Точилин Михаил, 792

№1 Матрица поворота на угол φ вокруг точки $A(a, b)$ на пл-ти?

▲ 1) Сначала делаем переход в сист. коорд. с центром в $A(a, b)$ (translate на $(-a; -b)$):

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{pmatrix}$$

2) Потом делаем поворот отн-но оси $\perp$ нашей пл-ти:

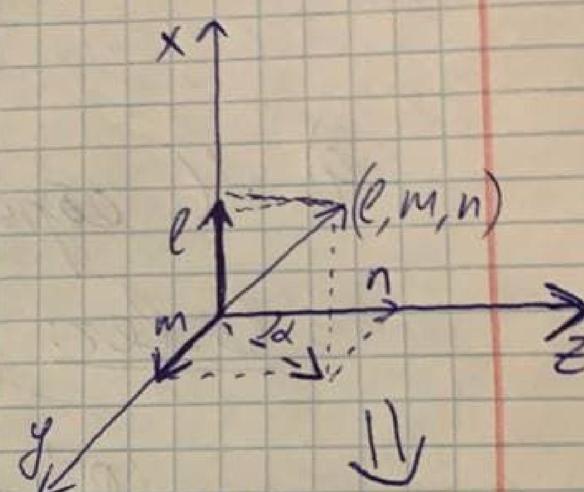
$$R_\varphi = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) И обратный переход сист координат:

$$T^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\boxed{F = T R_\varphi T^{-1}}$

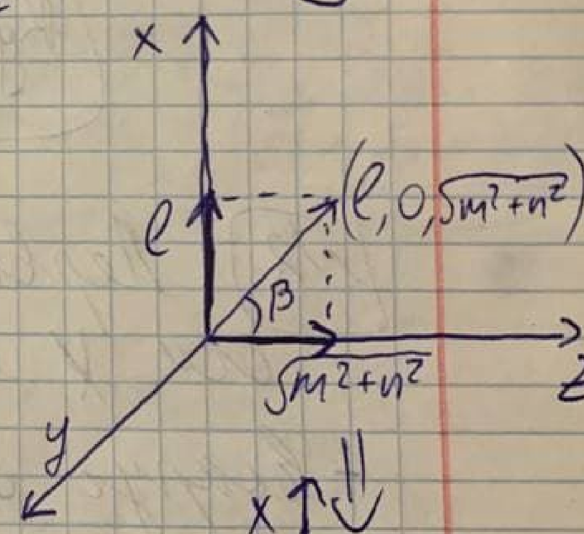
№2) Матр поворота на угол φ вокруг прямой L, прох. через точку $A(a,b,c)$ с напр-ем (l,m,n) $\left(\sqrt{l^2+m^2+n^2}=1\right)$



▲ 1) Перенос СК:

$$T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-a&-b&-c&1\end{pmatrix}$$

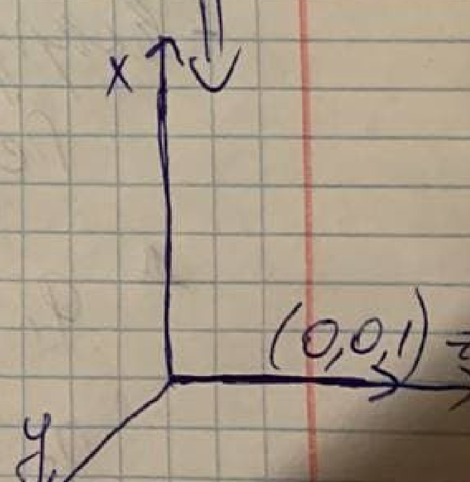
2) Делаем поворот, чтобы в-р лежал в пл-ти OXZ:



$$R_x=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&\cos\alpha&\sin\alpha&0\\0&-\sin\alpha&\cos\alpha&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

где $\cos\alpha=\frac{n}{\sqrt{m^2+n^2}}$, $\sin\alpha=\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2}}$

2) Поворот вокруг OY, чтобы в-р сонаправл с OZ:



$$R_y=\begin{pmatrix}\cos\beta&0&\sin\beta&0\\0&1&0&0\\-\sin\beta&0&\cos\beta&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

где $\cos\beta=\frac{\sqrt{m^2+n^2}}{1}$ $\sin\beta=\frac{l}{1}$

3) поворот вокруг Oz на φ:

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) И обратные переходы

<u>Ответ:</u>

$$F = T\,R_x(\alpha)R_y(-\beta)\,R_\varphi(z)\cdot R_y^{-1}(-\beta)R_x^{-1}(\alpha)T^{-1}\cdot \cancel{R_y(\beta)R_x(\alpha)}$$

$\boxed{№8}$ Первый поворот - вокруг оси X на угол $\frac{\pi}{2}$, второй - - вокруг оси Y на тот же угол. Результир поворот - ?

$\blacktriangle$

$$q_1 = \cos\frac{\pi}{4} + v_1 \sin\frac{\pi}{4} \quad (v_1 = (1,0,0)) \quad v_1 = i$$

$$q_2 = \cos\frac{\pi}{4} + v_2 \sin\frac{\pi}{4} \quad (v_2 = (0,1,0)) \quad v_2 = j$$

$$w_2 = (q_2 q_1) w (q_2 q_1)^{-1}$$

$$q_2 q_1 = \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)\left(\cos\frac{\pi}{4} + j \sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(1+i)(1+j) = \frac{1}{2}(1+i+j+k) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{(i+j-k)}{\sqrt{3}} =$$

$$= \cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Ответ: Результир. поворот – поворот на $\frac{2\pi}{3}$ вокруг $V_3 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$