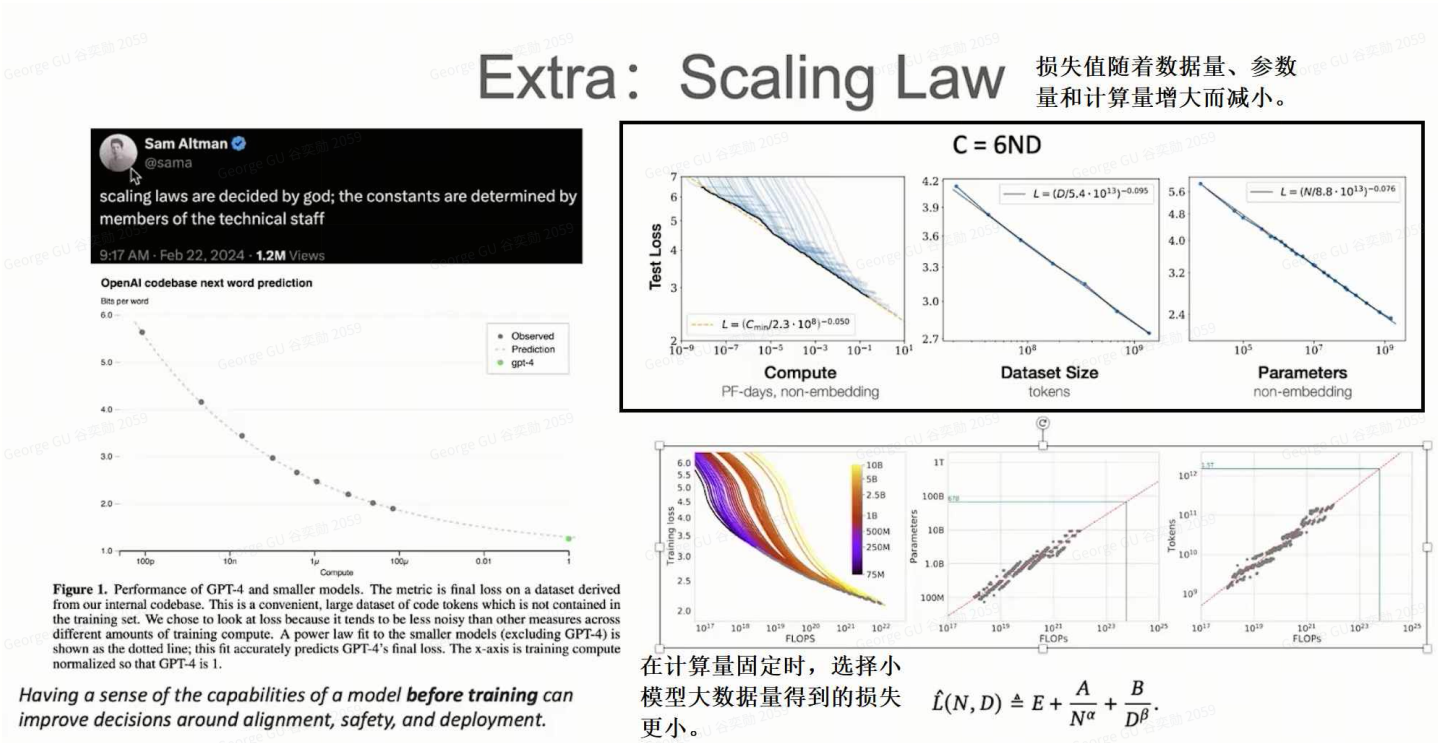
QLoRA

QLoRA

Scaling Law

计算量FLOP（假设算a*b和b*c矩阵的乘积，FLOP为2abc）与数据集大小和模型参数量成正比。

Scaling Law指出可以通过在小计算量时得到损失值，预测大计算量的损失。

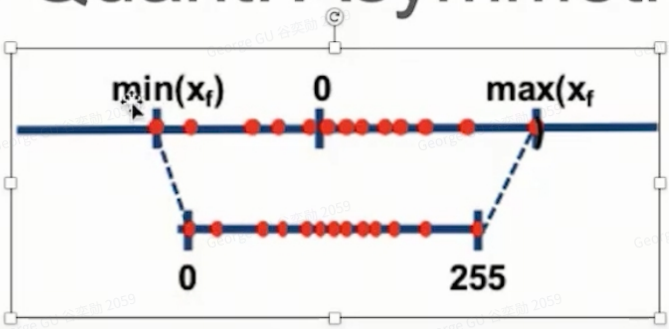


训练时高精度，推理时低精度。训练时维护一套高精度的参数，只有到MLP层才用低精度。推理时才全换成低精度

量化方法

非对称量化，需要记录缩放因子 q_x 和零点值 zp_x 。

How to Quant: Asymmetric Quant

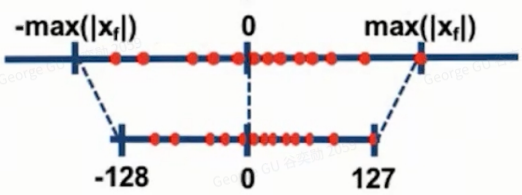


$$x_q = round\left((x_f - min_{x_f})\underbrace{\frac{2^n - 1}{max_{x_f} - min_{x_f}}}_{q_x}\right) = round(q_x x_f - \underbrace{min_{x_f} q_x}_{zp_x}) = round(q_x x_f - zp_x)$$

