CS231n Lecture 14

목차

Reinforcement Learning

Markov Decision Processes (MDP)

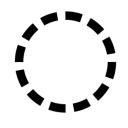
Q-Learning

Policy Gradients

목적: 최대 reward을 받을 수 있는 action을 취하도록 학습시키는 것

= 최적의 정책 함수를 찾는다





state 상태

agent가 action을 선택하기 위해 받는 정보



agent 주체

environment에서 action을 취하는 주체



action 행동

agent가 특정 state에서 취할 수 있는 행동



reward 보상

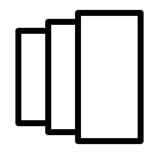
agent가 어떤 action을 취하면 주는 보상

목적: 최대 reward을 받을 수 있는 action을 취하도록 학습시키는 것



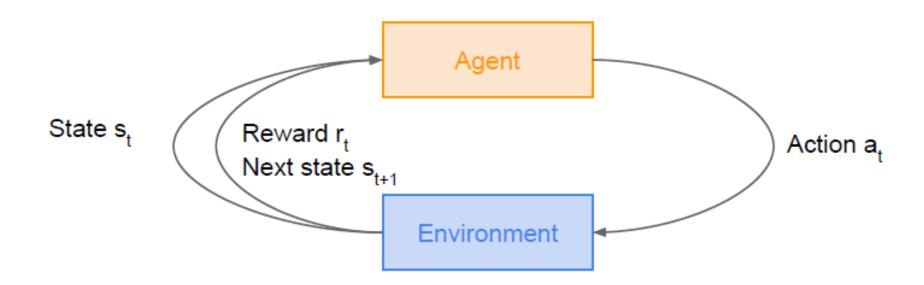
Policy 정책

특정 state에서 action을 골라주는 함수



Episode 에피소드

시작부터 종료까지 agent가 거친 (state, action, reward)의 sequence



Example

Cart-Pole Problem



Robot Locomotion

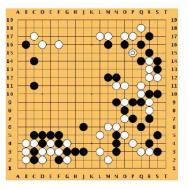












Markov Decision Process

(MDP, 마르코프 의사결정 과정): 강화학습 문제를 수식화

Markov Property (마르코프 특징)

현재가 주어졌을 때, 과거와 미래는 독립 -> t+1번째 state는 오로지 t번째의 state와 action에만 의존

Difined by $(\mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathbb{P}, \gamma)$

S: state의 집합

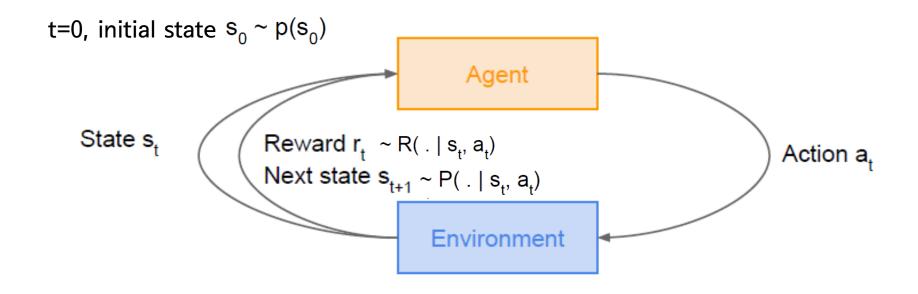
A: action의 집합

R: (state, action)로부터 오는 reward function

P: transition probability, 특정 state에서 다음 번에 도달할(전이될) state들의 확률 분포

r: discount factor, 미래의 가치를 현재 가치로 환산 (같은 reward라면 빨리 얻는 것이 좋다)

Markov Decision Process



목적 : discount된 누적 reward $\sum\limits_{t\geq 0} \gamma^t r_t$ 가 최대가 되는 policy π^* 구하기

