

Uppgifter

Talmängder

1. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
-

Bråkräkning

- 1) Beräkna följande:

a) $\frac{3}{5} + \frac{5}{8}$

Lösning $\frac{3}{5} + \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8}{5 \cdot 8} + \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{24}{40} + \frac{25}{40} = \frac{49}{40}$

b) $\frac{4}{7} * \frac{9}{11}$

Lösning $\frac{4}{7} * \frac{9}{11} = \frac{4 \cdot 9}{7 \cdot 11} = \frac{36}{77}$

c) $\frac{2}{5} / \frac{7}{9}$

Lösning $\frac{2}{5} / \frac{7}{9} = \frac{2}{5} * \frac{9}{7} = \frac{18}{35}$

- 2) Förenkla så långt som möjligt

a) $\frac{84}{126}$

Lösning: $\frac{84}{126} = \frac{42}{63} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{1}{2} * \frac{3}{5} + \frac{7}{3} / \frac{5}{6}$

Lösning $\frac{1}{2} * \frac{3}{5} + \frac{7}{3} / \frac{5}{6} = \frac{3}{10} + \frac{7 \cdot 6}{3 \cdot 5} =$
 $= \frac{3}{10} + \frac{42}{15} = \frac{9}{30} + \frac{84}{30} = \frac{93}{30} = \frac{31}{10}$

- 3) Förenkla så långt som möjligt

a) $\frac{x^3 y^2}{y^2 x z}$

Svar: $\frac{x^2}{z}$

b) $\frac{x^4 y^{-2} z^3}{x^{-1} y^3 z^5}$

Svar: $x^5 y^{-5} z^{-2} = \frac{x^5}{y^5 z^2}$

Polynommultiplikation

- 1) Beräkna:

a) $(a + b)^2$

Lösning: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

b) $(a + b) * (a - b)$

Lösning: $(a + b) * (a - b) = a^2 - b^2$

c) $(5x + 2) * (3x + 2)$

Lösning $(5x + 2) * (3x + 2) = 15x^2 + 16x + 4$

d) $(x - 7) * (x + 7) - (3x + 2)^2$

Lösning: $(x - 7) * (x + 7) - (3x + 2)^2 =$

$$\begin{aligned}
 x^2 - 49 - (6x^2 + 12x + 4) &= \\
 x^2 - 49 - 6x^2 - 12x - 4 &= \\
 -5x^2 - 12x - 53 &
 \end{aligned}$$

Andragradare

1) Givet $f(x) = x^2 - 2x - 15$:

a) beräkna $f(3)$

$$\text{Lösning: } f(3) = 3^2 - 2 * 3 - 15 = -12$$

b) Hitta x där $f(x) = 0$

$$\text{Lösning: } x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1 + 15} \Leftrightarrow$$

$$x = 1 \pm 4$$

c) Hitta funktionens extrempunkt

$$\text{Lösning: Nollställena är } x = 1 \pm 4 \Rightarrow$$

Extrempunkten ligger vid $x = 1$

$$f(1) = 1^2 - 2 - 15 = -16$$

Svar: Extrempunkten är $(1, -16)$

Linjära ekvationer

1) Lös ekvationssystemet:

$$\begin{cases} (1) & 1x + 7y = 61 \\ (2) & 2x + 6y = 58 \end{cases}$$

a) med substitutionsmetoden

$$\text{Lösning: } (1) \Leftrightarrow x = 61 - 7y$$

$$(2) \Leftrightarrow 2 * (61 - 7y) + 6y = 58 \Leftrightarrow$$

$$122 - 14y + 6y = 58 \Leftrightarrow$$

$$14y - 6y = 122 - 58 \Leftrightarrow$$

$$8y = 64 \Leftrightarrow$$

$$y = 8$$

$$x = 61 - 7 * 8 = 5$$

b) med additionsmetoden

$$\text{Lösning: } (1) * 2 : 2x + 14y = 122$$

$$(1) * 2 - (2) : 8y = 64 \Leftrightarrow y = 8$$

$$x = 61 - 7 * 8 = 5$$

Talföljder

1) Givet talföljden: 4, 7, 10, 13

a) Vilket är nästkommande tal?

Lösning: $\Delta = 3 \Rightarrow \text{nästa} = 13 + 3 = 16$

b) Kan du ge en formel för ett generellt tal i följen?

Lösning: $a_n = 1 + 3n$

2) Givet talföljden: 2, 6, 18, 54

a) Vilket är nästkommande tal?

Lösning: $k = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \text{nästa} = 54 * 3 = 162$

b) Kan du ge en formel för ett generellt tal i följen?

Lösning: $a_n = \frac{2}{3} * 3^n$

3) Givet talföljden $-4, -2, 2, 8, 16$

a) Vilket är nästkommande tal?

Lösning: $\Delta = 2, 4, 6, 8, \dots \Rightarrow$

Nästa tal borde vara 10 större \Rightarrow

Nästa $= 16 + 10 = 26$

b) Kan du ge en formel för ett generellt tal i följen?

Lösning: Δ är linjär \Rightarrow misstänker andragradspolynom

$$a_n = bn^2 + cn + d$$

$$\begin{cases} a_1: b+c+d=-4 \\ a_2: 4b+2c+d=-2 \\ a_3: 9b+3c+d=2 \end{cases}$$

$$(4): (2) - (1): 3b + c = 2$$

$$(5): (3) - 3 * (4): d = -4$$

$$(6): (2) - 2 * (1): 2b - d = 6 \Leftrightarrow b = 1$$

$$(1): 1 + c + -4 = -4 \Leftrightarrow c = -1$$

$$a_n = x^2 - x - 4$$

Problemlösning

1) En rektangel har omkretsen 30cm och ena sidan är dubbelt så lång som den andra. Hur stor är arean?

Lösning: Rita bild! $6x = 30\text{cm} \Leftrightarrow x = 5\text{cm}$

$$\text{Arean} = 2x * x = 10\text{cm} * 5\text{cm} = 50\text{cm}^2$$

2) En båt kör 40km medströms på 2 timmar och samma sträcka motströms på 5 timmar. Bestäm båtens fart i stilla vatten och strömmens fart.

Lösning: Ekvationssystem

$$\begin{cases} (1) (b+s)*2=40 \\ (2) (b-s)*5=40 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (1) 2b+2s=40 \\ (2) 5b-5s=40 \end{cases}$$

$$(2) + (1) * 2.5 : 10b = 140 \Leftrightarrow b = 14$$

$$(1) : 2 * 14 + 2s = 40 \Leftrightarrow 2s = 12 \Leftrightarrow s = 6$$

3) 3 på varandra följande heltal har summan 177, vilka är talen?

$$\text{Lösning: } (n-1) + n + (n+1) = 177 \Leftrightarrow$$

$$3n = 177 \Leftrightarrow n = 59$$

Svar: 58, 59, 60