**چکیده**

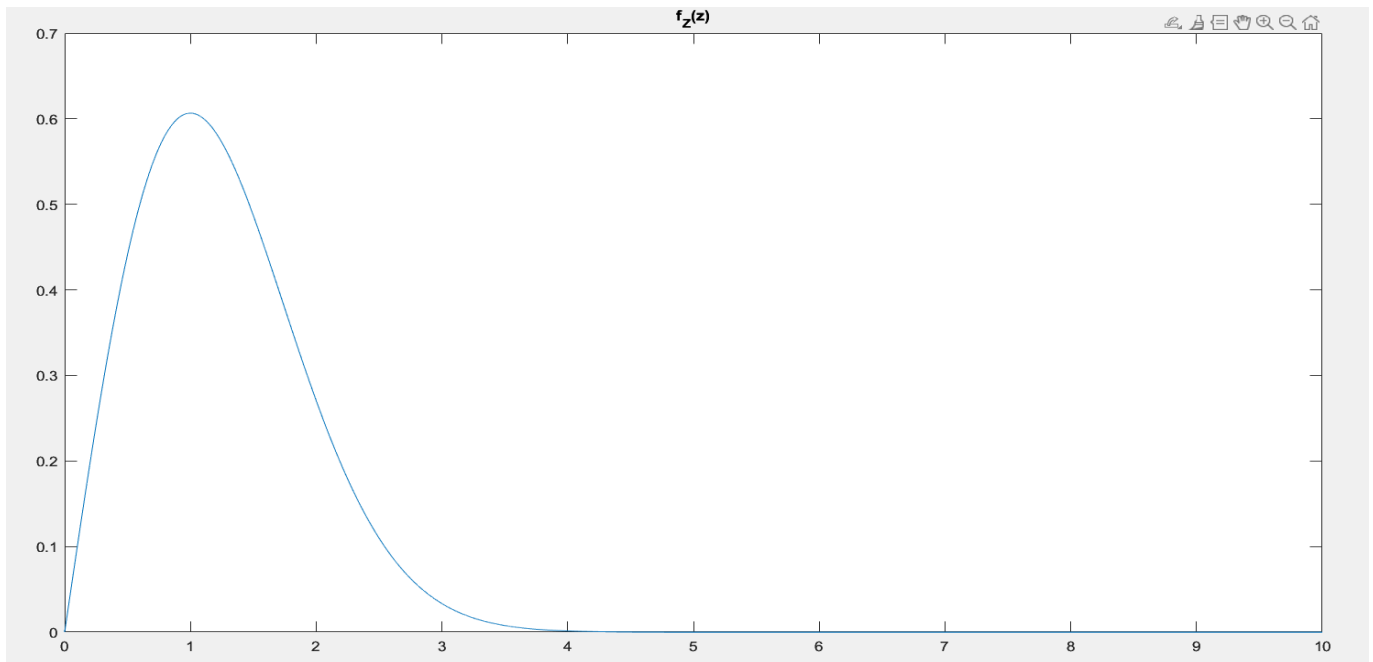
هدف این تمرین کامپیوتری : نگاهی بر امار احتمال و پیاده سازی برخی توابع امار و فرایند های تصادفی است و در انتها با مخابرات دیجیتال و پیاده سازی آن در حضور نویز آشنا میشویم. به این منظور در بخش اول با توزیع راییلی آشنا می شویم تا مقدمات آمار و احتمالات پیاده سازی کرده باشیم. سپس در قسمت دوم با یک فرایند تصادفی آشنا می شویم و سعی می کنیم آن را مورد بررسی قرار دهیم و پیاده سازیهای الزم را روی آن انجام دهیم. در نهایت در بخش آخر به صورت مقدماتی یک سیستم مخابرات دیجیتال با مدولاسیون MPAM را مورد بررسی قرار می دهیم و سعی میکنیم با عملکرد فرستنده و گیرنده آن در حضور نویز آشنا شویم.

سوال 1: موضوع سوال (تئوری یا پیاده سازی)

مقدمه: در این بخش توابع احتمالی از جمله تابع احتمال راییلی را بررسی میکنیم.

