20)

n el numero de elementos en un conjunto

r la cantidad de elementos que se van a tomar del conjunto de n-elementos

$\Rightarrow$

Sea $[a, b, c, d]$ se toma $r = 7$ para formar otro conjunto

Una posibilidad es:

$$q = [a, a, b, b, c, d, d]$$

Supongamos ahora que formamos un nuevo conjunto que contiene $n-1$ barras ($/$) y r estrellas ($*$)

de modo que el cardinal es $r + (n-1)$

Ej:-

Con lo anterior el nuevo conjunto tendría 3 barras ($/$) y 7 estrellas ($*$)

una manera posible de ordenamiento es

$$\beta = * * / * * / * / * *$$

Si asociamos cada espacio entre barras a un elemento de Φ y el num de estrellas dentro de cada espacio como la cantidad de veces que aparece el elemento, se puede ver que

el conjunto B es analogo al conjunto del principio, por lo que el problema original se convierte en uno de combinatoria ya que de las 10 posiciones (r + n- 1) se quiere ve de cuantas maneras se puede escoger 3 (n-1) para que sean nuestras barras separadoras y el resto ocupado por las etrellas (

en terminos generales cuando la formula de combinatoria tenemos

$$\binom{r+n-1}{n-1} = \frac{(r+n-1)!}{r!\,(n-1)!} = \binom{r+n-1}{r} \quad \text{para} \quad \binom{10}{3} = \frac{10!}{7!\,3!} = 120$$

22)

(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

$X_1 + X_2 \cdots + X_r = n$

C^{n+r-1}_{n-1}

a+b+c = 10

n = 10 r = 3

$C^{10+3-1}_{3-1} = \binom{10+3-1}{3-1}$

$= \dfrac{(10+3-1)!}{(3-1)!\,(10+3-1-3+1)!} = \dfrac{12!}{2!\,10!} = 66$

23) Caso 1

$P_1 \quad P_2$

$R = 1 \mid A = 2 \mid V = 1$

Si $P_1 \neq P_2$ hay $\binom{2}{5}$ formas de organizar

$T = \binom{2}{5} + 5 - 3 = \dfrac{5 \cdot 4}{2} + 5 - 3 = 15 - 3 = 12$