensorOptions:**
  - geometry - char, identifier string of which shape the sensor array geometry was constructed, geometry of used meshgrid in computation
  - dimension - double, number of sensors at one array edge for square geometry
  - edge - double, edge length in mm of sensor array
  - Vcc - double, supply voltage of the sensor array
  - Voff - double, bridge offset voltage off the sensor array

- Vnorm - double, norm value to get voltage values from characterization fields in combination with Vcc and Voff, TDK dataset is normed in mV/V.

- SensorCount, double - number of sensors in the sensor array for square geometry it is square or dimension

- **DipoleOptions:**

- sphereRadius - double, radius in mm around dipole magnet to approximate a spherical magnet in simulation with far field approximation (dipole field equation)

- H0mag - double, field strength magnitude in kA/m which is imprinted on the compute field strength of the used magnet in a certain distance from magnet surface to construct magnet with fitting characteristics for simulation.

- z0 - double, distance from surface in which H0mag is imprinted on field computed field strength of the used magnet. Imprinting respects magnet tilts so the distance is always set to the magnet z-axis with no shifts in x and y direction

- M0mag - double, magnetic dipole moment magnitude which is used to define the magnetization direction of the magnet in its rest position.

- **UseOptions:**

- useCase - string, identifies the dataset if it is for training or test purpose

- xPos - double, relative sensor array position to magnet surface

- yPos - double, relative sensor array position to magnet surface

- zPos - double, relative sensor array position to magnet surface

- tilt - double, magnet tilt in z-axis

- angleRes - double, angle resolution of rotation angles in simulation

- phaseIndex - double, start phase of rotation as index of full scale rotation angles with angleRes

- nAngles - double, number of rotation angles in datasets

- BaseReference - char, identifier which characterization dataset was loaded

- BridgeReference - char, identifier which reference from characterization dataset was used to generate cosine and sine voltages

- **Units:**

- SensorOutputVoltage - char, si unit of sensor bridge outputs

- MagneticFieldStrength - char, si unit of magnetic field strength

- Angles - char, si unit of angles

- Length - char, si unit of metric length

**Data:**

- HxScale - 1 x L double vector of Hx field strength amplitudes used in characterization to construct sensor characterization references, x scale for characterization reference

- HyScale - 1 x L double vector of Hy field strength amplitudes used in characterization to construct sensor characterization references, y scale for characterization reference

- VcosRef - L x L double matrix of cosine bridge characterization field corresponding to HxScale and HyScale
- VsInRef - L x L double matrix of sine bridge characterization field corresponding to HxScale and HyScale
- Gain - double, scalar gain factor for bridge outputs (interanl amplification)
- r0 - 3 x 1 double vector of magnet rest position from magnet surface and respect to magnet magnet tilt, used in computation of H0norm to imprint a certain field strength on magnets H-field, respects sphere radius of magnet
- m0 - 3 x 1 vector of magnetic dipole moment in magnet rest position with respect of manget tilt, used to compute H0norm to imprint a certain field strength on magnet H-field, the magnitude of this vector is equal to M0mag
- H0norm - double, scalar factor to imprint a certain field strength on magnet H-field in rest position with respect to magnet tilt in coordinate system
- m - 3 x M double vector of magnetic dipole rotation moments each 3 x 1 vector is related to i-th rotation angle
- angles - 1 x M double vector of i-th rotation angles in degree
- angleStep - double, scalar of angle step width in rotation
- angleRefIndex - 1 x M double vector of indices which refer to a full scale rotation of configure angle resuolution, so it abstracts a subset angle rotation to the same rotation with all angles given by angle resolution
- X - N x N double matrix of x coordinate positions of each sensor array member
- Y - N x N double matrix of y coordinate positions of each sensor array member
- Z - N x N double matrix of z coordinate positions of each sensor array member
- Hx - N x N x M double matrix of compute Hx-field strength at each sensor array member position for each rotation angle 1...M
- Hy - N x N x M double matrix of compute Hy-field strength at each sensor array member position for each rotation angle 1...M
- Hz - N x N x M double matrix of compute Hz-field strength at each sensor array member position for each rotation angle 1...M
- Habs - N x N x M double matrix of compute H-field strength magnitude at each sensor array member position for each rotation angle 1...M
- Vcos - N x N x M double matrix of computed cosine bridge outputs at each sensor array member position for each rotation angle 1...M
- VsIn - N x N x M double matrix of computed sine bridge outputs at each sensor array member position for each rotation angle 1...M