x_f: Original floating-point tensor
x_q: Quantized tensor
q_x: Scale factor
zp_x: Zero-point

对称量化，记录缩放因子 q_x ，使用更普遍，精度较低（当数据非对称分布时，会导致部分区间浪费）

How to Quant: Symmetric Quant



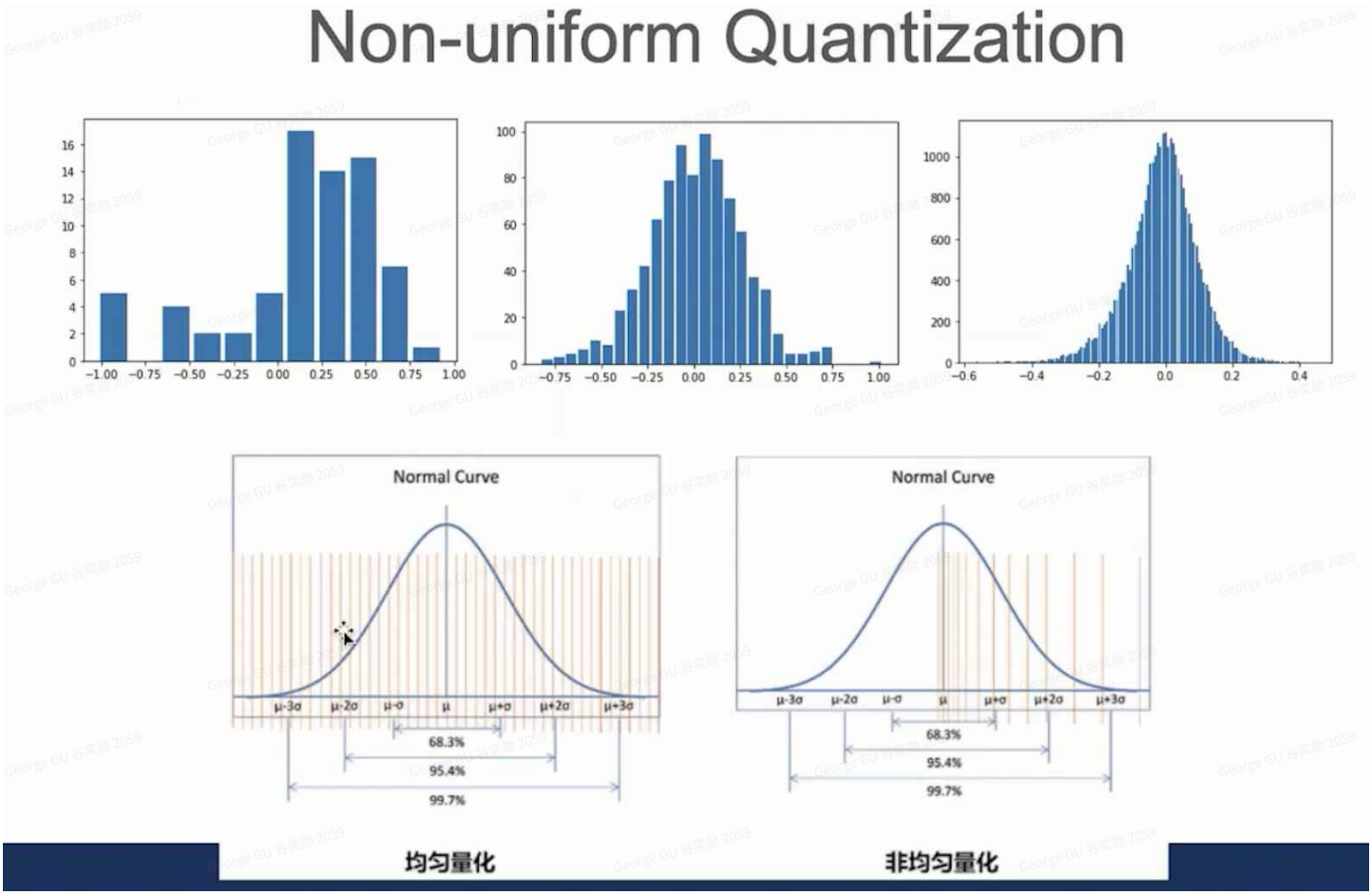
$$x_q = round(q_x x_f)$$

x_f: Original floating-point tensor
x_q: Quantized tensor
q_x: Scale factor

	Full Range	Restricted Range
