

به نام خدا

اصول سیستم‌های مخابراتی (دکتر صباغیان)

تمرین کامپیوتری سری سوم

نیمسال اول ۱۴۰۲-۱۴۰۳

810100100 - توحید بهشتی

این فایل شامل گزارش و نتایج شبیه سازی‌های انجام شده است.

چکیده

هدف این تمرین کامپیوتری: نگاهی بر امار احتمال و پیاده سازی برخی توابع اماری و فرایند های تصادفی است و در انتهای با مخابرات دیجیتال و پیاده سازی آن در حضور نویز آشنا میشویم. به این منظور در بخش اول با توزیع رایلی آشنا می شویم تا مقدمات آمار و احتمالات پیاده سازی کرده باشیم. سپس در قسمت دوم با یک فرآیند تصادفی آشنا می شویم و سعی می کنیم آن را مورد بررسی قرار دهیم و پیاده سازی‌های الزم را روی آن انجام دهیم. در نهایت در بخش آخر به صورت مقدماتی یک سیستم مخابرات دیجیتال با مدولاسیون MPAM را مورد بررسی قرار می دهیم و سعی میکنیم با عملکرد فرستنده و گیرنده آن در حضور نویز آشنا شویم.

سوال 1: موضوع سوال (تئوری یا پیاده سازی)

مقدمه: در این بخش توابع احتمالی از جمله تابع احتمال رایلی را بررسی میکنیم.

قسمت الف: تابع چگالی احتمال و رسم آن

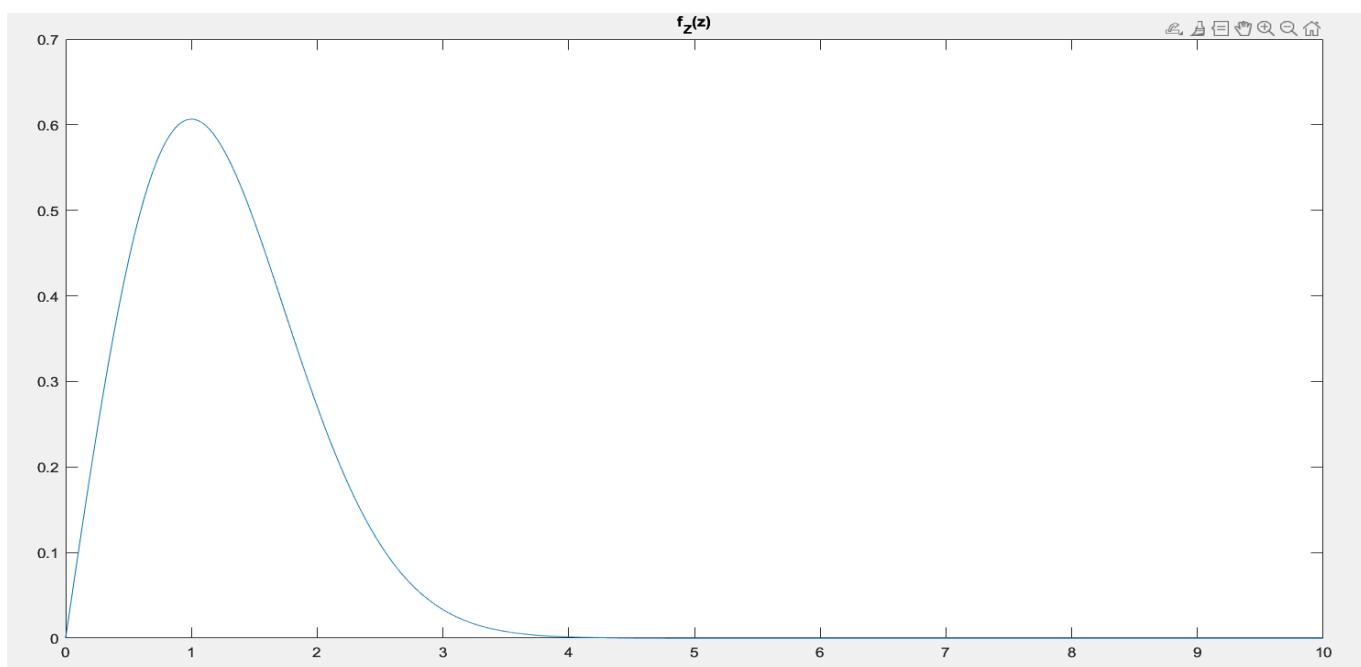
$$X \sim N(0, 1) \quad f_{X(Z)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \quad \text{و} \quad f_{Y(Y)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}$$

$$Z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \Rightarrow f_Z(z) = \iint_0^z f_Y(y) f_X(x) dA \quad D : \sqrt{x^2 + y^2} < z$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \int_0^z r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr d\theta = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^z r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr$$

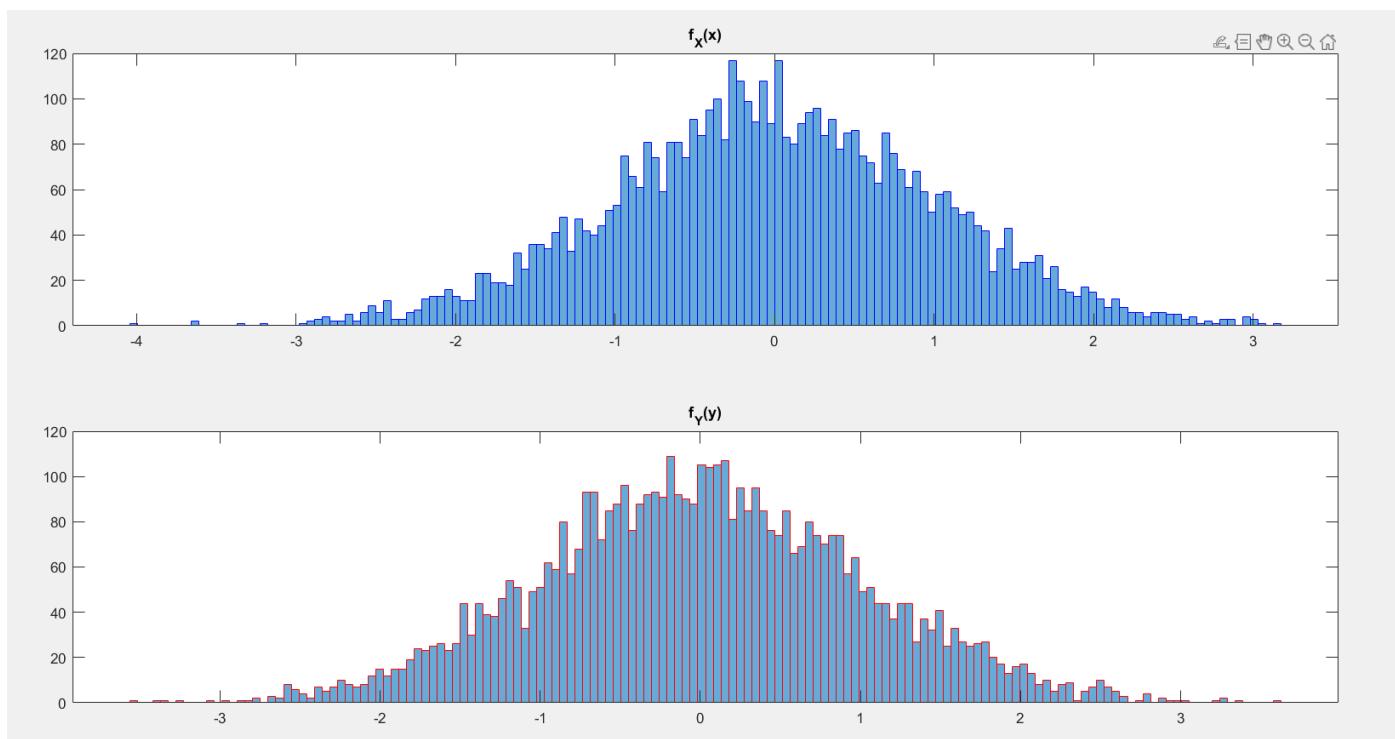
$$f_Z(z) = \frac{d}{dz} F_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \quad \mu_z = \sigma \sqrt{\frac{1}{2}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{2}\right)$$

$$E(Z) = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad \text{Var}(Z) = E(Z^2) - (E(Z))^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2$$