#### See Also

- [Simulation Workflow](#)
- [sensorArraySimulation](#)
- [simulateDipoleSensorArraySquareGrid](#)
- [generateSimulationDatasets](#)
- [generateConfigMat](#)

Created on December 03. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

## E.6 Unit Tests

Unit Tests are providing a way to test core functionality of the written software components. Matlab supports various methods to apply Unit Tests. The designed tests are using script-based testing. So far each function or functionality needs to be tested in a own test script and further on gathered into a main test script where all standalone test scripts are combined to a test suite and executed at once.

### **runTests**

Test suite script which executes all Unit Tests scripts at once and gathers the test results in a Matlab table.

### **removeFilesFromDirTest**

Test of function removeFilesFromDir. Creates several files and directories and deletes them during testing.

### **rotate3DVectorTest**

Test rotate3DVector function. Do some rotations and check results.

### **generateDipoleRotationMomentsTest**

Test the generation of magnetic dipole moments for a full rotation between 0° and 360°.

### **generateSensorArraySquareGridTest**

Test the meshgrid generation of the sensor array and shifting it in x and y direction.

### **computeDipoleH0NormTest**

Test magnetic field norming function. Simple test of consistent data.

### **computeDipoleHFieldTest**

Test the magnetic dipole equation to generate dipole fields in 3D meshgrid of data points. Test field characteristics like symmetry and so on.

### **tiltRotationTest**

Test tilt rotation of a dipole magnetic. Tilt magnet and coordinate cross to fetch pole values during rotation.

## Requirements

- Other m-files required: None
- Subfunctions: None
- MAT-files required: None

## See Also

- Script-Based Unit Tests
- Write Script-Based Unit Tests
- Write Script-Based Unit Tests Using Local Functions
- Analyze Test Case Result

Created on December 14. 2020 by Tobias Wulf. Copyright Tobias Wulf 2020.

### E.6.1 runTests

#### runTests

```
1 % clean workspace
2 clearvars;
3
4 % build suite from test files
5 suite = testsuite({'removeFilesFromDirTest', 'rotate3DVectorTest', ...
6     'generateDipoleRotationMomentsTest', ...
7     'generateSensorArraySquareGridTest', ...
8     'computeDipoleH0NormTest', ...
9     'computeDipoleHFieldTest', ...
10    'tiltRotationTest'});
11
12 % run tests
13 results = run(suite);
14
15 % show results
16 disp(results)
17 disp(table(results))
18 cd ..
```

### E.6.2 removeFilesFromDirTest

```
1 % create test directory with files
2 cd(fileparts(which('removeFilesFromDirTest')));
3 mkdir('testDir');
4 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile1.txt'), 'w'));
5 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile2.txt'), 'w'));
6 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile3.txt'), 'w'));
```

#### Test 1: delete all files

```
1 removeStatus = removeFilesFromDir(fullfile('testDir'));
2 assert(removeStatus == true)
3
4 % create more files
5 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile1.txt'), 'w'));
6 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile2.txt'), 'w'));
7 fclose(fopen(fullfile('testDir', 'testFile3.txt'), 'w'));
```

#### Test 2: delete with pattern

```
1 removeStatus = removeFilesFromDir(fullfile('testDir'), '*.txt');
2 assert(removeStatus == true)
3
4 % clean up
5 rmdir('testDir');
```

### E.6.3 rotate3DVectorTest

```

1 % create column vectors with simple direction for rotations along the axes
2 % without tilts in other achses.
3 x = [-1; 0; 0];
4 y = [0; -1; 0];
5 z = [0; 0; -1];
6
7 % set angle step width in degree to rotate at choosen axes (x, y, or z)
8 angle = 90;

```

#### Test 1: output dimensions

```

1 rotated = rotate3DVector(x, 0, 0, angle);
2 assert(isequal(size(rotated), [3, 1]))
3 rotated = rotate3DVector([x x x x x x], 0, 0, angle);
4 assert(isequal(size(rotated), [3, 6]))

