Rendezés. Rekurzió

A programozás alapjai I.

Hálózati Rendszerek és Szolgáltatások Tanszék
Farkas Balázs, Fiala Péter, Vitéz András, Zsóka Zoltán

2020. november 16.

Tartalom

1 Rendezés
- Bevezetés
- Közvetlen kiválasztás
- Közvetlen beszúrás
- Buborékrendezés
- Összevetés
- Indextömbök

2 Rekurzió
- Definíció
- A rekurzió megvalósítása
- Rekurzió vagy iteráció
- Alkalmazások
- Közvetett rekurzió

1. fejezet

Rendezés

Rendezés

Rendezni érdemes . . .

- . . . mert rendezett N elemű tömbben $\log_2 N$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)
- . . . mert rendezett N elemű listában $N/2$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)

Rendezés

Rendezni érdemes ...

- ... mert rendezett N elemű tömbben $\log_2 N$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)
- ... mert rendezett N elemű listában $N/2$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)

Rendezni költséges ...

- ... de tipikus, hogy ritkán rendezünk, és rengetegszer keresünk

Rendezés

Rendezni érdemes ...

- ... mert rendezett N elemű tömbben $\log_2 N$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)
- ... mert rendezett N elemű listában $N/2$ lépésben megtalálunk egy elemet (vagy megtudjuk, hogy nincs benne)

Rendezni költséges ...

- ... de tipikus, hogy ritkán rendezünk, és rengetegszer keresünk

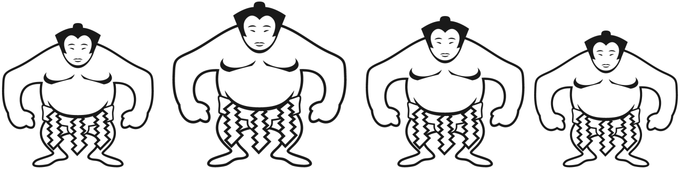
Mibe kerül a rendezés? ...

= összehasonlítások száma $\times$ egy összehasonlítás költsége

\+ mozgatások (cserék) száma $\times$ egy mozgatás költsége

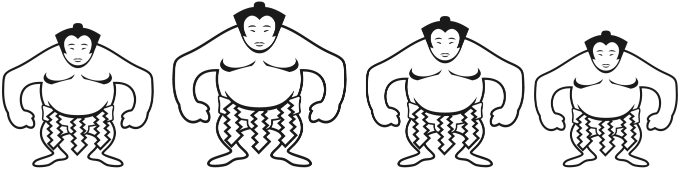
Mi kerül sokba?

- Az összehasonlítás



Mi kerül sokba?

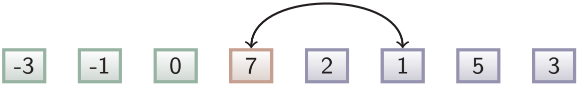
- Az összehasonlítás



- A mozgatás

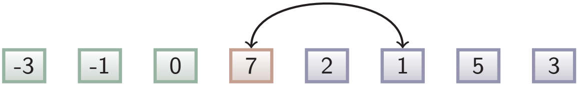
Rendezés közvetlen kiválasztással

```
Cseréld ki a 0. elemmel a tömb minimumát
Cseréld ki az 1. elemmel az utolsó N-1 elem minimumát
Cseréld ki a 2. elemmel az utolsó N-2 elem minimumát
...
Cseréld ki az N-2. elemmel az utolsó 2 elem minimumát
```



Rendezés közvetlen kiválasztással

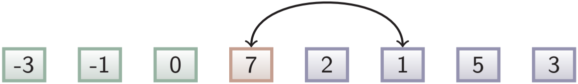
```
Cseréld ki a 0. elemmel a tömb minimumát
Cseréld ki az 1. elemmel az utolsó N-1 elem minimumát
Cseréld ki a 2. elemmel az utolsó N-2 elem minimumát
...
Cseréld ki az N-2. elemmel az utolsó 2 elem minimumát
```




```
MINDEN i-re 0-tól N-2-ig
  iMin ← i
  MINDEN j-re i+1-től N-1-ig
    HA t[j] < t[iMin]
      iMin ← j;
  t[i] ↔ t[iMin];
```

Rendezés közvetlen kiválasztással

```
Cseréld ki a 0. elemmel a tömb minimumát
Cseréld ki az 1. elemmel az utolsó N-1 elem minimumát
Cseréld ki a 2. elemmel az utolsó N-2 elem minimumát
...
Cseréld ki az N-2. elemmel az utolsó 2 elem minimumát
```



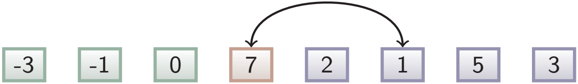

```
MINDEN i-re 0-tól N-2-ig
  iMin ← i
  MINDEN j-re i+1-től N-1-ig
    HA t[j] < t[iMin]
      iMin ← j;
  t[i] ↔ t[iMin];
```

```c
for (i=0; i<N-1; ++i) {
  iMin = i;
  for (j=i+1; j<N; ++j)
    if (t[j] < t[iMin])
      iMin = j;
  swap(t+i, t+iMin);
}
```

Összehasonlítások száma: $\mathcal{O}\left(N^2\right) \quad \approx N^2/2$

Rendezés közvetlen kiválasztással

```
Cseréld ki a 0. elemmel a tömb minimumát
Cseréld ki az 1. elemmel az utolsó N-1 elem minimumát
Cseréld ki a 2. elemmel az utolsó N-2 elem minimumát
...
Cseréld ki az N-2. elemmel az utolsó 2 elem minimumát
```



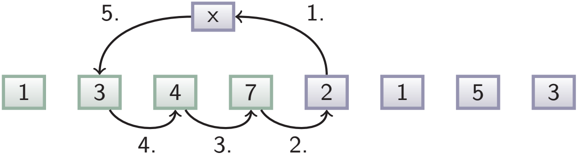

```
MINDEN i-re 0-tól N-2-ig
  iMin ← i
  MINDEN j-re i+1-től N-1-ig
    HA t[j] < t[iMin]
      iMin ← j;
  t[i] ↔ t[iMin];
```

```c
for (i=0; i<N-1; ++i) {
  iMin = i;
  for (j=i+1; j<N; ++j)
    if (t[j] < t[iMin])
      iMin = j;
  swap(t+i, t+iMin);
}
```

Összehasonlítások száma:	$\mathcal{O}\left(N^2\right)$	$\approx N^2/2$
Cserék száma:	$\mathcal{O}\left(N\right)$	$N-1$

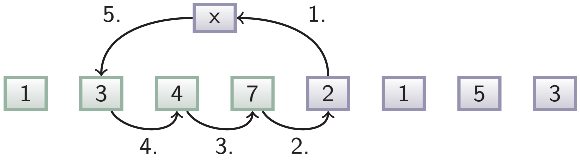
Közvetlen beszúrás

- A tömb egy $i(= 4)$ hosszú rendezett szakaszból és egy $N - i$ hosszú rendezetlen szakaszból áll.