Quantized Range	$\left[-\frac{N_{bins}}{2}, \frac{N_{bins}}{2} - 1\right]$	$\left[-\left(\frac{N_{bins}}{2} - 1\right), \frac{N_{bins}}{2} - 1\right]$
8-bit example	$[-128, 127]$ (As shown in image above)	$[-127, 127]$
Scale Factor	$q_x = \frac{(2^n-1)/2}{\max(abs(x_f))}$	$q_x = \frac{2^{n-1}-1}{\max(abs(x_f))}$

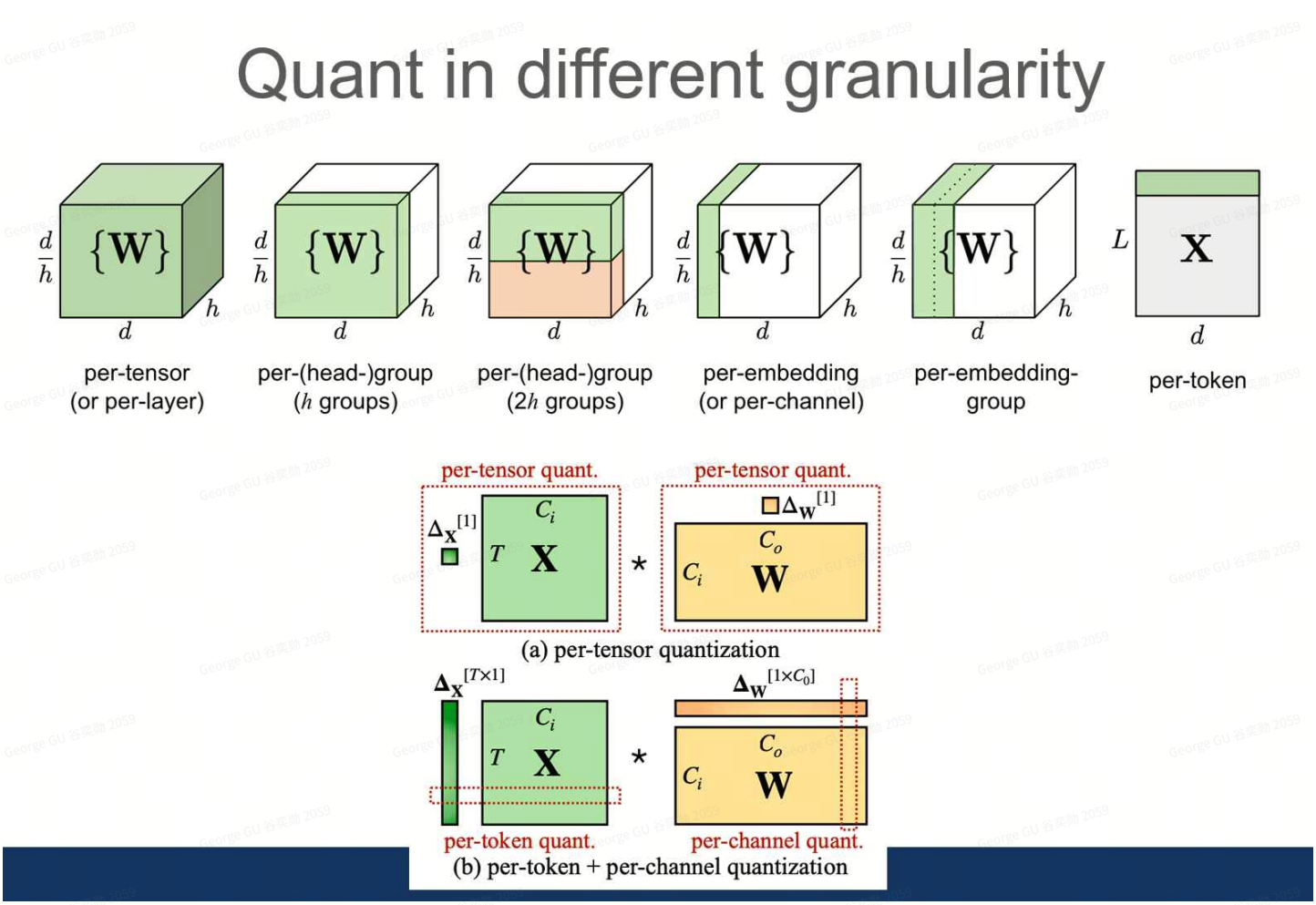
$$N_{bins} = 2^n - 1$$

非均匀量化，针对原始数值分布不均匀的情况，需要记录每一个桶的位置，参数更多。



Weight-only: 使用时将低精度存储到显存，在做矩阵乘法时还原成高精度 x_f .