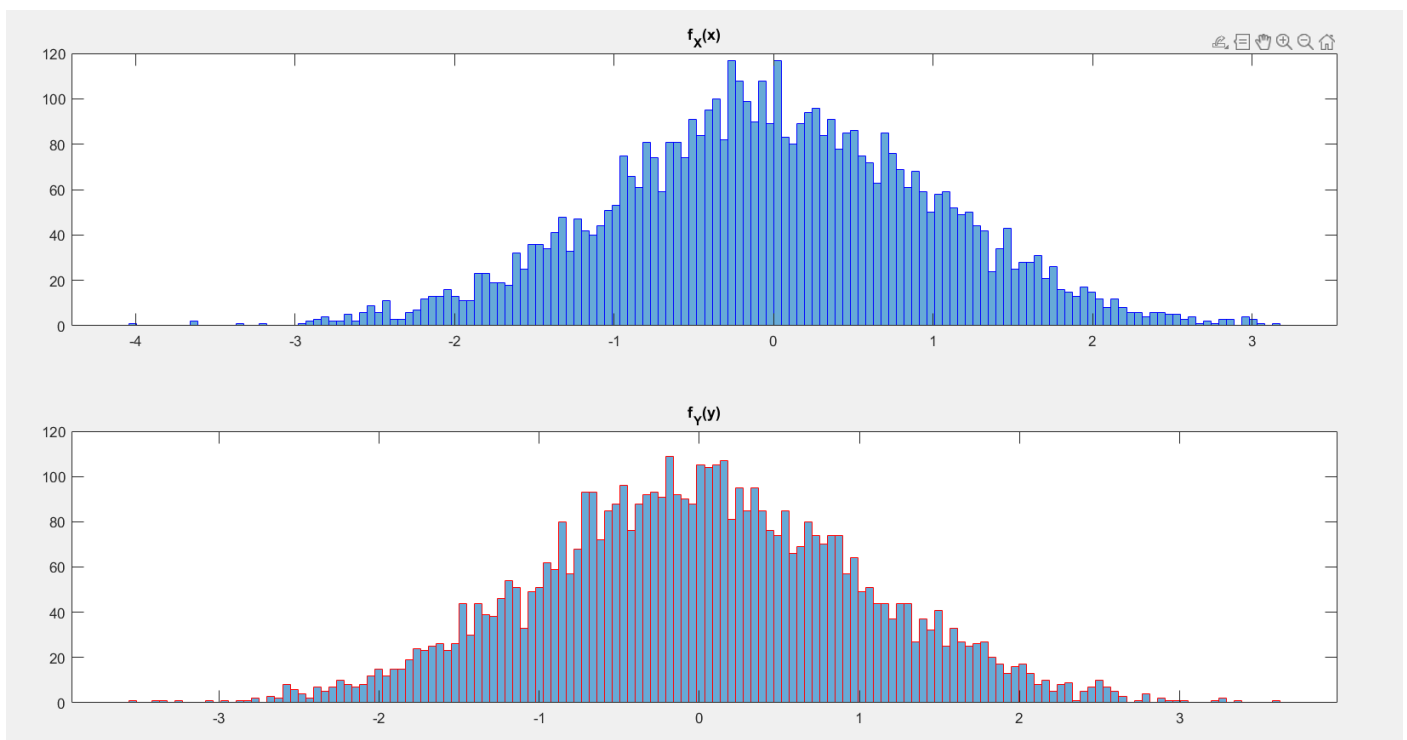
قسمت الف: تابع چگالی احتمال و رسم آن

$$\begin{aligned} X &\sim N(0,1) & f_X(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \\ Y &\sim N(0,1) & f_Y(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma^2} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \end{aligned}$$
$$Z = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow f_Z(z) = \iint_D f_Y(y) f_X(x) dA \quad D: \sqrt{x^2 + y^2} < z$$
$$\xrightarrow{\text{مکانیک کالیبری}} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \int_0^z r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr d\theta = \frac{1}{\sigma^2} \int_0^z r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} dr$$
$$\underline{f_Z(z)} = \frac{d}{dz} F_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} \quad \mu_i = \sigma^i 2^{\frac{i}{2}} \Gamma(1 + \frac{i}{2})$$
$$\xrightarrow{\text{میانگین}} \underline{E(z)} = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad \underline{Var(z)} = E(z^2) - (E(z))^2 = (2 - \frac{\pi}{2}) \sigma^2$$



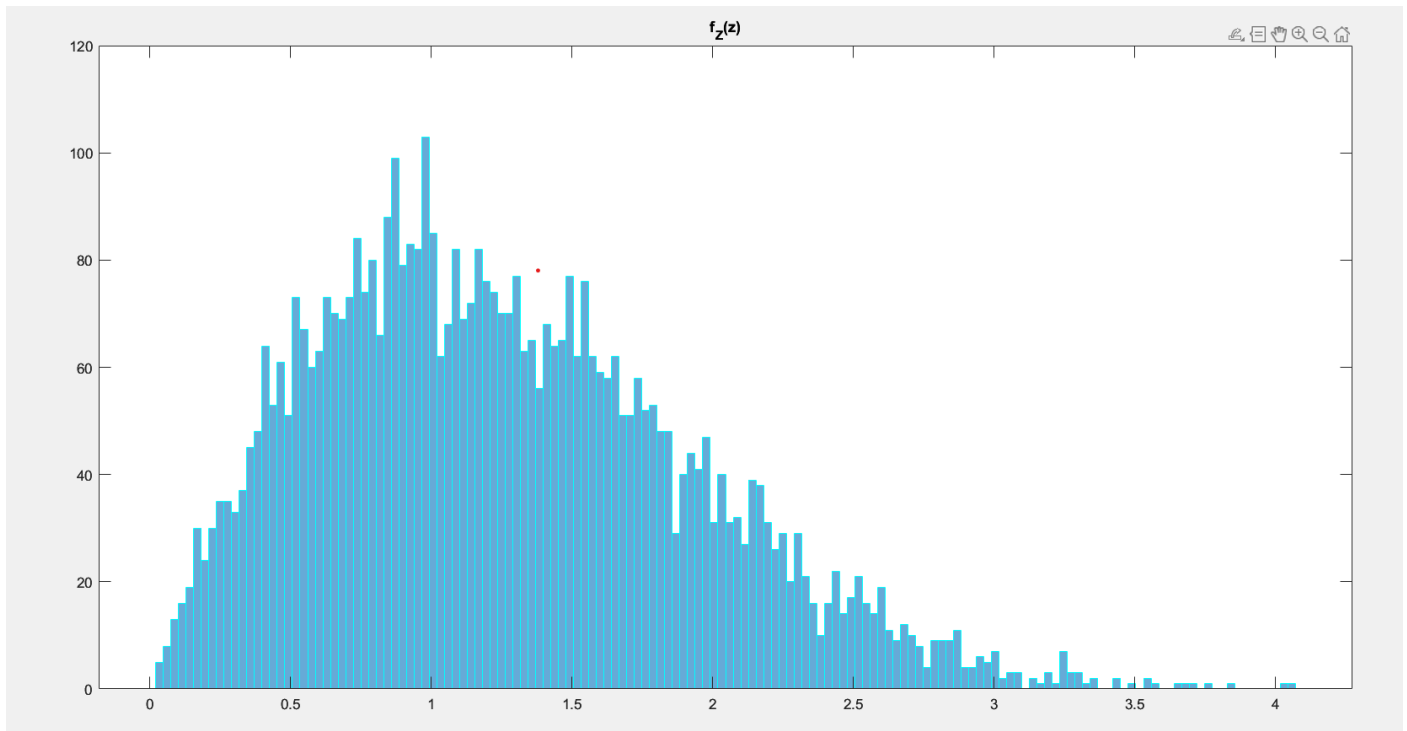
موارد خواسته شده درباره راییلی به صورت دستی محاسبه شد و شبیه سازی هم ان را تایید میکند

قسمت ب: تولید متغیرهای تصادفی نرمال



قسمت ج: تولید متغیر تصادفی رایلی

تابع توزیع رایلی:

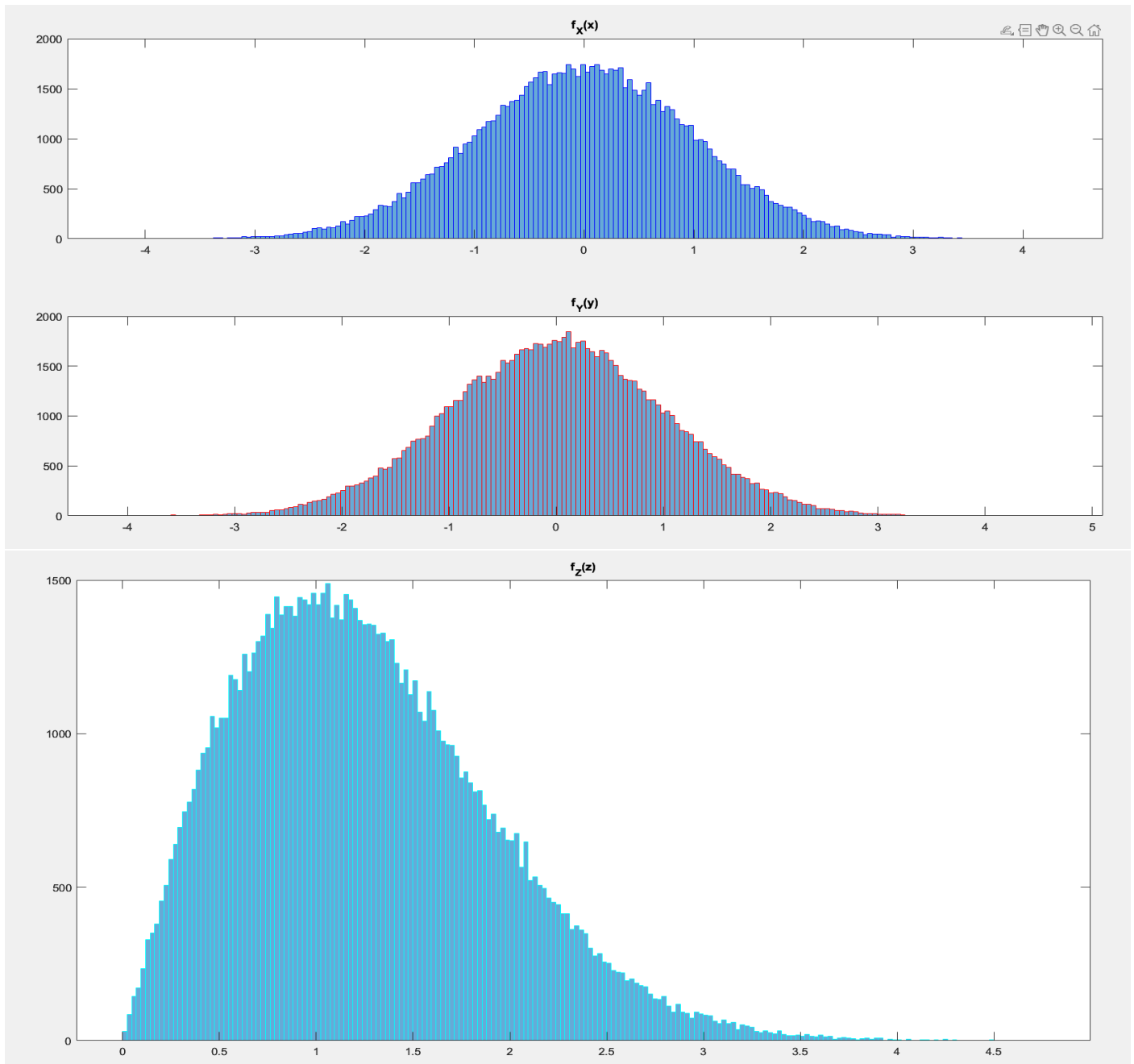


```
>> mean_Z  
  
mean_Z =  
  
    1.2489  
  
>> var_Z  
  
var_Z =  
  
    0.4202
```

نتایج شبیه سازی با تقریب با نتایج محاسبات قسمت الف تطابق دارد..

قسمت د: تأثیر افزایش N

اکنون با افزایش N میبینیم که نتایج شبیه سازی بسیار به نتایج تیوری نزدیک میشود که علت آن افزایش تعداد نمونه های متغیر تصادفی است



```
>> mean_Z
mean_Z =
    1.2519

>> var_Z
var_Z =
    0.4291
```

fx >> |

سوال 2: موضوع سوال (تئوری یا پیاده‌سازی)

مقدمه: در این بخش با یک فرایند تصادفی رو به رو میشویم و میانگین و ایستادن بودن آن را تحلیل میکنیم..

قسمت الف: میانگین و خودهمبستگی فرایند تصادفی $X(t)$

در ابتدا مقادیر میانگین و تابع خودهمبستگی را محاسبه میکنیم و میفهمیم که از آنجا که دوشرط ایستادن بودن برقرار است این فرایند تصادفی ایستادن است.

$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \Theta) ; \Theta \sim U(0, 2\pi)$$

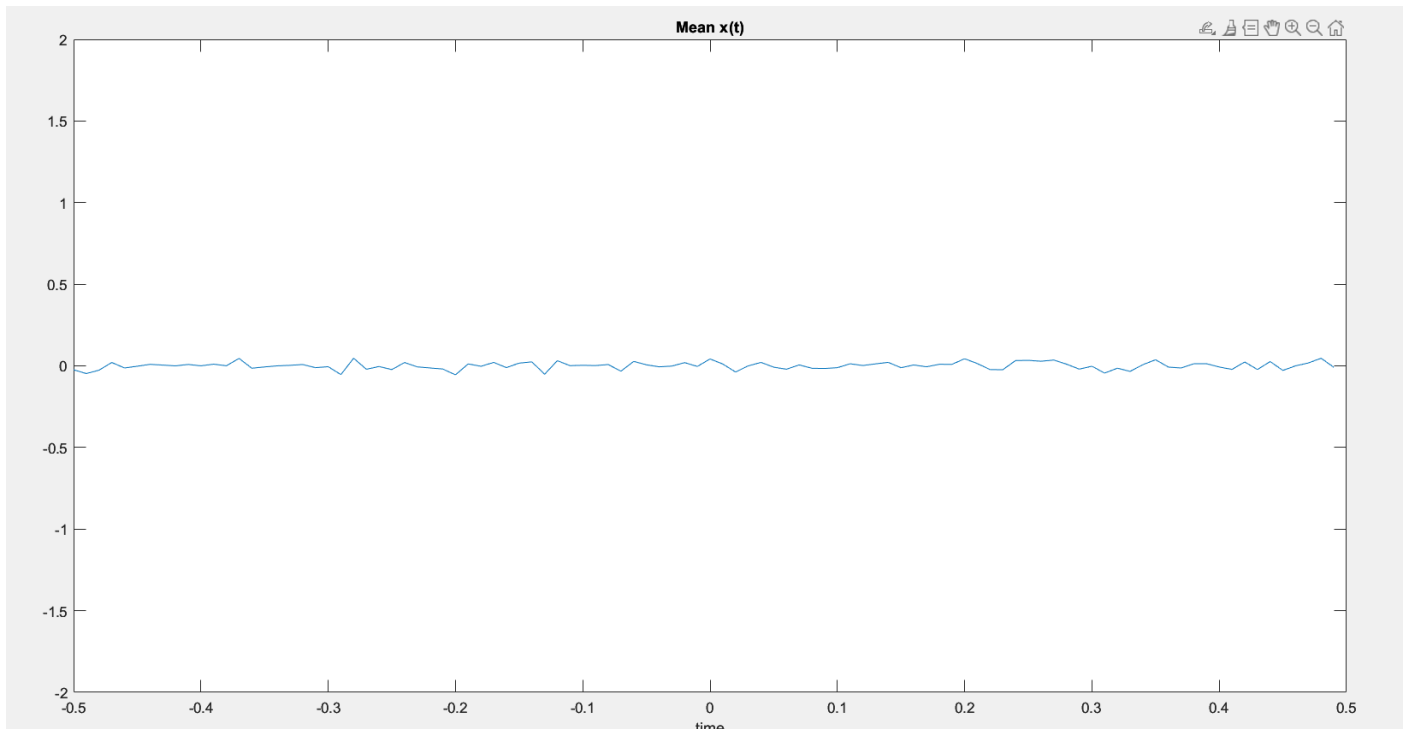
$$E[X(t)] = E[A \cos(\omega_0 t + \Theta)] = A \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cos(2\pi f_c t + \Theta) d\Theta = 0$$