Közvetlen beszúrás

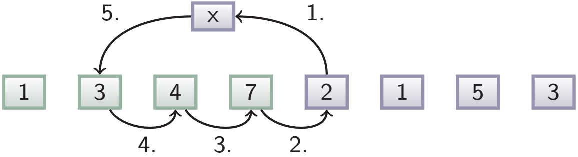
- A tömb egy $i(=4)$ hosszú rendezett szakaszból és egy $N-i$ hosszú rendezetlen szakaszból áll.



- A rendezetlen rész első elemét szúrjuk be a rendezett részbe, a megfelelő pozícióba

Közvetlen beszúrás

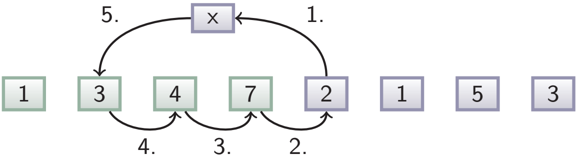
- A tömb egy $i (= 4)$ hosszú rendezett szakaszból és egy $N - i$ hosszú rendezetlen szakaszból áll.



- A rendezetlen rész első elemét szúrjuk be a rendezett részbe, a megfelelő pozícióba
- Ezzel a rendezett szakasz hossza eggyel nőtt

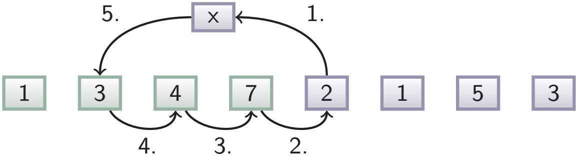
Közvetlen beszúrás

- A tömb egy $i(=4)$ hosszú rendezett szakaszból és egy $N-i$ hosszú rendezetlen szakaszból áll.



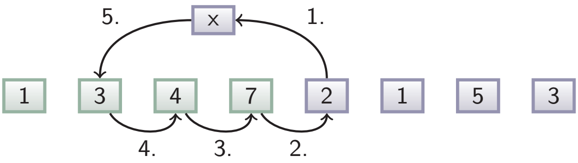
- A rendezetlen rész első elemét szúrjuk be a rendezett részbe, a megfelelő pozícióba
- Ezzel a rendezett szakasz hossza eggyel nőtt
- Kezdetben $i=1$, az egyelemű tömb ugyanis rendezett

Közvetlen beszúrás



- A rendezett részben az új elem helyét $\log_2 i$ lépésben megtaláljuk

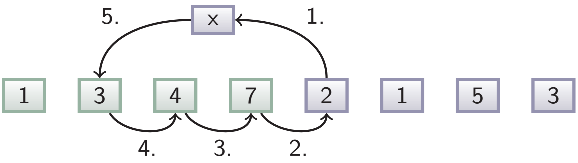
Közvetlen beszúrás



- A rendezett részben az új elem helyét $\log_2 i$ lépésben megtaláljuk

  Összehasonlítások száma: $\mathcal{O}\left(N \cdot \log_2 N\right)$

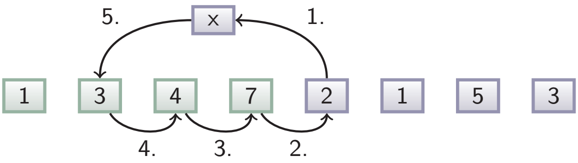
Közvetlen beszúrás



- A rendezett részben az új elem helyét $\log_2 i$ lépésben megtaláljuk

  Összehasonlítások száma: $\mathcal{O}\left(N \cdot \log_2 N\right)$
- A beszúráshoz átlagosan $i/2$ elemet el kell húzni

Közvetlen beszúrás



- A rendezett részben az új elem helyét $\log_2 i$ lépésben megtaláljuk

  Összehasonlítások száma: $\mathcal{O}\left(N \cdot \log_2 N\right)$
- A beszúráshoz átlagosan $i/2$ elemet el kell húzni

  Mozgatások száma: $\mathcal{O}\left(N^2\right)$ (max. $\left(N^2/2\right)$ mozgatás)

