

Question 1 (Algèbre linéaire)**20pts****Tournée générale !**

André, Jessica, Pierre, Bernard et Corinne se sont retrouvés pour fêter l'anniversaire de Bernard.

1. André était le bob, il a bu du thé toute la soirée et a payé la première tournée qui lui a coûté **20,4 €**. Jessica et Pierre ont chacun bu une Orval, Bernard et Corinne une Leffe
2. Jessica a payé la seconde **14.6€**. André a bu du thé, Pierre une Orval, Jessica et Bernard une Leffe chacun et Corinne une Chimay
3. A la troisième tournée Pierre et Bernard se mettent au coca et c'est Pierre qui a payé : **16.80€**. André reste au thé, Jessica à la Leffe et Corinne à la Chimay
4. Avant d'aller se coucher, Corinne a offert l'avant dernière tournée qui lui a coûté **20.60€**. Pierre et Bernard sont restés au coca et Jessica à la Leffe, Corinne est passée au thé comme André
5. Bernard a payé **5.30€** pour un dernier verre avec Jessica, après que Corinne soit allée se coucher et qu'André et Bernard soient partis. Il est resté au Coca et Jessica a pris un thé.

Le lendemain, Corinne est persuadée qu'il y a eu une erreur dans une des additions, pouvez-vous l'aider à le prouver ?

Après avoir fait la remarque au serveur, il s'avère en effet que Jessica aurait dû payer **20.6 € au lieu de 14.60€ et c'est elle, Corinne qui aurait dû payer 14,60€ au lieu de 20,60 !**

Pouvez-vous dès lors me dire quel est le prix du Thé, du coca, de la Leffe, de la Chimay et de l'Orval dans cet établissement en utilisant la résolution matricielle d'un système d'équation?

Combien auriez-vous payé pour une tournée de 1 Coca, 2 Orvals, 1 Leffe et 1 Chimay ?



Question 2 (Cryptographie + AI)**25pts**

Je ne suis pas doué pour les langues... en fait j'imité la langue en faisant du yaourt.

Quelle langue parmi celles proposées est-ce que j'imité dans ce texte?

Pour le savoir, faites une statistique sur les lettres les plus présentes dans ce texte et calculez la distance euclidienne de vos résultats par rapport aux valeurs qui vous sont données. Celle qui sera la plus proche sera la bonne !

Voici le texte :

aj uk teshe mezhias mi seen gdojhez spenhqi enji et theg ij te reim

Voici le tableau de fréquence (en %) de 10 lettres dans 6 langues possibles pour ce message classées par ordre alphabétique (langues et lettres).

En analysant la fréquence de ces lettres dans le texte du message et en calculant la distance euclidienne de votre mesure par rapport à chaque ligne du tableau, pouvez-vous proposer la langue la plus probable du message ?

	Albanais	Croate	Estonien	Français	Letton	Tchèque
A	7,56	11,27	14,13	8,70	15,87	7,20
E	17,46	8,43	10,82	17,82	7,81	11,55
H	4,19	1,04	1,81	1,08	0,22	2,33
I	9,10	10,04	9,53	6,94	11,25	6,54
J	2,77	5,15	1,79	0,71	2,55	2,30
O	3,93	9,01	5,61	5,27	3,85	7,99
R	7,28	5,47	2,76	6,43	5,58	3,40
S	5,49	5,84	7,57	7,91	8,06	4,49
T	8,37	4,47	7,51	7,11	6,04	5,72
U	3,44	4,33	5,66	6,05	5,16	3,17

Les accents sur les caractères ont été supprimés pour ne garder que la lettre de base et toutes les lettres du message sont en minuscule. (Fichier du message : message.txt)

(N'essayer pas de traduire ce message avec un traducteur automatique, il s'agit de Yaourt, c'est-à-dire que cela ressemble à la langue mais n'est pas la langue !)

Voici le descriptif de la mesure de distance Euclidienne :

$$\begin{aligned}
 d_{Eucl}(p, q) &= \\
 &= \sqrt{(q_1 - p_1)^2 + (q_2 - p_2)^2 + \dots + (q_n - p_n)^2} = \\
 &= \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2}
 \end{aligned}$$

Question 3 (Traitement d'image et cryptographie)**20 pts****Stéganographie**

Un message se cache dans cette image (fichier de l'image : troll200.jpg):



Il fait 200 caractères soit le nombre de ligne de cette image. Si le message est plus court, on le complète avec des caractères « blanc » ascii.

Les caractères codés sur 8 bits sont découpés en 2X4 bits

Les premiers 4 bits (poids faible) du premier caractère du message remplacent les 4 bits de poids faibles de la couche rouge du premier pixel de la première ligne. Les 4 bits de poids fort de ce caractère remplacent les 4 bits de poids faible de la couche bleue du dernier pixel de la première ligne.

Pour le deuxième caractère, on fait la même chose mais avec le premier et le dernier pixel de la deuxième ligne.

Et ainsi de suite jusqu'au 200^{ème} caractère (d'où les 200 lignes de l'image).

Pour décoder le message, il vous faut donc accéder au premier et au dernier pixel de chaque ligne pour récupérer leurs 4 bits de poids fort et reformer le code ascii du caractère pour pouvoir le mettre dans une variable ou vous concaténer tous les caractères.

(Encoder de la même manière votre réponse au message décrypté dans la même image mais sur la colonne 2 et 3 et les canaux Verts).

Bon travail !

Question 4 (AI+Haar) 20pts

Aidez la maman chat à retrouver son petit !

Quand on est une maman chat, les jeux de cache-cache ça devient lassant à la longue !

Aidez Noirette la maman à retrouver l'endroit où se cache Bianca sa grande fille espiègle.

Pour cela, Transformez Noirette en Cyber-chatte utilisant la technologie des cascades de Haar et la caméra de surveillance de la maison pour retrouver sa petite.

Quand vous les aurez détectés, indiquez en caractères rouges et gras sur l'image leur nom en dessous du cadre vert qui entoure leur tête : Noirette et Bianca suivi des mentions « Où peut-elle bien être ? » et « Je suis ici »

Voici la photo (fichier : chat-cache-cache.jpg):



Question 5 (Graphes) 15pts

1. Le graphe ci-dessous est-il connexe (expliquez)?
2. Est-ce un arbre (justifiez)?
3. Peut-on le parcourir en largeur en partant de A?
4. Peut-on le parcourir en profondeur en partant de F?
5. Quel est l'ordre de ce graphe ?
6. Quelle est la taille de ce graphe ?
7. Ce graphe est-il planaire ? (Justifiez !) ?
8. Quel est le degré du sommet F ?
9. Les sommets E et F sont-ils adjacents ?
10. Écrivez la matrice d'adjacence de ce graphe

