

Question 1 (24 points)

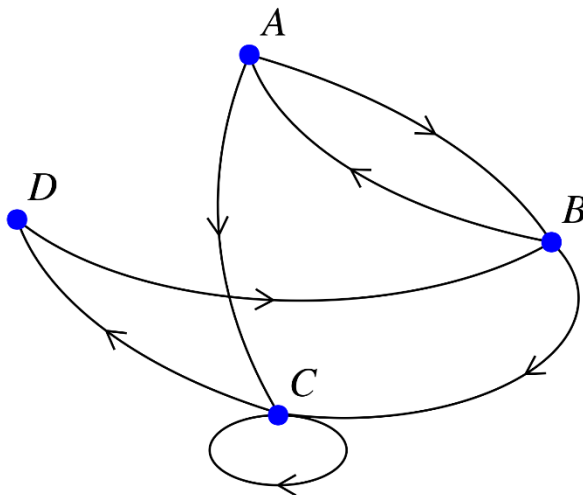
Puis-je penser que vous ne serez pas étonnés de cette première question ?

Vous trouverez un début de programme en python appelé GPS-test.py et GPS.py sur Teams. Le premier contient une liste de 15 villes et la matrice des poids (distances) entre elles. Construisez un mini système GPS qui demande quelle est la ville de départ (plus exactement son numéro) et la ville d'arrivée (son numéro) et qui calcule ensuite le chemin le plus court entre ces deux villes, sa longueur en km, le nombre d'étapes et la liste des villes traversées. Quand votre programme est au point, vous pouvez utiliser GPS.py qui contient une liste de 94 villes et calculer l'itinéraire Lille-Marseille !

Question 2 (16 points)

Avez-vous bien saisi les notions de graphe, d'adjacence et de chaînes ?

Considérons le graphe ci-dessous :



- De quel type de graphe s'agit-il ?
- Quelle est la matrice d'adjacence associée à ce Graphe ?
- Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 4 entre A et B ? Lesquelles ?
- Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 4 entre B et A ? Lesquelles ?
- Combien y-a-t-il de chaînes de longueur 4 entre C et A ? Lesquelles ?
- Ce graphe est-il connexe ? Expliquez avec vos mots.

Question 3 (30 points)

Je souhaite analyser la production d'un fabricant de matériel électronique qui fabrique 4 types d'objet : O1, O2, O3 et O4.

Chaque objet est constitué en assemblant 3 composants C1, C2 et C3 à raison de:

- 2 C1 et 4 C3 pour fabriquer l'objet O1,
- 6 C1, 2 C2 et 6 C3 pour O2,
- 3 C1, 6 C2 et 3 C3 pour O3,
- 3 C2 et 5 C3 pour O4.

1) Définir et remplir la matrice A correspondant à la situation, les lignes correspondant aux types d'objet.

2) Définir la matrice B tel qu'un produit de matrice à définir entre A et B donne le nombre total de composants par objet.

Les masses et prix unitaires des composants sont données dans le tableau suivant:

	C1	C2	C3
Masse (en g)	1	0,8	0,9
Prix (en €)	15	5	3

On note C la matrice correspondante.

3) Définir et remplir la matrice C.

4) Transposer A et calculer $D = C \times A^T$. Que représentent les lignes de D ?

5) Transposer D. Que représentent alors les lignes de D^T ?

6) Si je multiplie $E \times D^T$ avec E matrice diagonale contenant respectivement sur sa diagonale principale le nombre d'objet O1 (10 exemplaires), O2 (5 ex.), O3 (7 ex.) et O4 (8 ex.) à fabriquer, qu'est-ce que j'obtiens ?

7) Si je multiplie $D \times F$, F étant cette fois une matrice colonne contenant le nombre d'objet de chaque type à fabriquer, qu'est-ce que j'obtiens ?

Les calculs matriciels (multiplication, transposition) seront exécutés avec les fonctions python que vous avez codées ou avec les fonctions numpy.

Question 4 (20 points)

Une bonne pizzeria est une pizzeria qui n'est pas trop chère !

5 de vos amis ont été dans la même pizzeria.

- Le premier était accompagné de trois autres amis, ils ont commandé 1 Margherita, 2 Quatre-saisons et 1 végétarienne et en ont eu au total pour **55 €**
- Le second qui a trois enfants est allé en famille avec Madame. Ses 2 filles ont choisi 1 pizza Margherita chacune, sa femme 1 Quatre-saisons, lui 1 végétarienne et son fils oh sacrilège 1 pizza Hawaïenne. Ils ont payé **65,5 €**
- Le troisième a payé au total **80 €** pour 1 Margherita, 2 Hawaïenne, 2 végétariennes et 1 Napolitaine ;
- Le quatrième a emporté 3 Napolitaine, 1 Hawaïenne, 2 Margherita, 1 végétarienne et 2 Quatre-saisons pour **117,5 €**
- Le cinquième avec ses deux frères a mangé 2 Napolitaines, 1 Margherita et 2 Hawaïennes pour un total de **63,5 €**

Pouvez-vous en utilisant le calcul matriciel retrouver le prix de :

- La pizza végétarienne ?
- La pizza Hawaï ?
- La pizza Quatre-saisons ?
- La pizza Margherita ?
- La pizza Napolitaine ?

Question 5 (10 points)

Quelle chance avez-vous de pouvoir colorier la carte des départements français qui m'a servi pour l'exercice GPS sans que deux départements qui se touchent aient la même couleur si j'ai :

- a) 3 crayons de couleur différentes
- b) 4 crayons de couleurs différentes
- c) 5 crayons de couleurs différentes
- d) Si aucune des trois premières propositions ne me permet d'y arriver, combien me faudrait-il de couleurs différentes ?

Question Bonus

Ouf ! Voilà la question Bonus. Je suis moins « romantique » qu'Alfred de Musset ; ce n'est donc pas dans la poésie des vers mais dans la prose de mes questions que se cache mon message...