量化的粒度：粒度大时损失的值会更多，且异常值影响到的参数更多。粒度小需要存储更多的scale factor。



LLM.int8，去除异常值再进行量化?

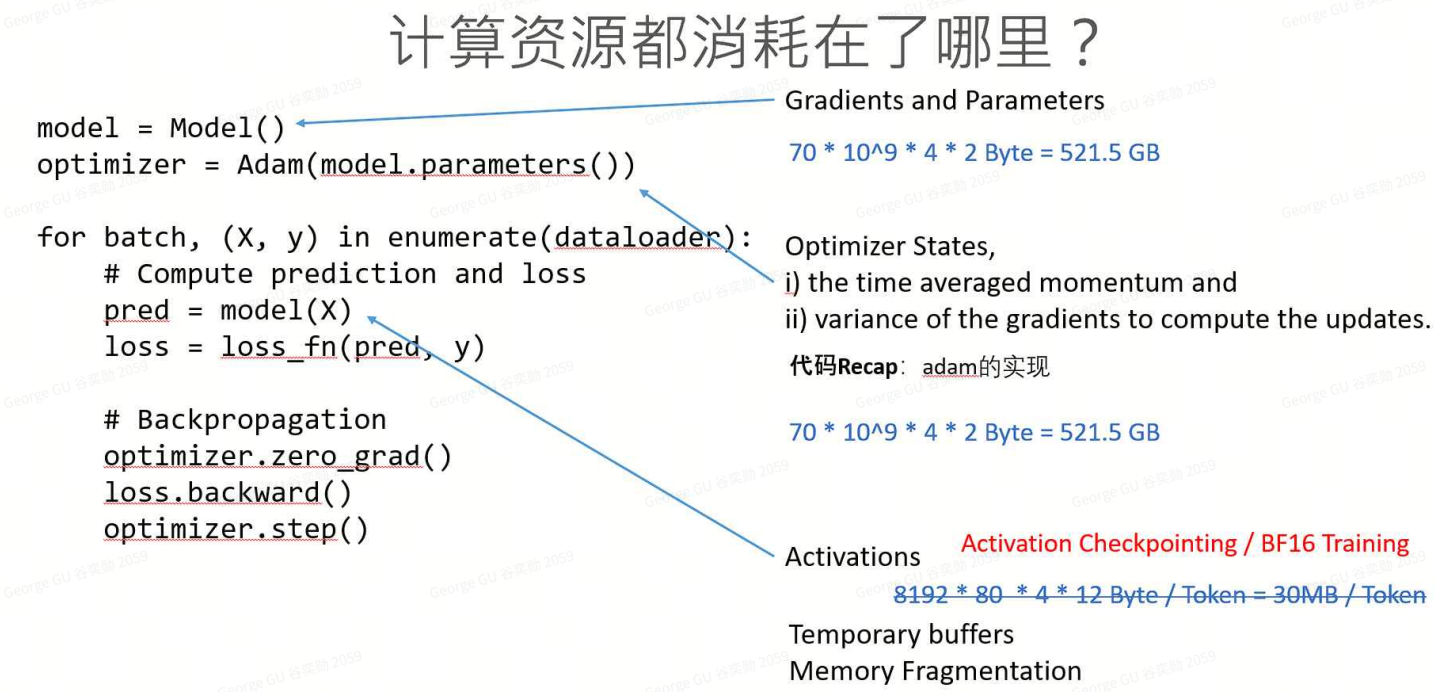
正态变成均匀，再用标准int8量化，不用分桶?

在测试数据集中，获取大概范围，确定scale factor?

计算资源消耗分布

假设用70B的模型训练，计算资源消耗在3部分：

- 梯度和参数：
- 优化器：Adam需要维护一阶和二阶动量
- 激活函数：在反向传播时，需要前向传播的activation的值。8192表示一个token对应的向量长度，80表示80个transformer，4表示32bit对应4byte，12表示一个transformer中的要过的层数。可以通过将激活参数存到CPU解决。