$$R_X(t, t+\tau) = E[X(t), X(t+\tau)] =$$

$$E[A^2 \cos(2\pi f_c t + \Theta) \cos(2\pi f_c (t+\tau) + \Theta)] = \frac{A^2}{2} \left(\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \cos(2\pi f_c (t+\tau) + \Theta) \right. \\ \left. d\Theta + \cos(2\pi f_c \tau) \right) = \frac{A^2}{2} \cos(2\pi f_c \tau) = \frac{A^2}{2} \cos(\omega \tau)$$

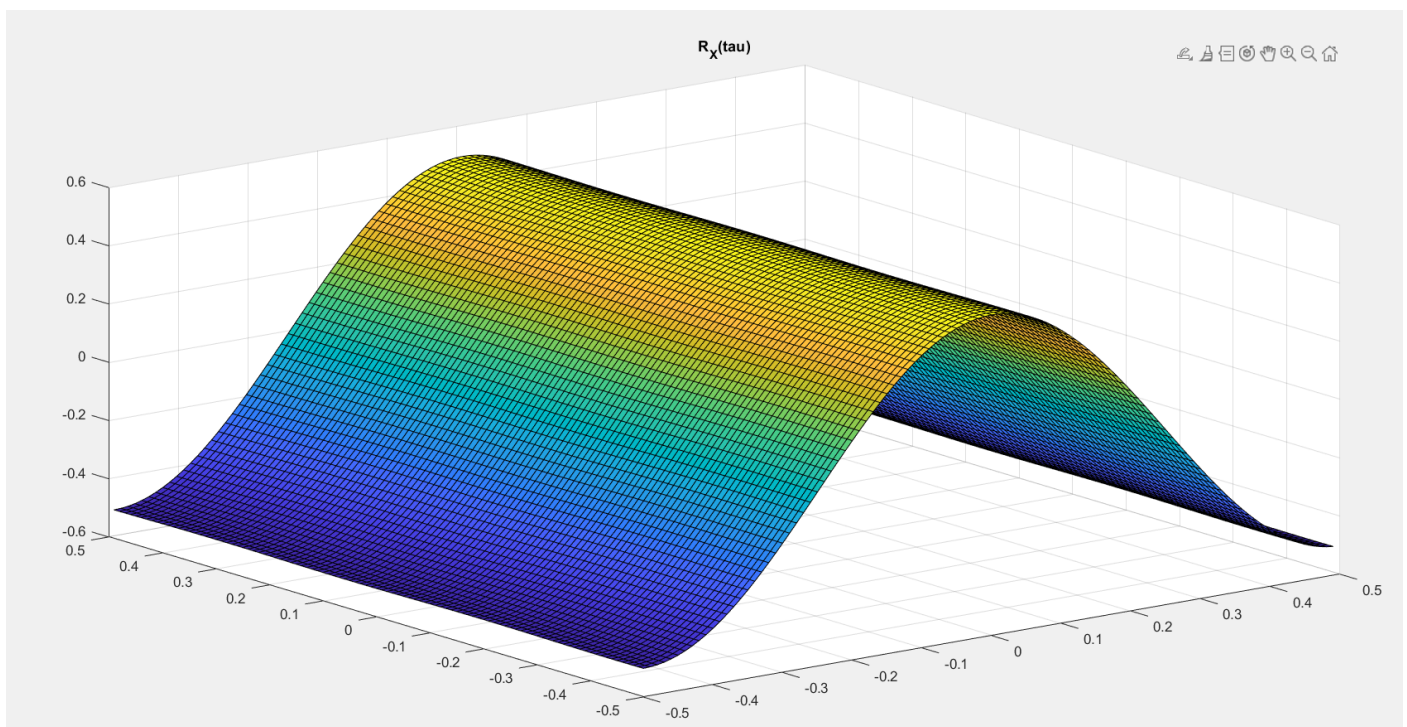
قسمت ب: رسم نمودار میانگین فرایند $X(t)$

با تعریف متغیر تصادفی t و بعد محاسبه فرایند $X(t)$ باید در هر لحظه‌ی زمانی میانگین بگیریم و بعد پلات میکنیم و مشخص میشود که میانگین بسیار به مقدار تیوری صفر نزدیک است.