```

#### Test 2: rotate vectors in x-axes

```

1 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 0); % 0 degree
2 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))
3
4 rotated = rotate3DVector([x y z], angle, 0, 0); % 90 degree
5 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 0 1; 0 -1 0]))
6
7 rotated = rotate3DVector([x y z], 2 * angle, 0, 0); % 180 degree
8 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]))
9
10 rotated = rotate3DVector([x y z], 3 * angle, 0, 0); % 270 degree
11 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 0 -1; 0 1 0]))
12
13 rotated = rotate3DVector([x y z], 4 * angle, 0, 0); % 360 degree
14 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))

```

#### Test 3: rotate vectors in y-axes

```

1 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 0); % 0 degree
2 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))
3
4 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, angle, 0); % 90 degree
5 assert(isequal(rotated, [0 0 -1; 0 -1 0; 1 0 0]))
6
7 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 2 * angle, 0); % 180 degree
8 assert(isequal(rotated, [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]))
9
10 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 3 * angle, 0); % 270 degree
11 assert(isequal(rotated, [0 0 1; 0 -1 0; -1 0 0]))
12
13 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 4 * angle, 0); % 360 degree

```

```
14 | assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))
```

**Test 4: rotate vectors in z-axes**

```
1 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 0); % 0 degree
2 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))
3
4 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, angle); % 90 degree
5 assert(isequal(rotated, [0 1 0; -1 0 0; 0 0 -1]))
6
7 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 2 * angle); % 180 degree
8 assert(isequal(rotated, [1 0 0; 0 1 0; 0 0 -1]))
9
10 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 3 * angle); % 270 degree
11 assert(isequal(rotated, [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 -1]))
12
13 rotated = rotate3DVector([x y z], 0, 0, 4 * angle); % 360 degree
14 assert(isequal(rotated, [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 -1]))
```

#### E.6.4 generateDipoleRotationMomentsTest

```

1 % create full scale rotation with 0.5 resolution and no tilt,
2 % return moments
3 % and corresponding angles theta
4 amp = 1e6;
5 tilt = 0;
6 res = 0.5;
7 [MFS, tFS] = generateDipoleRotationMoments(amp, 0, tilt, res);
8
9 % create same rotation but only a subset of angles N = 7
10 % with equal distances to each and another, return additionally index which
11 % reference to full scale
12 [M, t, idx] = generateDipoleRotationMoments(amp, 7, tilt, res);
13
14 % create shifted subset, shift by 22 positions in full scale theta,
15 % so with 0.5 resolution it is phase shift by 11
16 [MSH, tSH, idxSH] = generateDipoleRotationMoments(amp, 7, tilt, res, 22);

```

##### Test 1: output dimensions

```

1 assert(isequal(size(MFS), [3 720]))
2 assert(isequal(size(tFS), [1 720]))
3 assert(isequal(size(M), [3 7]))
4 assert(isequal(size(t), [1 7]))
5 assert(isequal(size(idx), [1 7]))
6 assert(isequal(size(MSH), [3 7]))
7 assert(isequal(size(tSH), [1 7]))
8 assert(isequal(size(idxSH), [1 7]))

```

##### Test 2: down sampling

```

1 assert(isequal(MFS(:,idx), M))
2 assert(isequal(tFS(idx), t))
3 assert(isequal(MFS(:,idxSH), MSH))
4 assert(isequal(tFS(idxSH), tSH))

```

##### Test 3: phase shift

```

1 assert(isequal(tSH(1), 11))
2 assert(isequal(idx, idxSH - 22))
3 assert(isequal(MFS(:,idx + 22), MSH))
4 assert(isequal(tFS(idx + 22), tSH))

```

### E.6.5 generateSensorArraySquareGridTest

```
1 % create sensor array infos for size and position
2 % number of sensors at one edge
3 N = 8;
4
5 % sensor array edge length in mm
6 a = 2;
7
8 % relative position of the sensor array to the center of a 3D coordinate
9 % system (z inverse)
10 p = [0; 0; 2];
11
12 % z offset, later used as sphere radius of a dipole which is placed in the
13 % center of the coordinate system
14 r = 2;
15
16 % generate coordinates grid
17 [X, Y, Z] = generateSensorArraySquareGrid(N, a, p, r);
18
19 % create a shift in same layer
20 p2 = [-2; 3; 2];
21 [X2, Y2, Z2] = generateSensorArraySquareGrid(N, a, p2, r);
```

#### Test 1: output dimensions

```
1 assert(isequal(size(X), [N N]))
2 assert(isequal(size(Y), [N N]))
3 assert(isequal(size(Z), [N N]))
```

