



به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

## آزمایشگاه سیستم‌های کنترل خطی

### آزمایش شماره 2

توحید بهشتی — اشکان بهروزی — محمد نمازی

810100173—810100276—810100100

اسفند ماه 1403

## فهرست

عنوان	شماره صفحه
چکیده	3
بخش 2	4
بخش 3	6
بخش 4	10
بخش 5	12

## چکیده

در این آزمایش با هدف آشنایی بهتر با مباحث مدلسازی و شبیه‌سازی سیستم‌های دینامیکی، به بررسی یک موتور DC مغناطیس دائم در محیط نرم‌افزاری MATLAB و ابزارهای Simulink، Simscape و SimMechanics پرداخته شد. موتورهای DC یکی از مهم‌ترین اجزای سیستم‌های کنترل موقعیت و سرعت به شمار می‌روند که به دلیل سادگی مدل‌سازی و قابلیت کنترل بالا، در بسیاری از پروژه‌های صنعتی و دانشگاهی به کار گرفته می‌شوند.

در ابتدا به بررسی تئوری عملکرد موتور DC و استخراج مدل ریاضی آن با استفاده از قانون KVL در مدار آرمیچر و قانون دوم نیوتن در بخش مکانیکی موتور پرداختیم. سپس معادلات حاکم را در قالب معادلات دیفرانسیل پیاده‌سازی کرده و به کمک محیط Simulink مدل آن را شبیه‌سازی کردیم. در ادامه، با بهره‌گیری از محیط MATLAB و کدنویسی در قالب فایل m-file، تحلیل دقیق‌تری بر معادلات انجام دادیم و پاسخ سیستم را نسبت به ورودی پله بررسی و با نتایج شبیه‌سازی در Simulink مقایسه کردیم.

در مراحل بعدی، با هدف آشنایی با ابزارهای Simscape، مدل‌سازی موتور DC را به کمک بلوک‌های فیزیکی موجود در کتابخانه‌های این محیط انجام دادیم. از مزایای این روش آن است که نیازی به استخراج و پیاده‌سازی مستقیم معادلات ریاضی نبوده و اجزای فیزیکی سیستم با شباهت بسیار بالایی نسبت به نمونه‌های واقعی مدل‌سازی می‌شوند. در نهایت، با ورود به محیط SimMechanics، چند سیستم مکانیکی ساده را پیاده‌سازی کرده و سعی کردیم درک عمیق‌تری از ارتباط بین اجزای مختلف یک سیستم دینامیکی پیدا کنیم.

این آزمایش کمک شایانی به درک مفاهیم پایه‌ای مدل‌سازی، تحلیل دینامیکی، کنترل و شبیه‌سازی سیستم‌های الکترومکانیکی داشت و فرصتی فراهم کرد تا علاوه بر یادگیری جنبه‌های تئوری، مهارت‌های عملی در کار با ابزارهای شبیه‌سازی مهندسی نیز تقویت شود.

## بخش 2) شبیه سازی معادلات دیفرانسیل در محیط Simulink/MA

در این بخش، مدل سازی و شبیه سازی معادلات دیفرانسیل موتور DC در محیط Simulink انجام شد. ابتدا با استفاده از بلوک های انتگرال گیر، متغیرهای حالت شامل جریان آرمیچر، سرعت و موقعیت زاویه ای مدل شدند. سپس معادلات گشتاور و ولتاژ با بهره گیری از بلوک های جمع و بهره پیاده سازی گردید. پارامترهای فیزیکی موتور طبق جدول داده شده در محیط MATLAB تعریف و ولتاژ ورودی ۱ ولت اعمال شد. در نهایت، پاسخ های سیستم شامل جریان، سرعت و موقعیت استخراج و ذخیره شدند.