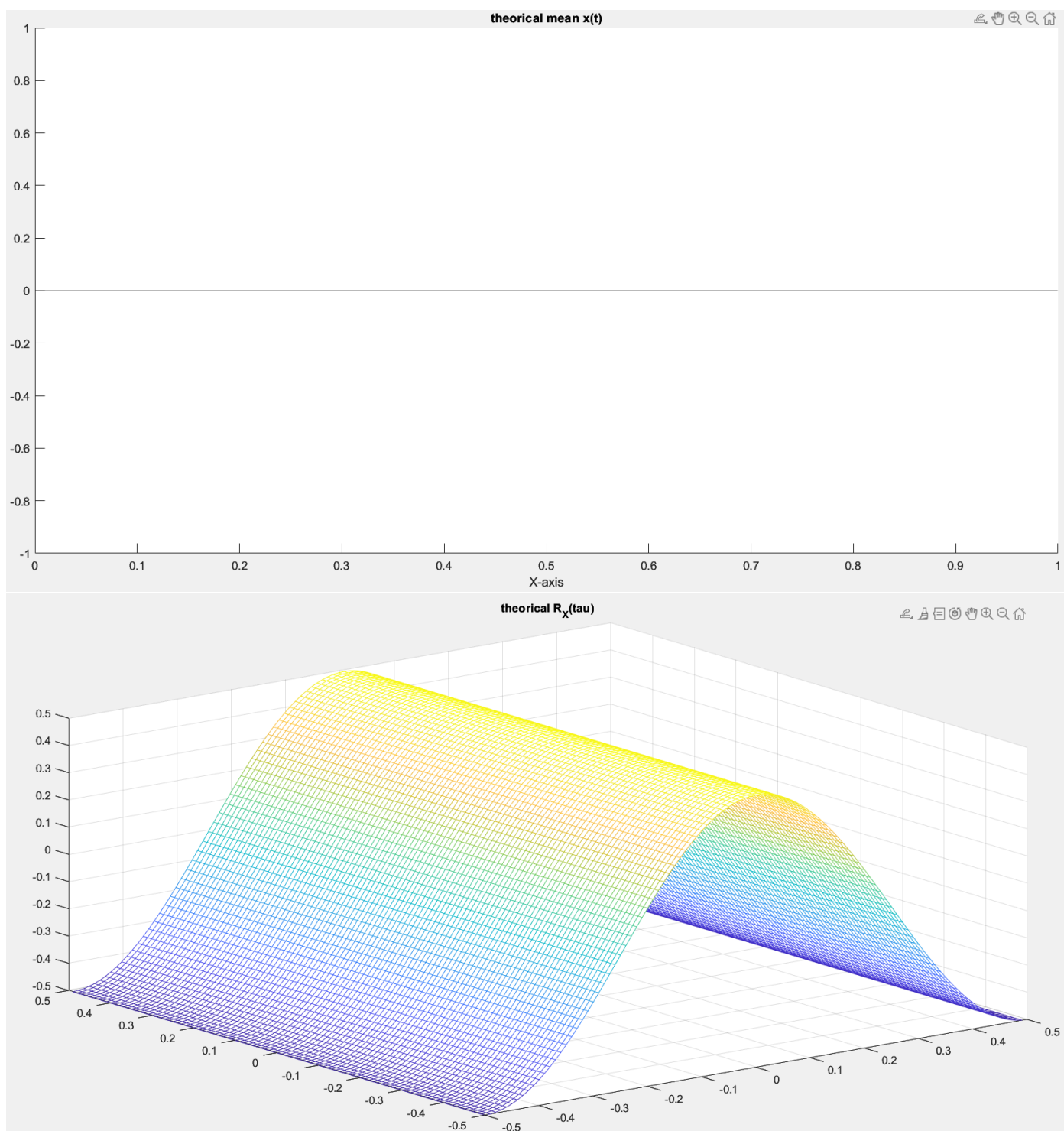
قسمت ج: رسم نمودار خودهمبستگی فرآیند $X(t)$

اکنون تابع خودهمبستگی را مطابق تعریف آن محاسبه میکنیم و شکل حاصل از آن را نمایش میدهم که مطابق محاسباتکان کسینوسی است.



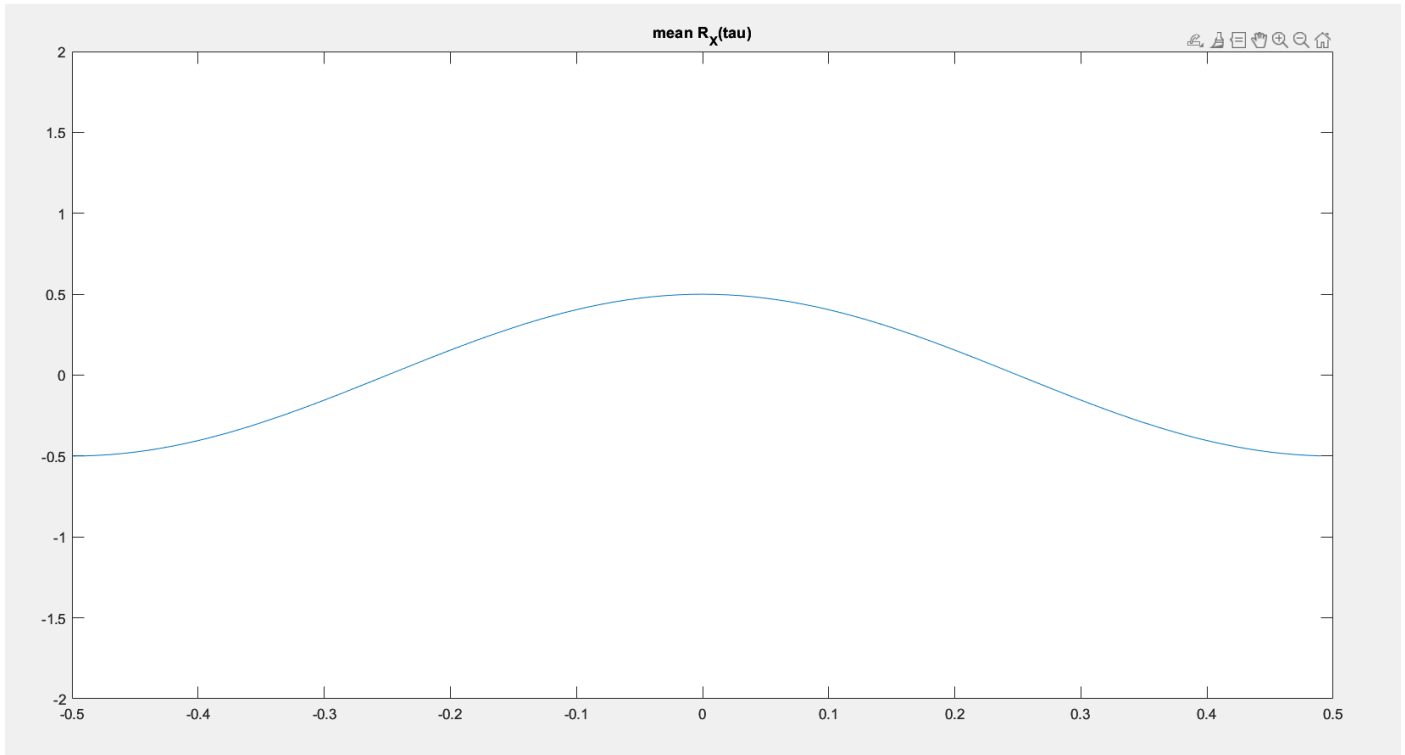
قسمت د: مقایسه با محاسبات تئوری

محاسبات تئوری :



قسمت د: ایستانسازی فرآیند

فرایند ایستان است و طبق صورت سوال از ان میانگین زمانی میگیریم و نتیجه را نشان میدهیم.