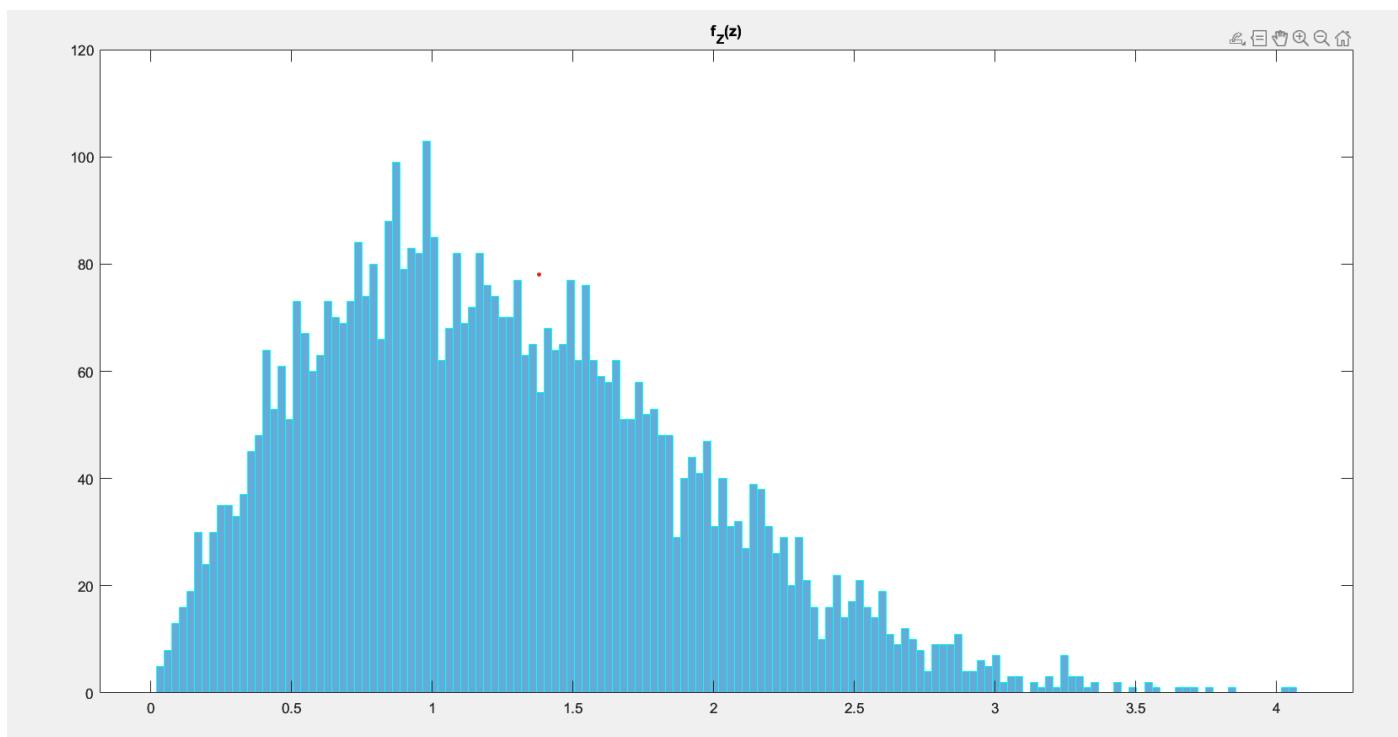
موارد خواسته شده درباره رایلی به صورت دستی محاسبه شد و شبیه سازی هم ان را تایید میکند

قسمت ب: تولید متغیرهای تصادفی نرمال



قسمت ج: تولید متغیر تصادفی رایلی

تابع توزیع رایلی:



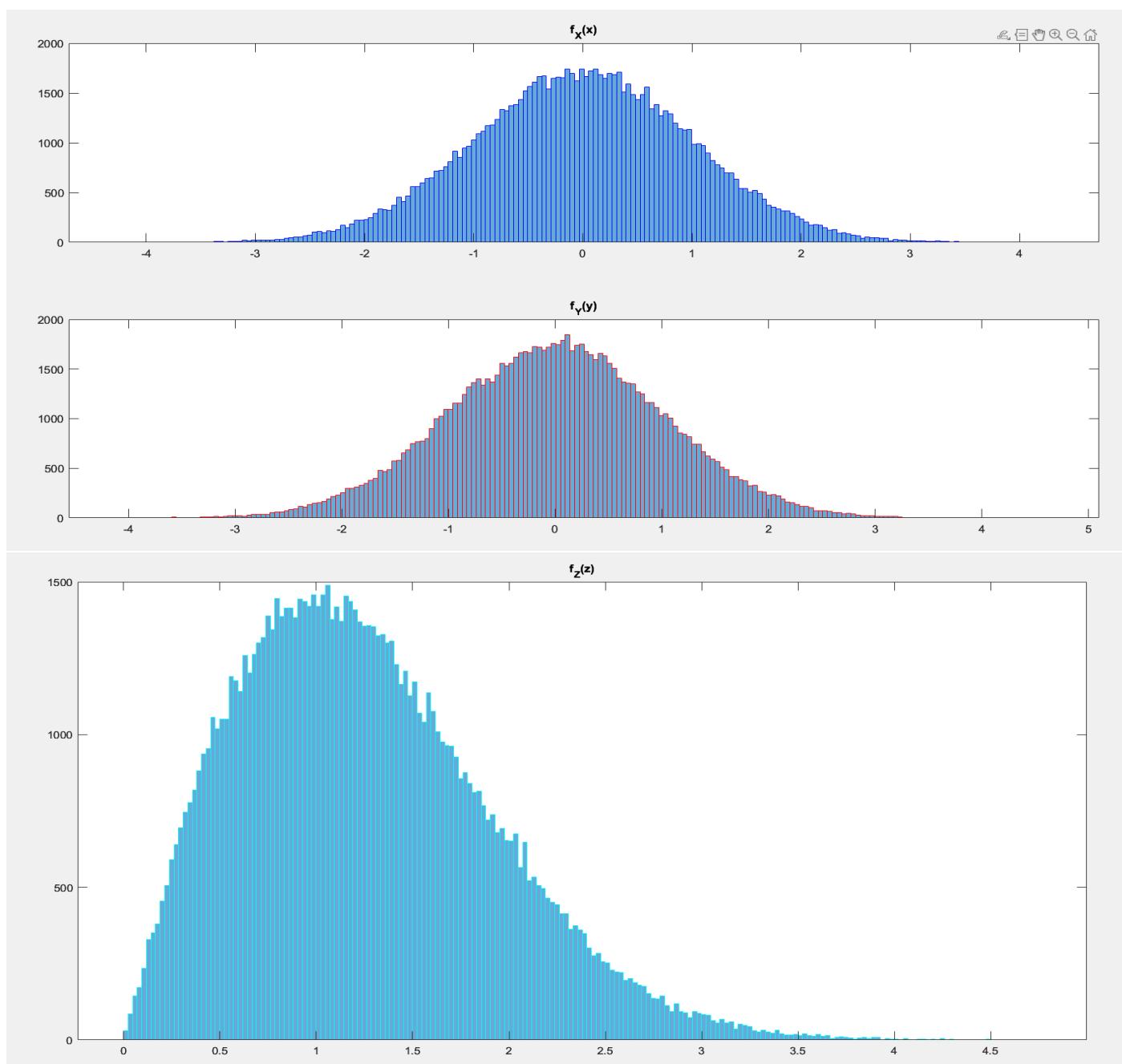
```
>> mean_z
mean_z =
1.2489

>> var_z
var_z =
0.4202
```

نتایج شبیه سازی با تقریب با نتایج محاسبات قسمت الف تطابق دارد..