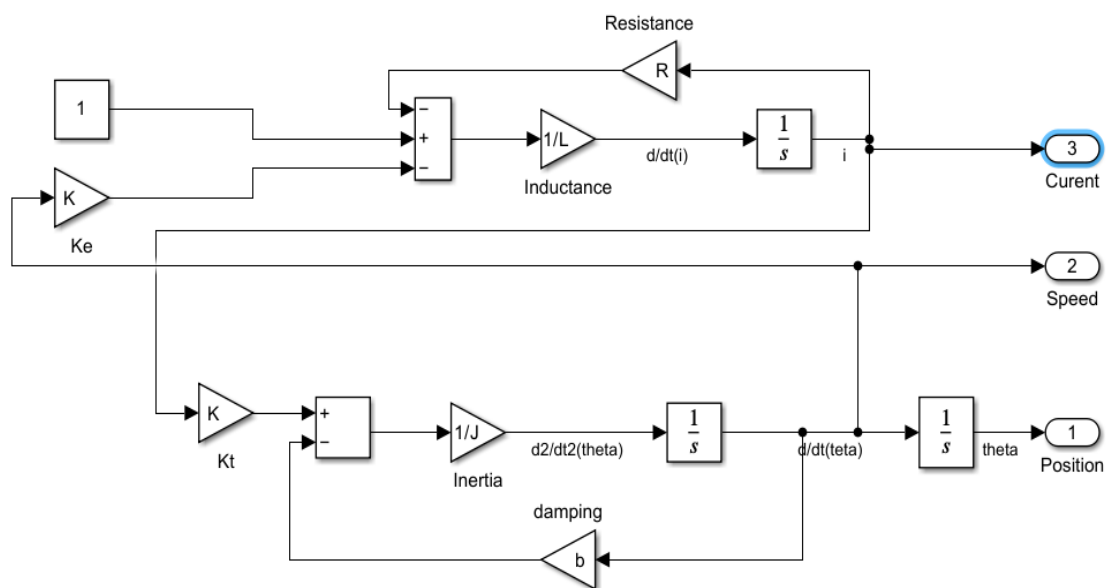


Figure 1. مدل موتور DC در محیط Simulink/MA

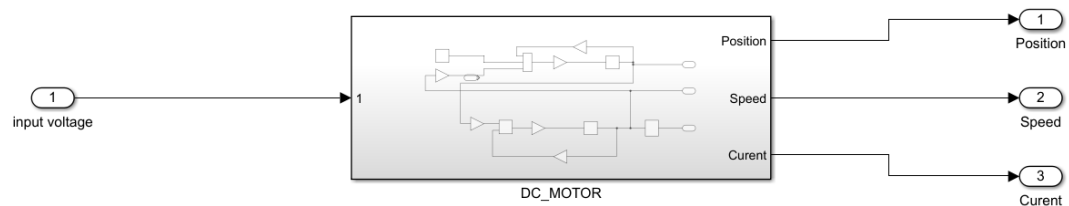


Figure 2. زیرسیستم موتور DC

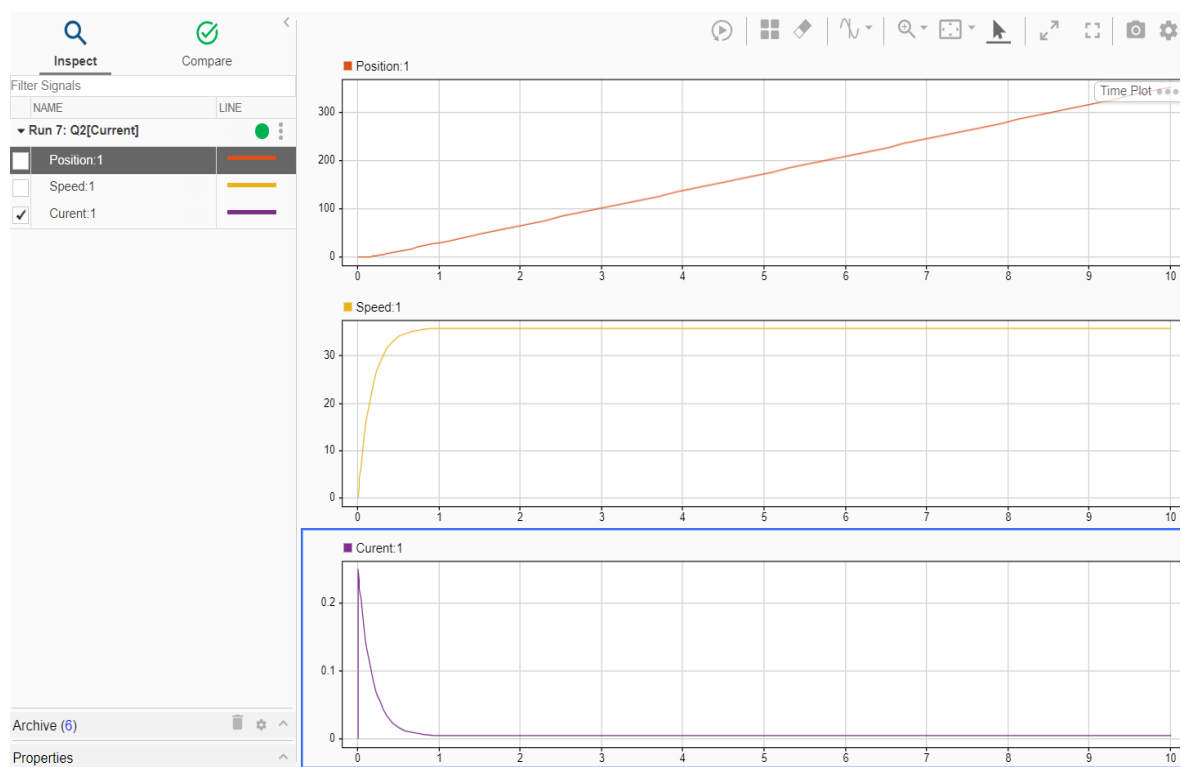


Figure 3. شکل موجهای جریان آرمیچر، سرعت موتور و موقعیت

### بخش 3) شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل در محیط MATLAB/Editor

در این بخش، شبیه‌سازی موتور DC در محیط MATLAB m-file انجام شد. ابتدا با استفاده از تابع تبدیل، توابع انتقال موقعیت و سرعت نسبت به ولتاژ ورودی استخراج و پاسخ آن‌ها به ورودی پله واحد رسم شد.

سپس، این نتایج با شبیه‌سازی Simulink از بخش دوم مقایسه گردید. در ادامه، معادلات دیفرانسیل موتور DC با در نظر گرفتن شرایط اولیه صفر و ولتاژ ورودی ۱ ولت برای مدت زمان ۵ ثانیه حل شد و خروجی‌های جریان، سرعت و موقعیت به صورت نموداری نمایش داده شدند.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{I} \quad \frac{dI_a}{dt} &= \frac{1}{L} \left( -R_a I_a + V_a - K \frac{d\theta}{dt} \right) \xrightarrow{L} sI_a(s) = \frac{1}{L} \left( -R_a I_a(s) + V_a(s) - Ks\theta(s) \right) \\
 \Rightarrow I_a(s) &= \frac{1}{s + \frac{R_a}{L}} \left( \frac{1}{L} \right) (V_a(s) - Ks\theta(s)) \quad \textcircled{1} \\
 \textcircled{II} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \frac{1}{J} \left( K I_a - b \frac{d\theta}{dt} \right) \xrightarrow{J} s^2\theta(s) = \frac{1}{J} (K I_a(s) - bs\theta(s)) \\
 \Rightarrow I_a(s) &= \frac{J}{K} \theta(s) \left( s^2 + \frac{b}{J}s \right) \quad \textcircled{2} \\
 \xrightarrow{\textcircled{1}, \textcircled{2}} \frac{\theta(s)}{V_a(s)} &= \frac{K}{k^2s + J(Ls + R_a) \left( s^2 + \frac{b}{J}s \right)} = \frac{K}{JLs^3 + (JR_a + Lb)s^2 + (K^2 + R_b)s} \\
 \Rightarrow \frac{s\theta(s)}{V_a(s)} &= \frac{K}{JLs^2 + (JR_a + Lb)s + (K^2 + R_b)}
 \end{aligned}$$