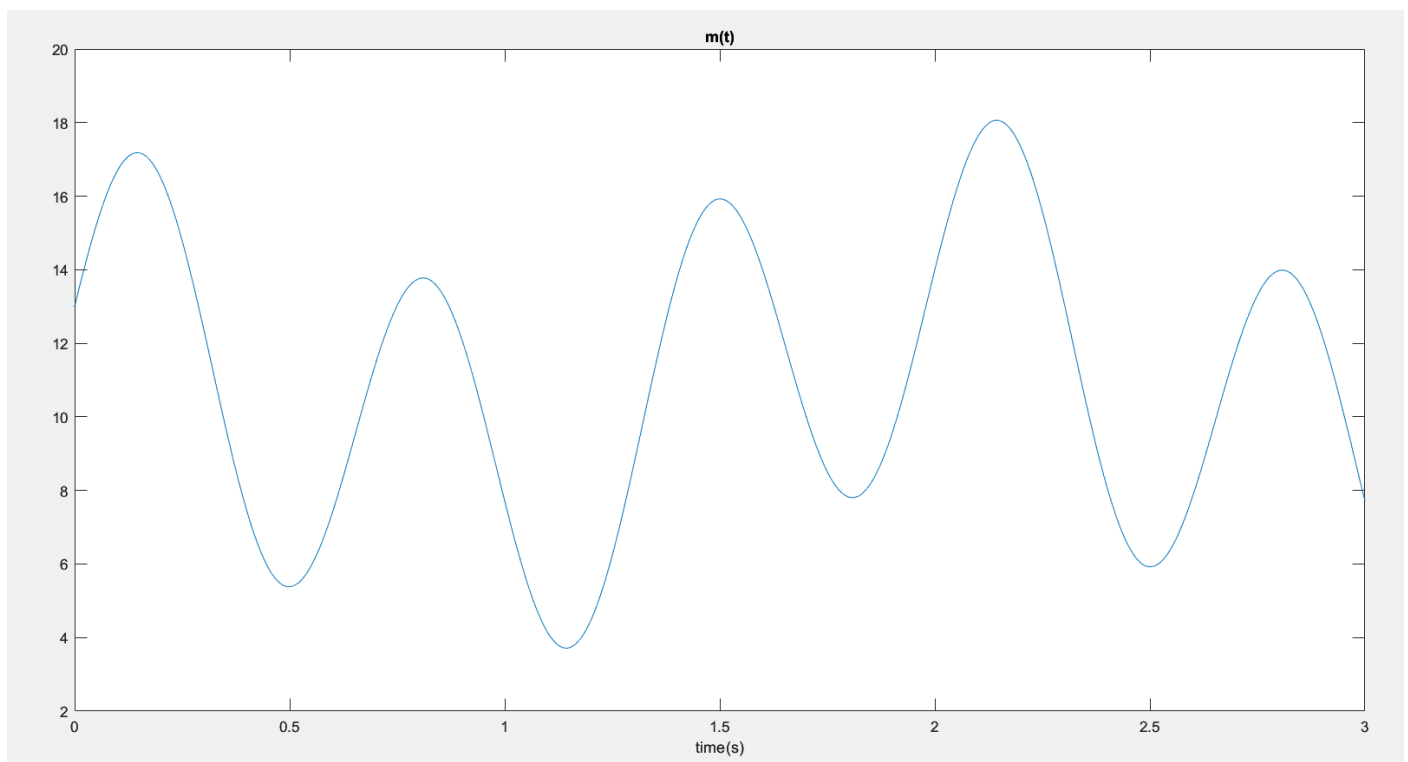


سوال 3: موضوع سوال (تئوری یا پیاده‌سازی)

مقدمه: در این قسمت با تبدیل سیگنالهای آنالوگ به دیجیتال و ارسال و آشکارسازی سیگنال دیجیتال آشنا می‌شویم. در ابتدا یک سیگنال آنالوگ در فرستنده به سیگنال گسسته تبدیل می‌شود و با استفاده از سطوح کوانتیزاسیون، مقادیر دامنه پالس‌های ارسالی در مخابرات دیجیتال تعیین می‌شود. سپس برعکس این فرآیند در گیرنده تکرار می‌شود.