Közvetlen beszúrás

A közvetlen beszúrás C-kódja

```
for (i=1; i<N; i++)
{
  s = t[i];             /* beszúrandó elem */
  for (a=0,f=i; a<f;)   /* log keresés 0 i között */
  {
    k = (a+f)/2;
    if (t[k] < s)
      a = k+1;
    else
      f = k;
  }
  for (j=i; j>a; j--) /* résztömb húzása */
    t[j] = t[j-1];
  t[a]=s;             /* beszúrás */
}
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

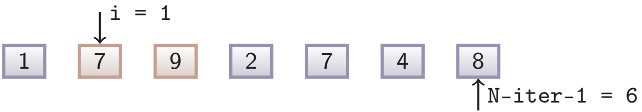
Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

i = 2

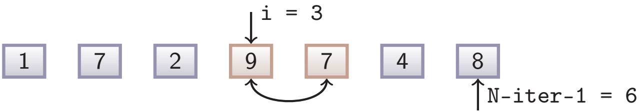
1	7	2	9	7	4	8

N-iter-1 = 6

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

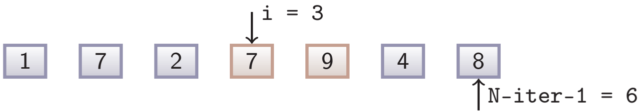
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

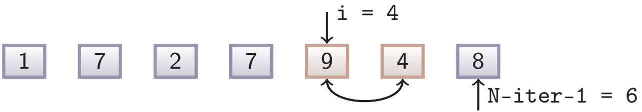
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

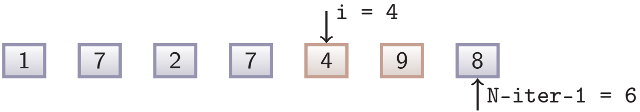
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

i = 1

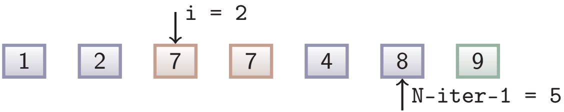
1	2	7	7	4	8	9

N-iter-1 = 5

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

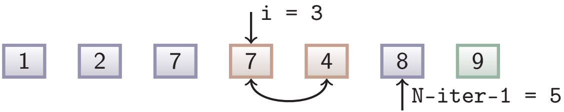
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

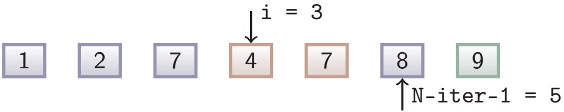
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

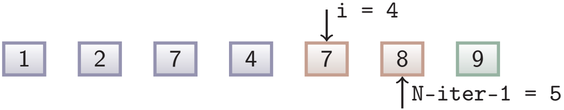
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

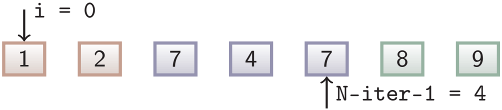
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

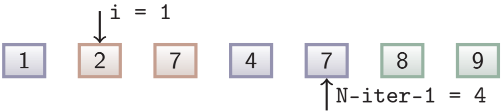
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

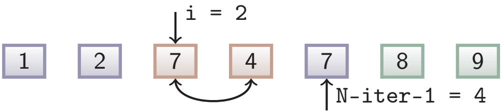
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

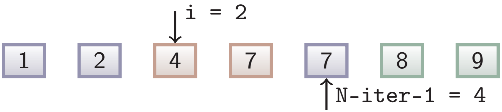
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

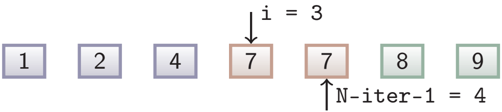
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

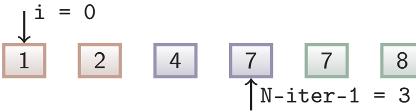
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

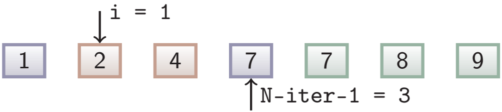
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

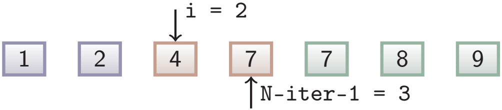
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

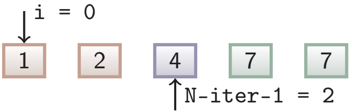
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

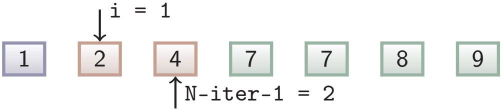
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

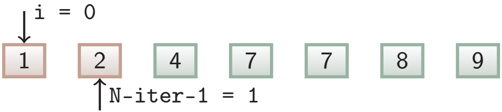
```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```



Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

`i = 0`

1	2	4	7	7	8	9

`N-iter-1 = 1`

Összehasonlítások száma:	$\mathcal{O}\left(N^2\right)$	$N^2/2$
Cserék száma:	$\mathcal{O}\left(N^2\right)$	max. $(N^2/2)$

Buborékrendezés

Szomszédos elemeket vizsgálunk. Ha rossz sorrendben állnak, csere

```
for (iter = 0; iter < n-1; ++iter)
  for (i = 0; i < N-iter-1; ++i)
    if (t[i] > t[i+1])
      swap(t+i, t+i+1);
```

`i = 0`

1	2	4	7	7	8	9

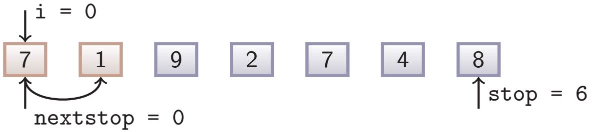
`N-iter-1 = 1`

Összehasonlítások száma:	$\mathcal{O}\left(N^2\right)$	$N^2/2$
Cserék száma:	$\mathcal{O}\left(N^2\right)$	max. $(N^2/2)$

- Az utolsó három körben nem cseréltünk semmit. Nem derül ez ki korábban?

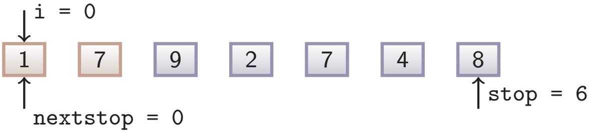
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



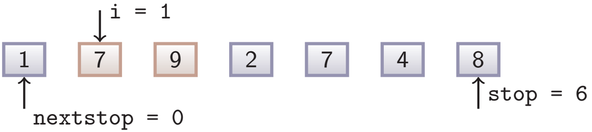
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



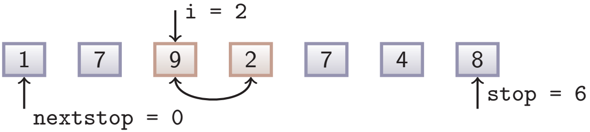
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



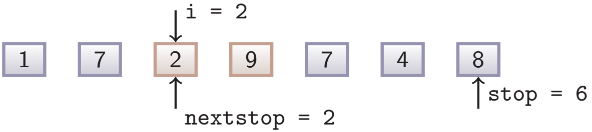
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



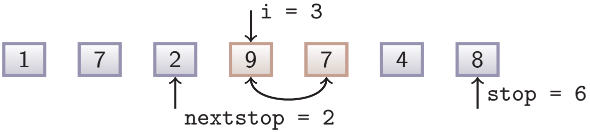
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