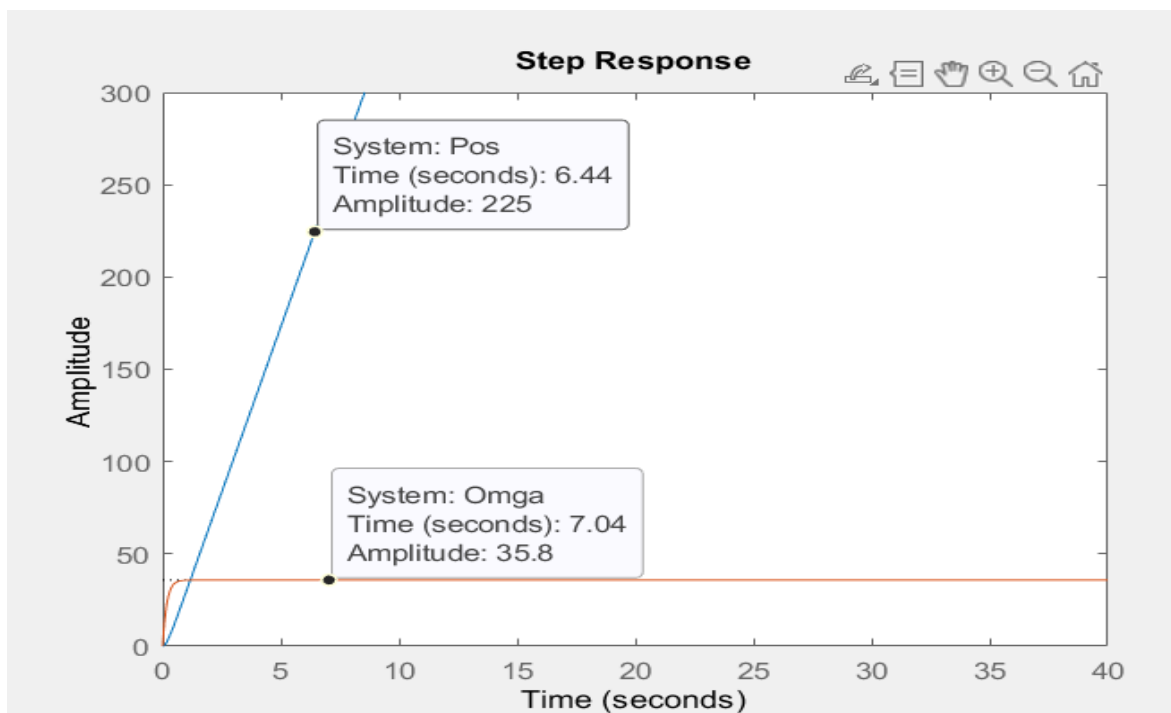


Figure 4. موقعیت موتور سرعت موتور با ورودی پله واحد

همانطور که مشاهده میشود سرعت پس از مدتی ثابت شده و به مقدار نهایی رسیده است. ولی موقعیت مکانی همچنان در حال افزایش است.

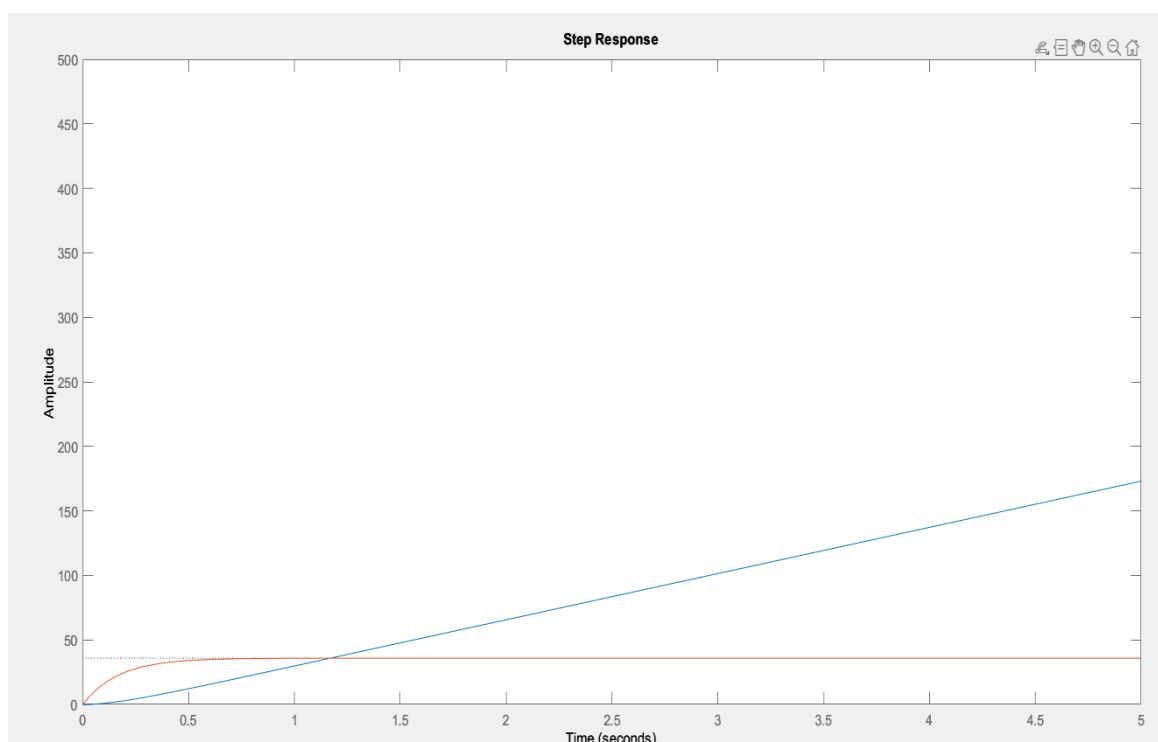


Figure 5. موقعیت موتور و سرعت موتور با ورودی پله واحد

بخش ب) شبیه سازی به کمک معادله دیفرانسیل:

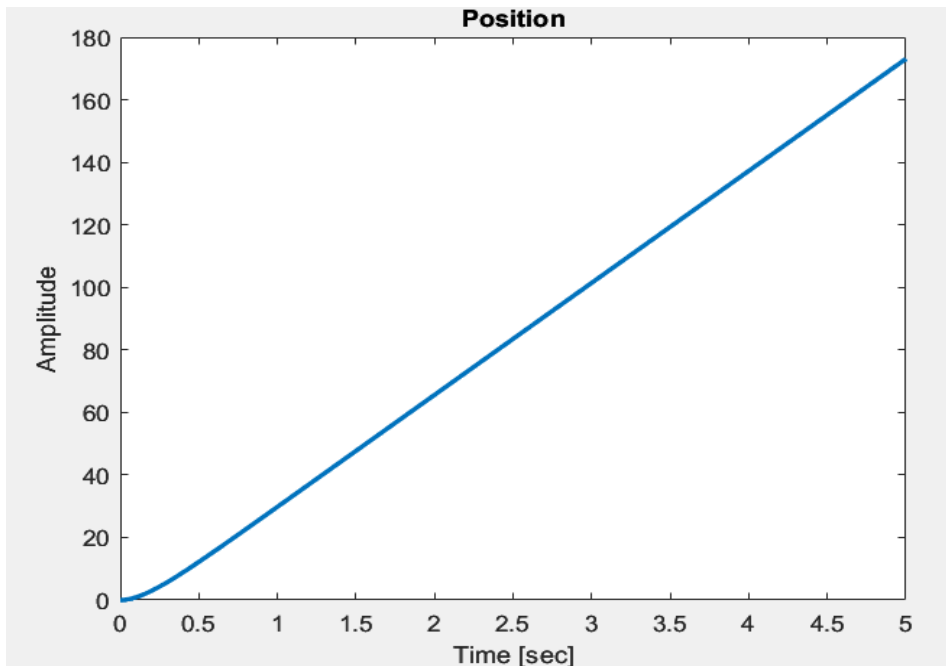


Figure 6. نمودار موقعیت روتور

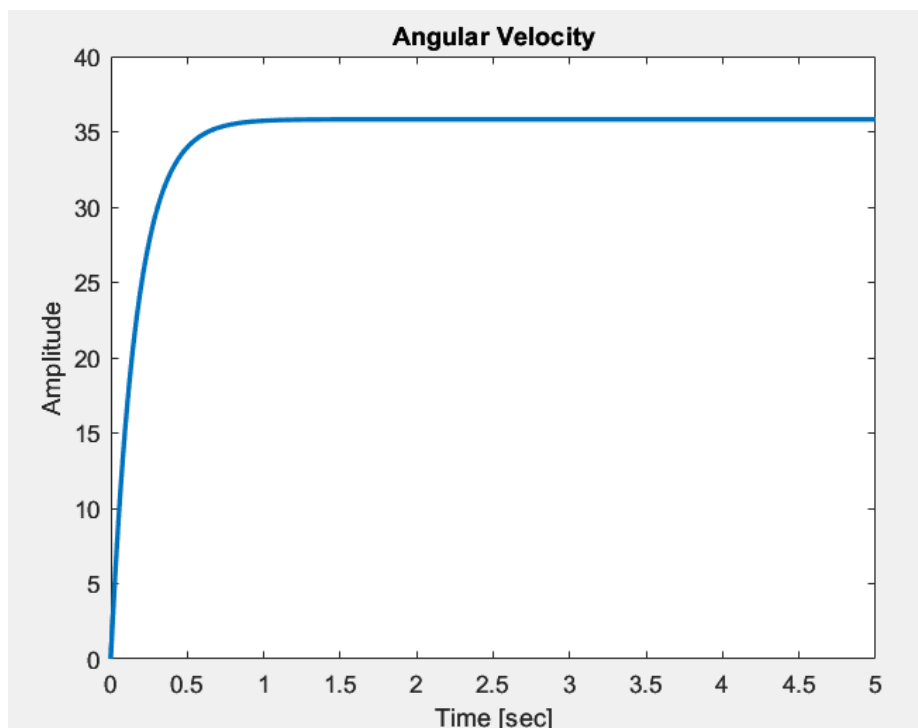


Figure 7. نمودار سرعت موتور



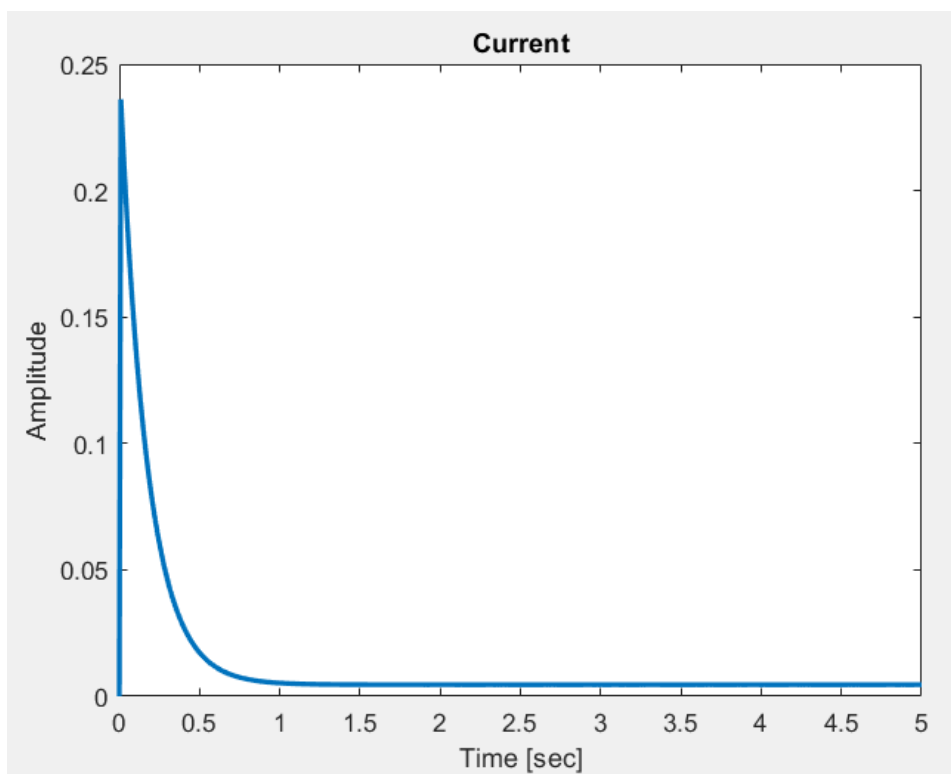


Figure 8. نمودار جریان آرمیچر

## بخش 4) مدل کردن موتور DC با استفاده از بخشهای مختلف Simscape

در این مرحله، موتور DC با استفاده از بلوکهای فیزیکی موجود در کتابخانه Simscape مدل سازی شد. برخلاف روش های قبلی که مبتنی بر معادلات ریاضی بودند، در این بخش با بهره گیری از عناصر آماده نظیر موتور DC، حسگرهای جریان و حرکت دورانی، منبع ولتاژ کنترل شده، و مبدل های بین سیگنال های Simulink و Simscape، مدل به صورت گرافیکی و فیزیکی ایجاد گردید.

پس از تعیین پارامترهای سیستم و برقراری اتصالات صحیح بین بلوک ها، مدل نهایی به یک زیرسیستم تبدیل شد. در پایان، سیگنال های مربوط به موقعیت، سرعت و جریان آرمیچر ثبت و با نتایج به دست آمده از سایر روش ها مورد مقایسه قرار گرفت.

