

1. Visa att  $4 * 2 + 7 * 4 + 10 * 6 + \dots + (3n - 2)(2n - 2) = 2n^3 - 2n^2$  för alla heltal  $n \geq 2$

Lösning: Använd induktion över  $n$

2. Visa att  $\sum_{k=0}^n 4 * 5^k = 5^{n+1} - 1$  för alla heltal  $n \geq 0$

Lösning: Använd induktion över  $n$

3. Visa att  $7 + 11 + 15 + \dots + (4n + 3) = 2n^2 + 5n$ , för alla heltal  $n \geq 1$

Använd induktion över  $n$

4. Visa att för alla heltal  $n \geq 2$  gäller  $\sum_{k=0}^{n-2} (k + 2) * 2^{k+1} = (n - 1) * 2^n$

Använd induktion över  $n$

5. Visa att för alla heltal  $n \geq 2$  gäller  $\sum_{k=1}^n (9k^2 - 9k) = 3n^3 - 3n$

Använd induktion över  $n$

6. Visa att för alla heltal  $n \geq 1$  gäller  $2 + 2 * 5 + 3 * 8 + \dots + n(3n - 1) = n^2(n + 1)$

Använd induktion över  $n$

7. Visa att  $a + aq + aq^2 + aq^3 + \dots + aq^{n-1} = a \frac{q^n - 1}{q - 1}$  för alla heltal  $n \geq 1$  och  $a, q \in \mathbb{R}$ , där  $q \neq 1$

Använd t.ex. induktion över  $n$

8. Visa att  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(4i - 3)(4i + 1)} = \frac{n}{4n + 1}$  för alla heltal  $n \geq 1$

Använd t.ex. induktion över  $n$

9. Visa att  $5 + 8 + 11 + \dots + (3n + 2) = \frac{n(3n + 7)}{2}$  för alla heltal  $n \geq 1$

Använd induktion över  $n$

10. Finns det något tal  $a$  så att likheten  $\sum_{j=1}^n 4j^3 = n^4 + an^3 + n^2$  gäller för alla heltal  $n \geq 1$ ? Bevisa i så fall ditt påstående.

Ett sådant tal är  $a = 2$ , använd sedan induktion över  $n$

11. Visa att  $\frac{1}{1 * 2} + \frac{1}{2 * 3} + \frac{1}{3 * 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ , för alla heltal  $n \geq 1$

Använd induktion över  $n$

12. Ge en generell formel för ett tal i följderna som ges av: 
$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} \\ a_0 = 1 \\ a_1 = 3 \end{cases} \quad n \geq 2$$

Bevisa sedan din formel.