LoRA能大量减少梯度和激活值需要的计算资源，但参数仍然占据很大空间。

正文

QLoRA通过减少每个参数对应的byte数，实现计算量的减少。（神经网络对于低精度的数据是很鲁棒的）

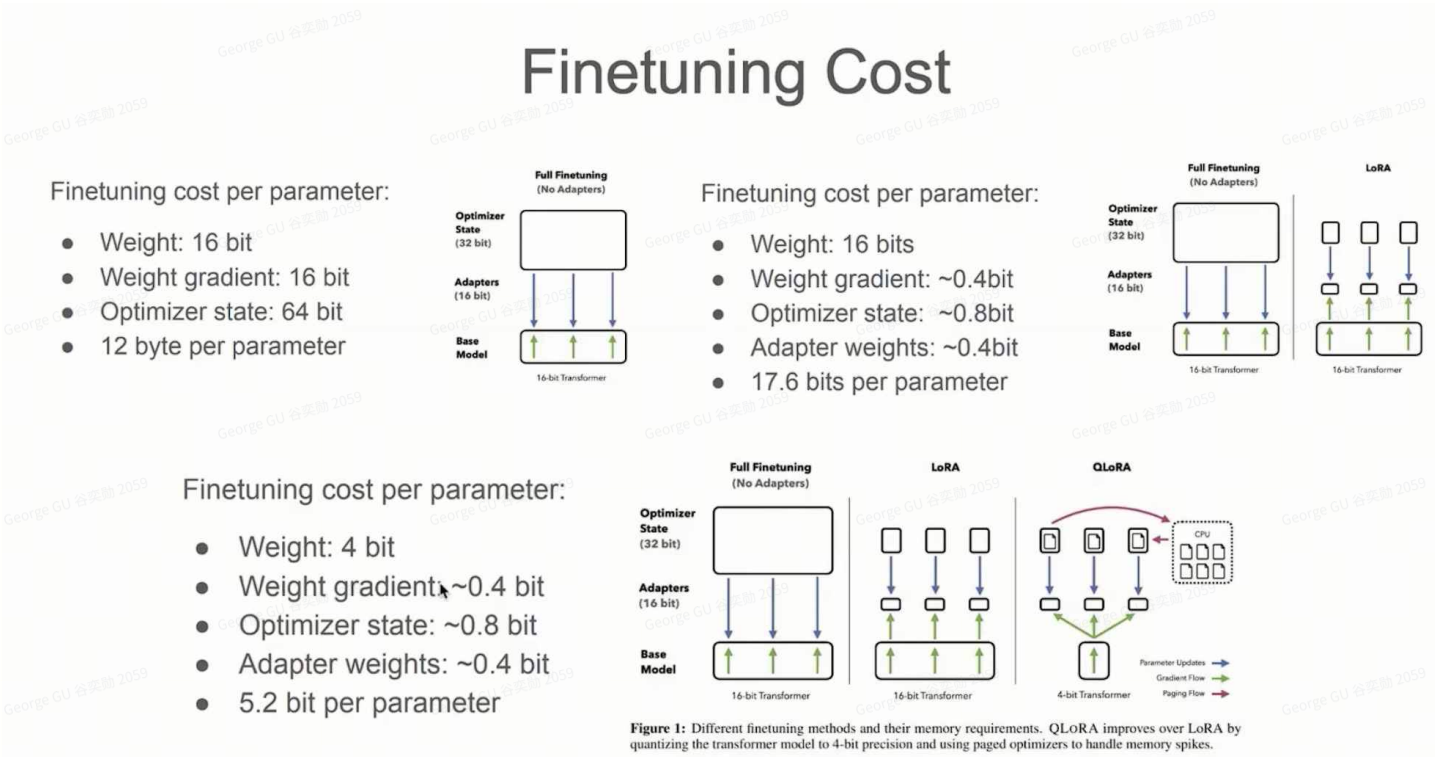


Figure 1: Different finetuning methods and their memory requirements. QLoRA improves over LoRA by quantizing the transformer model to 4-bit precision and using paged optimizers to handle memory spikes.