قسمت د: تأثیر افزایش N

اکنون با افزایش N میبینیم که نتایج شبیه سازی بسیار به نتایج تیوری نزدیک میشود که علت آن افزایش تعداد نمونه های متغیر تصادفی است



```

>> mean_z
mean_z =
1.2519

>> var_z
var_z =
0.4291

fx >> |

```

سوال 2: موضوع سوال (تئوری یا پیاده‌سازی)

مقدمه: در این بخش با یک فرایند تصادفی رو به رو می‌شویم و میانگین و ایستان بودن آن را تحلیل می‌کنیم..

قسمت الف: میانگین و خودهمبستگی فرایند تصادفی $X(t)$

در ابتدا مقادیر میانگین و تابع خودهمبستگی را محاسبه می‌کنیم و میفهمیم که ازانجا که دوشرط ایستان بودن برقرار است این فرایند تصادفی ایستان است.

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) \quad \theta \sim U(0, 2\pi)$$

$$E[X(t)] = E[A \cos(\omega_0 t + \theta)] = A \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cos(2\pi f_c t + \theta) d\theta = 0$$

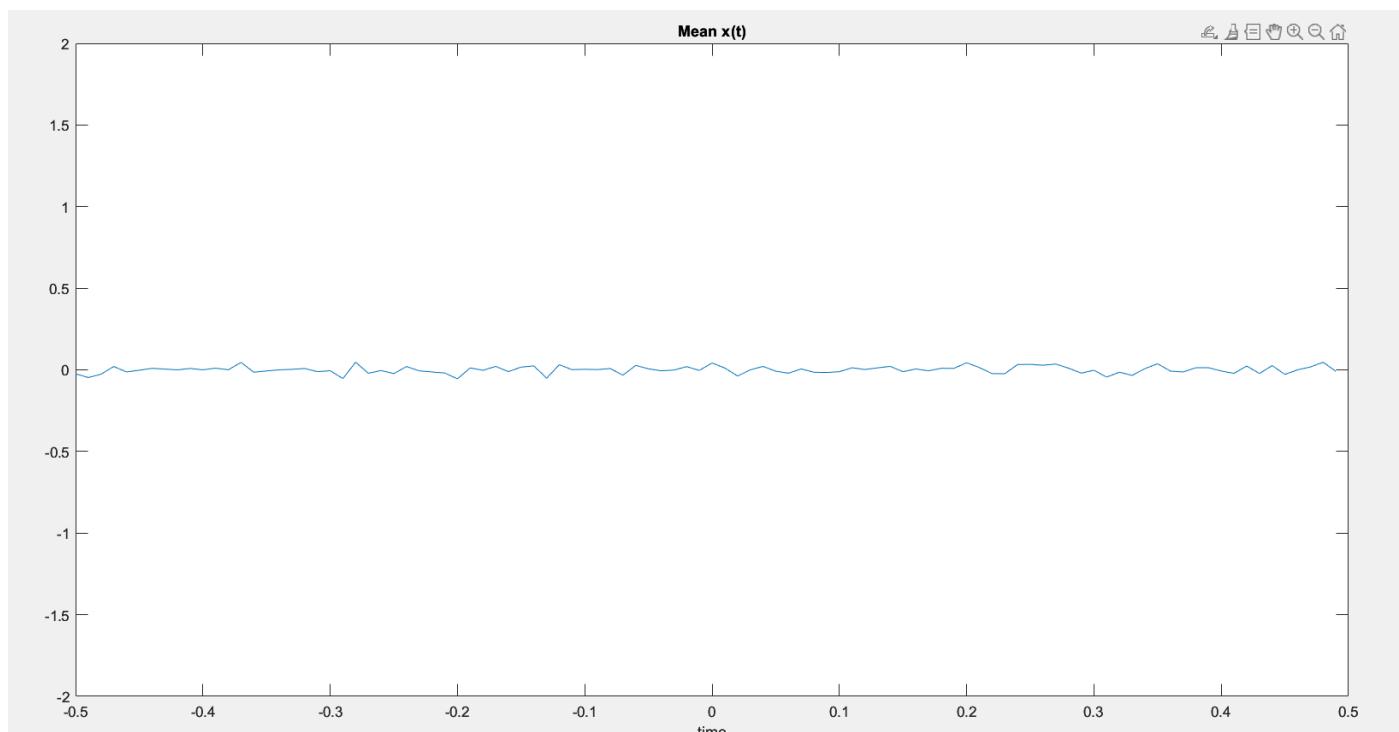
$$R_x(\tau, t + \tau) = E[X(t), X(t + \tau)] =$$

$$E[A^2 \cos(2\pi f_c t + \theta) \cos(2\pi f_c(t + \tau) + \theta)] = \frac{A^2}{2} \left(\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cos(2\pi f_c(\tau + 2\theta)) d\theta \right)$$

$$\int d\theta + \cos(2\pi f_c \tau) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_c \tau) = \underline{\underline{\frac{A^2}{2} \cos(\omega \tau)}}$$

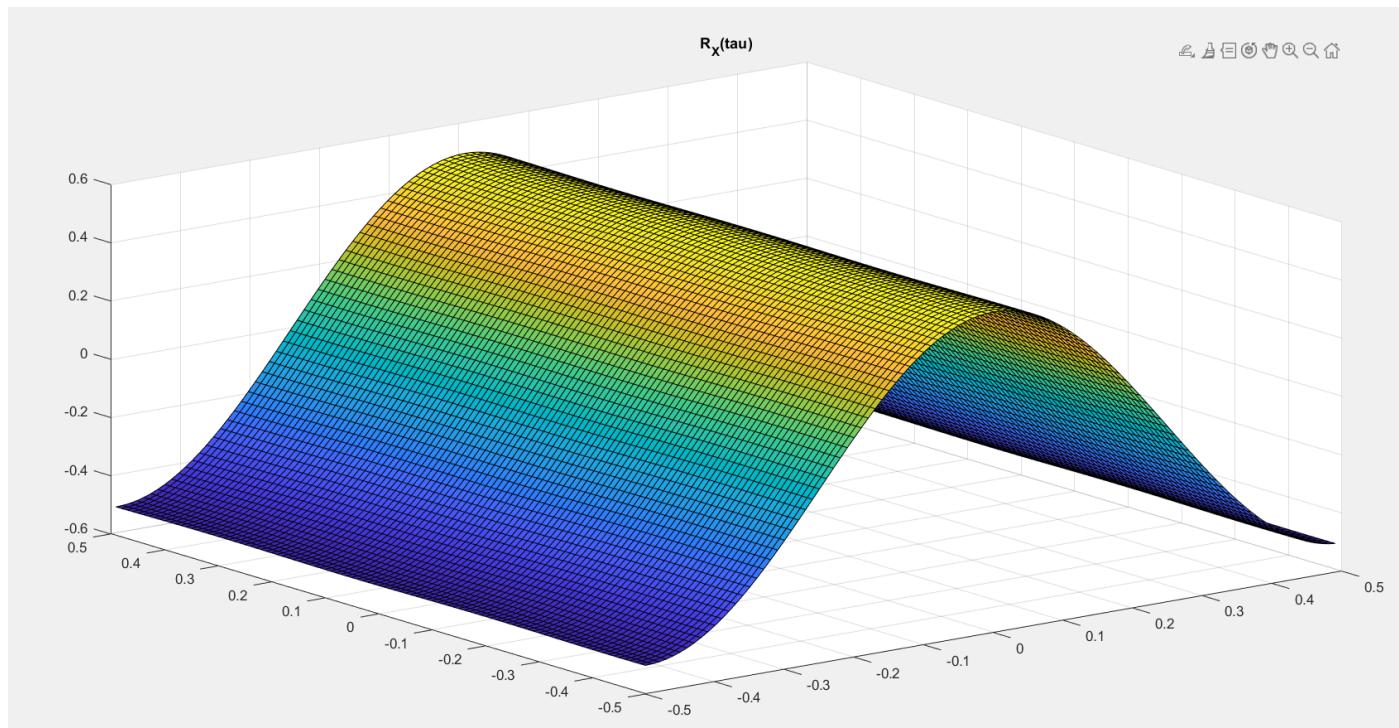
قسمت ب: رسم نمودار میانگین فرایند $X(t)$

با تعریف متغیر تصادفی t و بعد محاسبه فرایند $X(t)$ باید در هر لحظه‌ی زمانی میانگین بگیریم و بعد پلات می‌کنیم و مشخص می‌شود که میانگین بسیار به مقدار تیوری صفر نزدیک است.



