

MODÈLE DE POPULATION DU CRABE DES NEIGES À DYNAMIQUE CHAOTIQUE

INTRODUCTION

Entre 2019 et 2021, environ 90% des crabes des neiges de la mer de Béring ont disparu. Comment pouvons-nous expliquer cette disparition brutale de plus de 10 milliards de crabes?

Afin d'y arriver, nous allons tenter de mettre en place un modèle mathématique discret pour étudier l'effet de certains facteurs environnementaux sur la dynamique de la population du crabe des neiges.

MODÈLE MATHÉMATIQUE

Caractéristiques principales du crabe des neiges :

- Mue quasi-annuelle;
- Interactions cannibales;
- Taux de pêche élevé (environ 35%);
- Seuls les mâles de 95 mm de largeur sont pêchés;
- Femelles produisent des oeufs aux deux ans;
- Très sensibles à la température de l'eau.



Figure 1 : Image d'un crabe des neiges.

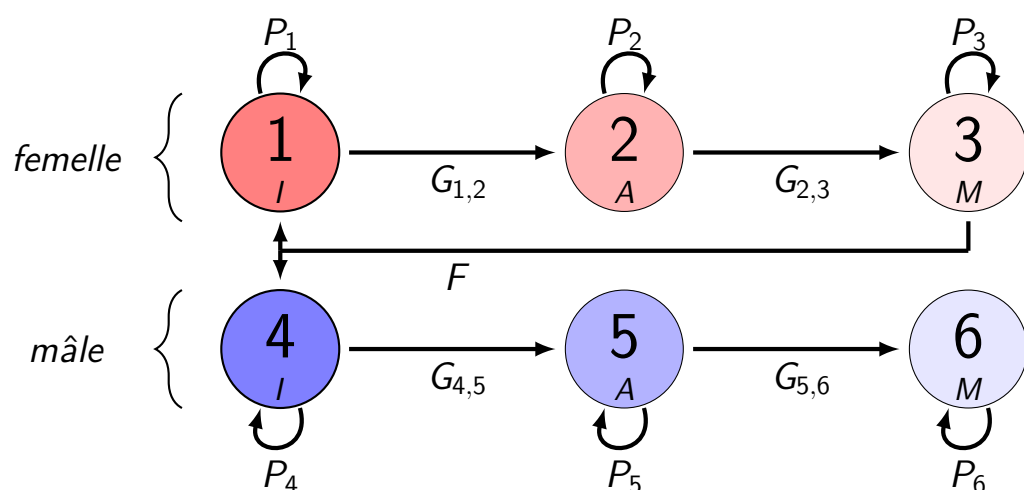


Figure 2 : Diagramme du développement annuel du crabe des neiges, où P_i est la probabilité qu'un crabe au stade i reste au même stade, $G_{i,j}$ est la probabilité qu'un crabe au stade i passe au stade j , $N_i(t)$ est la quantité de crabes au stade i au temps t et F est la fécondité des crabes femelles matures.

Le modèle mathématique correspondant au diagramme précédent est :

- $N_1(t+1) = N_1(t) \cdot P_1 + N_3(t) \cdot F$
- $N_2(t+1) = N_2(t) \cdot P_2 + N_1(t) \cdot G_{1,2}$
- $N_3(t+1) = N_3(t) \cdot P_3 + N_2(t) \cdot G_{2,3}$
- $N_4(t+1) = N_4(t) \cdot P_4 + N_3(t) \cdot F$
- $N_5(t+1) = N_5(t) \cdot P_5 + N_4(t) \cdot G_{4,5}$
- $N_6(t+1) = N_6(t) \cdot P_6 + N_5(t) \cdot G_{5,6}$

Celui-ci peut également s'exprimer de façon matricielle par :

$$\vec{N}(t+1) = A \cdot \vec{N}(t)$$

avec :

$$\vec{N}(t) = \begin{bmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \\ N_3(t) \\ N_4(t) \\ N_5(t) \\ N_6(t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad A = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & F & 0 & 0 & 0 \\ G_{1,2} & P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{2,3} & P_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F & P_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{4,5} & P_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{5,6} & P_6 \end{bmatrix}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Emond, K. (2018). Phénologie et dynamique de population des crustacés décapodes : effets de facteurs biotiques et climatiques sur le recrutement du crabe des neiges.
- [2] Caswell, H. (2001). Matrix population models: construction, analysis, and interpretation.
- [3] Chapdelaine, P. (2023). La disparition brutale du crabe des neiges en Alaska.

CONTACTS

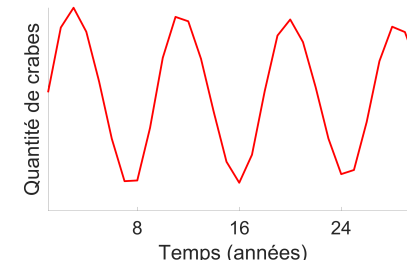
Courriels : ejm6483@umoncton.ca

sophie.leger@umoncton.ca

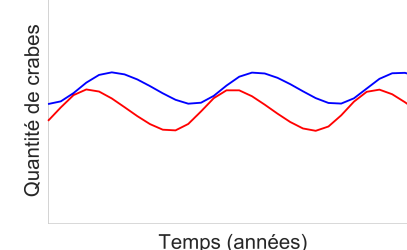
VALIDATION DU MODÈLE

À partir des données réelles, on observe deux phénomènes principaux :

- La quantité totale de crabes a un cycle d'abondance d'environ 8 ans;



