

二自由度飞行姿态模拟器建模及其鲁棒输出调节^{*}

张 刘 段广仁 王子华

(哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心 哈尔滨 150001)

摘 要 以自研的二自由度飞行姿态模拟器为对象,首先利用 Euler-Lagrange 法建立了非线性动力学模型,然后基于非线性系统鲁棒输出调节理论,综合运用特征结构配置方法,设计了在输入受限情况下系统的局部线性化积分型状态反馈鲁棒输出调节器,仿真结果表明了其有效性。

关键词 非线性 线性化 输出调节 动力学建模

Modeling and robust output regulation of a 2-DOF helicopter model

Zhang Liu Duan Guangren Wang Zihua

(Center for Control Theory and Guidance Technology of HIT, Harbin 150001, China)

Abstract For a novel 2-DOF helicopter system made in Harbin Institute of Technology, the nonlinear dynamical model is established by Euler-Lagrange method firstly. Incorporating the eigenstructure assignment method and the theory of output regulation of nonlinear systems, a local linearization integral state feedback robust output regulator with constrained inputs is designed. The simulation results show the controller is effective.

Key words nonlinear linearization output regulation dynamical modeling

1 引 言

非线性输出调节问题始于文献[6-9]等,它目前是一个非常热门的研究方向。本中心自研的二自由度飞行姿态模拟器是一个典型的非线性仿真实验系统,在工程上具有很高的应用价值。本文首先运用拉格朗日方法^[2]建立其非线性动力学模型,在系统控制力受限情况下,运用特征结构配置方法^[1]来优化设计了一个状态反馈线性化积分型鲁棒输出调节器^[3],并给出了仿真结果,仿真结果表明了控制器的有效性。

2 系统动力学模型建立

系统构造如图 1 所示。两组直流电机安装在机体两端,用来驱动螺旋桨产生控制力,通过安装在支点的角位移传感器将其俯仰、偏航角信息反馈给控制计算

机,由控制器产生控制信号,通过功放电路发送给两组控制电机,从而实现飞行姿态的控制。

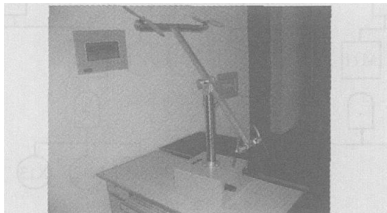


图 1 二自由度飞行姿态模拟器

飞行器姿态模拟器的杆长为 $2l$,支点到两端的距离均为 l , M_1, M_2 分别为系统两端质量, T_1, T_2 为安装杆上的电机产生的作用力,杆绕原点的转动惯量为 J_1 ,绕 Z 轴的转动惯量为 J_2 ,被控量为俯仰角 θ 和偏航角 ϕ ,具体参数为:

$$\begin{aligned} M_1 &= 360\text{g}, M_2 = 240\text{g}, l = 0.4\text{m}, \\ \theta &: -60^\circ \sim 60^\circ, \phi: -90^\circ \sim 90^\circ \\ J_1 &= 0.19174\text{kg} \cdot \text{m}^2, J_2 = J_1 \cos^2 \theta, \\ 0 &\leq T_1 \leq 20\text{N}, -10 \leq T_2 \leq 10\text{N} \end{aligned}$$

^{*} 基金项目:国家杰出青年基金资助项目(69925308),长江学者和创新团队发展计划资助

不考虑摩擦阻力及空气动力学特性的影响,根据动力学中拉格朗日方程

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}-\frac{\partial L}{\partial \theta}=T_{\theta} \\ \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}-\frac{\partial L}{\partial \phi}=T_{\phi} \end{cases} \quad (1)$$

其中, $L=E_k-E_p$, L,E_k,E_p 分别为系统的拉格朗日函数、总动能和总势能, T_{θ},T_{ϕ} 为系统在俯仰和偏航方向的外控制力矩。从而,系统的动力学方程为:

$$\begin{cases} T_{\theta}=J_1\ddot{\theta}+(M_1-M_2)g\cos\theta+\frac{1}{2}J_1\dot{\phi}^2\sin 2\theta \\ T_{\phi}=J_1\ddot{\phi}\cos\theta-2J_1\dot{\theta}\dot{\phi}\sin\theta \end{cases} \quad (2)$$

取 $x_1=\theta,x_2=\dot{\theta},x_3=\phi,x_4=\dot{\phi}$ 时则系统(2)可化为状态空间表达式,将该系统在任意工作点 $(x_{10},x_{20},x_{30},x_{40})$ 处一阶线性化后,再由 Lyapunov 定理^[3] 可知,系统不稳定但可控。