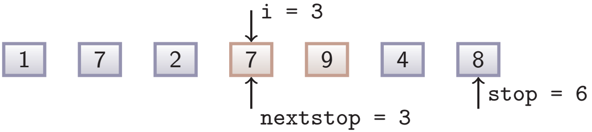
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



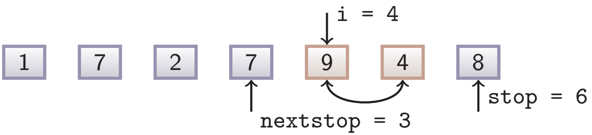
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



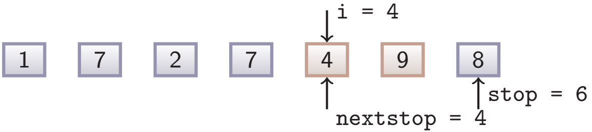
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



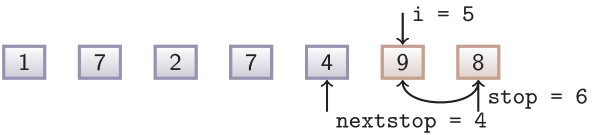
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



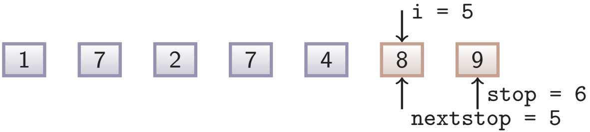
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



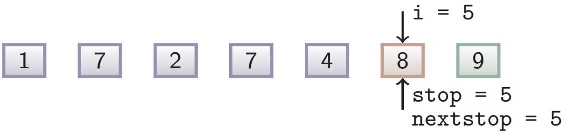
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



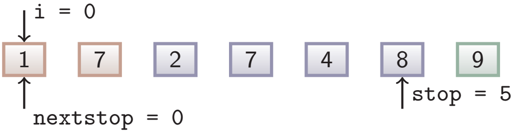
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



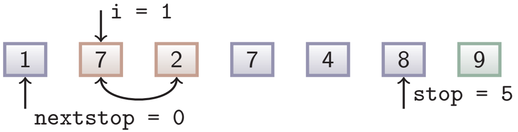
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



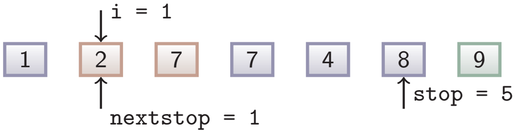
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



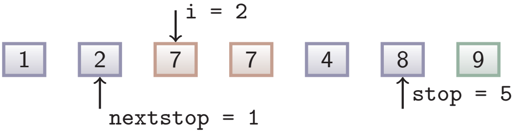
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



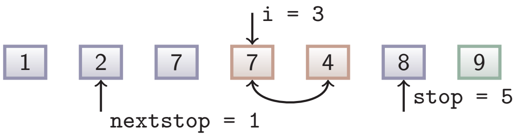
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



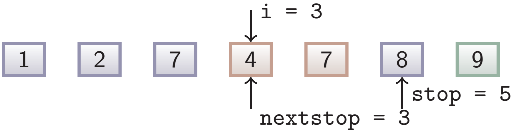
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



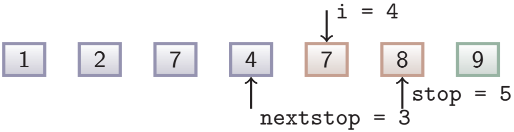
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```

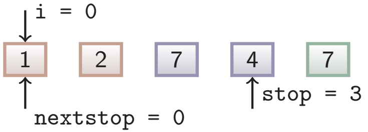
i = 4

1	2	7	4	7	8	9

stop = 3
nextstop = 3

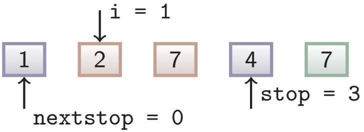
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



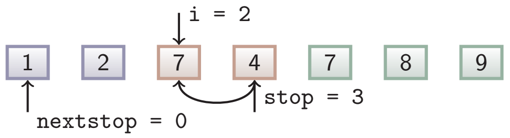
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



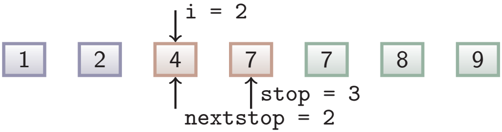
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```

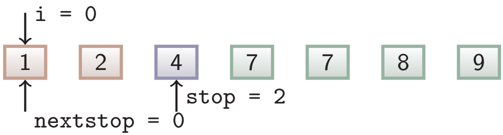
i = 2

1	2	4	7	7	8	9

stop = 2
nextstop = 2

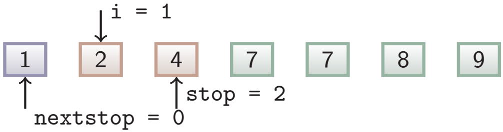
Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```



Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```c
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```

i = 0

1	2	4	7	7	8	9

stop = 0
nextstop = 0

Javított buborékrendezés cserék figyelésével

```
stop = n-1;
while (stop != 0) {
  nextstop = 0; /* utolsó csere indexe */
  for (i = 0; i < stop; ++i)
    if (t[i] > t[i+1]) {
      swap(t+i, t+i+1)
      nextstop = i;
    }
  stop = nextstop;
}
```

```
i = 0
 1   2   4   7   7   8   9
stop = 0
nextstop = 0
```

- Az összehasonlítások száma csökkent
- A cserék száma maradt

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 10$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	45	27
közvetlen beszúrás	22	41
buborék	45	69
javított buborék	38	69
gyorsrendezés	57	36

összehasonlító program

1

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 100$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	4 950	297
közvetlen beszúrás	526	2 585
buborék	4 950	7 263
javított buborék	4 786	7 263
gyorsrendezés	1 049	642

összehasonlító program

1

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 1\,000$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	499 500	2 997
közvetlen beszúrás	8 592	252 567
buborék	499 500	760 248
javított buborék	497 198	760 248
gyorsrendezés	17 419	8 401

