1. Avgör om det finns en multiplikativ invers till $14 \bmod 8$

   Lösning: Testa dig fram

   Svar: Nej

2. Vad blir den minsta positiva resten då $61 \cdot 2^{1000} + 2^{2000}$ delas med 33?

   Svar: Resten är 29.

3. Beräkna $5^{327} \bmod 17$

   $5^{327} \equiv 10 \bmod 17$

4. Bestäm samtliga lösningar till $3x \equiv 5 \bmod 9$

   Eftersom $\operatorname{sgd}(3, 9) = 3$ och 3 inte delar 5, så saknar ekvationen lösningar

5. Ange entalssiffran i talet $3^{14} + 4^{15}$

   Entalssiffran är 3.

6. Bestäm alla lösningar till ekvationen $3x \equiv 8 \bmod 10$

   $x \equiv 6 \bmod 10$

7. a) Låt a, b och n vara heltal sådana att $n \geq 2$. Definiera vad det innebär att a är kongruent med b modulo n (d.v.s. att $a \equiv b \bmod n$).

   b) Låt a, b, m och n vara positiva heltal och antag att $n \mid m$. Visa att om $a \equiv b \bmod m$, så gäller $a \equiv b \bmod n$.

   a) Lösning: $a \equiv b \bmod n$ om $n \mid (a - b)$, d.v.s. $a - b = kn$ för något $k \in \mathbb{Z}$.

   b) Lösning: Vi har att $a \equiv b \bmod m$, d.v.s. $k_1 m = a - b$ för något $k_1 \in \mathbb{Z}$. Vidare gäller att $n | m$, d.v.s. $m = k_2 n$, för något $k_2 \in \mathbb{Z}$. Genom att kombinera dessa likheter får vi att $k_1 k_2 n = a - b$, så $a \equiv b \bmod n$.

8. Hur många positiva heltal delar minst ett av talen $a = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 7^4 \cdot 11^3 \cdot 13^2 \cdot 19^4$ och $b = 3^2 \cdot 5^8 \cdot 7^3 \cdot 11^3 \cdot 13^5 \cdot 17 \cdot 19$?

   Lösning: Antalet positiva heltal som delar a är $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 27000$, och antalet tal som delar b är $3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2 = 10368$ Antalet tal som delar både a och b är $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1440$. Sökt antal är alltså $27000 + 10368 - 1440 = 35928$