- 使用Quantile Quantization，一种在信息理论上最优的数据类型，确保输入向量落入到每个量化区间的值的数量相同。

QLoRA论文证明预训练神经网络权重通常遵循以0为中心的正态分布，因此可以通过缩放 σ 使分布适应我们的数据范围（本文采用[-1, 1]）。

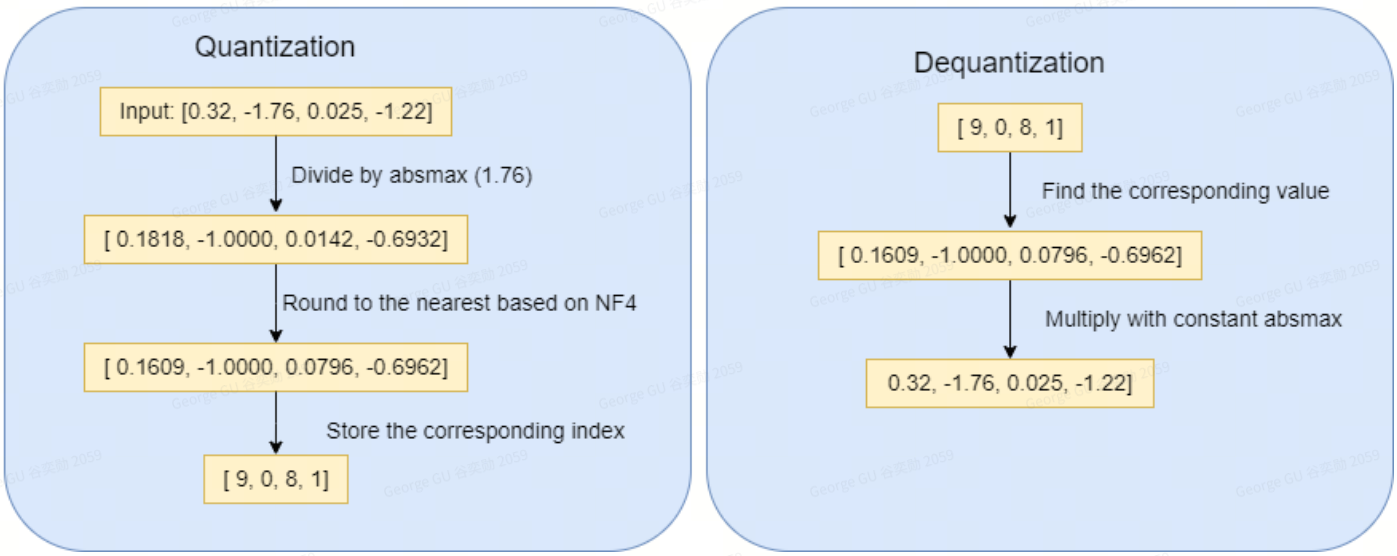
NF4量化与反量化

针对输入向量X=[0.32, -1.76, 0.025, -1.22]，采用对称量化，找到absmax(X)=1.76，将X归一化成[0.1818, -1, 0.0142, -0.6932]。依据NF4=[-1.0000, -0.6962, -0.5251, -0.3949, -0.2844, -0.1848, -0.0911, 0.0, 0.0796, 0.1609, 0.2461, 0.3379, 0.4407, 0.5626, 0.7230, 1.0000]进行舍入.NF4的获取后面介绍。

注意尽管0.0142距离0.0更近，但是在神经网络中通常用0进行padding，为了区分padding和较小的数，不能将较小的数舍入为0。舍入后保存在NF4中对应的下标，日0.1609对应9。

反量化则是乘以absmax(X)=1.76，反量化存在一定误差，如0.1609*1.76=0.283184，右图中展示的是理想中不存在误差的情况。

NF4 = [-1.0000, -0.6962, -0.5251, -0.3949, -0.2844, -0.1848, -0.0911, 0.0000,0.0796, 0.1609, 0.2461, 0.3379, 0.4407, 0.5626, 0.7230, 1.0000]



总结一下，分为3个步骤。

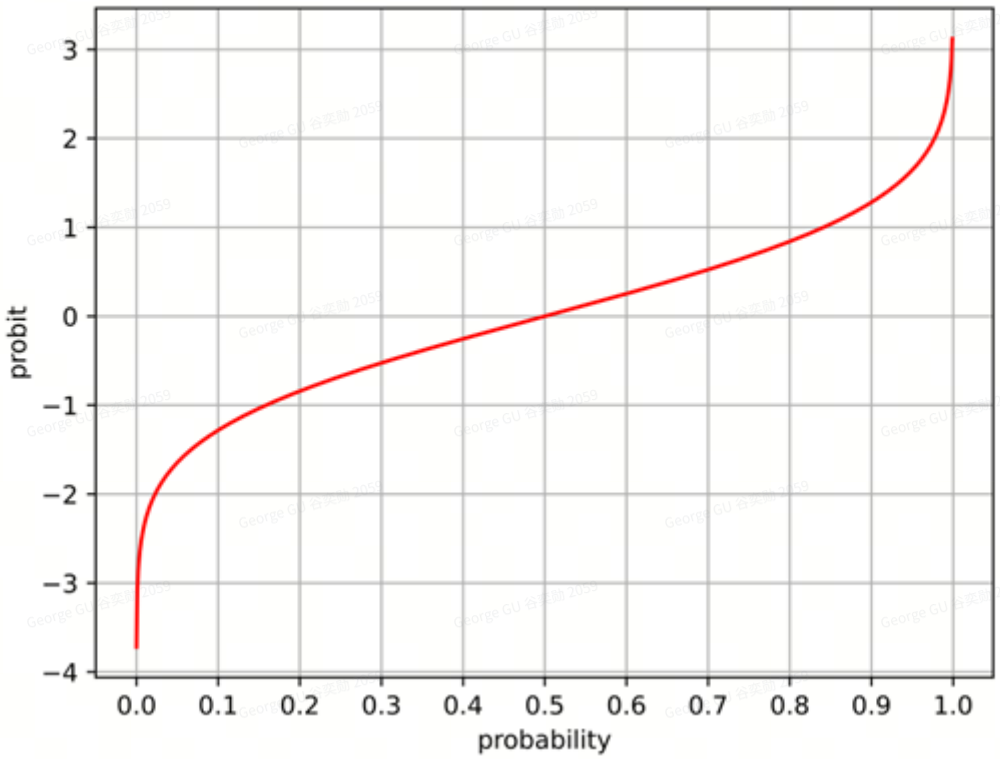
1. 计算出量化常数N（在非对称量化中N=absmax(X)），将输入向量X映射到目标量化区间D（例如[-1, 1]）中。该区间的分位函数为 Q_X 。
2. 对于X/N中的每个元素，找到分位函数 Q_X 中计算到的最相近的值 q_i
3. 将 q_i 对应的索引i存到输出向量 T^Q 中。

