

Introduction

En 2021, la pêche au crabe des neiges a rapporté plus de 300 millions de dollars aux pêcheurs du golfe du Saint-Laurent. Le crabe des neiges est donc l'une des espèces marines la plus exploitée à but commercial. Toutefois, le crabe des neiges étant une espèce très sensible aux variations de température, le réchauffement des eaux dû aux changements climatiques pourrait avoir un effet néfaste sur la santé de cette population et sur l'industrie de la pêche. Afin d'assurer une pêche durable du crabe des neiges, le développement d'un modèle de population rigoureux, permettant de voir l'allure de la population à long terme et l'effet de différents facteurs climatiques et biotiques, est d'une importance capitale.



Fig. 1: Image d'un crabe des neiges.

Modèle préliminaire

$$\begin{cases} \frac{dI_f(t)}{dt} = \lambda_f M_f(t) - \mu_1 I_f(t) - C_1(I_f, M_f, I_m, M_m) I_f(t) - \beta_1 I_f(t) \\ \frac{dM_f(t)}{dt} = \beta_1 I_f(t) - \mu_2 M_f(t) - C_2(M_m) M_f(t) \\ \frac{dI_m(t)}{dt} = \lambda_m M_f(t) - \mu_3 I_m(t) - h_l I_m(t) - C_3(I_f, M_f, I_m, M_m) I_m(t) - \beta_2 I_m(t) \\ \frac{dM_m(t)}{dt} = \beta_2 I_m(t) - \mu_4 M_m(t) - h_M M_m(t) - C_4(M_m) M_m(t) \end{cases}$$