összehasonlító program

1

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 10\,000$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	49 995 000	29 997
közvetlen beszúrás	118 976	25 210 700
buborék	49 995 000	75 267 900
javított buborék	49 899 260	75 267 900
gyorsrendezés	255 788	105 636

összehasonlító program

1

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 100\,000$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	4 999 950 000	299 997
közvetlen beszúrás	1 522 642	2 499 618 992
buborék	4 999 950 000	7 504 295 712
javított buborék	4 999 097 550	7 504 295 712
gyorsrendezés	3 147 663	1 295 967

összehasonlító program

1

Rendező algoritmusok összehasonlítása

$N = 100\,000$	összehasonlítások	mozgatások száma
közvetlen kiválasztás	4 999 950 000	299 997
közvetlen beszúrás	1 522 642	2 499 618 992
buborék	4 999 950 000	7 504 295 712
javított buborék	4 999 097 550	7 504 295 712
gyorsrendezés	3 147 663	1 295 967

összehasonlító program

Nincs legjobb algoritmus[1].

[1] csak legrosszabb

Indextömbök

- Az adatmozgatások száma jelentősen csökkenthető, ha nem a tömbelemeket, hanem azok indexeit rendezzük

Indextömbök

- Az adatmozgatások száma jelentősen csökkenthető, ha nem a tömbelemeket, hanem azok indexeit rendezzük

0	ABC123	Aladár
1	QE8BZX	Dzsenifer
2	S45FDO	Kristóf
3	KJ967F	Gyöngyvér
4	FEK671	Éva
5	F34K98	Mihály
6	D678EF	Berci

eredeti adatvektor

$$\begin{array}{|c|}\hline 0\\1\\2\\3\\4\\5\\6\\\hline\end{array} \xrightarrow{\text{rendezés}} \begin{array}{|c|}\hline 0\\6\\1\\4\\3\\2\\5\\\hline\end{array}$$

név szerint rendező indextömb

Indextömbök

- Az adatmozgatások száma jelentősen csökkenthető, ha nem a tömbelemeket, hanem azok indexeit rendezzük

0	ABC123	Aladár
1	QE8BZX	Dzsenifer
2	S45FDO	Kristóf
3	KJ967F	Gyöngyvér
4	FEK671	Éva
5	F34K98	Mihály
6	D678EF	Berci

eredeti adatvektor

0		0
1		6
2		1
3	$\xrightarrow{\text{rendezés}}$	4
4		3
5		2
6		5

név szerint rendező indextömb

```c
for (i = 0; i < n; ++i) /* névsor */
  printf("%s\n", data[index[i]].name);
```

Indextömbök

- Az adatmozgatások száma jelentősen csökkenthető, ha nem a tömbelemeket, hanem azok indexeit rendezzük

0	ABC123	Aladár
1	QE8BZX	Dzsenifer
2	S45FDO	Kristóf
3	KJ967F	Gyöngyvér
4	FEK671	Éva
5	F34K98	Mihály
6	D678EF	Berci

eredeti adatvektor

0		0
1		6
2		1
3	$\xrightarrow{\text{rendezés}}$	4
4		3
5		2
6		5

név szerint rendező indextömb

```c
for (i = 0; i < n; ++i) /* névsor */
  printf("%s\n", data[index[i]].name);
```

- Indexek helyett rendezhetünk mutatókat is, ha az eredeti tömb (vagy lista) a memóriában van

Rendezés több szempont szerint

- Több kulcs szerint rendezés indextömbökkel
- Gyors keresés érdekében érdemes az indextömbökben a kulcsokat is tárolni, és az indextömböket kulcs szerint rendezve tartani

0	ABC123	Aladár
1	QE8BZX	Dzsenifer
2	S45FDO	Kristóf
3	KJ967F	Gyöngyvér
4	FEK671	Éva
5	F34K98	Mihály
6	D678EF	Berci

Aladár	0
Berci	6
Dzsenifer	1
Éva	4
Gyöngyvér	3
Kristóf	2
Mihály	5

ABC123	0
D678EF	6
FEK671	4
F34K98	5
KJ967F	3
QE8BZX	1
S45FDO	2

2. fejezet

Rekurzió

Rekurzió – definíció

Sok matematikai problémát rekurzívan fogalmazunk meg

Rekurzió – definíció

Sok matematikai problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- a_n sorozat összege

$$S_n = \begin{cases} S_{n-1} + a_n & n > 0 \\ a_0 & n = 0 \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok matematikai problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- a_n sorozat összege

$$S_n = \begin{cases} S_{n-1} + a_n & n > 0 \\ a_0 & n = 0 \end{cases}$$

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok matematikai problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- a_n sorozat összege

$$S_n = \begin{cases} S_{n-1} + a_n & n > 0 \\ a_0 & n = 0 \end{cases}$$

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

- Fibonacci-számsorozat

$$F_n = \begin{cases} F_{n-2} + F_{n-1} & n > 1 \\ 1 & n = 1 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- Felmenőm-e Dózsa György?

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- Felmenőm-e Dózsa György?

$$\text{Felmenőm-e?} = \begin{cases} \text{Apám/anyám felmenője-e?} \\ \\ \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- Felmenőm-e Dózsa György?

$$\text{Felmenőm-e?} = \begin{cases} \text{Apám/anyám felmenője-e?} \\ \text{Apám-e?} \\ \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- Felmenőm-e Dózsa György?

$$\text{Felmenőm-e?} = \begin{cases} \text{Apám/anyám felmenője-e?} \\ \text{Apám-e?} \\ \text{Anyám-e?} \end{cases}$$

Rekurzió – definíció

Sok hétköznapi problémát rekurzívan fogalmazunk meg

- Felmenőm-e Dózsa György?

$$\text{Felmenőm-e?} = \begin{cases} \text{Apám/anyám felmenője-e?} \\ \text{Apám-e?} \\ \text{Anyám-e?} \end{cases}$$

- Általában

$$\text{Probléma} = \begin{cases} \text{Egyszerűbb, hasonló problém(ák)} \\ \text{Triviális eset(ek)} \end{cases}$$

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

  Bizonyítás pl. teljes indukció

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

  Bizonyítás pl. teljes indukció

  Definíció pl. Fibonacci-sorozat

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

Bizonyítás	pl. teljes indukció
Definíció	pl. Fibonacci-sorozat
Algoritmus	pl. útvonalkeresés labirintusban