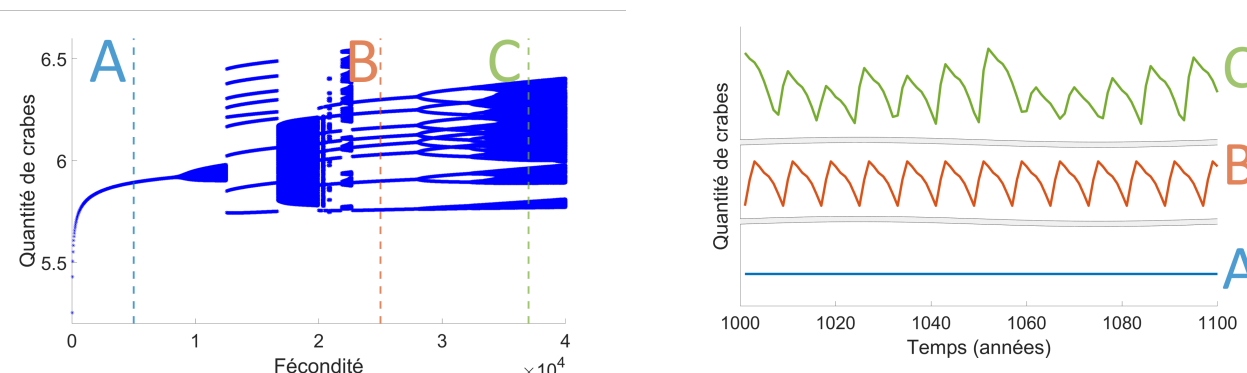
- L'abondance des femelles adolescentes (courbe rouge) suit de près celle des femelles matures (courbe bleue).



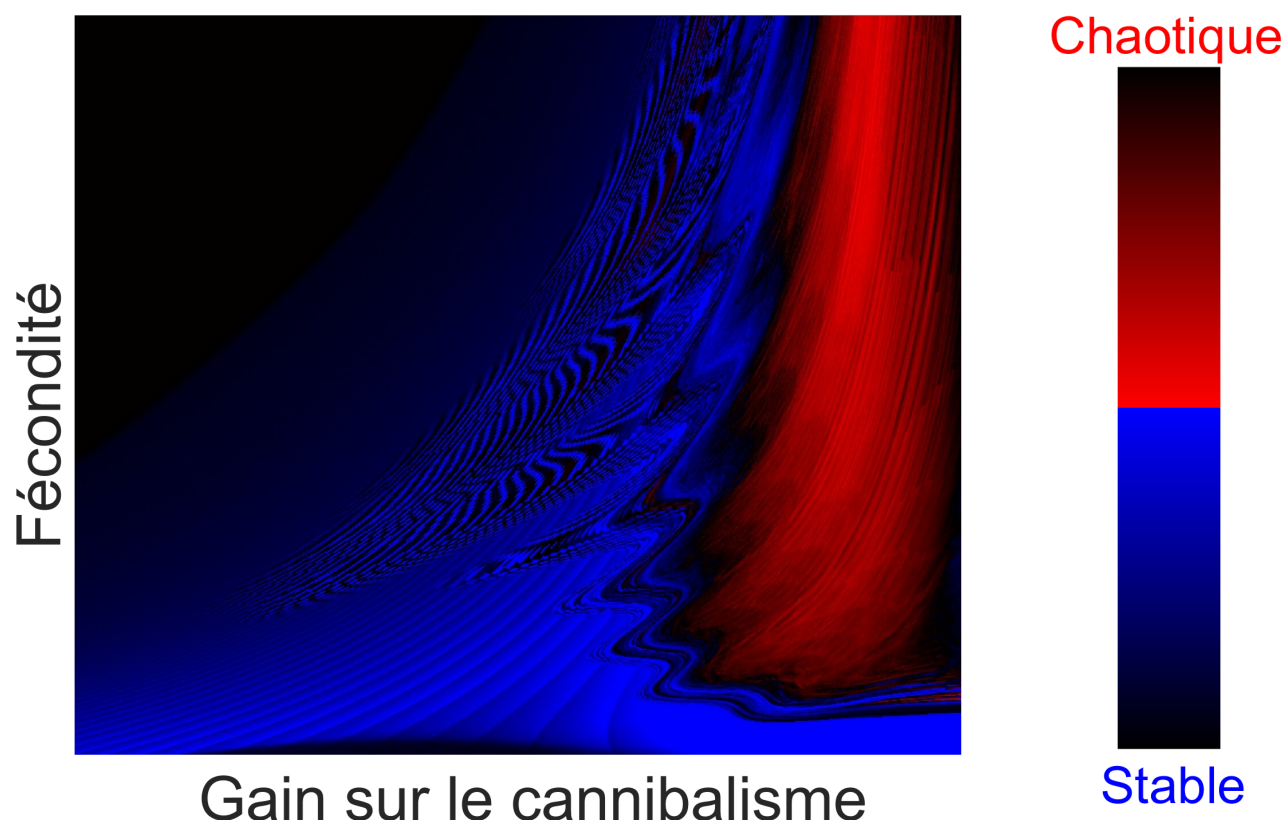
ÉTUDE DE SENSIBILITÉ DES PARAMÈTRES

Diagramme de bifurcation

On observe les changements de comportement de la solution en faisant varier un paramètre spécifique.



Fractale de Liapounov



CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Les résultats numériques démontrent:

- Une dynamique complexe;
- Une forte sensibilité à certains paramètres, dont la fécondité et le cannibalisme.

Comme suite, on souhaite explorer les impacts des changements climatiques en incluant la température de l'eau et la migration des crabes dans le modèle.