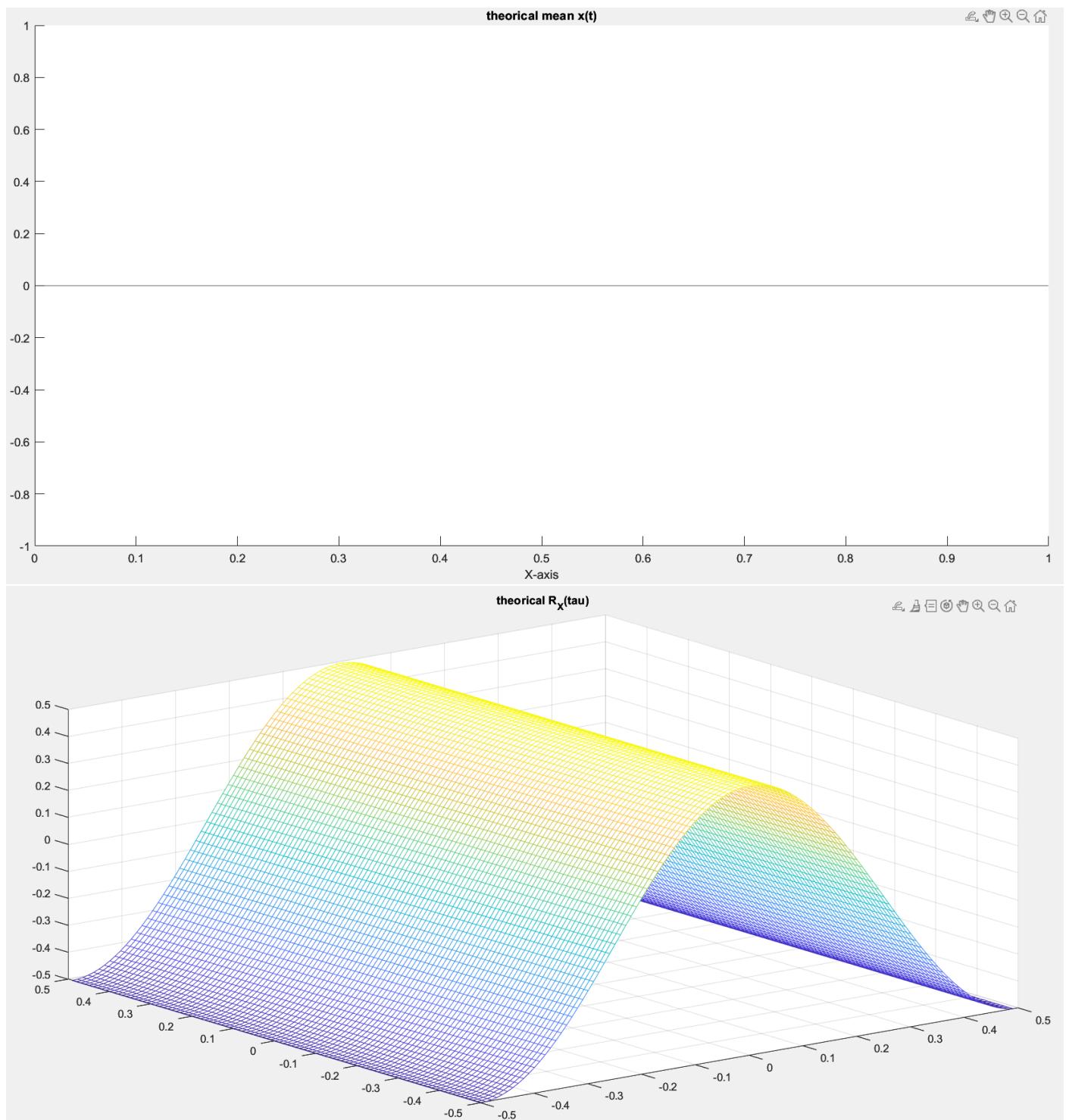
قسمت ج: رسم نمودار خودهمبستگی فرآیند $X(t)$

اکنون تابع خودهمبستگی را مطابق تعریف آن محاسبه می‌کنیم و شکل حاصل از آن را نمایش میدهیم که مطابق محاسباتکان کسینوسی است.



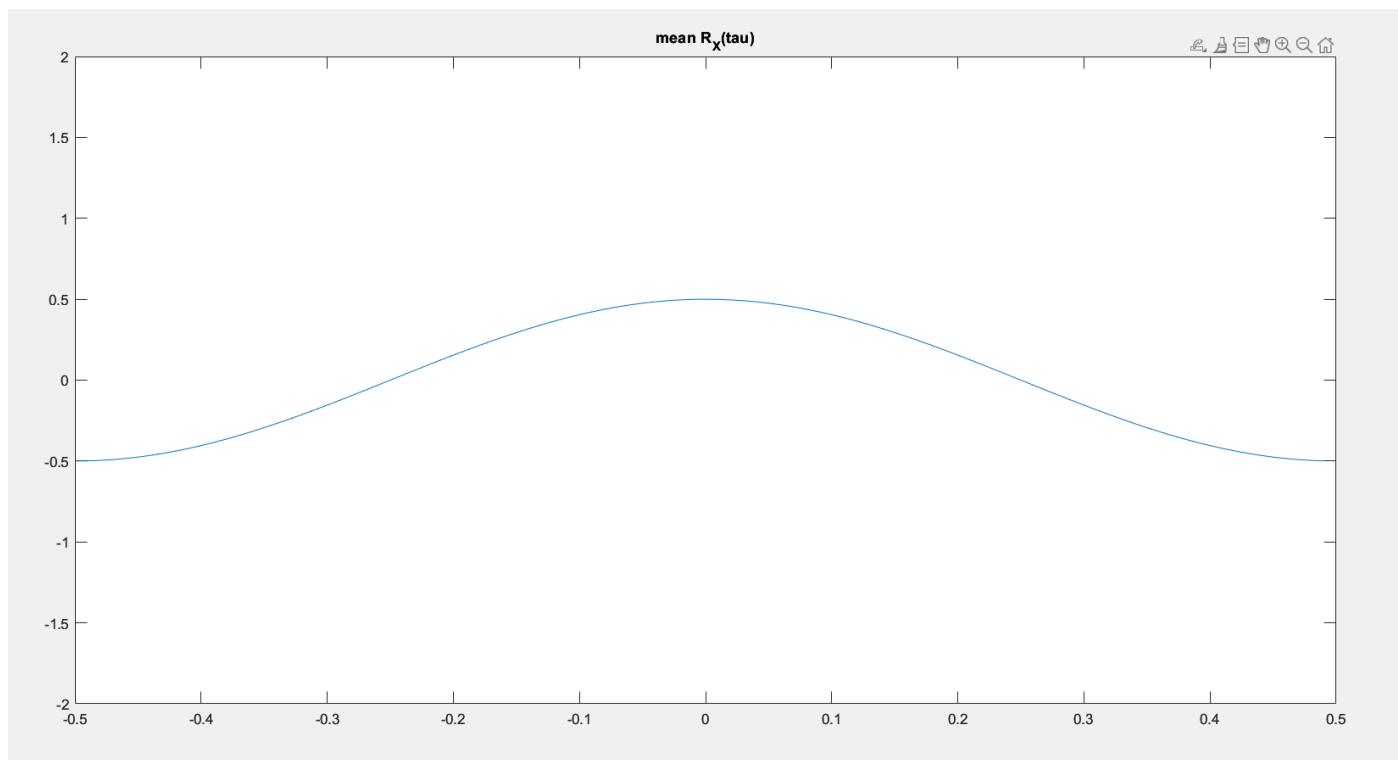
قسمت د: مقایسه با محاسبات تئوری

محاسبات تئوری :



قسمت ۵ : ایستانسازی فرآیند

فرآیند ایستان است و طبق صورت سوال از ان میانگین زمانی میگیریم و نتیجه را نشان میدهیم.