Grid World

states

START ★		
		★ END

state : 격자

agent : 우주선

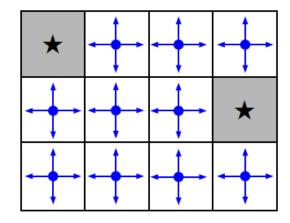
action : 상/하/좌/우 움직이기

reward: negative reward (-1)

objective : START에서 END state까지 최소한의 action으로 도달

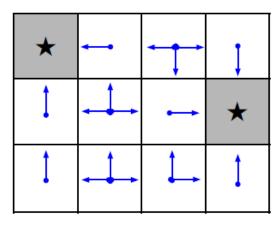
Grid World

Stochastic Policy



Random Policy

모든 방향(action)이 같은 확률을 가지는 경우



Optimal Policy

학습을 통해 얻게 된 policy 종료 state에 가깝게 이동할 수 있는 경 우에 따라 다른 확률을 가짐

Optimal Policy π^*

= reward의 합을 최대로 만드는 policy

Q. initial state, transition probability 등에서 발생하는 randomness는 어떻게 해야하나?

A. reward의 합의 기댓값을 최대화하기

Formally:
$$\pi^* = \arg\max_{\pi} \mathbb{E}\left[\sum_{t \geq 0} \gamma^t r_t | \pi\right]$$
 with $s_0 \sim p(s_0), a_t \sim \pi(\cdot|s_t), s_{t+1} \sim p(\cdot|s_t, a_t)$

Optimal Policy π^*

Value Function & Q-value Function

각 episode마다 policy에 따라 수행하면, sample trajectories를 얻는다 $(s_0, a_0, r_0, s_1, a_1, r_1, \cdots)$

Value Function 현재 속해있는 state가 얼마나 좋을까? state s와 policy π 가 주어졌을 때, 누적된 보상의 기댓값

$$V^{\pi}(s) = \mathbb{E}\left[\sum_{t \geq 0} \gamma^t r_t | s_0 = s, \pi
ight]$$

Q-value Function 현재 state에서 어떤 action을 취해야 좋은가? state s와 action a, policy π 가 주어졌을 때, 받을 수 있는 누적된 보상의 기댓값

$$Q^{\pi}(s,a) = \mathbb{E}\left[\sum_{t \geq 0} \gamma^t r_t | s_0 = s, a_0 = a, \pi
ight]$$

Bellman equation

MDP가 주어졌을 때,

최적의 정책 함수(Q-value Function Q*)를 찾는 기본적인 방법

Q-value Function
$$Q^*(s,a) = \max_{\pi} \mathbb{E}\left[\sum_{t \geq 0} \gamma^t r_t | s_0 = s, a_0 = a, \pi
ight]$$

위 수식이 Bellman equation을 따르면,

Optimal Q-value Function
$$Q^*(s,a) = \mathbb{E}_{s'\sim\mathcal{E}}\left[r + \gamma \max_{a'} Q^*(s',a')|s,a
ight]$$

Optimal Policy π^*

Bellman equation

$$Q^*(s,a) = \mathbb{E}_{s'\sim\mathcal{E}}\left[r + \gamma \max_{a'} Q^*(s',a')|s,a
ight]$$
 $Q^*(s,a)$: 현재 (state, action) Q*(s',a') : 다음 (state, action)

Q* = 어떤 action을 취했을 때 미래에 받을 reward의 최대치

-> Q*(s',a')에 대한 Q*(s,a)를 안다면, optimal policy는 $r+\gamma Q^*(s',a')$ 의 기댓값을 최대화하는 action을 취하는 것

Optimal Policy를 푸는 방법

-> Value iteration / Policy iteration

Bellman equation

Value Iteration

Bellman equation을 통해 각 step마다 Q를 최적화

$$Q_{i+1}(s,a) = \mathbb{E}\left[r + \gamma \max_{a'} Q_i(s',a')|s,a
ight]$$
i-> ∞ , Q_i 는 O*로 수렴