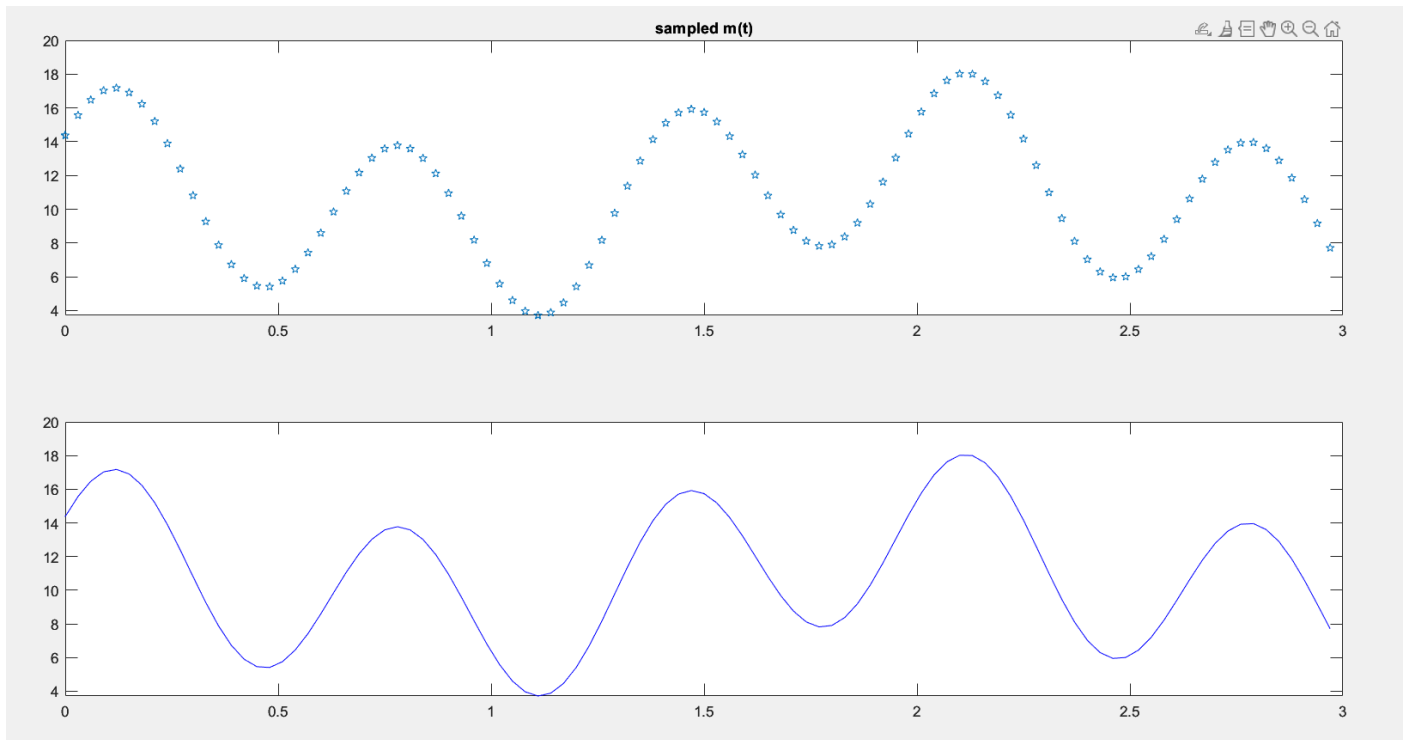
قسمت الف: تعریف سیگنال پیوسته

ابتدا سیگنال خواسته شده را با تعداد نمونه بالا درست می‌کنیم که آنرا سیگنال آنالوگ اولیه در نظر می‌گیریم
به شکل :



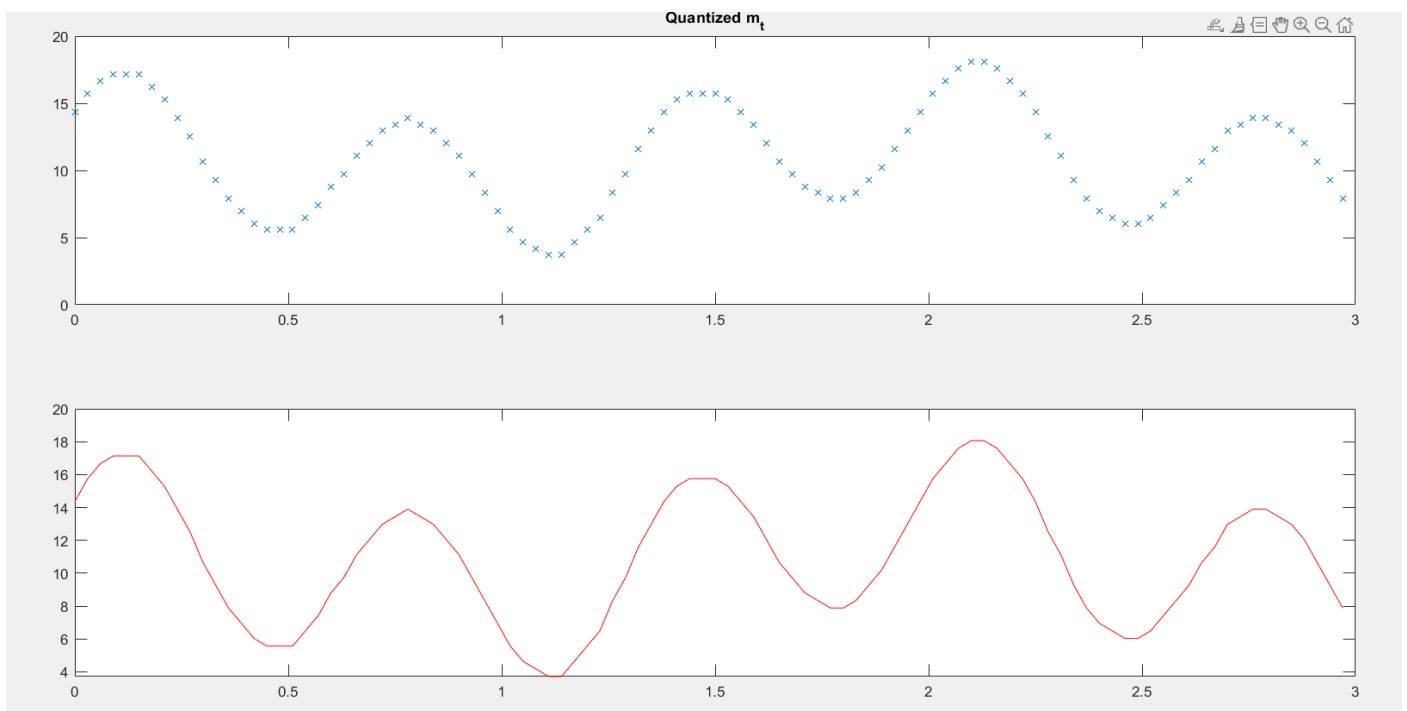
قسمت ب: نمونه برداری و تولید سیگنال گسسته

حالا نمونه برداری را با فرکانس 500 انجام می‌دهیم که در واقع 100 نقطه بدست می‌آید.