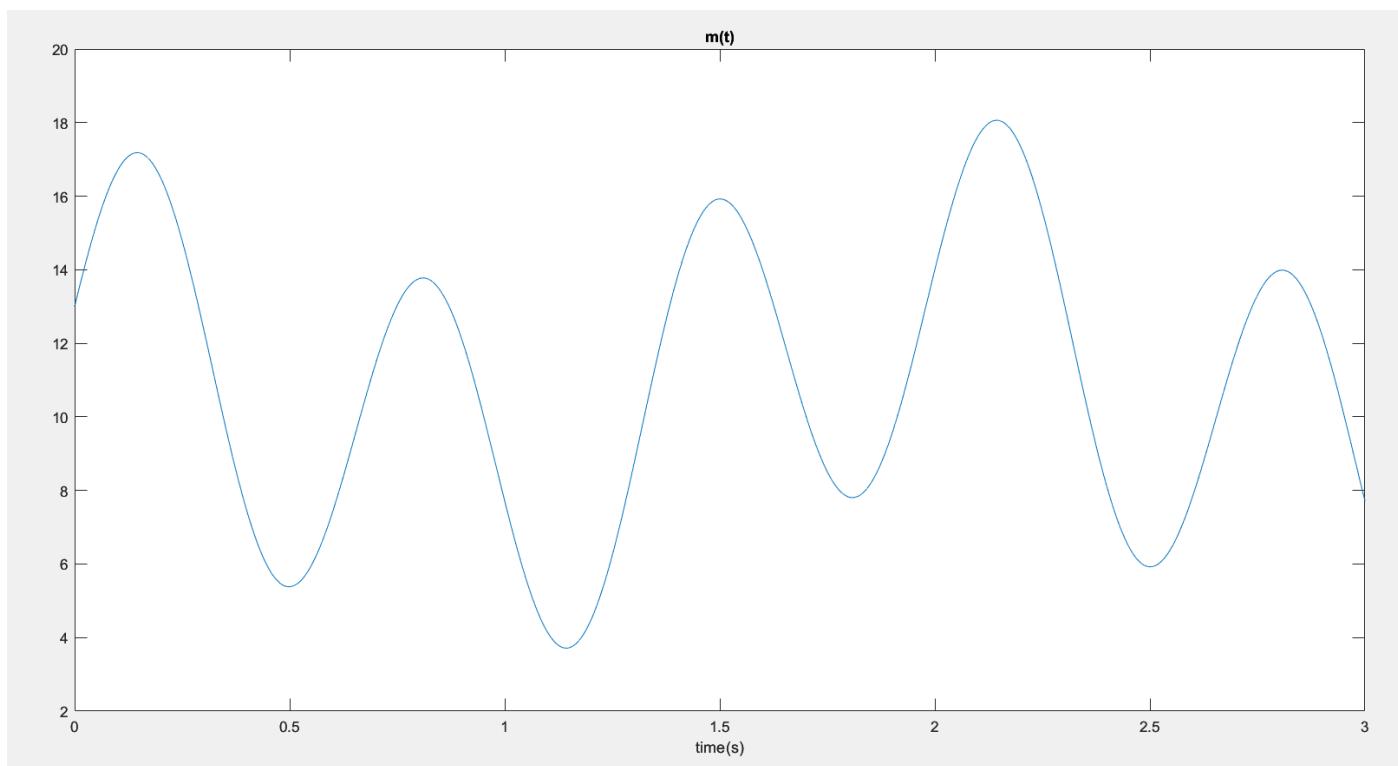


سوال ۳: موضوع سوال (تئوری یا پیاده‌سازی)

مقدمه: در این قسمت با تدبیل سیگنال‌های آنالوگ به دیجیتال و ارسال و آشکارسازی سیگنال دیجیتال آشنایی می‌شویم. در ابتدا یک سیگنال آنالوگ در فرستنده به سیگنال گستته تبدیل می‌شود و با استفاده از سطوح کوانتیزاسیون، مقادیر دامنه پالس‌های ارسالی در مخابرات دیجیتال تعیین می‌شود. سپس بر عکس این فرآیند در گیرنده تکرار می‌شود.

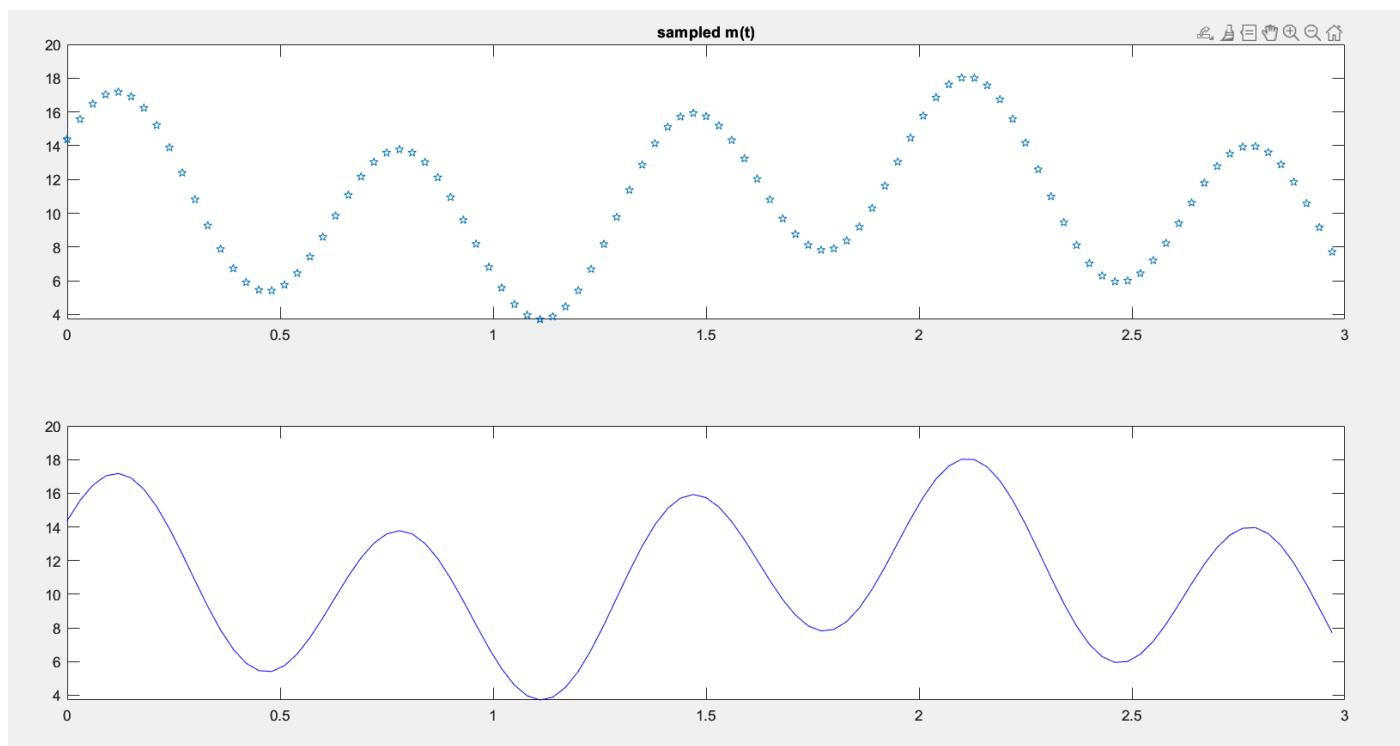
قسمت الف: تعریف سیگنال پیوسته

ابتدا سیگنال خواسته شده را با تعداد نمونه بالا درست می‌کنیم که انرا سیگنال آنالوگ اولیه در نظر می‌گیریم
به شکل :