分位数量化

最理想的情况是，分位函数中的每一个数都以相同概率被用到到。例如采用NF4做为分位函数，输入X长度为1600，其中的16个值每个被选中100次。

为了实现这一特性，可以将概率分布函数 f_X 分为 2^k 个区间（k表示量化后的一个数字占k bit），每个区间都有相同的面积，这些区间的中点即为q。

为了找到q值，就需要找到具有相等概率质量的累积分布函数 F_X 的 2^k 个不重复x值，这些值可以通过使用其反函数，即分位函数 $Q_X = F_X^{-1}$ 找到。下图为一个以0为中心的正态分布的累积分布函数的反函数 F_X^{-1} ,横轴表示概率，纵轴表示值，（0.5, 0）表示值小于0的概率为0.5。



通过估计N(0, 1)分布的 $2^k + 1$ 个分位数，来获取k bit分位数量化的q。

$$q_i = \frac{Q_X\left(\frac{i}{2^k+1}\right) + Q_X\left(\frac{i+1}{2^k+1}\right)}{2},$$

NF4

对输入数据，经常用0进行padding，以保持特定的空间维度或确保数据的对齐。因此对零的精确表示确保了这些padding能够准确地表示。对称的k位量化意味着对于值零没有精确的表示。因此NF4采用非对称的量化，分别考虑正值和负值的分位数，然后合并它们。在负的部分创建 2^{k-1} 个值，在正的部分创建 $2^{k-1} + 1$ 个值，然后删除重叠的0。

1.选择一个比较小的$\delta = \frac{1}{2}(\frac{1}{32} + \frac{1}{30})$。我们可以计算出$1 - \delta = 0.9677083333333334$。

2.计算均匀pacing的8个数，$p_1, \ldots, p_8$，其中$p_1 = \delta, p_8 = 1/2$。

3.找到它们高斯CDF函数Φ的逆，也就是计算$\hat{q}_i = \Phi^{-1}(p_i)$。

```
delta = 1/2*(1/32+1/30)
print(torch.linspace(delta, 0.5, 8))
print(norm.ppf(torch.linspace(delta, 0.5, 8)))
输出:
```

```
tensor([0.0323, 0.0991, 0.1659, 0.2327, 0.2996, 0.3664, 0.4332, 0.5000])
[-1.84813142 -1.28665578 -0.97040379 -0.72985929 -0.52568489 -0.34148556
 -0.16827238  0.        ]
```

