

Hyperbolische Geometrie

gelesen von Prof. Dr. Enrico Leuzinger im Sommersemester 2016 am KIT

Geschrieben in \LaTeX von Arthur Martirosian, arthur.martirosian.93@gmail.com

11. März 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Möbiustransformationen	7
1.1	Die Riemannsche Zahlenkugel	7
1.2	Möbiustransformationen	9
1.3	Transitivitätseigenschaften von Möbiustransformationen	12
1.4	Das Doppelverhältnis: Eine numerische Invariante	14
1.5	Möbiustransformationen und Matrizen	16
1.6	Spiegelungen	17
1.7	\mathbb{H} -invariante Möbiustransformationen	20
1.8	Konformität von Möbiustransformationen	23
2	Differentialgeometrie und Geometrie von Dreiecken	25
2.1	Ebene euklidische Geometrie	25
2.2	Zweidimensionale sphärische Geometrie	27
2.3	Zweidimensionale hyperbolische Geometrie	29
2.4	Kürzeste Verbindungen in (\mathbb{H}^2, d_h)	33
2.5	Alle Isometrien von (\mathbb{H}^2, d_h)	36
2.6	Das Einheitskreismodell der hyperbolischen Geometrie	37
2.7	Riemannsche Metriken und Winkel	38
2.8	Der hyperbolische Flächeninhalt	39
2.9	Trigonometrie der hyperbolischen Ebene	43
2.10	Hyperbolische Dreiecke sind dünn	46
2.11	Lineare isoperimetrische Ungleichungen	50

3	Hyperbolische Parkettierungen und Fuchssche Gruppen	53
3.1	Parkettierungen und Gruppen	53
3.2	Dreiecksgruppen und zugehörige Parkettierungen	61
4	Höhere Dimensionen und weitere Modelle	67
4.1	Höhere Dimensionen	67
4.2	Das Hyperboloidmodell	69
4.3	Die Modelle sind isometrisch	71
4.4	Isometrien und Geodätische des Halbraum-Modells	73
4.5	Alle Isometrien des Hyperboloid-Modells	76
5	Hyperbolische Geometrie im 20. Jahrhundert	83
5.1	δ -hyperbolische Räume nach Gromov	83
5.2	Quasi-Isometrien und Quasi-Geodätische	86
5.3	Hyperbolische Gruppen	95
A	Literatur	101
B	Übungen	103
	Übungsblatt 1	103
	Übungsblatt 2	107
	Übungsblatt 3	111
	Übungsblatt 4	116
	Übungsblatt 5	121
	Übungsblatt 6	126
	Übungsblatt 7	132
	Übungsblatt 8	137
	Übungsblatt 9	140
	Übungsblatt 10	143
	Übungsblatt 11	147

Übungsblatt 12	153
Übungsblatt 13	159