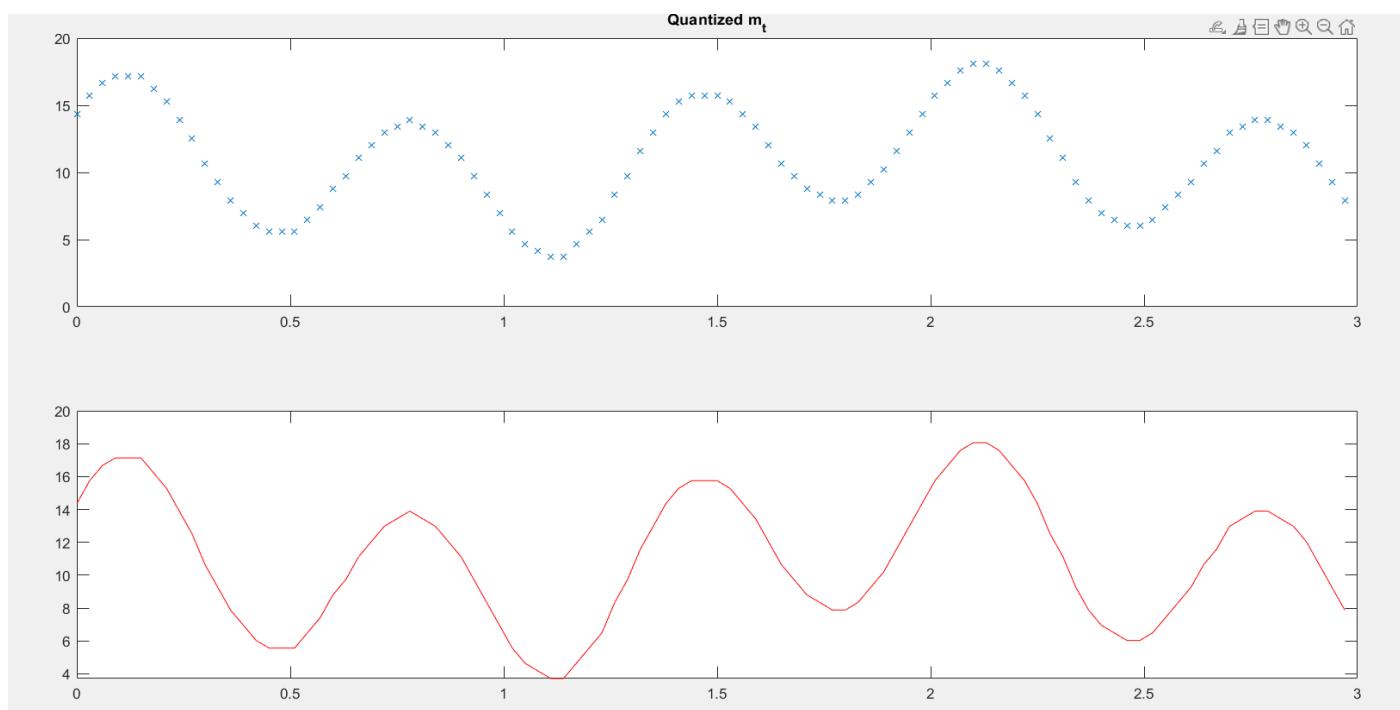
قسمت ب: نمونه برداری و تولید سیگنال گستته

حالا نمونه برداری را با فرکانس 500 انجام میدهیم که در واقع 100 نقطه بدست می‌اید.



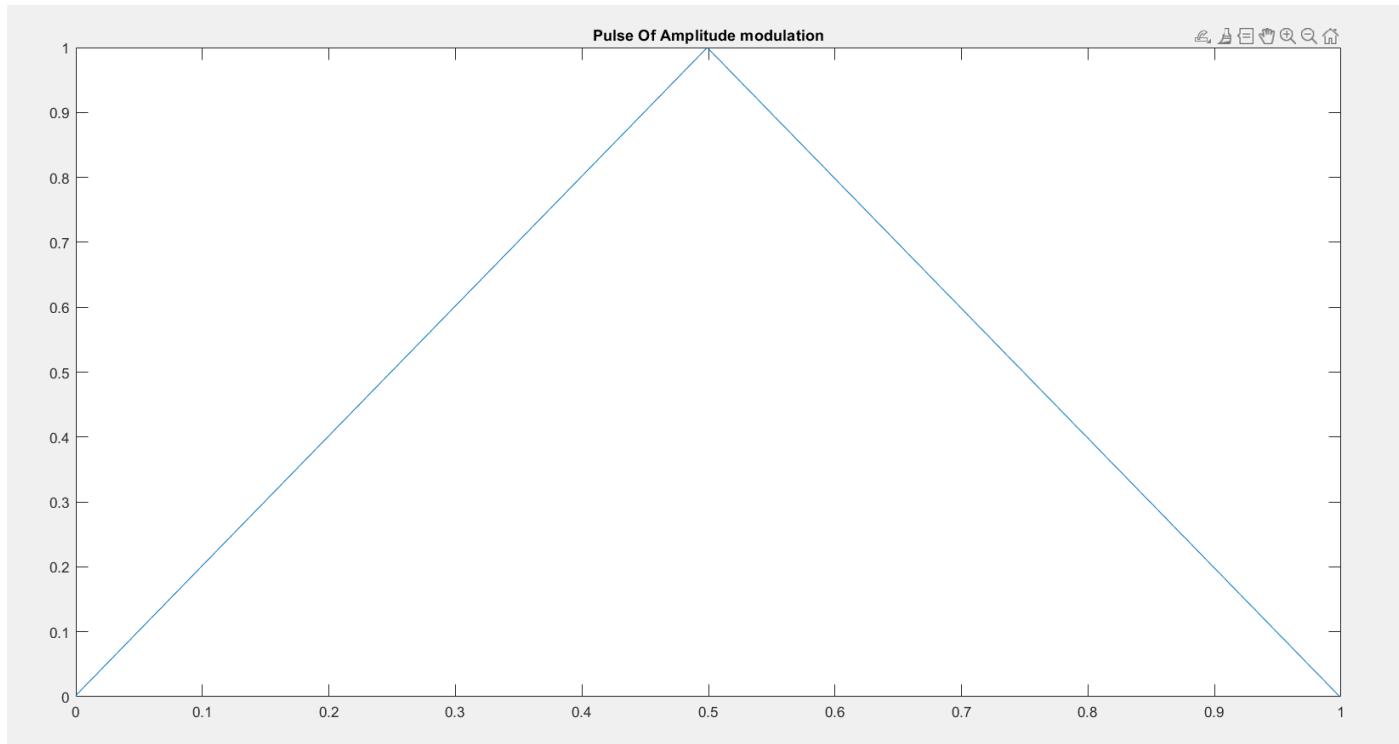
قسمت ج: کوانتیزاسیون

در این بخش میخواهیم کوانتیزاسیون انجام دهیم که برای اینکار 32 سطح کوانتیزاسیون بین مینیمم و ماکسیمم مقدار سیگнал تعریف میکنیم و اکنون به هر کدام از 100 تا سمپلی که داریم باید انها را به نزدیک ترین سطح نسبت دهیم.



