

Pass 6 - Kongruensräkning

1. $5^{327} \equiv 10 \pmod{17}$

2. Svar: Resten är 29.

3. $x \equiv 6 \pmod{10}$

4. Eftersom $\text{sgd}(3, 9) = 3$ och 3 inte delar 5, så saknar ekvationen lösningar

5. Entalssiffran är 3.

6. Lösning: Testa dig fram

Svar: Nej

7. a) Lösning: $a \equiv b \pmod{n}$ om $n \mid (a - b)$, d.v.s. $a - b = kn$ för något $k \in \mathbb{Z}$.

b) Lösning: Vi har att $a \equiv b \pmod{m}$, d.v.s. $k_1 m = a - b$ för något $k_1 \in \mathbb{Z}$. Vidare gäller att $n \mid m$, d.v.s. $m = k_2 n$, för något $k_2 \in \mathbb{Z}$. Genom att kombinera dessa likheter får vi att $k_1 k_2 n = a - b$, så $a \equiv b \pmod{n}$.

8. Lösning: Antalet positiva heltal som delar a är $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 27000$, och antalet tal som delar b är $3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2 = 10368$. Antalet tal som delar både a och b är $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1440$. Sökt antal är alltså $27000 + 10368 - 1440 = 35928$