문제: Not scalable

-> 반복적인 업데이트를 위해 모든 Q(s,a)를 계산해야 하는데, 기본적으로 전체 state 공간은 매우 크므로 계산하는 것이 불가능

해결: Q(s,a)를 근사시켜 추정 ex. neural network

Bellman equation

Q-Learning

action-value function 추정을 위해 함수 근사를 이용

$$Q(s,a; heta)pprox Q^*(s,a)$$
 weight $heta$: function parameters

-> 해당 함수 추정을 위해서 deep neural network 사용 = deep Q-Learning

$$Q^*(s, a) = \mathbb{E}_{s' \sim \mathcal{E}} \left[r + \gamma \max_{a'} Q^*(s', a') | s, a \right]$$

앞에서 말했듯이, Q-function은 Bellman Equation을 따르므로

Bellman equation

Q-Learning

$$Q^*(s, a) = \mathbb{E}_{s' \sim \mathcal{E}} \left[r + \gamma \max_{a'} Q^*(s', a') | s, a \right]$$

Forward Pass

Loss function:
$$L_i(\theta_i) = \mathbb{E}_{s,a \sim \rho(\cdot)} \left[(y_i - Q(s,a;\theta_i))^2 \right]$$

where
$$y_i = \mathbb{E}_{s' \sim \mathcal{E}} \left[r + \gamma \max_{a'} Q(s', a'; heta_{i-1}) | s, a
ight]$$

학습시킨 Q-function 값과 Bellman equation의 차이가 최소가 되도록

Backward Pass

Gradient update (with respect to Q-function parameters θ): 계산한 Loss를 기반으로 θ 를 업데이트

$$\nabla_{\theta_i} L_i(\theta_i) = \mathbb{E}_{s, a \sim \rho(\cdot); s' \sim \mathcal{E}} \left[r + \gamma \max_{a'} Q(s', a'; \theta_{i-1}) - Q(s, a; \theta_i)) \nabla_{\theta_i} Q(s, a; \theta_i) \right]$$

Q-Learning

Playing Atari Games



목적 : 게임에서 높은 점수 받기

state: raw pixel inputs

action : 상/하/좌/우 움직이기

reward : 각 step에서 얻는 점수

Playing Atari Games

Q-network Architecture

Q(s,a; heta) : weight heta가 있는 neural network

output vector는 각 state가 주어졌을 때, action에 대한 Q-value값 해당 게임에서 action은 (상/하/좌/우) 4가지 이므로 output도 4차원 FC-4

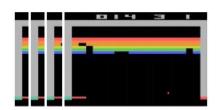
FC-4 (Q-values)

FC-256

32 4x4 conv, stride 2

16 8x8 conv, stride 4

input으로 state를 넣으면, 모든 Q-value를 한번의 forward pass로 계산할 수 있어 효율적이다



Current state s_t: 84x84x4 stack of last 4 frames (after RGB->grayscale conversion, downsampling, and cropping)

Training Q-network

Loss Function

근사시킨 함수도 Bellman equation을 만족해야 하므로 Q-value가 target value(y_i)와 가까워지도록 반복적인 학습을 시켜야 한다

Forward Loss
$$L_i(\theta_i) = \mathbb{E}_{s,a \sim \rho(\cdot)} \left[(y_i - Q(s,a;\theta_i))^2 \right]$$

Training Q-network

Experience Replay

Q-network를 학습시킬 때 발생하는 문제

하나의 batch에서 연속적인 샘플들로 학습하면,

- 1) 모든 샘플들이 상관관계를 가져 비효율적
- 2) 파라미터가 다음 샘플까지 결정하게 되는, bad feedback loops 발생 (어떤 action을 취할지에 대한 policy를 결정한다 = 다음 샘플들도 결정하게 된다)

