

# Stochastik I

Matthias Hahne und das `latexki`-Team

Dieses Dokument ist eine persönliche Vorlesungsmitschrift der Vorlesung Stochastik I im Sommersemester 2005 bei Prof. Dr. Bäuerle.

Diese Version des Skriptes ist angepasst an die Vorlesung von Prof. Dr. Bäuerle im Wintersemester 05/06 an der Universität Karlsruhe. Koordiniert wurde diese Arbeit über <http://mitschriebwiki.nomeata.de/>, einem L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X-Wiki von Joachim Breitner.

Weder Matthias Hahne noch das latexki-Team geben eine Garantie für die Richtigkeit oder Vollständigkeit des Inhaltes und übernehmen keine Verantwortung für etwaige Fehler.

Stand: 11. März 2017



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Ereignisse und Wahrscheinlichkeiten</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Kombinatorik und Urnenmodelle</b>	<b>7</b>
2.1	Permutationen . . . . .	7
2.2	Urnenmodelle . . . . .	8
2.3	Weitere Beispiele . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeiten</b>	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>Allgemeine Wahrscheinlichkeitsräume</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Zufallsvariable, Verteilung, Verteilungsfunktion</b>	<b>21</b>
5.1	Zufallsvariable . . . . .	21
5.2	Verteilungen . . . . .	23
5.3	Verteilungsfunktion . . . . .	23
<b>6</b>	<b>Einige Verteilungen</b>	<b>27</b>
6.1	Wichtige diskrete Verteilungen . . . . .	27
6.1.1	Binomialverteilungen . . . . .	27
6.1.2	Hypergeometrische Verteilung . . . . .	28
6.1.3	Geometrische Verteilung . . . . .	28
6.1.4	Poisson-Verteilung . . . . .	29
6.1.5	Diskrete Gleichverteilung . . . . .	29
6.2	Wichtige stetige Verteilungen . . . . .	29
6.2.1	Gleichverteilung . . . . .	30
6.2.2	Exponentialverteilt . . . . .	30
6.2.3	Normalverteilung . . . . .	31
<b>7</b>	<b>Erwartungswert und Varianz</b>	<b>33</b>
<b>8</b>	<b>Zufallsvektoren</b>	<b>39</b>
8.1	Mehrstufige Zufallsexperimente . . . . .	39
8.2	Zufallsvariablen . . . . .	40
<b>9</b>	<b>Unabhängige Zufallsvariablen</b>	<b>43</b>
<b>10</b>	<b>Erzeugende Funktionen</b>	<b>49</b>

<b>11 Konvergenzbegriffe für Zufallsvariablen</b>	<b>53</b>
<b>12 Charakteristische Funktionen</b>	<b>57</b>
<b>13 Grenzwertsätze</b>	<b>61</b>
13.1 Schwache Gesetze der großen Zahlen . . . . .	61
13.2 Das starke Gesetz der großen Zahlen . . . . .	63
13.3 Der zentrale Grenzwertsatz . . . . .	64
<b>14 Parameterschätzung</b>	<b>67</b>
14.1 Maximum-Likelihood-Methode . . . . .	68
14.2 Momentenmethode . . . . .	69
14.3 Wünschenswerte Eigenschaften . . . . .	70
<b>15 Konfidenzintervalle</b>	<b>73</b>
<b>16 Testtheorie</b>	<b>75</b>
16.1 Einführung . . . . .	75
16.2 Tests unter Normalverteilungsannahme . . . . .	77
16.3 Mittelwert bei unbekannter Varianz . . . . .	80
16.4 Test auf die Varianz . . . . .	81
<b>17 Das Lemma von Neyman-Pearson</b>	<b>83</b>
<b>18 Likelihood-Quotienten Test</b>	<b>87</b>