3 反馈干扰抑制输出调节基本原理

非线性输出调节问题目前是一个非常热门的研究方向^[4],也是控制理论中的一个核心问题,在存在不确定时实现渐近调节的唯一方法是在控制器中加入“积分作用”,同时也可实现扰动抑制。

首先阐述了非线性系统积分控制的基本原理,因非线性积分型输出调节器设计困难,本文给出了较实用的线性化局部积分型输出调节器的设计方法。

考虑下面非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}=f(x,u,w) \\ y=h(x,w) \\ y_m=h_m(x,w) \end{cases} \quad (3)$$

其中, y 是受控输出, y_m 是测得的输出, $w\in R$ 是由未知恒定参数及扰动组成的向量。设 r 是恒定参考值并可在线测得,为实现干扰抑制,引入误差调节积分作用 $\sigma=e-y-r$,将其和状态方程联立:

$$\begin{cases} \dot{x}=f(x,u,w) \\ \dot{\sigma}=h(x,w)-r' \end{cases} \quad (4)$$

设计一个稳定的反馈控制器 u 使系统(4)在期望的平衡点 (x_{ss},σ_{ss}) 稳定,就实现了在 (x_{ss},σ_{ss}) 的吸引区内干扰抑制鲁棒输出调节器的设计。图 2 给出了状态反馈时这种带有积分型控制方案的原理图。

设计稳定的非线性控制器通常比较困难,通过线性化可解决这一难题,虽然只能实现局部调节,但该方法简单易行,能满足工程要求。下面给出线性化状态

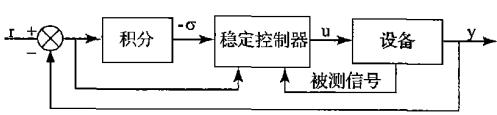


图 2 积分控制方案原理图

反馈积分控制器的设计方法的一般过程。

考虑系统(4),在系统的期望平衡点 (x_{ss},σ_{ss}) 处线性化模型,得 $\dot{\zeta}=A\zeta-Bu$,其中:

$$\zeta=\begin{bmatrix} x-x_{ss} \\ \sigma-\sigma_{ss} \end{bmatrix}, A=\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$A=\frac{\partial f}{\partial x}(x,u,w)|_{x=x_{ss}}, B=\frac{\partial f}{\partial u}(x,u,w)|_{x=x_{ss}}, C=\frac{\partial h}{\partial x}(x,w)|_{x=x_{ss}}$ 如果 (A,B) 是可控的(或可稳的),并且满足条件

$$\text{rank}\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}=n+p, \quad (5)$$

则 (A,B) 也是可控的(或可稳的),根据文献[3,5],从而状态反馈控制律可取为

$$\begin{aligned} u &=K_1x-K_2\sigma \\ \dot{\sigma} &=e-y-r \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $K=[K_1,K_2]$ 设计为使 $A+BK$ 是 Hurwitz 矩阵,为实现控制力最小,我们采用特征结构配置方法^[1] 对其控制器范数进行优化,以使控制力在限定的范围内。

4 鲁棒调节器设计与仿真

考虑系统(2),设 δ_1,δ_2 为 θ 和 ϕ 期望的输出,取

$$\begin{aligned} x_1 &=\theta-\delta_1, x_2=\dot{\theta}, x_3=\sigma-\delta_2, d=r/J_1, \\ x_4 &=\Phi, \dot{\sigma}_1=x_1, \dot{\sigma}_2=x_3, u_1=T_1, u_2=T_2/\cos\theta, \end{aligned}$$

则系统在期望平衡状态下带积分器的增广状态空间为

$$\begin{cases} \dot{x}_1=x_2 \\ \dot{x}_2=a\cos(x_1+\delta_1)-0.5X_2^2\sin 2(x_1+\delta_1)+du_1+\Delta u_1 \\ \dot{x}_3=x_4 \\ \dot{x}_4=2(x_3+\delta_2)x_4\tan(x_1+\delta_1)+du_2+\Delta u_2 \\ \dot{\sigma}_1=x_1 \\ \dot{\sigma}_2=x_3 \\ y_1=x_1+\delta_1 \\ y_2=x_3+\delta_2 \end{cases} \quad (7)$$

有 A,B,C 分别为 $A=\frac{\partial f}{\partial x}|_{x=x_{ss}}, B=\frac{\partial f}{\partial u}|_{x=x_{ss}},$

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{易验证}(A,B) \text{ 是可控的,并且满足}$$