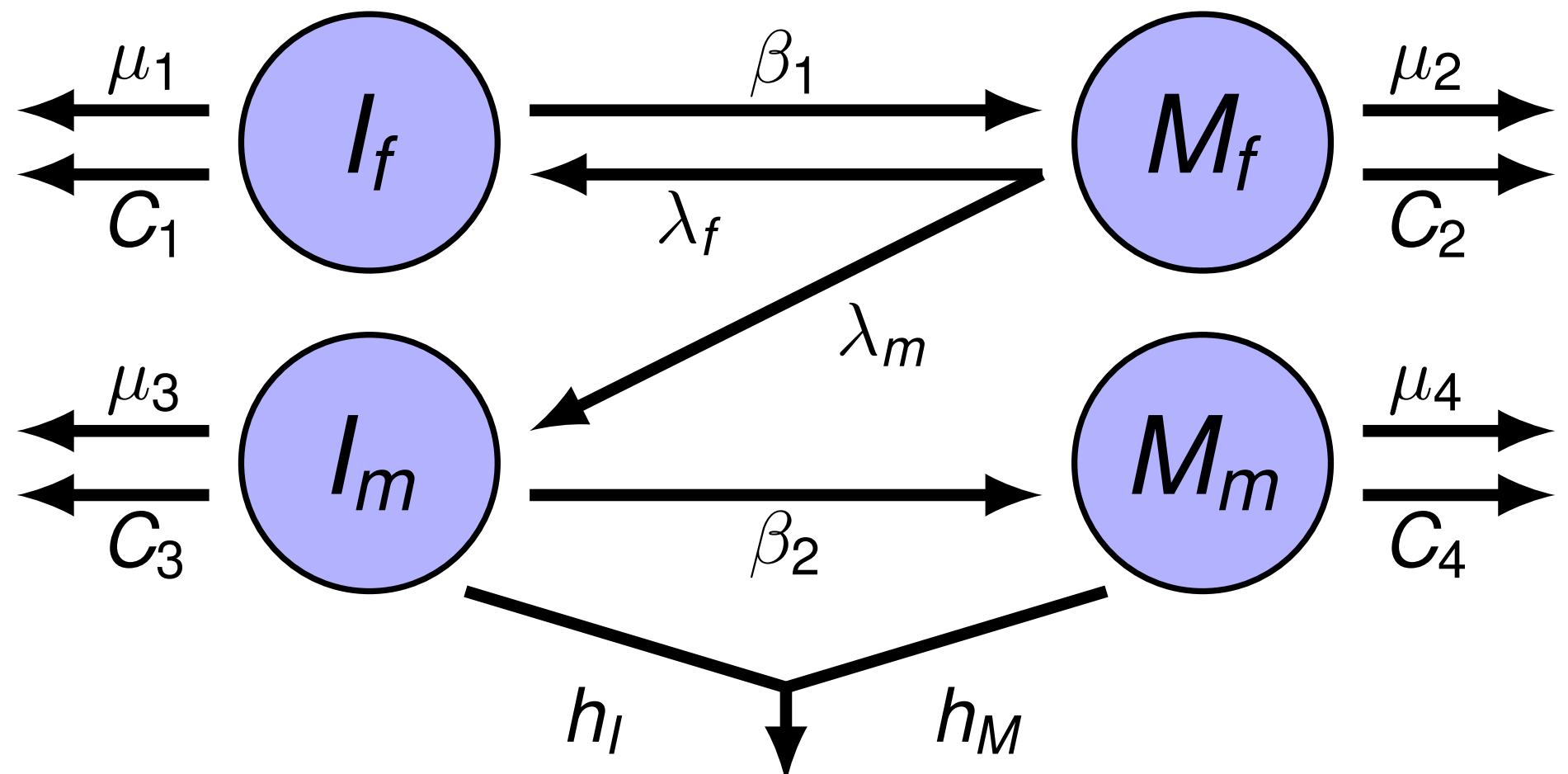
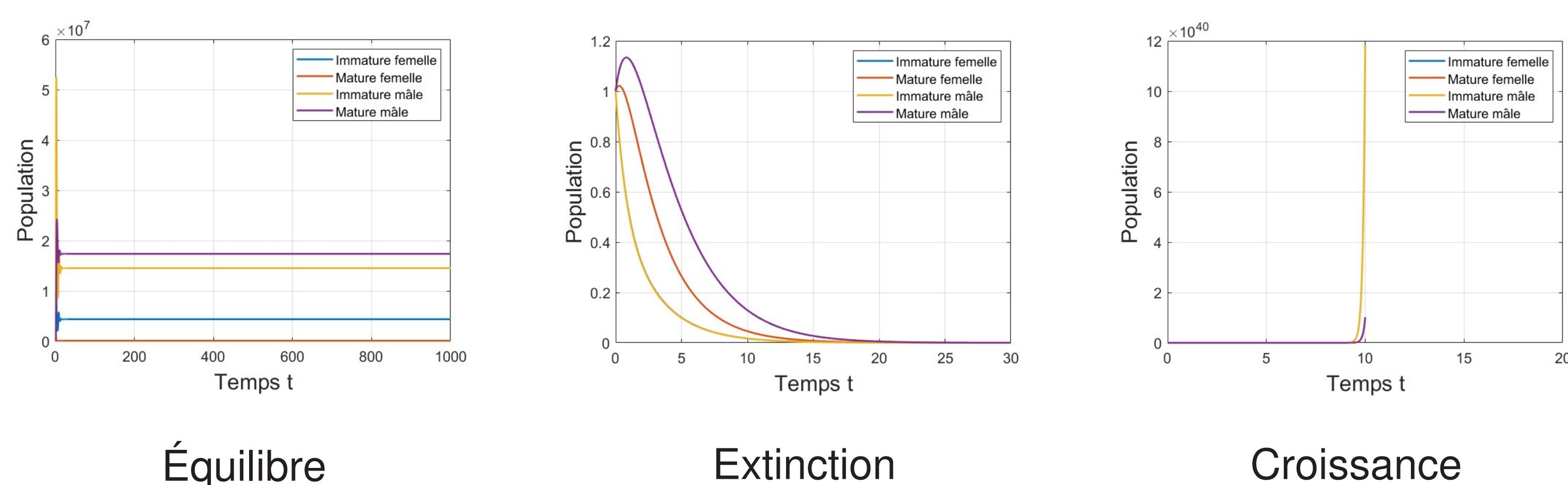


Fig. 2: Schéma des stades du crabe des neiges où λ_f et λ_m sont les taux de reproduction, μ_i sont les taux de mortalité naturelle, C_i sont les taux de cannibalisme, β_i sont les proportions des immatures devenant matures et h_I et h_M sont les taux de mortalité liés à la pêche.