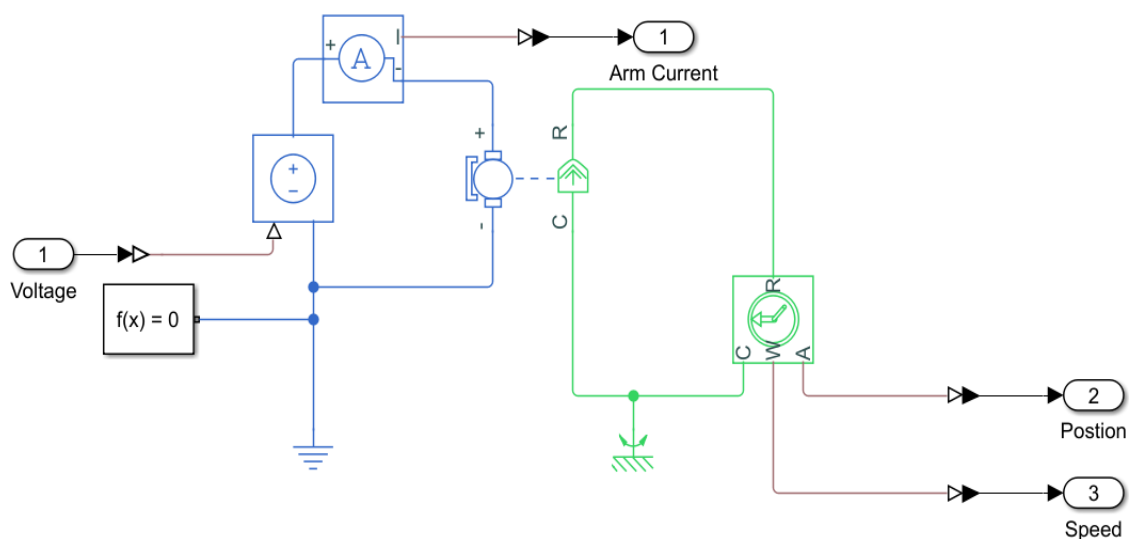


Figure 9. مدل موتور DC در Simscape

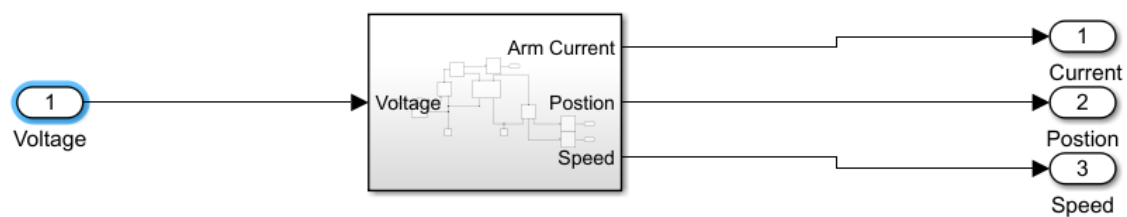


Figure 10. زیر سیستم موتور

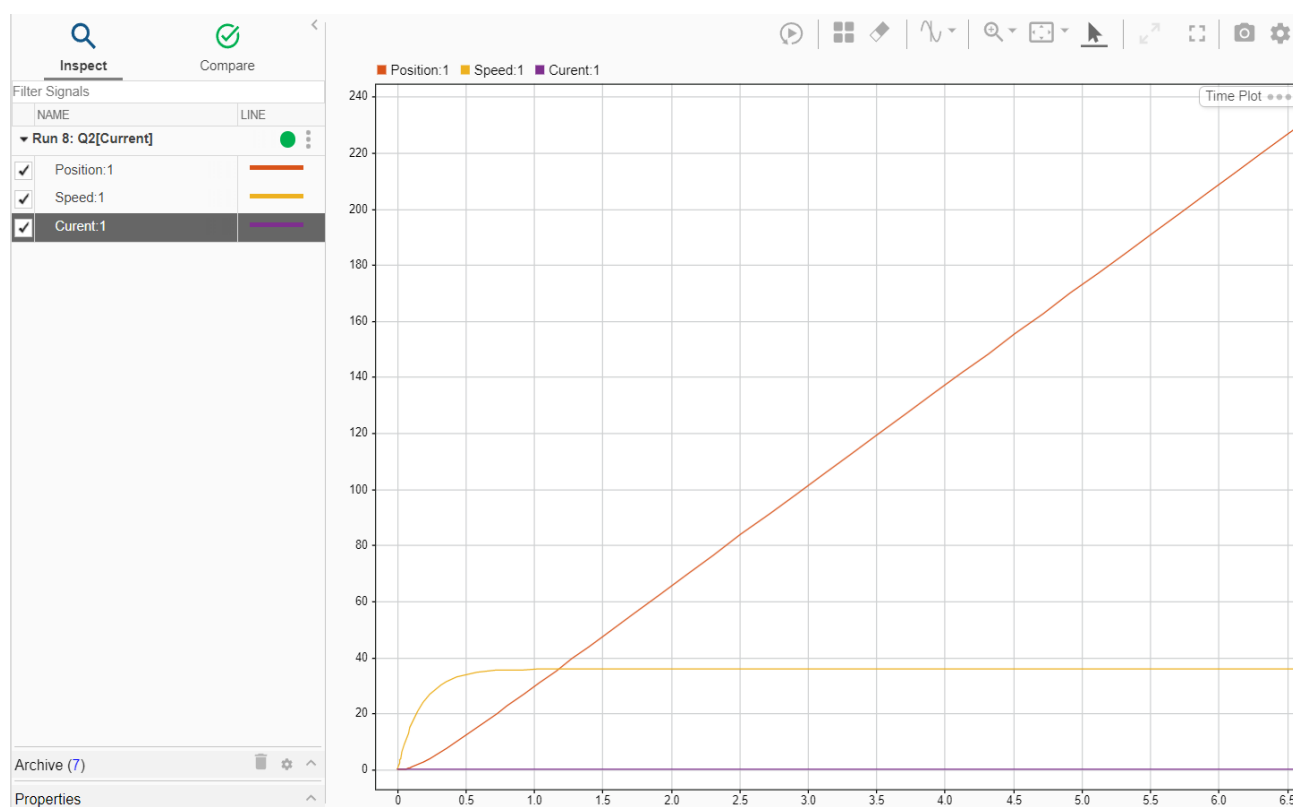


Figure 11. نمودار خروجی های شبیه سازی

## بخش 5)

• سیستم اول :

ابتدا تئوری را مینویسیم و طول نهایی برای دو طول آزاد فنر را محاسبه میکنیم :

حل سورس :

سیستم اول

$$mg - B\dot{x} - Kx = m\ddot{x}$$

$$\xrightarrow{L} X(s) = \frac{g/s + x_{(0)}(s+1)}{s^2 + \frac{B}{m}s + \frac{K}{m}}$$

$$\xrightarrow{t \rightarrow \infty} x_{\text{stat}} = \frac{g}{K/m} = 19.6 \text{ cm}$$