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

Bizonyítás	pl. teljes indukció
Definíció	pl. Fibonacci-sorozat
Algoritmus	pl. útvonalkeresés labirintusban
Adatszerkezet	pl. láncolt lista, számítógép könyvtárstruktúrája

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív
  - Bizonyítás pl. teljes indukció
  - Definíció pl. Fibonacci-sorozat
  - Algoritmus pl. útvonalkeresés labirintusban
  - Adatszerkezet pl. láncolt lista, számítógép könyvtárstruktúrája
  - Geometriai konstrukció pl. fraktál

Rekurzió – kitekintés

- Sokminden lehet rekurzív

Bizonyítás	pl. teljes indukció
Definíció	pl. Fibonacci-sorozat
Algoritmus	pl. útvonalkeresés labirintusban
Adatszerkezet	pl. láncolt lista, számítógép könyvtárstruktúrája
Geometriai konstrukció	pl. fraktál

- Mi rekurzív adatszerkezetekkel és rekurzív algoritmusokkal foglalkozunk

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = 4! \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = 4! \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (3! \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (3! \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((2! \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((2! \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (((1! \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$$5! = (((1! \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$$5! = ((((0! \cdot 1) \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((((0! \cdot 1) \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$$5! = ((((1 \cdot 1) \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((((1 \cdot 1) \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (((1 \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (((1 \cdot 2) \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((2 \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = ((2 \cdot 3) \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (6 \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = (6 \cdot 4) \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = 24 \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = 24 \cdot 5$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

$5! = 120$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

Másoljuk be C-be!

```c
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}
```

Rekurzív algoritmusok C-ben

- Faktoriális

$$n! = \begin{cases} (n-1)! \cdot n & n > 0 \\ 1 & n = 0 \end{cases}$$

Másoljuk be C-be!

```c
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}
```

- A függvény hívása

```c
unsigned f = factorial(5); /* működik! */
printf("%u\n", f);
```

Kitérő

- Hogyan képzejük el?

```
unsigned f0(void) { return 1; }
unsigned f1(void) { return f0() * 1; }
unsigned f2(void) { return f1() * 2; }
unsigned f3(void) { return f2() * 3; }
unsigned f4(void) { return f3() * 4; }
unsigned f5(void) { return f4() * 5; }
...
unsigned f = f5();
```

- Egyazon függvénynek sok különböző, egyszerre létező alakja
- A paramétereik különböztetik meg őket

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
  factorial(4);
  ...
}
```

0x2000: 4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
n	0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FF4:	7
n 0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FF4:	7
n 0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FF4:	7
n	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
n	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
n	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FEC:	7
n 0x1FF0:	2
0x1FF4:	7
0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4
	regiszter:	??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE0:	0
	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FDC:	7
	0x1FE0:	0
	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FDC:	7
n	0x1FE0:	0
	0x1FE4:	7
	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FDC:	7
n	0x1FE0:	0
	0x1FE4:	7
	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FDC:	7
n	0x1FE0:	0
	0x1FE4:	7
	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: ??

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FDC:	7
n 0x1FE0:	0
0x1FE4:	7
0x1FE8:	1
0x1FEC:	7
0x1FF0:	2
0x1FF4:	7
0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter: 1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FDC:	7
n 0x1FE0:	0
0x1FE4:	7
0x1FE8:	1
0x1FEC:	7
0x1FF0:	2
0x1FF4:	7
0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter: 1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: 1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: 1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FE4:	7
n	0x1FE8:	1
	0x1FEC:	7
	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: 1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4
	regiszter:	1

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FEC:	7
n	0x1FF0:	2
	0x1FF4:	7
	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: 2

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FEC:	7
n 0x1FF0:	2
0x1FF4:	7
0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter:	2

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FF4:	7
n	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter: 2

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FF4:	7
n 0x1FF8:	3
0x1FFC:	15
0x2000:	4

regiszter:	6

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

	0x1FF4:	7
n	0x1FF8:	3
	0x1FFC:	15
	0x2000:	4

regiszter:	6

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```c
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	6

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	24

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

0x1FFC:	15
n 0x2000:	4
regiszter:	24

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

regiszter: 24

A rekurzió megvalósítása

Hogyan létezhet egy függvénynek egyszerre sok példánya?

```
/*
  faktoriális rekurzív függvény
 */
unsigned factorial(unsigned n)
{
  if (n > 0)
    return factorial(n-1) * n;
  else
    return 1;
}

int main(void)
{
  ...
   factorial(4);
  ...
}
```

regiszter: 24

A rekurzió megvalósítása

- A C függvényhívási mechanizmusa eleve alkalmas a rekurzív függvényhívás megvalósítására

A rekurzió megvalósítása

- A C függvényhívási mechanizmusa eleve alkalmas a rekurzív függvényhívás megvalósítására
- A függvényt közvetve vagy direkt módon hívó függvények összes adatát (lokális változók, visszatérési cím) a veremben tároljuk

A rekurzió megvalósítása

- A C függvényhívási mechanizmusa eleve alkalmas a rekurzív függvényhívás megvalósítására
- A függvényt közvetve vagy direkt módon hívó függvények összes adatát (lokális változók, visszatérési cím) a veremben tároljuk
- A működés szempontjából közömbös, hogy egy függvény önmagát hívja vagy egy másik függvényt hív.

A rekurzió megvalósítása

- A C függvényhívási mechanizmusa eleve alkalmas a rekurzív függvényhívás megvalósítására
- A függvényt közvetve vagy direkt módon hívó függvények összes adatát (lokális változók, visszatérési cím) a veremben tároljuk
- A működés szempontjából közömbös, hogy egy függvény önmagát hívja vagy egy másik függvényt hív.
- A rekurzív hívások maximális mélysége: ami a verembe belefér

Rekurzió vagy iteráció – faktoriális

$n!$ számítása rekurzívan – elegáns, de pazarló

```
unsigned fact_rec(unsigned n)
{
  if (n == 0)
    return 1;
  return fact_rec(n-1) * n;
}
```

link

Rekurzió vagy iteráció – faktoriális

n! számítása rekurzívan – elegáns, de pazarló

```
unsigned fact_rec(unsigned n)
{
  if (n == 0)
    return 1;
  return fact_rec(n-1) * n;
}
```

link

és iterációval – „fapados", de hatékony

```
unsigned fact_iter(unsigned n)
{
  unsigned f = 1, i;
  for (i = 2; i <= n; ++i)
    f *= i;
  return f;
}
```

link

Rekurzió vagy iteráció – Fibonacci

F_n számítása rekurzívan – elegáns, de kivárhatatlan!
A számítási idő n-nel exponenciálisan nő!