4.计算9个均匀paced概率值$r_8, \ldots, r_{16}$，其中$r_8 = 1/2, r_{16} = 1 - \delta$。

5.计算$\hat{q}_i = \Phi^{-1}(r_i)$。

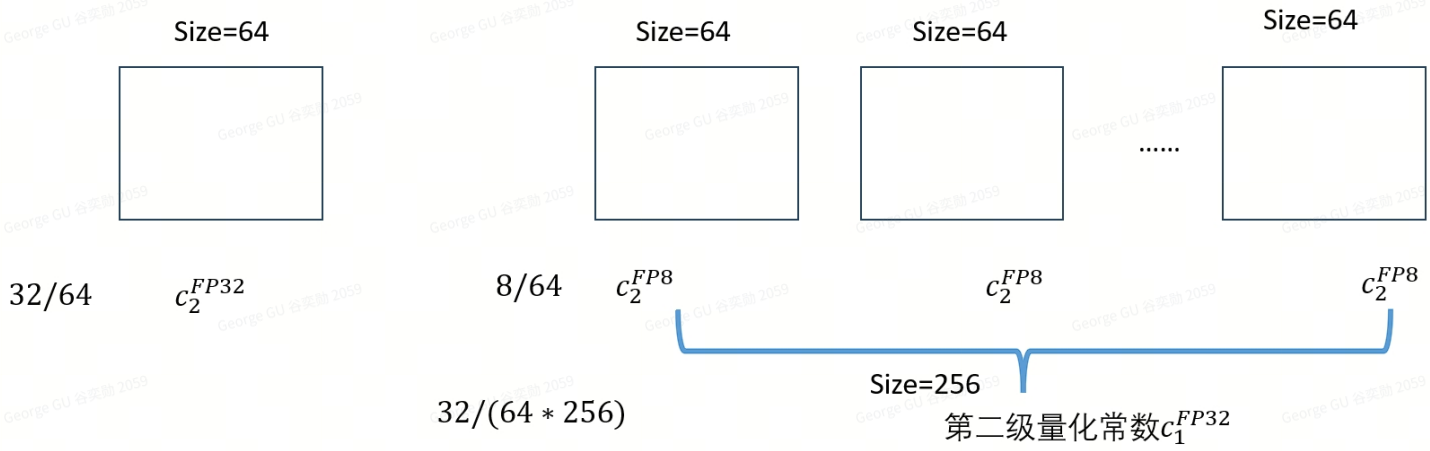
```
print(torch.linspace(0.5, 1-delta, 9))
print(norm.ppf(torch.linspace(0.5, 1-delta, 9)))
结果:
tensor([0.5000, 0.5585, 0.6169, 0.6754, 0.7339, 0.7923, 0.8508, 0.9092,
0.9677])
[0.         0.14707497 0.29742005 0.45484772 0.6245116  0.81448966
 1.03979003 1.33611882 1.84813166]
```

将两部分q合并，去掉重复的0，就得到了N（0，1）分布的NF4。然后将q的值归一化到[-1, 1]范围内，就得到了[-1, 1]区间内的NF4。

二次量化

二次量化的目的是为了节省量化常数占用的空间。为了降低异常值对量化的影响，量化的粒度一般比较小，这需要存储大量的量化常数。例如当粒度为64，且采用32位的量化常数时，对于每个参数相当于增加32/64=0.5个bit，用于存储量化常数。

对于第一次量化的量化常数 c_2^{FP32} ，将其作为第二次量化的输入，产生新的第一次量化常数 c_2^{FP8} 和第二次量化常数 c_1^{FP32} （这里选择8是出于模型性能考虑）。第二次量化的粒度为256，即将256个fp32变成了fp8，此外还需要存储第二次压缩的fp32，即 $8/64 + 32/(64 * 256)$ 。



a) 二次量化前

b) 二次量化后

Paged optimizers

使用 NVIDIA 统一内存特性，在CPU和GPU之间进行页传输。当GPU内存不足时，将部分状态转移到 CPU RAM 中，并在优化器更新步骤需要内存时分页回到GPU内存中。

QLoRA

单个线性层的QLoRA如下：

$$\mathbf{Y}^{\mathrm{BF16}} = \mathbf{X}^{\mathrm{BF16}}\mathrm{doubleDequant}(c_1^{\mathrm{FP32}}, c_2^{\text{k-bit}}, \mathbf{W}^{\mathrm{NF4}}) + \mathbf{X}^{\mathrm{BF16}}\mathbf{L}_1^{\mathrm{BF16}}\mathbf{L}_2^{\mathrm{BF16}}, \tag{5}$$

在进行前向计算时，首先通过doubleDequant函数把原始模型的参数反量化成fp16，然后加上LoRA的低秩分解矩阵。LoRA的参数不量化而是通过反向传播优化，原始模型参数固定所以可以量化。doubleDequant(·)定义为：

$$\mathrm{doubleDequant}(c_1^{\mathrm{FP32}}, c_2^{\text{k-bit}}, \mathbf{W}^{\text{k-bit}}) = \mathrm{dequant}(\mathrm{dequant}(c_1^{\mathrm{FP32}}, c_2^{\text{k-bit}}), \mathbf{W}^{\mathrm{4bit}}) = \mathbf{W}^{\mathrm{BF16}}, \tag{6}$$

首先通过 c_1^{FP32} 反量化得到每个块的fp32量化常数，在基于这个量化常数的NF4做反量化得到原始参数。

对于参数更新，只需要适配器权重对误差的梯度$\frac{\partial E}{\partial L_i}$，而不需要4位权重的梯度$\frac{\partial E}{\partial W}$。然而，计算$\frac{\partial E}{\partial L_i}$需要通过方程（5）进行，这里通过链式法则会隐含使用$\frac{\partial E}{\partial W}$，这就需要把$W^{\mathrm{NF4}}$反量化成$W^{\mathrm{BF16}}$。

总的来说，QLoRA有一个存储数据类型（通常是4位NormalFloat）和一个计算数据类型（16位BrainFloat）。我们将存储数据类型量化为计算数据类型以执行前向和反向传播，但我们仅计算使用16位BrainFloat的LoRA参数的权重梯度。