Résultats numériques



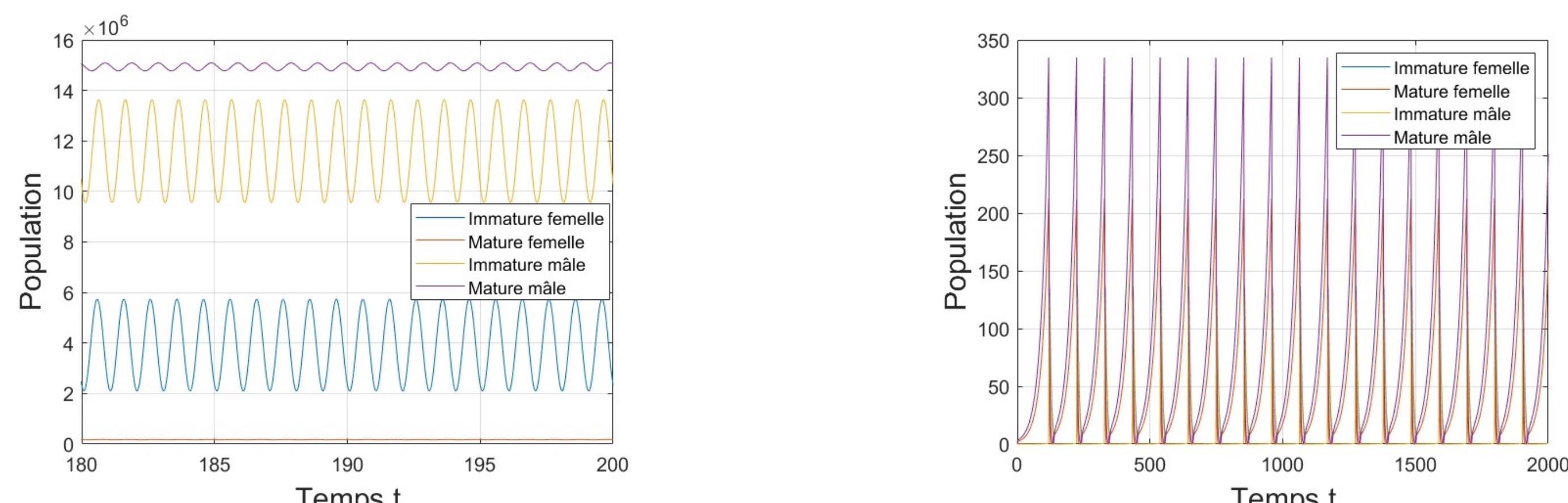
Problématique

- La croissance du crabe des neiges est cyclique. Les données réelles démontrent une cyclicité d'environ 8-10 ans pour le recrutement.

Tentatives d'amélioration

- Ajout de la saisonnalité sur la reproduction :
- Ajout d'une dépendance sur la densité de population pour β_1 et β_2 .

$$\lambda(t) = f \cdot (\cos(2\pi(t + \frac{7}{12})) + 1).$$



Modèle amélioré

$$\begin{cases} \frac{dI_f(t)}{dt} = \lambda_f M_f(t) - \mu_1 I_f(t) - C_1(I_f, M_f, I_m, M_m) I_f(t) - \lambda_f M_f(t - \tau) \beta_1(t) \\ \frac{dM_f(t)}{dt} = \lambda_f M_f(t - \tau) \beta_1(t) - \mu_2 M_f(t) - C_2(M_m) M_f(t) \\ \frac{dI_m(t)}{dt} = \lambda_m M_f(t) - \mu_3 I_m(t) - h_l I_m(t) - C_3(I_f, M_f, I_m, M_m) I_m(t) - \lambda_m M_f(t - \tau) \beta_2(t) \\ \frac{dM_m(t)}{dt} = \lambda_m M_f(t - \tau) \beta_2(t) - \mu_4 M_m(t) - h_M M_m(t) - C_4(M_m) M_m(t) \end{cases}$$

- τ : Temps nécessaire pour qu'un crabe immature devienne mature;
- β_i : Proportion des crabes immatures qui sont devenus matures.

