Facit till pass 2

Mängdlära

1. Nej, kan visas med exempelvis venndiagram.

2. c) stämmer ej, resten stämmer

3.

a) stämmer, kan visa algebraiskt genom att visa att $x \in \bar{A} \Rightarrow x \notin A \Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \in \bar{B}$

b)stämmer ej, t.ex. $A = \{1\}, B = \{1, 2\}$ ger $A \setminus B = \emptyset$ men $A \neq B$

c) stämmer ej, kan visas med medlemsskaps-tabell

d) stämmer, kan visas med förenkling av vänster led.

4.

a) $\{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$

b) 6

c) 6 (notera att b) och c) ger samma svar)

d) 0, efter som att $A \cap B = \emptyset$

5. nej, ex. $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{3\}$ då är $A \times B = \{(1, 2)\}$ och $(A \times B) \times C = \{((1, 2), 3)\}$ men $A \times (B \times C) = \{(1, (2, 3))\}$ vilka inte är lika.

6. $A = \{-1, 13, 35\}$ notera också att $A \cap B = \emptyset$ altså A och B är *disjunkta*.

a) 3 + 4 = 7 (obs! B har π 2 ggr men duplicerade element räknas bara en gång)

b) 3 + 4 - 0 = 7 ($|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$)

c) $2^4 - 2^3 = 16 - 8 = 8$

d) 15. Går att brute forcea genom att beräkna samtliga element i $P(B)$ och $P(A)$. Dock kan man resonera fram att $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$ och $|P(B) \setminus P(A)| = |P(B)| - |P(B) \cap P(A)| = 16 - 1 = 15$

e) $|P(P(A) \cup P(B))| = 2^{|P(A) \cup P(B)|} = 2^{|P(A)| + |P(B)| - |P(A) \cap P(B)|} = 2^{8+16-1} = 2^{23}$

f) $|P(P(P(A) \cap P(B)))| = |P(P(\{\emptyset\}))| = 2^{2^{|\{\emptyset\}|}} = 4$

7. använd induktion över n

8. $a_n = 2^{n+1} - 1$

9. $a = 2$

10. induktion över n

11. induktion över n