

Riemann'sche Geometrie

Die Mitarbeiter von <http://mitschriebwiki.nomeata.de/>

11. März 2017

Inhaltsverzeichnis

I. Inhaltsverzeichnis	2
II. Vorwort	5
1. Mannigfaltigkeiten	7
1.1. Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	7
1.2. Differenzierbare Abbildungen	11
1.3. Tangentialvektoren und -räume	12
1.4. Tangentialabbildungen	15
1.5. Tangentialvektoren an Kurven	17
1.6. Untermannigfaltigkeiten und spezielle differenzierbare Abbildungen	18
1.7. Tangentialbündel und Vektorfelder	20
2. Riemann'sche Metriken	25
2.1. Definition einer Riemann'schen Metrik und Struktur	25
2.2. Beispiele und Konstruktionen	26
2.2.1. n -dimensionaler Euklidischer Raum	26
2.2.2. n -dimensionale hyperbolische Räume	26
2.2.3. Konstruktion von neuen Riemann'schen Mannigfaltigkeiten aus gegebenen	26
2.2.4. Riemann'sche Produkte	27
2.3. Existenz von Riemann'schen Metriken	28
2.4. Erste Anwendung von Riemann'schen Metriken: Länge von Kurven	30
3. Affine Zusammenhänge und Parallelverschiebung	31
3.1. Motivation	31
3.2. Affine Zusammenhänge	31
3.3. Der Levi-Civita-Zusammenhang	33
4. Geodätische Linien	37
4.1. Definition von Geodätischen	37
4.2. Lokale Darstellung und Differentialgleichung für Geodätische	37
4.3. Das Geodätische Vektorfeld auf TM	38
4.4. Die Exponential-Abbildung	39
4.5. Minimaleigenschaft von Geodätischen	41
5. Krümmung	47
5.1. Der Riemann'sche Krümmungstensor	47
5.2. Schnittkrümmung	49
5.3. Ricci-Krümmung	51
6. Jacobi-Felder (Verbindung Geometrie–Krümmung)	53
6.1. Jacobi-Gleichung	53
6.2. Jacobi-Felder und Schnittkrümmung	57

7. Riemann'sche Mannigfaltigkeiten als metrische Räume	59
7.1. Schnittpunkt einer vollständigen Riemann'schen Mannigfaltigkeit	64
7.2. Volumenberechnung mit dem Zerlegungs-Satz	68
A. Satz um Satz (hüpft der Has)	71
B. Stichwortverzeichnis	71