```
unsigned fib_rec(unsigned n)
{
  if (n <= 1)
    return n;
  return fib_rec(n-1) + fib_rec(n-2);
}
```

link

Rekurzió vagy iteráció – Fibonacci

F_n számítása rekurzívan – elegáns, de kivárhatatlan!
A számítási idő n-nel exponenciálisan nő!

```
unsigned fib_rec(unsigned n)
{
  if (n <= 1)
    return n;
  return fib_rec(n-1) + fib_rec(n-2);
}
```

link

és iterációval – „fapados”, de hatékony

```
unsigned fib_iter(unsigned n)
{
  unsigned f[2]= {0, 1}, i;
  for (i = 2; i <= n; ++i)
    f[i%2] = f[(i-1)%2] + f[(i-2)%2];
  return f[n%2];
}
```

link

Rekurzió vagy iteráció

1. Minden rekurzív algoritmus megoldható iterációval (ciklusokkal)

Rekurzió vagy iteráció

1. Minden rekurzív algoritmus megoldható iterációval (ciklusokkal)
   - Nincs általános módszer az átírásra, sokszor igen nehéz

Rekurzió vagy iteráció

1. Minden rekurzív algoritmus megoldható iterációval (ciklusokkal)
   - Nincs általános módszer az átírásra, sokszor igen nehéz
2. Minden iterációval megoldható algoritmus megoldható rekurzívan

Rekurzió vagy iteráció

1. Minden rekurzív algoritmus megoldható iterációval (ciklusokkal)
   - Nincs általános módszer az átírásra, sokszor igen nehéz
2. Minden iterációval megoldható algoritmus megoldható rekurzívan
   - Könnyen automatizálható, általában nem hatékony

Rekurzió vagy iteráció

1. Minden rekurzív algoritmus megoldható iterációval (ciklusokkal)
   - Nincs általános módszer az átírásra, sokszor igen nehéz
2. Minden iterációval megoldható algoritmus megoldható rekurzívan
   - Könnyen automatizálható, általában nem hatékony

A problémától függ, hogy melyik módszert érdemes használni

Iterációk rekurzívan

Tömb bejárása rekurzívan (`for` ciklus kiváltása)

```
void print_array(int array[], int n)
{
  if (n == 0)
    return;
  printf("%3d", array[0]);
  print_array(array+1, n-1); /* rekurzív hívás */
}
```

Iterációk rekurzívan

Tömb bejárása rekurzívan (`for` ciklus kiváltása)

```
void print_array(int array[], int n)
{
  if (n == 0)
    return;
  printf("%3d", array[0]);
  print_array(array+1, n-1); /* rekurzív hívás */
}
```

Lista bejárása rekurzívan

```
void print_list(list_elem *head)
{
  if (head == NULL)
    return;
  printf("%3d", head->data);
  print_list(head->next); /* rekurzív hívás */
}
```

Iterációk rekurzívan

Tömb bejárása rekurzívan (`for` ciklus kiváltása)

```c
void print_array(int array[], int n)
{
  if (n == 0)
    return;
  printf("%3d", array[0]);
  print_array(array+1, n-1); /* rekurzív hívás */
}
```

Lista bejárása rekurzívan

```c
void print_list(list_elem *head)
{
  if (head == NULL)
    return;
  printf("%3d", head->data);
  print_list(head->next); /* rekurzív hívás */
}
```

Csak elvileg érdekesek, ezen esetekben is az iteráció hatékonyabb

Szám kiírása adott számrendszerben

rekurzívan

```
void print_base_rec(unsigned n, unsigned base)
{
  if (n >= base)
    print_base_rec(n/base, base);
  printf("%d", n%base);
}
```

link

Szám kiírása adott számrendszerben

rekurzívan

```
void print_base_rec(unsigned n, unsigned base)
{
  if (n >= base)
    print_base_rec(n/base, base);
  printf("%d", n%base);
}
```

link

iterációval

```
void print_base_iter(unsigned n, unsigned base)
{
  unsigned d; /* n-nél nem nagyobb base-hatvány */
  for (d = 1; d*base <= n; d*=base);
  while (d > 0)
  {
    printf("%d", (n/d)%base);
    d /= base;
  }
}
```

link

Amikor a rekurzió már egyértelműen hasznos

Az alábbi tömb egy labirintust tárol

```c
char lab[9][9+1] = {
  "+-------+",
  "|       |",
  "+-+ ++ ++",
  "|       |",
  "| + +-+ |",
  "| | |   |",
  "+-+ +-+ |",
  "|     | |",
  "+-----+-+"
};
```

link

Amikor a rekurzió már egyértelműen hasznos

Az alábbi tömb egy labirintust tárol

```
char lab[9][9+1] = {
  "+-------+",
  "|       |",
  "+-+ ++ ++",
  "|       |",
  "| + +-+ |",
  "| | |   |",
  "+-+ +-+ |",
  "|     | |",
  "+-----+-+"
};
```

link

Járjuk be a teljes labirintust adott (x,y) kezdőpozícióból

```
traverse(lab, 1, 1);
```

Amikor a rekurzió már egyértelműen hasznos

Az alábbi tömb egy labirintust tárol

```c
char lab[9][9+1] = {
  "+-------+",
  "|       |",
  "+-+ ++ ++",
  "|       |",
  "| + +-+ |",
  "| | |   |",
  "+-+ +-+ |",
  "|     | |",
  "+-----+-+"
};
```

link

Járjuk be a teljes labirintust adott (x,y) kezdőpozícióból