#### Test 2: equal x and y distances

```
1 assert(isequal(diff(Y), diff(-X, [], 2)'))
```

#### Test 3: constant z distances

```
1 assert(all(Z == -(p(3) + r), 'all'))
```

#### Test 3: position shif in x and y direction

```
1 assert(isequal(X + p2(1), X2))
2 assert(isequal(Y + p2(2), Y2))
3 assert(isequal(Z, Z2))
```

### E.6.6 computeDipoleH0NormTest

```
1 % create a dipole with constant sphere radius in rest position and relative
2 % to sensor array with position x=0, y=0, z=0
3 % sphere radius 2mm
4 r = 2;
5 % distance in which the field strength is imprinted
6 z = 5;
7 % field strengt magnitude to imprint in dipole field on sphere radius kA/m
8 Hmag = 8.5;
9 % magnetic moment magnitude which rotates the dipole without tilt
10 Mmag = 1e6;
11
12 % compute norm factor
13 H0norm = computeDipoleH0Norm(Hmag, [Mmag; 0; 0], [0; 0; -(z + r)]);
```

#### Test 1: positive scalar factor

```
1 assert(isscalar(H0norm))
2 assert(H0norm > 0)
```

### E.6.7 computeDipoleHFieldTest

```

1 % compute a single point without norming
2 Hsingle = computeDipoleHField(1, 2, 3, [1; 0; 0], 1);
3
4 % compute a 3D grid of positions n+1 samples for even values
5 % in the grid and to
6 % include (0,0,0), in mm
7 x = linspace(-4, 4, 41);
8 y = linspace(4, -4, 41);
9 z = linspace(4, -4, 41);
10 [X, Y, Z] = meshgrid(x, y, z);
11
12 % magnetic dipole moment to define magnet orientation, no tilt
13 m = generateDipoleRotationMoments(-1e6, 1, 0);
14
15 % norm factor to imprint field strength in certain distance d = 1,
16 % r = 2 in mm,
17 % 200 kA/m, no tilt
18 r0 = rotate3DVector([0; 0; -3], 0, 0, 0);
19 H0norm = computeDipoleH0Norm(200, m, r0);
20
21 % allocate memory for field components in x,y,z
22 Hx = zeros(41, 41, 41);
23 Hy = zeros(41, 41, 41);
24 Hz = zeros(41, 41, 41);
25
26 % compute without norming for each z layer and reshape results into layer
27 for i=1:41
28     Hgrid = computeDipoleHField(X(:,:,i),Y(:,:,i),Z(:,:,i),m,H0norm);
29     Hx(:,:,:,i) = reshape(Hgrid(1,:),41,41);
30     Hy(:,:,:,i) = reshape(Hgrid(2,:),41,41);
31     Hz(:,:,:,i) = reshape(Hgrid(3,:),41,41);
32 end
33
34 % calculate magnitude in each point for better view the results
35 Habs = sqrt(Hx.^2+Hy.^2+Hz.^2);
36
37 % define a index to view only every 4th point for not overcrowded plot
38 idx = 1:4:41;
39
40 % downsample and norm
41 Xds = X(idx,idx,idx);
42 Yds = Y(idx,idx,idx);
43 Zds = Z(idx,idx,idx);
44 Hxds = Hx(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);
45 Hyds = Hy(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);
46 Hzds = Hz(idx,idx,idx) ./ Habs(idx,idx,idx);
47
48 % show results for test, comment out for regular unittest run, run suite

