

1 Syntax der Prädikatenlogik

1.1 Terme

Variablen	X, Y, Z oder X_1, X_2, X_3, \dots
Konstanten	a, b, c oder a_1, a_2, a_3, \dots
Funktionssymbole	f, g, h oder f_1, f_2, f_3, \dots
	Sind t_1, \dots, t_n Terme, dann auch $f(t_1, \dots, t_n)$.

1.2 Formeln

Prädikatensymbole	P, Q, R oder bspw. P_1, Q_2, R_5, \dots
	Sind t_1, \dots, t_n Terme, dann ist auch $P(t_1, \dots, t_n)$ eine atomare Formel.
	Beispiele: $(F \wedge G), (F \vee G), \forall x F, \exists x F, \neg F$

2 Semantik der Prädikatenlogik

2.1 Struktur

$$\mathcal{A}(\mathcal{U}_A, \mathcal{I}_A)$$

\mathcal{U}_A nichtleere Menge (Universum)

\mathcal{I}_A eine Abbildung die

- jedem Prädikatensymbol ein Prädikat
- jedem Funktionssymbol eine Funktion
- jeder Variablen X ein Element der Grundmenge \mathcal{U}_A

zuordnet.

Falls \mathcal{I}_A für alle Symbole in F definiert ist so „passt“ \mathcal{A} zu F . Ist F eine Formel und \mathcal{A} passt zu F dann sei

1. Falls F die Form $F = P(t_1, \dots, t_k)$ mit Termen t_1, \dots, t_k , so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } ((\mathcal{A}(t_1), \dots, \mathcal{A}(t_k)) \in P^{\mathcal{A}}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

2. Falls „ $F = \neg G$ “ hat, so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

3. Falls „ $F = (G \wedge H)$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \mathcal{A}(G) = 1 \text{ und } \mathcal{A}(H) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

4. Falls „ $F = \forall x G$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls für alle } d \in \mathcal{U}_A \text{ gilt } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

5. Falls „ $F = \exists x G$ “ so ist

$$\mathcal{A}(F) = \begin{cases} 1 & \text{falls es ein } d \in \mathcal{U}_A \text{ gibt, mit } \mathcal{A}_{[x/d]}(G) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

3 O-Kalkül Vereinbarungen

Zugelassen sind nur asymptotisch monoton wachsende Funktionen.

(Hinweis: Polynome besitzen eine endliche Anzahl an Nullstellen, sind also ab einem n_0 monoton)

Dann gilt: $O(f) * O(g) = O(f * g)$ und $O(f + c) = O(f)$.