条件(5),又因系统的控制力有限,从而利用文献[1]中给出的特征结构设计方法优化设计线性状态反馈控制律 $u=KX, K \in R^{2 \times 6}, X \in R^6$,使得系统(7)在平衡点时闭环系统的线性化模型稳定,且 $\min \|K\|_F$ 。在取 θ 和 ϕ 的期望输出为 $\delta_1=\frac{\pi}{6}, \delta_2=\frac{\pi}{4}$,闭环极点为 $\lambda_{1,2}=-6 \pm 0.5j, \lambda_{3,4}=-3 \pm 0.4j, \lambda_{5,6}=-8 \pm 0.4j$,时,优化后所得到的状态反馈控制律为

$$K =$$
$$\begin{bmatrix} -22.405 & -4.132 & -3.371 & -0.405 & -35.856 & -6.539 \\ 4.100 & 0.485 & -22.373 & -4.528 & 6.315 & -35.671 \end{bmatrix}$$

仿真结果表明,在($T_1 \in 0 \sim 20N$ 、 $T_2 \in -10 \sim 10N$)时,在上述设计的控制律作用下,闭环系统的在期望平衡点 $\delta_1=\frac{\pi}{6}, \delta_2=\frac{\pi}{4}$ 的吸收域为 $\theta \in 0.43rad \sim 0.8rad$ 和 $\phi \in 0 \sim 1.6rad$ (初始速度均为零),且具有较强的鲁棒性。图3、图4给出了不同初始条件下存在干扰及参数摄动时系统的响应曲线。

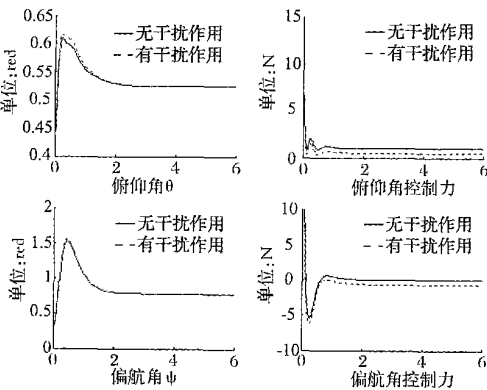


图 3 初始 $\theta_0=0.43rad, \phi_0=0.3rad$,角速度为零,无干扰力及干扰力分别为 $\Delta u_1=0.5N$ (约为平衡力的50%)和 $\Delta u_2=0.75N$ 时, θ, ϕ 及控制力 T_1, T_2 的仿真结果。

5 小 结

本文以自研的二自由度飞行姿态模拟器为对象,在系统控制力受限情况下,运用特征结构配置方法来优化设计了一个状态反馈线性化积分型鲁棒输出调节器,并给出了仿真结果。仿真结果表明该方法具有较好的鲁棒性,并有较大的吸收域,适用于工程应用。

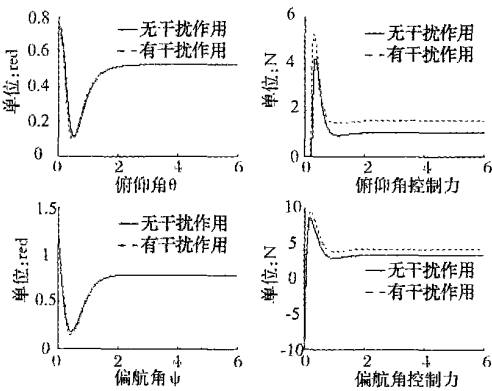


图 4 初始 $\theta_0=0.75rad, \phi_0=1.2rad$,角速度为零,没干扰力及干扰力分别为 $T_1=-2/3.986N$ (约为平衡力的-50%)和 $T_2=-0.75N$ 时, θ, ϕ 及控制力 T_1, T_2 的仿真结果对比。

参考文献

[1] 段广仁·线性系统理论(第二版)[M]·哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2004.

[2] 哈尔滨工业大学理论力学教研室·理论力学(II) [M]·北京:高等教育出版社,2002.

[3] Hassan K· Khalil·非线性系统(第三版)[M]·朱义胜译.北京:电子工业出版社,2005.

[4] 程代展,董亚丽·输出调节和内模原理[J]·自动化学报,2003,29(2) :284-295.

[5] 余焱,张嗣瀛·一般非线性控制系统的局部反馈渐近镇定[J]·控制与决策,1998,13(6) :624-628.

[6] Isidori A , Byrnes C I·Output regulation of nonlinear systems[J]·IEEE Transactions on Automatic Control , 1990, 35(2) :131-140.

[7] Huang J , Rugh W J·On a nonlinear multivariable servo mechanism problem· Automatic· IEEE Transactions on Automatic Control , 1990, 26(6) : 963-972.

[8] Huang J , Rugh W J·Stabilization on zero error manifold and the nonlinear servo mechanism problem [J]·IEEE Transactions on Automatic Control , 1992, 37(7) :1009-1013.

[9] M· Green and D· J· N· Limebeer· Linear Robust Control [J]· Prentice Hall , Englewood Cliffs , NJ , 1995.