```

```

49 quiver3(Xds, Yds, Zds, Hxds, Hyds, Hzds);
50 xlabel('$X$ in mm', ...
51     'FontWeight', 'normal', ...
52     'FontSize', 16, ...
53     'FontName', 'Times', ...
54     'Interpreter', 'latex');
55 ylabel('$Y$ in mm', ...
56     'FontWeight', 'normal', ...
57     'FontSize', 16, ...
58     'FontName', 'Times', ...
59     'Interpreter', 'latex');
60 zlabel('$Z$ in mm', ...
61     'FontWeight', 'normal', ...
62     'FontSize', 16, ...
63     'FontName', 'Times', ...
64     'Interpreter', 'latex');
65 title('Dipole H-Field - Equation Test', ...
66     'FontWeight', 'normal', ...
67     'FontSize', 18, ...
68     'FontName', 'Times', ...
69     'Interpreter', 'latex');
70 subtitle('$X$-, $Y$-, $Z$-Meshgrid from -$4 \ldots 4$ mm', ...
71     'FontWeight', 'normal', ...
72     'FontSize', 14, ...
73     'FontName', 'Times', ...
74     'Interpreter', 'latex');
75 axis equal;
76
77 % pattern for logical indexing the center or opposite
78 p0 = false(1, 41);
79 p0(21) = true;
80 pN0 = true(41, 41, 41);
81 pN0(21,21, 21) = false;
82
83 % pattern for symmetry investigation
84 plu = [true(1, 20), false, false(1, 20)];
85 prl = [false(1, 20), false, true(1, 20)];
86
87 % compare values to check if fits in unit pairs of m and A/m
88 % and mm and kA/m
89 r0Apm = rotate3DVector([0; 0; -3e-3], 0, 0, 0);
90 H0normApm = computeDipoleH0Norm(200e3, m, r0Apm);
91 Xm = X * 1e-3;
92 Ym = Y * 1e-3;
93 Zm = Z * 1e-3;
94 HxApm = zeros(41, 41, 41);
95 HyApm = zeros(41, 41, 41);
96 HzApm = zeros(41, 41, 41);
97 for i=1:41
98     HApm = computeDipoleHField(Xm(:,:,i),Ym(:,:,i),Zm(:,:,i),m,H0normApm);
99     HxApm(:,:,:,i) = reshape(HApm(1,:),41,41);

```

```

100 HyApm(:,:,i) = reshape(HApm(2,:),41,41);
101 HzApm(:,:,i) = reshape(HApm(3,:),41,41);
102 end
103 HabsApm = sqrt(HxApm.^2+HyApm.^2+HzApm.^2);

```

#### Test 1: output dimensions

```

1 assert(isequal(size(Hsingle), [3, 1]))
2 assert(isequal(size(Hgrid), [3, 1681]))

```

#### Test 2: center of field

```

1 assert(X(p0,p0,p0) == 0)
2 assert(Y(p0,p0,p0) == 0)
3 assert(Z(p0,p0,p0) == 0)
4 assert(isnan(Hx(p0,p0,p0)))
5 assert(isnan(Hy(p0,p0,p0)))
6 assert(isnan(Hz(p0,p0,p0)))
7 assert(all(Hx(~p0,p0,p0) ~= 0, 'all'))
8 assert(all(Hx(p0,~p0,p0) ~= 0, 'all'))
9 assert(all(Hy(~p0,p0,p0) == 0, 'all'))
10 assert(all(Hy(p0,~p0,p0) == 0, 'all'))
11 assert(all(Hz(~p0,~p0,p0) == 0, 'all'))

```

#### Test 3: magnetization

```

1 assert(all(Hx(~p0,p0,~p0) ~= 0, 'all'))
2 assert(all(Hx(p0,~p0,~p0) ~= 0, 'all'))
3 assert(all(Hx(p0,p0,~p0) ~= 0, 'all'))
4 assert(all(Hy(~p0,p0,~p0) == 0, 'all'))
5 assert(all(Hy(p0,~p0,~p0) == 0, 'all'))
6 assert(all(Hy(p0,p0,~p0) == 0, 'all'))
7 assert(all(Hz(~p0,p0,~p0) == 0, 'all'))
8 assert(all(Hz(p0,~p0,~p0) ~= 0, 'all'))
9 assert(all(Hz(p0,p0,~p0) == 0, 'all'))

```

#### Test 4: imprinting

index 6 is 3mm and 36 is -3mm from surface where 200 kA/m should be imprinted

```

1 assert(round(abs(Hx(p0,p0,6)),6) == 200)
2 assert(round(abs(Hx(p0,p0,36)),6) == 200)

```

#### Test 5: symmetry

```

1 assert(all((Hx(plu,:,:)-flip(Hx(prl,:,:),1))==0, 'all'))
2 assert(all((Hx(:,plu,:)-flip(Hx(:,prl,:),2))==0, 'all'))
3 assert(all((Hy(plu,:,:)+flip(Hy(prl,:,:),1))==0, 'all'))
4 assert(all((Hy(:,plu,:)+flip(Hy(:,prl,:),2))==0, 'all'))
5 assert(all((Hz(:, :, ~p0)+flip(Hz(:, :, ~p0), 2))==0, 'all'))