```c
traverse(lab, 1, 1);
```

Minden lehetséges irányban elindulunk, és bejárjuk a még be nem járt labirintusrészeket.

Amikor a rekurzió már egyértelműen hasznos

A megoldás rekurzióval pofonegyszerű

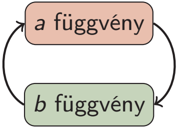
```c
void traverse(char lab[][9+1], int x, int y)
{
  if (lab[x][y] != ' ')
    return;
  lab[x][y] = '.';          /* itt jártam */
  traverse(lab, x-1, y);
  traverse(lab, x+1, y);
  traverse(lab, x, y-1);
  traverse(lab, x, y+1);
}
```

link

Iterációval embert próbáló – de nem lehetetlen – feladat lenne

Közvetett rekurzió

Közvetett rekurzió: Függvények „körbehívják egymást”

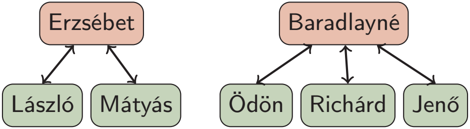



```
/* elődeklaráció */
void b(int); /* név, típus, paraméterek típusai */

void a(int n) {
   ...
   b(n); /* b hívható elődeklaráció miatt */
   ...
}

void b(int n) {
   ...
   a(n);
   ...
}
```

Elődeklaráció – kitekintés



Elődeklaráció közvetve rekurzív adatszerkezetek esetén is szükséges

```
/* elődeklaráció */
struct child_s;

struct mother_s { /* anya típus */
  char name[50];
  struct child_s *children[20]; /*gyerekek ptrtömbje*/
};

struct child_s { /* gyerek típus */
  char name[50];
  struct mother_s *mother;      /*mutató anyára*/
};
```

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 0 ↓ ↓ j = 8

adatok:	2	-1	-3	4	-2	3	-5	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 0 ↓ ↓ j = 8

adatok:								
	2	-1	-3	4	-2	3	-5	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot" (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 0 ↓ ↓ j = 7

adatok:	2	-1	-3	4	-2	3	-5	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 0 ↓ ↓ j = 6

adatok:	2	-1	-3	4	-2	3	-5	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 0 ↓ (a -5 fölött)   ↓ j = 6 (a 2 fölött)

adatok:	-5	-1	-3	4	-2	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 6

adatok:								
	-5	-1	-3	4	-2	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 5

adatok:

-5	-1	-3	4	-2	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 4

adatok:								
	-5	-1	-3	4	-2	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 4

adatok:	-5	-2	-3	4	-1	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓   ↓ j = 3

adatok:	-5	-2	-3	4	-1	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 2

adatok:	-5	-2	-3	4	-1	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 1 ↓ ↓ j = 2

adatok:	-5	-3	-2	4	-1	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Helyben szétválogatáson alapul
  - *n* elemű tömböt helyben szétválogatunk úgy, hogy adott tulajdonságú elemek a tömb elejére kerülnek
  - Kerüljenek a tömb elejére azok az elemek, melyek a rendezetlen tömb egy tetszőleges „pivot” (vezér) eleménél kisebbek

```
i ← 0; j ← n;
AMÍG i < j
  HA t[i] < pivot
    i ← i+1;
  EGYÉBKÉNT
    j ← j-1;
    HA t[j] <= pivot
      t[i] ↔ t[j]
```

i = 2 j = 2

adatok:								
	-5	-3	-2	4	-1	3	2	4

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek” tömböt és az $n - i$ elemű „nagy elemek” tömböt ugyanezzel a módszerrel!

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek" – „nagy elemek" tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek" tömböt és az $n-i$ elemű „nagy elemek" tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek" – „nagy elemek" tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek" tömböt és az $n-i$ elemű „nagy elemek" tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek” tömböt és az $n - i$ elemű „nagy elemek” tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek” tömböt és az $n-i$ elemű „nagy elemek” tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés
  - második kör: $i+(n-i)=n$ lépés

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek” tömböt és az $n - i$ elemű „nagy elemek” tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés
  - második kör: $i + (n - i) = n$ lépés
  - A körök száma $\approx \log_2 n$ (átlagosan minden tömböt sikerül felezni)

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek" – „nagy elemek" tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek" tömböt és az $n - i$ elemű „nagy elemek" tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés
  - második kör: $i + (n - i) = n$ lépés
  - A körök száma $\approx \log_2 n$ (átlagosan minden tömböt sikerül felezni)
- Rendezés $n \log_2 n$ lépésben!

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek” – „nagy elemek” tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek” tömböt és az $n-i$ elemű „nagy elemek” tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés
  - második kör: $i+(n-i)=n$ lépés
  - A körök száma $\approx \log_2 n$ (átlagosan minden tömböt sikerül felezni)
- Rendezés $n \log_2 n$ lépésben!
- Ideális, ha pivot a felező (medián) elem

Gyorsrendezés (quick sort)

- Az n elemű tömböt n lépésben szétválogattuk „kis elemek" – „nagy elemek" tömbökre
- Válogassuk szét külön-külön az i elemű „kis elemek" tömböt és az $n-i$ elemű „nagy elemek" tömböt ugyanezzel a módszerrel!
- A rekurzió leállási feltétele: Az egyelemű tömb rendezett.
- Az algoritmus lépésszáma
  - első kör: n lépés
  - második kör: $i + (n-i) = n$ lépés
  - A körök száma $\approx \log_2 n$ (átlagosan minden tömböt sikerül felezni)
- Rendezés $n \log_2 n$ lépésben!
- Ideális, ha pivot a felező (medián) elem
- Okosan (de gyorsan) kell kiválasztani

Gyorsrendezés (quick sort)

```c
void qsort(int array[], int n)
{
  int pivot = array[n/2];      /* kritikus! */
  int i = 0, j = n;
  while (i < j) {
    if (array[i] < pivot)
      i++;
    else {
      j--;
      if (array[j] <= pivot)
        swap(array+i, array+j); /* fv-nyel */
    }
  }

  if (i > 1)
    qsort(array, i);              /* rekurzív hívások */
  if (n-i-1 > 1)
    qsort(array+i, n-i);
}
```

link

Köszönöm a figyelmet.