-> 해결하기 위해 Experience Replay 사용

Q-network

Experience Replay

Replay Memory

 (s_t, a_t, r_t, s_{t+1}) 로 구성된 transition table

-> episode를 play하면서 지속적으로 업데이트

연속적인 샘플들 대신 Replay Memory에서 랜덤하게 샘플링된 미니배치를 사용하여 Q-network를 학습시킴

-> 상관관계 문제 해결

하나의 샘플이 여러 번 뽑혀 multiple weight update이 가능

-> 데이터의 효율 증가

Playing Atari Games

Deep Q-Learning with Experience Replay

```
Algorithm 1 Deep Q-learning with Experience Replay
  Initialize replay memory \mathcal{D} to capacity N
                                                                        1) memory capacity N 지정 & Q-network weight 임의로 초기화
  Initialize action-value function Q with random weights
                                                                2) M개의 episode 플레이
  for episode = 1, M do
      Initialise sequence s_1 = \{x_1\} and preprocessed sequenced \phi_1 = \phi(s_1) 3) 각 episode마다 state를 초기화
      for t = 1, T do
                                                         4) timestep t만큼 수행
          With probability \epsilon select a random action a_t
                                                                       5) 적은 확률로 policv를 따르지 않고 action을 취하고.
          otherwise select a_t = \max_a Q^*(\phi(s_t), a; \theta)
          otherwise select a_t = \max_a Q (\varphi(s_t), u, v)

Execute action a_t in emulator and observe reward r_t and image x_{t+1}

6) action에 따른 reward와 next state를 얻음
                                                                              나머지는 policy에 따라 action을 취함 (다양한 state 샘플링을 위해)
          Store transition (\phi_t, a_t, r_t, \phi_{t+1}) in \mathcal{D} 7) transition을 replay memory에 저장
          Sample random minibatch of transitions (\phi_j, a_j, r_j, \phi_{j+1}) from \mathcal{D} 8) experience reaplay를 사용하여 replay memory를 업데이트,
          \text{Set } y_j = \left\{ \begin{array}{ll} r_j & \text{for terminal } \phi_{j+1} & \text{임의의 미니배치를 샘플링하여 Q-learning 학습에 사용} \\ r_j + \gamma \max_{a'} Q(\phi_{j+1}, a'; \theta) & \text{for non-terminal } \phi_{j+1} \end{array} \right.
          Perform a gradient descent step on (y_j - Q(\phi_j, a_i; \theta))^2 according to equation 3
      end for
  end for
```

Q-learning

Policy Gradients

Q-network의 문제

Q-network의 매 과정마다 (s,a)를 학습하고 Q-value를 추정하는 과정이 매우 complicated -> Q-value 추정하는 과정없이 optimal policy를 찾을 수 있을까?

-> Policy Graidents 사용

Q-learning

Policy Gradients

$$\Pi = \{\pi_{\theta}, \theta \in \mathbb{R}^m\}$$

 $\Pi = \{\pi_{ heta}, heta \in \mathbb{R}^m\}$ Policy들은 weight인 heta에 의해 매개변수화 된다

$$J(heta) = \mathbb{E}\left[\sum_{t\geq 0} \gamma^t r_t | \pi_{ heta}
ight]$$
 각 Policy를 정의하면, $J(heta) =$ 미래에 받을 reward들의 누적 합의 기댓값

Optimal Policy

$$\theta^* = \arg\max_{\theta} J(\theta)$$

 $\theta^* = rg \max_{\theta} J(\theta)$ policy는 θ 에 의해 정해지므로 Optimal policy를 찾기 위해 θ^* 를 찾기 = $J(\theta)$ 을 최대로 하는 policy parameter θ 찾기

-> **Gradient Ascent** on policy parameter를 통해 업데이트하며 θ 찾기

Reinforce Algorithm

r(au) trajectory $au=(s_0,a_0,r_0,s_1,\ldots)$ 의 reward

reward 기댓값
$$J(\theta) = \mathbb{E}_{\tau \sim p(\tau; \theta)}\left[r(\tau)\right] = \int_{\tau} r(\tau) p(\tau; \theta) \mathrm{d}\tau$$