قسمت ۵: دیجیتال‌سازی سیگنال کوانتایز شده

در این بخش می‌بایست این 100 سمپل کوانتیزه شده را با استفاده از تابع پالس مثلثی که داریم به صورت سیگنال در بیاوریم . انرژی پالس :



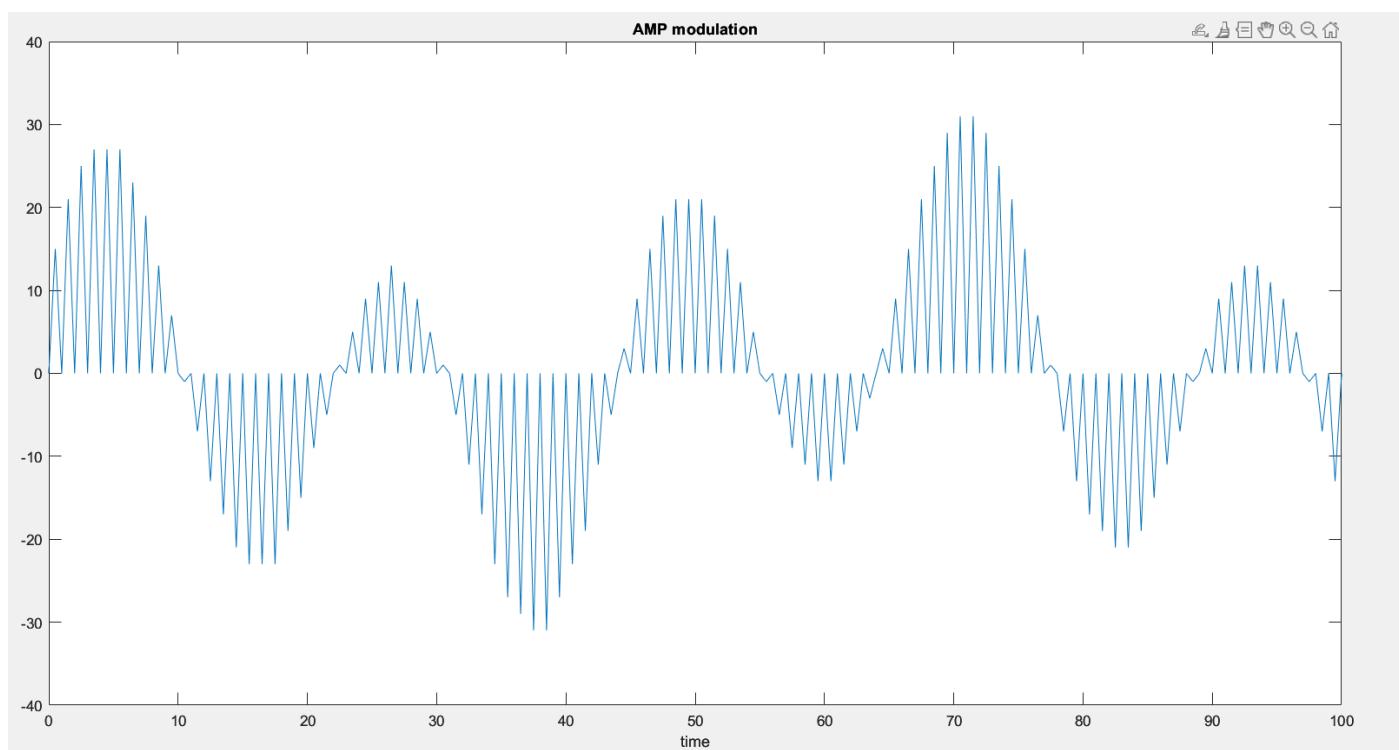
```
>> tri_ENG
```

```
tri_ENG =
```

```
333.3340
```

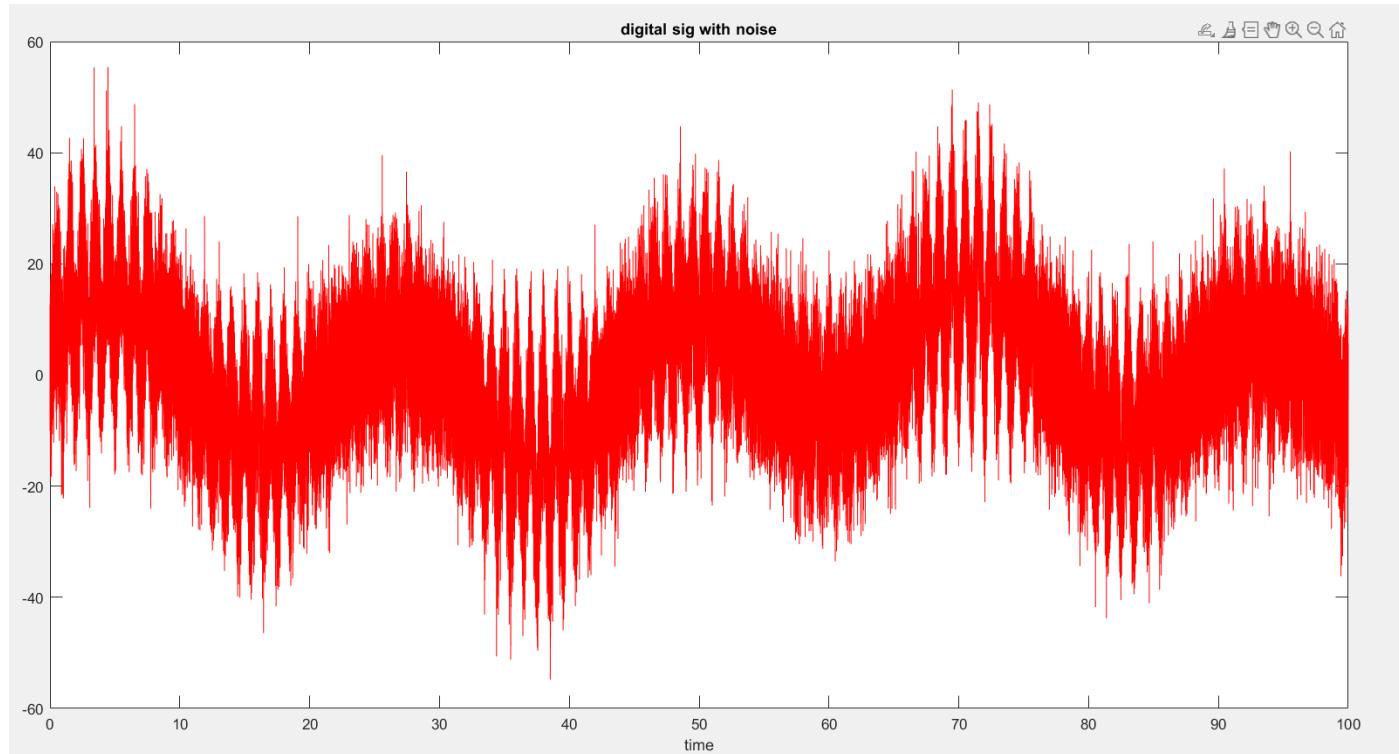
```
fx >> |
```

اکنون می‌خواهیم سیگنال 100 تایی کوانتیزه شده را با استفاده از تابع پالس مثلثی با زمان 1s و فرکانس 1000 بفرستیم و دامنه هر پالس با مقدار ان رابطه مشخصی دارد که در فایل pulse رابطه گری کد با دامنه امده است.



قسمت ۵: دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده

جمع شود در این حالت سیگنال دریافتی بشكل 2 SNR در این قسمت در سمت گیرنده هستیم و سیگنال دیجیتال باید با نویز نرمال با زیر است:



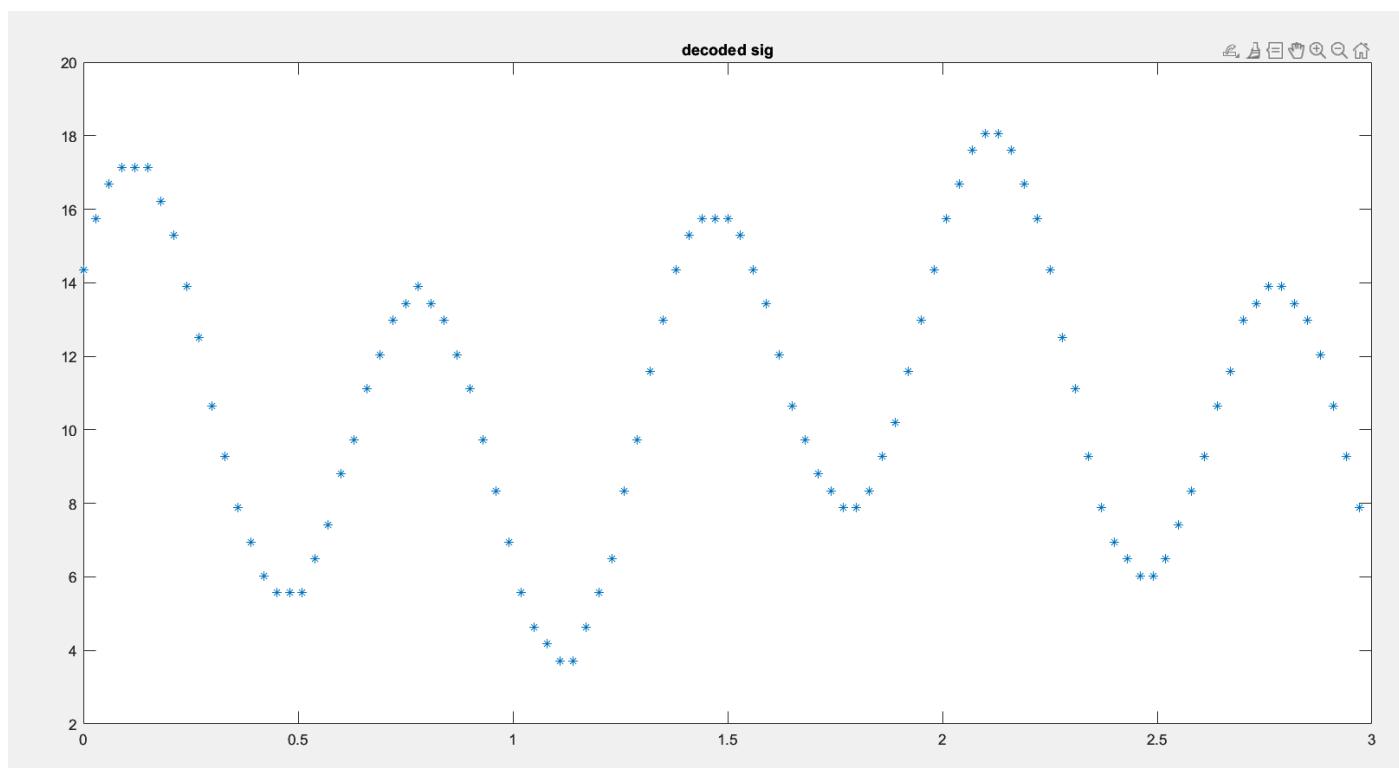
اعوجاج در سیگنال

قسمت س: دیکود کردن سیگنال دیجیتال

در این مرحله سیگنال پیام آنالوگ را از سیگنال دیجیتال پیدا می‌کنیم از انجا که هر سمپل با یک دامنه در زمان یک ثانیه ارسال می‌شود بنابراین با ضرب پالس اصلی در هر ثانیه در سیگنال و محاسبه انرژی متقابل انها دامنه هر سیگنال را پیدا می‌کنیم و در انتها می‌بینیم که چند خطای در بازیابی انها داشته‌ایم..

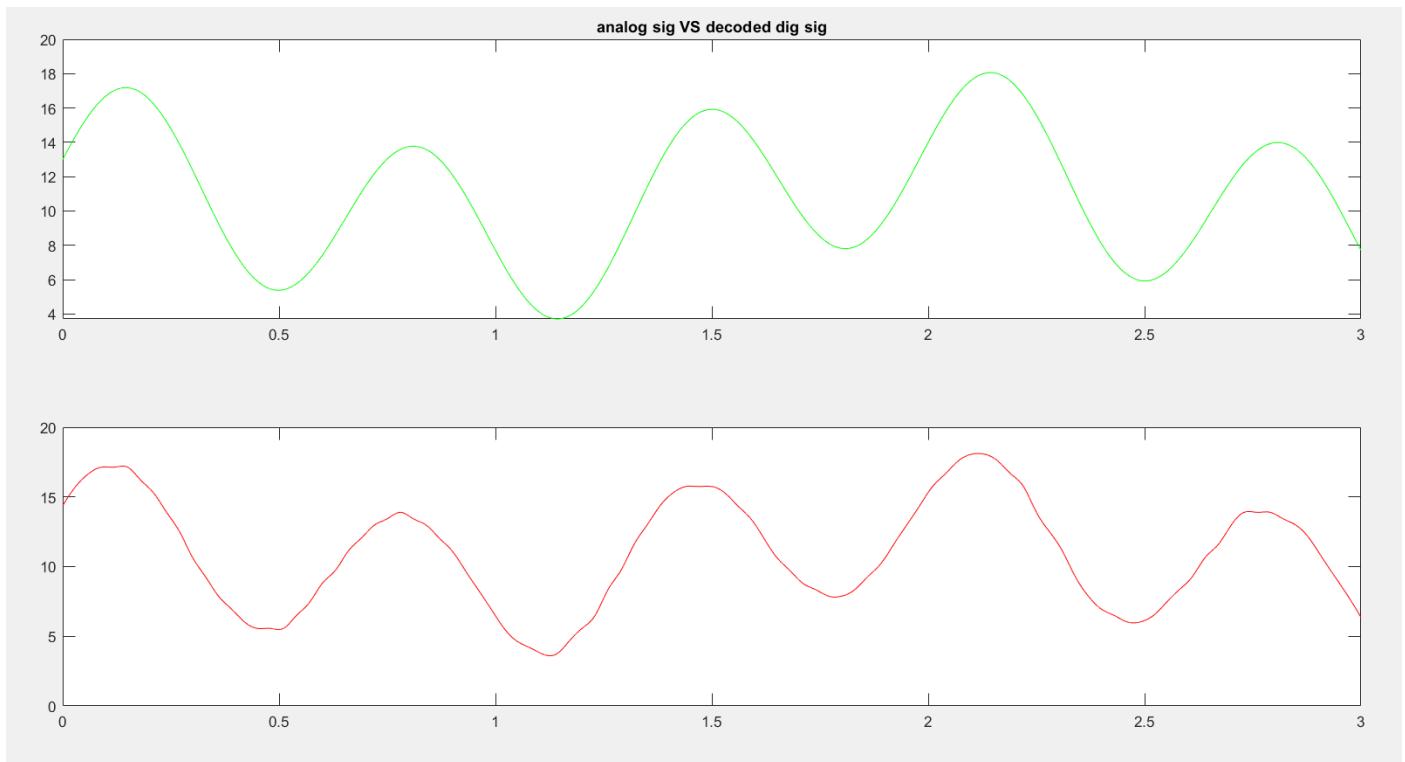
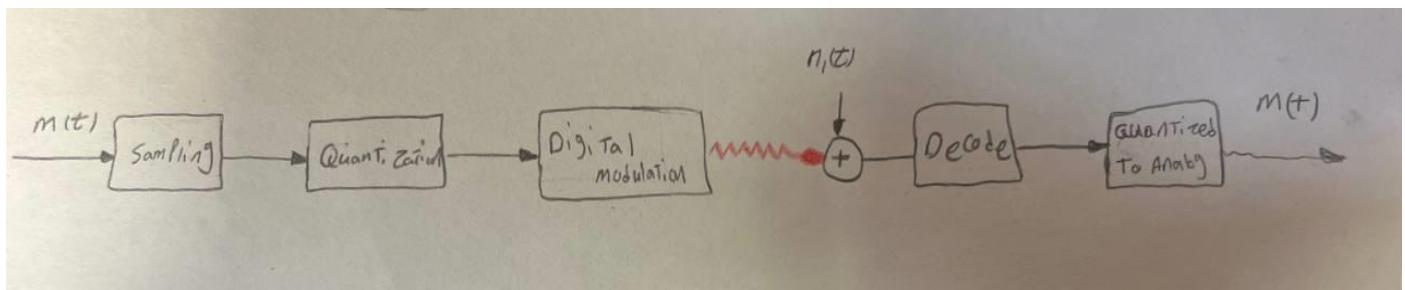
$$\text{SIG_ERR} =$$

$$0.0200$$



قسمت ش: تبدیل سیگنال کوانتایی شده به آنالوگ و رسم دیاگرام

در این قسمت می‌خواهیم از روی سیگنال دیکد شده خود سیگنال پیوسته پیام را بفرستیم که همانطور که در صورت پروژه گفته شده ازتابع `spline` برای درونیابی استفاده می‌کنیم و در نهایت دو سیگنال را می‌کشیم و میزان خطای آن را محاسبه می‌کنیم.



>> ERROR

ERROR =

1.0224

fx >> |