九州大学大学院システム情報科学府

情報理工学専攻

令和４年度入学試験問題

【令和３年８月３０日（月）、３１日（火）】

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和３年８月３０日）

数 学 (Mathematics)

(5 枚中の 1)

解答上の注意 (Instructions):

1. 問題用紙は,『始め』の合図があるまで開いてはならない.
   Do not open this cover sheet until the start of examination is announced.

2. 問題用紙は表紙を含め５枚，解答用紙は３枚つづり (1 分野につき１枚) である.
   You are given 5 problem sheets including this cover sheet, and 3 answer sheets (1 sheet for each field).

3. 線形代数，解析学・微積分の 2 分野に加えて，ベクトル解析および確率・統計から１分野を選択し，合計 3 分野について解答すること．選んだ分野毎に解答用紙を別にすること.
   Answer three fields in total, including Linear algebra and Analysis and calculus, and either Vector analysis or Probability and statistics. You must use a separate answer sheet for each of the fields you selected.

	分野	field	page
1	線形代数	Linear algebra	2
2	解析学・微積分	Analysis and calculus	3
3	ベクトル解析	Vector analysis	4
4	確率・統計	Probability and statistics	5

4. 解答用紙の全部に，専攻名，受験番号および氏名を記入すること．3 枚目の解答用紙については，選択した分野番号（3 または 4）を〇で囲むこと.
   Fill in the designated blanks at the top of each answer sheet with the department name, your examinee number and your name. Mark the selected field number (3 or 4) with a circle on the third answer sheet.

5. 解答は解答用紙に記入すること．スペースが足りない場合は裏面を用いても良いが，その場合は，裏面に解答があることを明記すること.
   Write your answers on the answer sheets. You may use the backs of the answer sheets when you run out of space. If you do so, indicate it clearly on the sheet.

6. 解答は，日本語，英語のいずれかで記入すること.

令和４年度　九州大学大学院システム情報科学府 情報理工学専攻 電気電子工学専攻

修士課程　入学試験問題

（令和３年８月３０日）

数 学 (Mathematics)

(5 枚中の 2)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

1. 【線形代数 (Linear algebra) 分野】

n 次元ユークリッド空間上の $n+1$ 個の点 $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ に対し，2 点 $\boldsymbol{p}_i, \boldsymbol{p}_j$ 間のユークリッド距離を $d_{i,j} = \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j\|$ で表す．ただし，各 $\boldsymbol{p}_i$ は列ベクトルである．また，$g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ $(1 \le i, j \le n)$ を添字順に並べて得られる行列を $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする．このとき以下の各問いに答えよ．

(1) $n = 2$ とする．以下の 2 つの場合に対して，等式条件を満たす 3 個の点 $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ の組をそれぞれ 1 つ求めよ．

(a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$

(b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$

(2) $\boldsymbol{x}_j = \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{n+1}$ $(1 \le j \le n)$ とし，$\boldsymbol{x}_j$ を添字順に並べて得られる行列を $X = (\boldsymbol{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ とする．(1) で求めた答えに対し，$X^\top X$ をそれぞれ計算せよ．

(3) 一般に G が半正定値であることを示せ．ただし，$n \times n$ 実対称行列 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ が半正定値であるとは，任意のベクトル $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$ に対して $\boldsymbol{v}^\top A \boldsymbol{v} \ge 0$ が成り立つことをいう．

For $n+1$ points $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \ldots, \boldsymbol{p}_{n+1} \in \mathbb{R}^n$ in the n-dimensional Euclidean space, let $d_{i,j} = \|\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j\|$ denote the Euclidean distance between two points $\boldsymbol{p}_i$ and $\boldsymbol{p}_j$, where each $\boldsymbol{p}_i$ is a column vector. Let $G = (g_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging $g_{i,j} = d_{i,n+1}^2 + d_{j,n+1}^2 - d_{i,j}^2$ $(1 \le i, j \le n)$ in the index order. Answer the following questions.

(1) Let $n = 2$. For each of the following two cases, find a tuple of three points $\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \boldsymbol{p}_3 \in \mathbb{R}^2$ satisfying the condition:

(a) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 1, 1)$;

(b) $(d_{1,2}, d_{1,3}, d_{2,3}) = (1, 2, 3)$.

(2) Define $\boldsymbol{x}_j = \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}_{n+1}$ $(1 \le j \le n)$, and let $X = (\boldsymbol{x}_j) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ be the matrix obtained by arranging $\boldsymbol{x}_j$ in the index order. For each of the two answers in (1), calculate $X^\top X$.