Gradient Ascent 수행 (미분)

$$abla_{ heta}J(heta)=\int_{ au}r(au)
abla_{ heta}p(au; heta)\mathrm{d} au$$
 -> Intractable, p가 $heta$ 에 종속되어 있는 상태에서 기댓값 안에 gradient가 존재하면 문제가 될 수 있다

$$abla_{\theta}p(au; heta) = p(au; heta)$$
 $abla_{\theta}p(au; heta) = p(au; heta)\nabla_{\theta}\log p(au; heta)$ 위 아래에 얘를 곱함

$$\nabla_{\theta} J(\theta) = \int_{\tau} \left(r(\tau) \nabla_{\theta} \log p(\tau; \theta) \right) p(\tau; \theta) d\tau = \mathbb{E}_{\tau \sim p(\tau; \theta)} \left[r(\tau) \nabla_{\theta} \log p(\tau; \theta) \right]$$

Monto Carlo sampling으로 추정이 가능

Reinforce Algorithm

어떤 trajectory에 대한 확률
$$p(au; heta) = \prod_{t \geq 0} p(s_{t+1}|s_t,a_t)\pi_{ heta}(a_t|s_t)$$

$$\log p(\tau; \theta) = \sum_{t \ge 0}^{-1} \log p(s_{t+1}|s_t, a_t) + \log \pi_{\theta}(a_t|s_t)$$

미분 과정에서 첫 항은 transition probability와 무관하므로, 사라짐

$$abla_{ heta} \log p(au; heta) = \sum_{t \geq 0}
abla_{ heta} \log \pi_{ heta}(a_t|s_t)$$
 = gradient를 계산할 때, transition probability는 필요하지 않다

따라서 tranjectory r를 샘플링할 때, $J(\theta)$ 를 추정할 수 있다

$$\nabla_{\theta} J(\theta) \approx \sum_{t \geq 0} r(\tau) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

Gradient estimator

$$\nabla_{\theta} J(\theta) \approx \sum_{t \geq 0} r(\tau) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

 $\Gamma(\tau)$ (경로로부터 얻은 reward)높으면, 해당 actions의 확률을 높임 = 좋은 action 낮으면, 해당 actions의 확률을 낮춤 = 좋지 못한 action

해당 trajectory의 좋고/나쁨은 알 수 있지만, 그 중 어떤 action이 좋고/나빴는지는 알 수 없다 -> 좋은 estimator를 위해 샘플링을 충분히 하는 방법밖에 없음

장점 : gradient를 잘 계산하면 loss function을 낮추고, θ 에 대한 local optimum을 구할 수 있다 단점 : credit assignment로 인한 high variance를 가진다

Variance reduction

Policy Gradient에서 샘플링을 더 적게 하면서, estimator의 성능을 높일 수 있는 방법

Gradient estimator
$$\nabla_{\theta} J(\theta) pprox \sum_{t \geq 0} r(\tau) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

First Idea

전체 state가 아닌 해당 state로부터 받을 미래의 reward만을 고려하여 어떤 action을 취할 확률을 키우는 방법

$$\nabla_{\theta} J(\theta) \approx \sum_{t \geq 0} \left(\sum_{t' \geq t} r_{t'} \right) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

= 어떤 action이 발생시키는 미래의 reward가 얼마나 큰지 고려하겠다는 의미

Second Idea

$$\nabla_{\theta} J(\theta) pprox \sum_{t \geq 0} \left(\sum_{t' \geq t} \gamma^{t'-t} r_{t'} \right) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

지연된 reward에 대해 discount factor r을 적용

= 해당 action과 가까운 곳에 더 가중치를 주고, 나중에 수행하는 action에 대해서는 가중치를 낮춤

Variance reduction

Baseline

문제: 경로에서부터 계산한 값을 그대로 사용하는 것

-> 의미가 없는 값 일수도 있기 때문

-> 우리가 받은 reward가 예상보다 좋은지 아닌지를 판단하는 것이 더 중요

해결 : Baseline 사용

baseline: 해당 state에서 우리가 얼만큼의 보상을 원하는지에 대한 기준의 역할 -> 미래에 얻을 reward의 합을 특정 기준이 되는 값(baseline)에서 빼주는 형태로 사용

$$\nabla_{\theta} J(\theta) pprox \sum_{t \geq 0} \left(\sum_{t' \geq t} \gamma^{t'-t} r_{t'} - b(s_t) \right) \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t | s_t)$$