```

**Test 6: units milli kilo**

```
1 assert(all(round(HxApm(pN0) * 1e-3, 6) == round(Hx(pN0), 6), 'all'))
2 assert(all(round(HyApm(pN0) * 1e-3, 6) == round(Hy(pN0), 6), 'all'))
3 assert(all(round(HzApm(pN0) * 1e-3, 6) == round(Hz(pN0), 6), 'all'))
4 assert(all(round(HabsApm(pN0) * 1e-3, 6) == round(Habs(pN0), 6), 'all'))
```

### E.6.8 tiltRotationTest

```

1 % clean
2 clearvars;
3
4 % relevant tilt in y axes
5 tilt = 0.5:0.5:90;
6
7 % magnetic dipole moment to define magnet orientation, no tilt
8 % rotate angles theta 0, 90, 180, 270
9 [mNoTilt, thetaNoTilt] = generateDipoleRotationMoments(-1e6, 4, 0);
10
11 % Habs for magnetization from north to south from -x to x
12 HabsMust = [400 400 200 200 200 200];
13
14 % norm factor to imprint field strength in certain distance d = 1,
15 % r = 2 in mm,
16 % 200 kA/m, no tilt
17 r0NoTilt = [0; 0; -3];
18 H0normNoTilt = computeDipoleH0Norm(200, mNoTilt(:,1), r0NoTilt);
19
20 % axes with no tilt, rest position
21 AxesNoTilt = [-3, 3, 0, 0, 0, 0;
22             0, 0, -3 3, 0, 0;
23             0, 0, 0, 0, -3, 3];
24
25 % calc fields along coordinate cross and magnitudes
26 HNoTilt = zeros(3, 6, 4);
27 for i = 1:4
28     % rotate axes same wise to check pole values
29     RotateNoTiltAxes = rotate3DVector(AxesNoTilt, 0, 0, thetaNoTilt(i));
30     HNoTilt(:,:,i) = computeDipoleHField(RotateNoTiltAxes(1,:), ...
31         RotateNoTiltAxes(2,:), RotateNoTiltAxes(3,:), ...
32         mNoTilt(:,i), H0normNoTilt);
33 end
34
35 % habs must be show imprinted field strength and double of it at poles
36 HabsNoTilt = sqrt(sum(HNoTilt.^2, 1));
37
38 % calc fields along tilt coordinate cross and magnitudes
39 HTilt = zeros(3, 6, 4, length(tilt));
40 for j = 1:length(tilt)
41     % magnetic dipole moment to define magnet orientation, with tilt
42     % rotate angles theta 0, 90, 180, 270
43     [mTilt, thetaTilt] = generateDipoleRotationMoments(-1e6, 4, tilt(j));
44
45     % norm factor to imprint field strength in certain distance d = 1,
46     % r = 2 in mm,
47     % 200 kA/m, no tilt
48     r0Tilt = rotate3DVector(r0NoTilt, 0, tilt(j), 0);

```

```
49 H0normTilt = computeDipoleH0Norm(200, mTilt(:,1), r0Tilt);
50
51 % axes with tilt, rest position
52 AxesTilt = rotate3DVector(AxesNoTilt, 0, tilt(j), 0);
53
54 for i = 1:4
55     % rotate axes same wise to check pole values
56     RotateTiltAxes = rotate3DVector(AxesTilt, 0, 0, thetaTilt(i));
57     HTilt(:,:,i,j) = computeDipoleHField(RotateTiltAxes(1,:), ...
58                                         RotateTiltAxes(2,:), RotateTiltAxes(3,:), ...
59                                         mTilt(:,i), H0normTilt);
60 end
61
62 % habs must be show imprinted field strength and double of it at poles
63 HabsTilt = sqrt(sum(HTilt.^2, 1));
```

**Test 1: rotation without tilt**

```
1 assert(all(round(HabsNoTilt, 6) == round(HabsMust, 6), 'all'))
```

**Test 2: rotation with tilt**

```
1 assert(all(round(HabsTilt, 6) == round(HabsMust, 6), 'all'))
```

**Erklärung zur selbstständigen Bearbeitung einer Abschlussarbeit**

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe selbstständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Wörtlich oder dem Sinn nach aus anderen Werken entnommene Stellen sind unter Angabe der Quellen kenntlich gemacht.

---

Ort

Datum

Unterschrift im Original