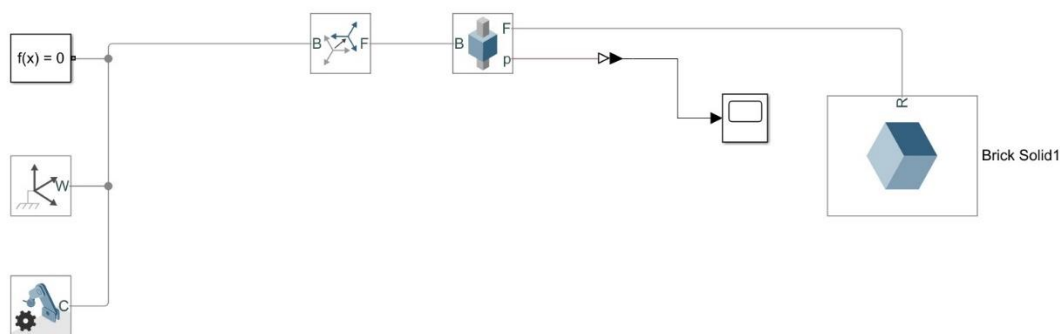
$$\rightarrow \begin{cases} 5 \text{ cm} = \text{طول آزاد} \rightarrow 5 + 19.6 = 24.6 \text{ cm} \\ 10 \text{ cm} = \text{طول آزاد} \rightarrow 10 + 19.6 = 29.6 \text{ cm} \end{cases}$$

طول هارنگ :

شکل 12 تئوری سیستم اول

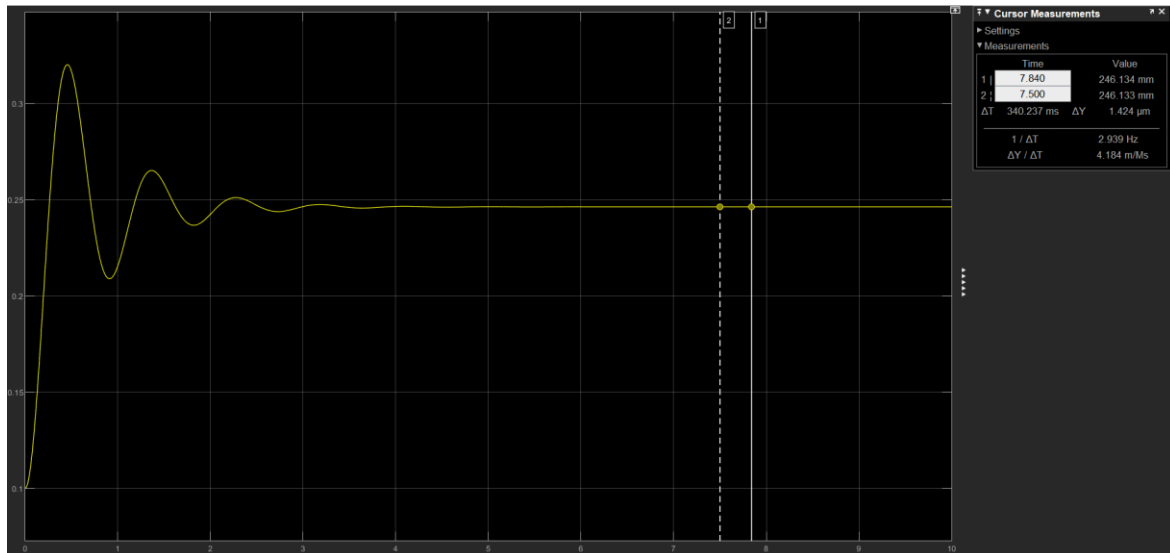
سپس نتایج شبیه سازی را می آوریم.

شکل سیستم :



شکل 13 شکل سیستم

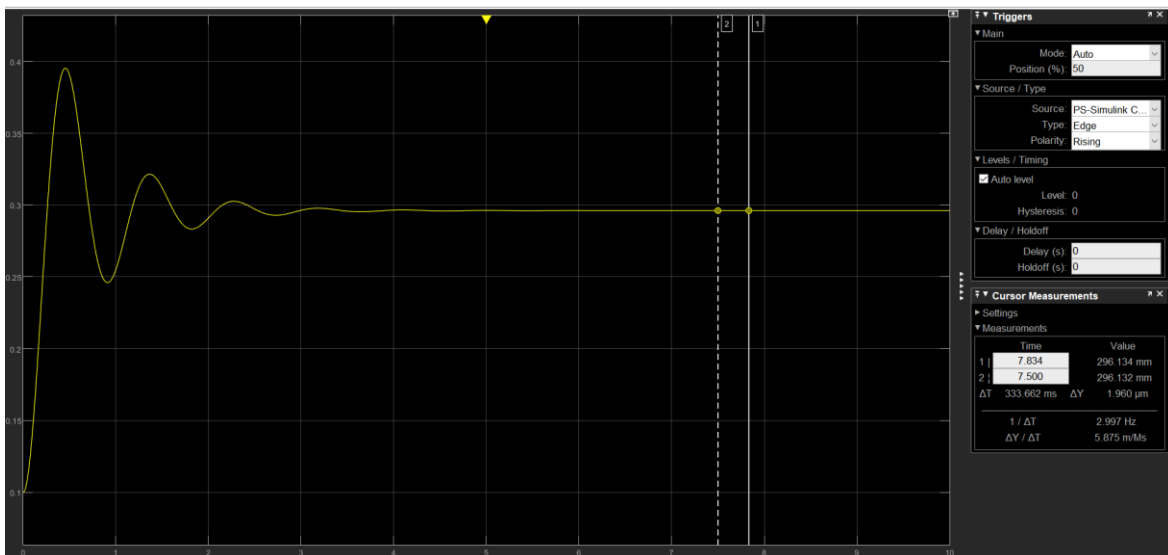
خروجی برای طول آزاد 5 سانتی متر :



شکل 14 خروجی حطول آزاد 5 سانتی متر

همان طور که در شکل دیده میشود، طول نهایی در شبیه سازی با تئوری برابر است.