(3) Prove that G is positive semidefinite in general, where an $n \times n$ real symmetric matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is said to be positive semidefinite if $\boldsymbol{v}^\top A \boldsymbol{v} \ge 0$ for every vector $\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^n$.

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

2. 【解析学・微積分 (Analysis and calculus) 分野】

(1) $\mathbb{R}^m$ 上で微分可能な実数値関数 $f(x)$ $(x = (x_1, x_2, ..., x_m))$ について，$x_i = v_i(t)$ $(i = 1, 2, ..., m)$ とおく．ただし，各 v_i は $\mathbb{R}$ 上で微分可能な関数とする．次の各問いに答えよ.

(a) $\dfrac{df}{dt}$ を $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ と $\dfrac{dv_i}{dt}$ $(i = 1, 2, ..., m)$ で表せ.

(b) $m = 2$，$f(x) = x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_2^2$，$v_1(t) = \sin t$，$v_2(t) = e^t$ のとき，$\dfrac{df}{dt}$ を求めよ.

(2) 次の微分方程式の一般解を求めよ.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 2xy = e^{x^2}$$

(3) 閉曲線 C に沿った複素積分 $\displaystyle\oint_C \frac{\cos z}{(2z-\pi)^3} dz$ を求めよ．ただし，C は円 $|z| = 2$ とする.

(1) For a differentiable function $f(x)$ over $\mathbb{R}^m$ $(x = (x_1, x_2, ..., x_m))$, assume that $x_i = v_i(t)$ $(i = 1, 2, ..., m)$, where each v_i is differentiable over $\mathbb{R}$. Answer the following questions.

(a) Express $\dfrac{df}{dt}$ using $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$ and $\dfrac{dv_i}{dt}$ $(i = 1, 2, ..., m)$.

(b) Let $m = 2$, $f(x) = x_1^2 + x_1 x_2 + 2x_2^2$, $v_1(t) = \sin t$, and $v_2(t) = e^t$. Find $\dfrac{df}{dt}$.

(2) Find the general solution to the following differential equation.

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} - 2xy = e^{x^2}.$$

(3) Calculate the complex integral $\displaystyle\oint_C \frac{\cos z}{(2z-\pi)^3} dz$, where the closed contour C is given by a circle $|z| = 2$.

数 学 (Mathematics)

分野毎に解答用紙を別にすること.
Use a separate answer sheet for each field.

---

3. 【ベクトル解析 (Vector analysis) 分野】

直交座標系において，x，y，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ とする．ベクトル場 $\boldsymbol{F}$ を $\boldsymbol{F} = x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + 10z\boldsymbol{k}$ とする．次の面 S_1，S_2 及び S_3 に対する面積分を計算せよ．

(1) S_1 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4)$ とする (上面と底面の無い円筒の表面)．円筒外向き法線ベクトルを用いよ．

(2) S_2 を円筒面の一部 $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4,\ 0 \leq z)$ と長方形面 $z = 0$ $(-1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 4)$ からなる半円筒面とする (上面と底面の無い半円筒の表面)．半円筒外向き法線ベクトルを用いよ．

(3) S_3 を円筒面 $x^2 + z^2 = 1$ と，平面 $z = 0$，$y = 0$，$x + y = 4$ で囲まれた領域の境界とする．外向き法線ベクトルを用いよ．

The unit vectors on x, y and z axes of Cartesian coordinates are denoted by $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$ and $\boldsymbol{k}$, respectively. Let the vector field $\boldsymbol{F} = x\boldsymbol{i} + 2y\boldsymbol{j} + 10z\boldsymbol{k}$. Find the integral of $\boldsymbol{F}$ over the following areas S_1, S_2 and S_3.

(1) S_1 is the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4)$, i.e., the surface of the cylinder without top and bottom disks. Use the normal vector pointing outside the cylinder.

(2) S_2 is the surface consisting of the part of the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$ $(0 \leq y \leq 4,\ 0 \leq z)$ and the rectangular surface $z = 0$ $(-1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 4)$, i.e., the surface of the half-cylinder without top and bottom planes. Use the normal vector pointing outside the half-cylinder.

(3) S_3 is the boundary of the region enclosed by the cylindrical surface $x^2 + z^2 = 1$, the planes $z = 0$, $y = 0$ and $x + y = 4$. Use the outward pointing normal vector.