Pass 5

Diofantiska ekvationer

1. Ange samtliga heltalslösningar till $87x + 105y = 6000$

2. Hans och Greta plockar lingon och kantareller i skogen för att sälja i sin butik. De säljer lingon för 50kr/kg och kantareller för 65kr/kg. En dag har de sålt för 13000kr. Hur många kg lingon respektive kantareller kan de ha sålt under dagen?

Diofantiska ekvationer (öva mer)

3. Bestäm alla heltalslösningar till ekvationen $97x + 27y = 17$

4. Ange alla positiva heltal (x, y) sådana att $60x + 92y = 4000$

Relationer

5. Låt R vara en relation på $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ som ges av $R = \{(1, 2), (3, 4), (2, 3)\}$. Vad är det minsta antalet ordnade par som måste läggas till R för att få en

   a) reflexiv relation?

   b) symmetrisk relation?

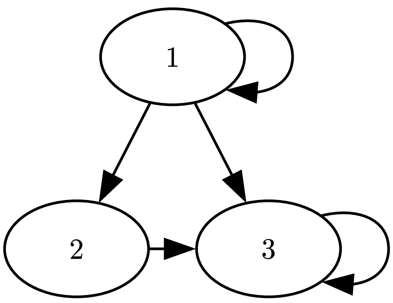
   c) antisymmetrisk relation?

   d) transitiv relation?

   e) ekvivalensrelation?

   f) Vilken partion skapas av relation i uppgift e)?

6. Låt $R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3)\}$ vara en relation på $\{1, 2, 3\}$.



   Bilden åvan illustrerar relationen. Varje pil i bilden, t.ex. 1 -> 2, betyder att 1 står i relation till 2, altså att $(1, 2) \in R$. Kan du utifrån bilden avgöra om R är transitiv?

7. Låt R vara en relation på $\mathbb{Z}$ som definieras genom att sätta uRx om $u + x$ är ett jämnt heltal. Visa att R är en ekvivalensrelation samt bestäm alla skilda ekvivalensklasser.

8. Från bokstäverna i ordet KÖRSBÄRSTRÄD kan olika ”ord” (d.v.s. följder av bokstäver) bildas genom att välja ut ett godtyckligt antal av dessa bokstäver och sätta samman dem till en följd. Låt A vara mängden av alla ord som kan bildas på detta sätt. Definiera en relation R på A genom att låta xRy om x och y innehåller lika många bokstäver. (Således gäller t.ex. att RÖD och BÄR står i relation till varandra under R, medan RÖD och RÖ inte gör det.) Visa att R är en ekvivalensrelation, bestäm antalet ekvivalensklasser samt antalet element i ekvivalensklassen [BRÖD].

9. Låt X vara mängden av alla positiva delare till 4500. Definiera en relation R på X genom att sätta xRy om x och y har lika många primtalsfaktorer. (T.ex. gäller att $4R6$ och $2R3$, men $2\not R4$.) Visa att R är en ekvivalensrelation och ange alla skilda ekvivalensklasser och antalet element i varje sådan klass.

Överkurs:

10. Finns det relationer på $\mathbb{R}$ som är symetriska och funktioner? Ge ett exempel i så fall. Tips: om en relation f är en funktion så gäller följande:
    - $f(x) = y$ och $f(x) = z$ betyder att $y = z$, och
    - För alla $x \in \mathbb{R}$ finns det ett y sådant att $f(x) = y$

11. Vilka programmeringskoncept kan beskrivas som en relation? Exempel på koncept:
    - Listor
    - Dictionary
    - Funktion
    - Loop
    - Eget förslag?