Variance reduction

Baseline

선택 방법

1) moving average

에피소드를 수행하는 학습 과정에서 지금까지 봤던 모든 경로들에 대해 reward가 어땠는지에 관한 평균을 계산

= 현재 reward가 상대적으로 좋은지 나쁜지를 비교 = Vanilla Reinforce

2) Q-value & value function을 이용

특정 state에서 특정 action을 취했을 때,

Q-value가 얻을 수 있는 미래에 받는 누적 reward 합의 기댓값이 value function보다 더 큰 경우

- = 우리가 선택한 action이 다른 action보다 좋은 action이라는 의미
- = 반대로 음수이거나 값이 더 작으면 선택한 action이 안좋은 action
- -> 얘를 통해 esimator를 얻음 $\nabla_{\theta}J(\theta) pprox \sum_{t \geq 0} \overline{(Q^{\pi_{\theta}}(s_t, a_t) V^{\pi_{\theta}}(s_t))} \nabla_{\theta} \log \pi_{\theta}(a_t|s_t)$

Reinforce Algorithm

Actor-Critic Algorithm

Q. 지금까지는 Q-value function과 value function을 구하지 않았다. 그럼 학습을 어떻게 하지?
A. Q-Learning을 통해 학습시킨다

- actor가 action을 선택하면, critic은 action이 얼마나 좋은지 어떻게 조정해야 하는지 알려줌
- policy에 의해 생성된 (s,a)만 학습하면 되므로 critic의 일이 완화
- Experience Replay도 사용 가능
- advantage function을 통해 해당 actions들이 기대보다 좋았는지 판단 $A^{\pi}(s,a) = Q^{\pi}(s,a) V^{\pi}(s)$

Reinforce Algorithm

Actor-Critic Algorithm

Initialize policy parameters θ , critic parameters ϕ

For iteration=1, 2 ... do

Sample m trajectories under the current policy

$$\Delta\theta \leftarrow 0$$

For i=1, ..., m do

For t=1, ..., T do

$$A_t = \sum_{t' \ge t} \gamma^{t'-t} r_t^i - V_\phi(s_t^i)$$

$$\Delta \theta \leftarrow \Delta \theta + A_t \nabla_{\theta} \log(a_t^i | s_t^i)$$

$$\Delta \phi \leftarrow \sum \sum \nabla_{\phi} ||A_t^i||^2$$

$$\theta \leftarrow \alpha \Delta \theta$$

$$\phi \leftarrow \beta \Delta \phi$$

1) 초기화

2) 매 iteration마다 현재 policy를 기반으로 m개의 trajectories 샘플링

3) 각 경로마다 advantage function를 계산 이를 이용해 gradient estimator를 계산하고 전부 누적

4) Ø 학습을 위해 value function 계산

5) θ Ø gradient를 업데이트하며 학습 진행

End for

Reinforce in action

Recurrent Attention Model (RAM)

목표: Image Classification

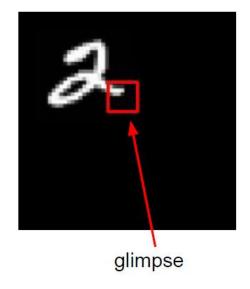
모델 : Policy gradient를 이용한 Hard Attention Model

-> 일련의 glimpses(이미지 전체가 아닌 지역적인 부분)만 가지고 이미지를 분류

O. 왜 Reinforcement Learning으로?

A. glimpses를 뽑아내는 것이 미분 불가능한 연산이기 때문에

state modeling을 위해 RNN을 사용
policy parameter를 이용하여 다음 action을 선택



state: glimpses

action : glimpse의 중심좌표 (x,y)

reward: classification을 제대로 하면 1,

아니면 0

Reinforce in action

Recurrent Attention Model (RAM)