Résultats et analyses du modèle amélioré

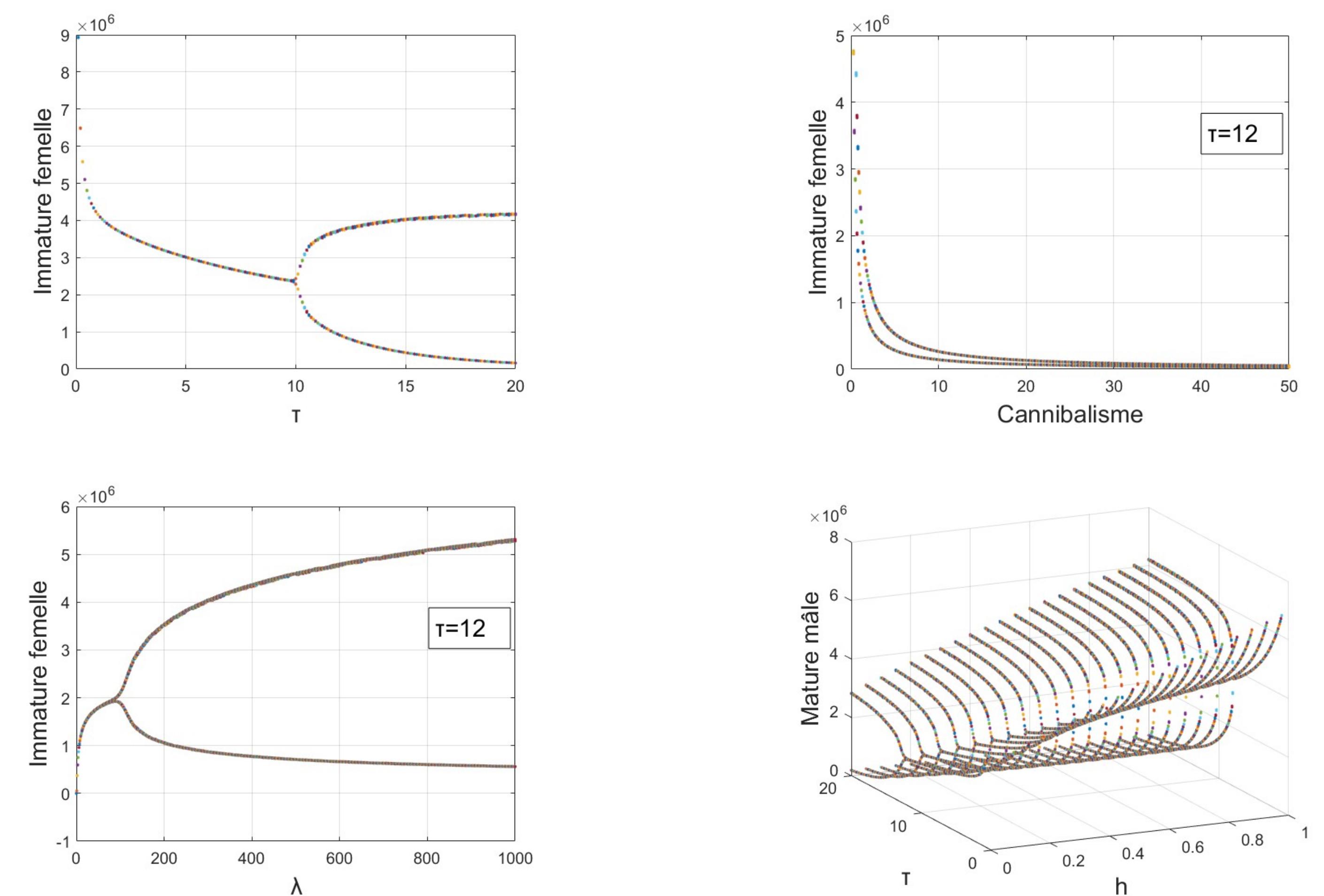


Fig. 3: Diagrammes de bifurcations faisant varier le délai, le taux de cannibalisme, le taux de reproduction ainsi que le taux de pêche avec le délai.

Conclusion et perspectives

L'utilisation des équations différentielles à délais permet de retrouver le comportement cyclique désiré. Dans nos travaux futurs, on aimerait améliorer le modèle mathématique en ajoutant :

- La dépendance sur la température de l'eau;
- L'espace afin de tenir compte du déplacement des crabes.

Références

- Quan Zhou. Modelling Walleye Population and Its Cannibalism Effect. *Electronic Thesis and Dissertation Repository*, 2017.
- J. Y. T. Mugisha and H. Ddumba. The dynamics of a fisheries model with feeding patterns and harvesting: Lates niloticus and Oreochromis niloticus in Lake Victoria. *Applied Mathematics and Computation*, 186(1):142–158, 2007.

Contacts

- ejt6545@umanitoba.ca;
- sophie.leger@umanitoba.ca