خروجی برای طول آزاد 10 سانتی متر :



شکل 15 خروجی طول آزاد 10 سانتی متر

• سیستم دوم:


ابتدا تئوری را برای این حالت مینویسیم :

$$F - B\dot{x} - Kx = m\ddot{x}$$

$$\xrightarrow{L} X(s) = \frac{\frac{F}{ms} + x(0)(s+1)}{s^2 + \frac{B}{m}s + \frac{K}{m}}$$

$$\xrightarrow{t \rightarrow \infty} x = \frac{F/m}{K/m} = 20\text{ cm}$$

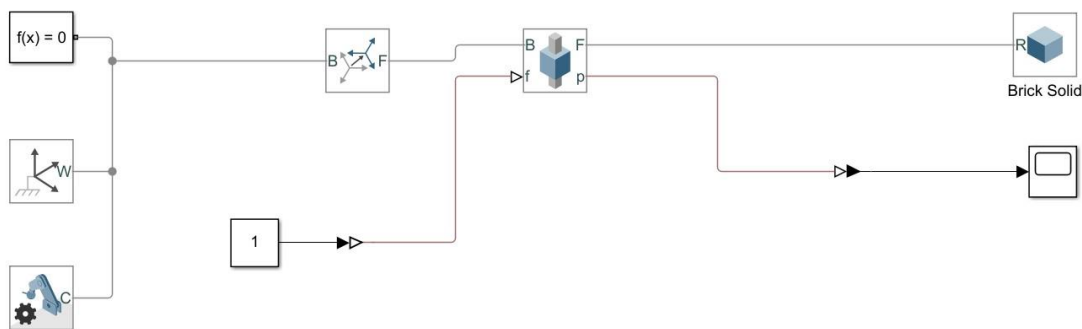
$$10\text{ cm} = \text{طول آزاد} \longrightarrow \underline{\underline{\text{طول نهی} = 30\text{ cm}}}$$



شکل 15 خروجی طول آزاد 10 سانتی متر

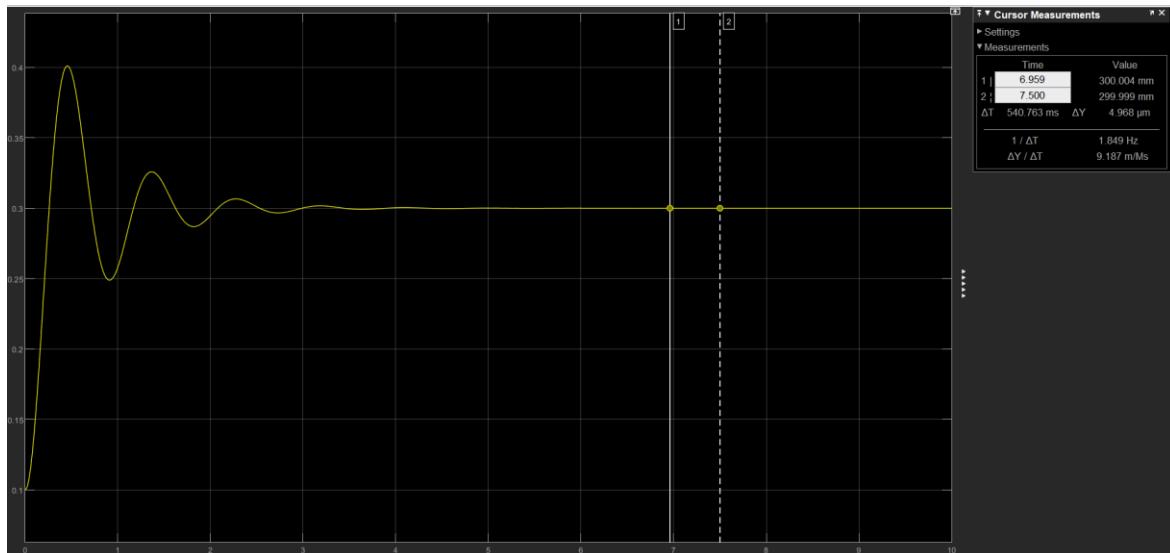
سپس نتایج شبیه سازی را می آوریم.

شکل سیستم :



شکل 16 شکل سیستم

خروجی برای طول آزاد 10 سانتی متر :



شکل 18 خروجی حطول آزاد 10 سانتی متر

همانطور که دیده میشود نتیجه شبیه سازی با تئوری برابر است.

• سیستم سوم:

ابتدا تئوری را برای این حالت مینویسیم :

$$mg \sin \theta - B\dot{x} - Kx = m\ddot{x}$$

← سیستم سوم

$$\xrightarrow{1} X(s) = \frac{\frac{g}{2s} + x(0)(s+1)}{s^2 + \frac{B}{m}s + \frac{K}{m}}$$

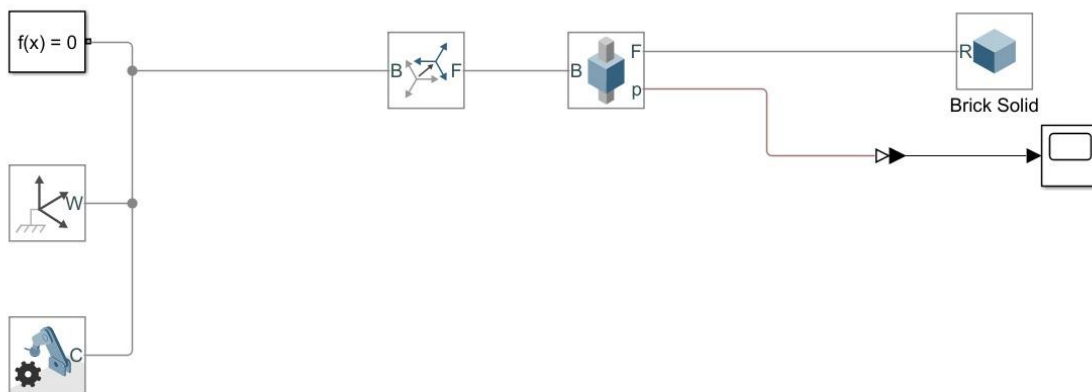
$$\xrightarrow{t \rightarrow \infty} x = \frac{g/2}{K/m} = 9.8 \text{ cm}$$

$$15 \text{ cm} = \text{طول آزاد} \longrightarrow \underline{\text{طول نه‌ای} = 24.8 \text{ cm}}$$

شکل 15 خروجی طول آزاد 15 سانتی متر

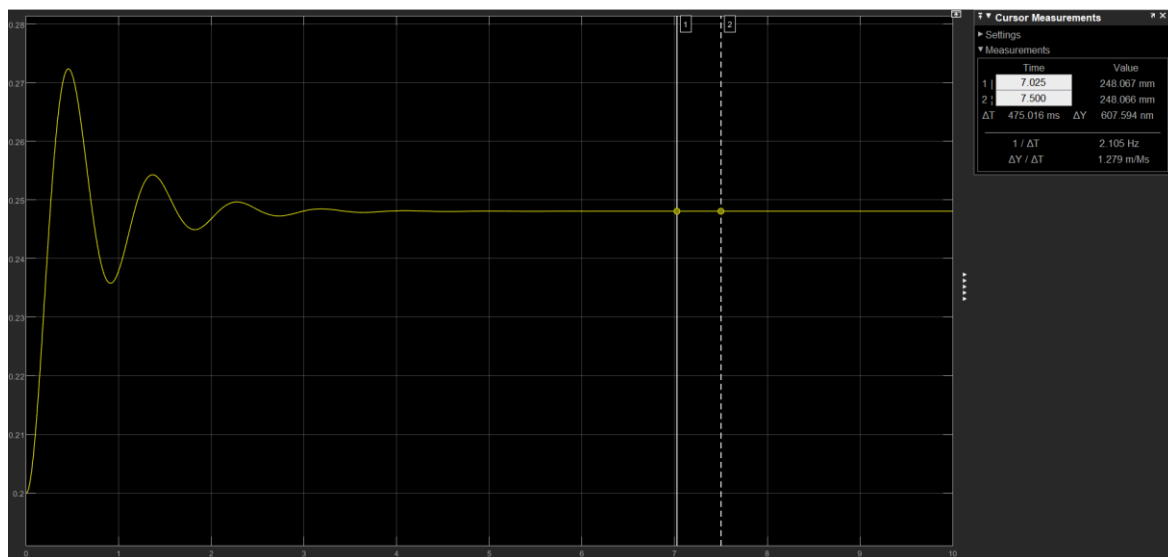
سپس نتایج شبیه سازی را می آوریم.

شکل سیستم :



شکل 16 شکل سیستم

خروجی برای طول آزاد 15 سانتی متر :



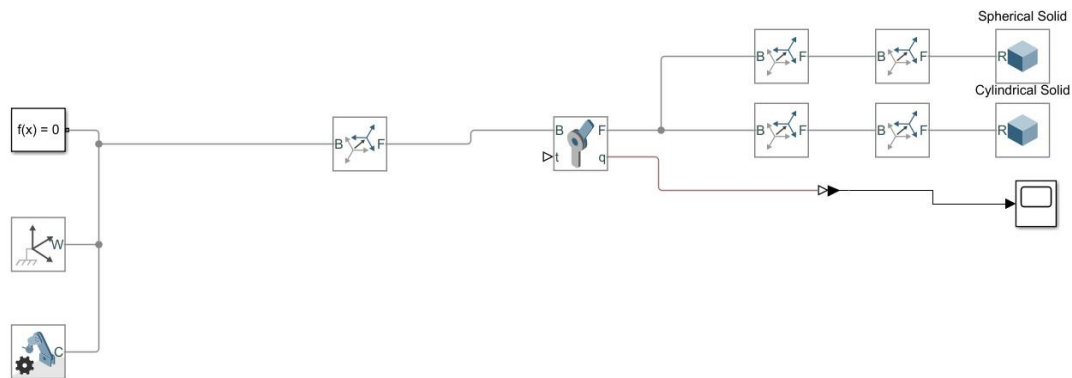
شکل 17 خروجی حطول آزاد 10 سانتی متر

همانطور که دیده میشود نتیجه شبیه سازی با تئوری برابر است.



• سیستم چهارم:

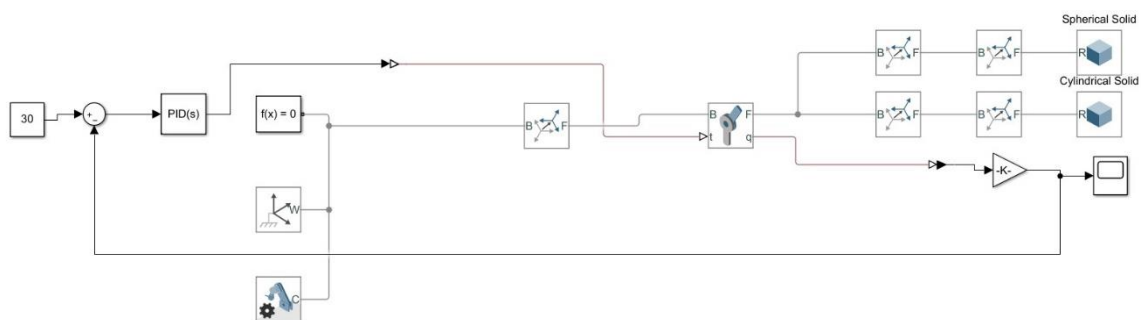
با توجه به توضیحات در دستور کار و سر کلاس سیستم زیر را در متلب میبندیم به طوری که در زاویه 75 نوسان کند مطابق شکل زیر :



شکل 18 سیستم چهارم

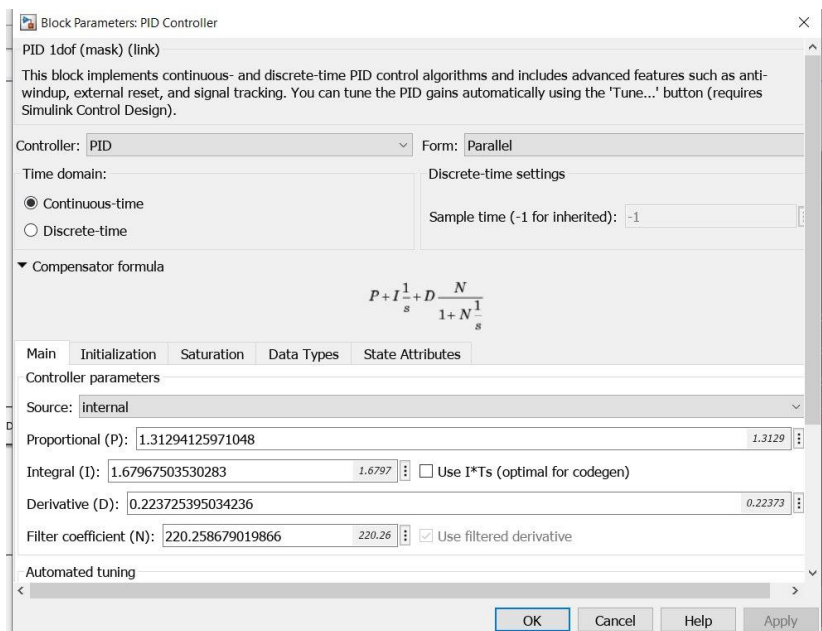
سپس به سیستم در فیدبک منفی کنترل کننده PID اضافه میکنیم تا به شرایط خواسته شده در سوال

برسیم :



شکل 19 سیستم چهارم

مقدار PID را با استفاده از قابلیت متلب می‌دهیم که ضرایب مناسب تولید کند :



شکل 20 PID

و با استفاده از ضرایب بدست آمده و تبدیل کردن مقدار خروجی از رادیان به زاویه مطابق شکل زیر بدست می آید :



شکل 21 خروجی بعد اعمال کنترل کننده

همانطور که مشاهده میشود زاویه در نهایت به 30 درجه میل کرده که مطلوب سوال است.