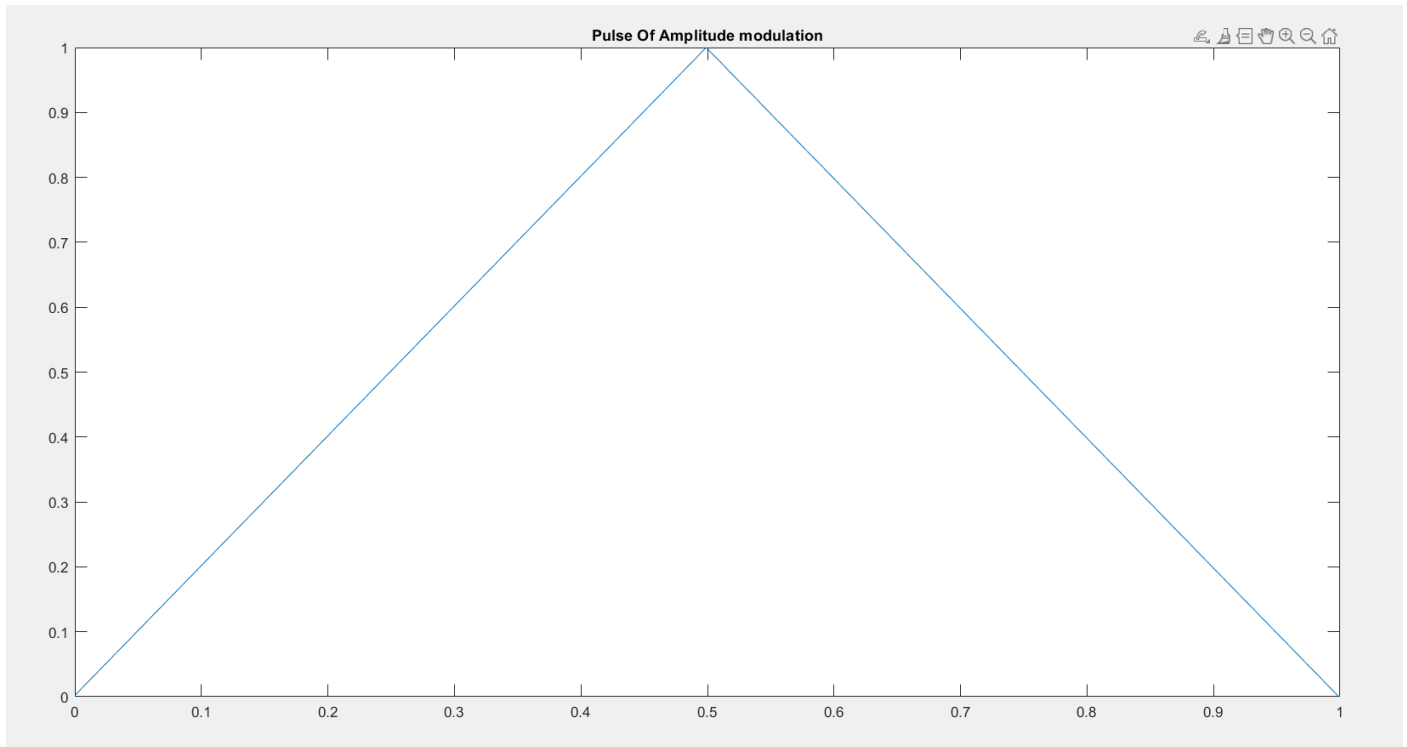
قسمت ج: کوانتیزاسیون

در این بخش می‌خواهیم کوانتیزاسیون انجام دهیم که برای اینکار 32 سطح کوانتیزاسیون بین مینیمم و ماکسیمم مقدار سیگنال تعریف می‌کنیم و اکنون به هر کدام از 100 تا سмпلی که داریم باید آنها را به نزدیک ترین سطح نسبت دهیم.



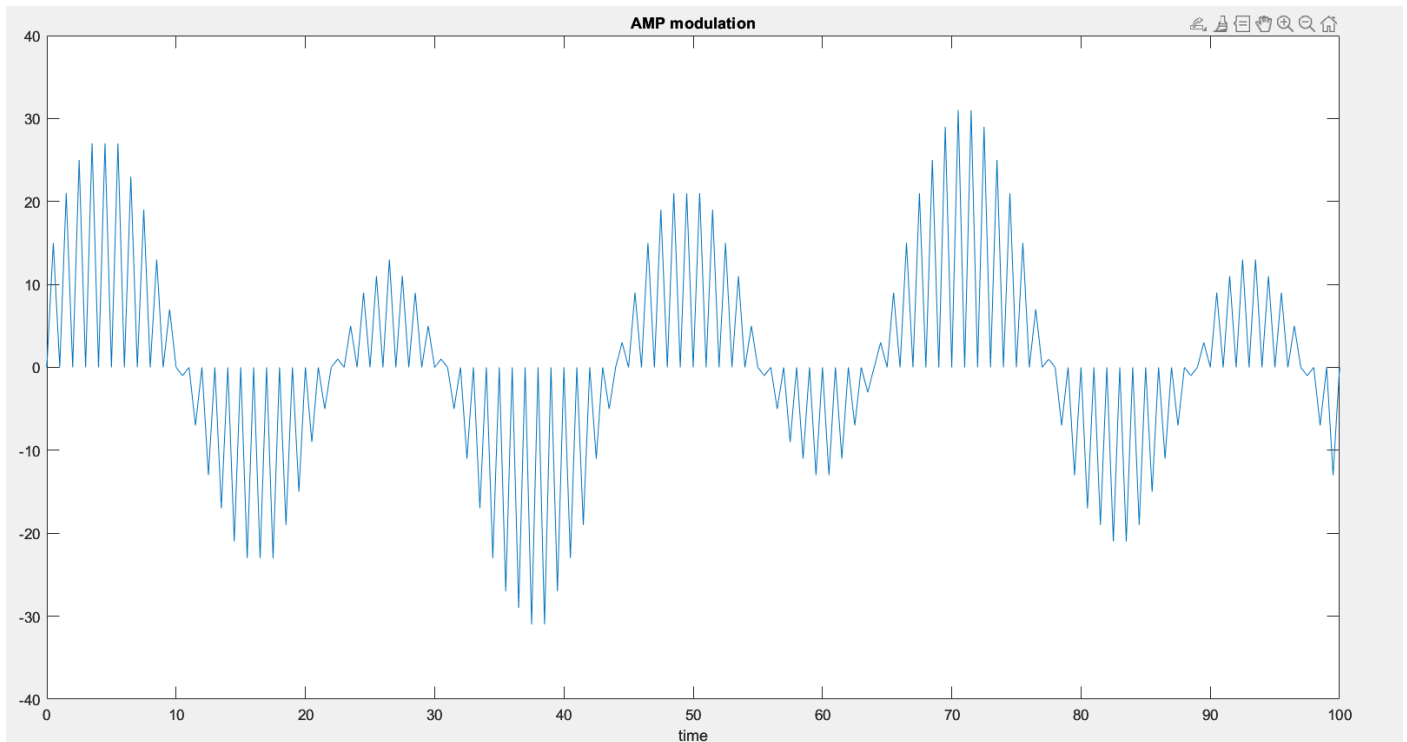
قسمت د: دیجیتالی‌سازی سیگنال کوانتایز شده

در این بخش می‌بایست این 100 سمپل کوانتیزه شده را با استفاده از تابع پالس مثلثی که داریم به صورت سیگنال در بیاوریم. انرژی پالس:



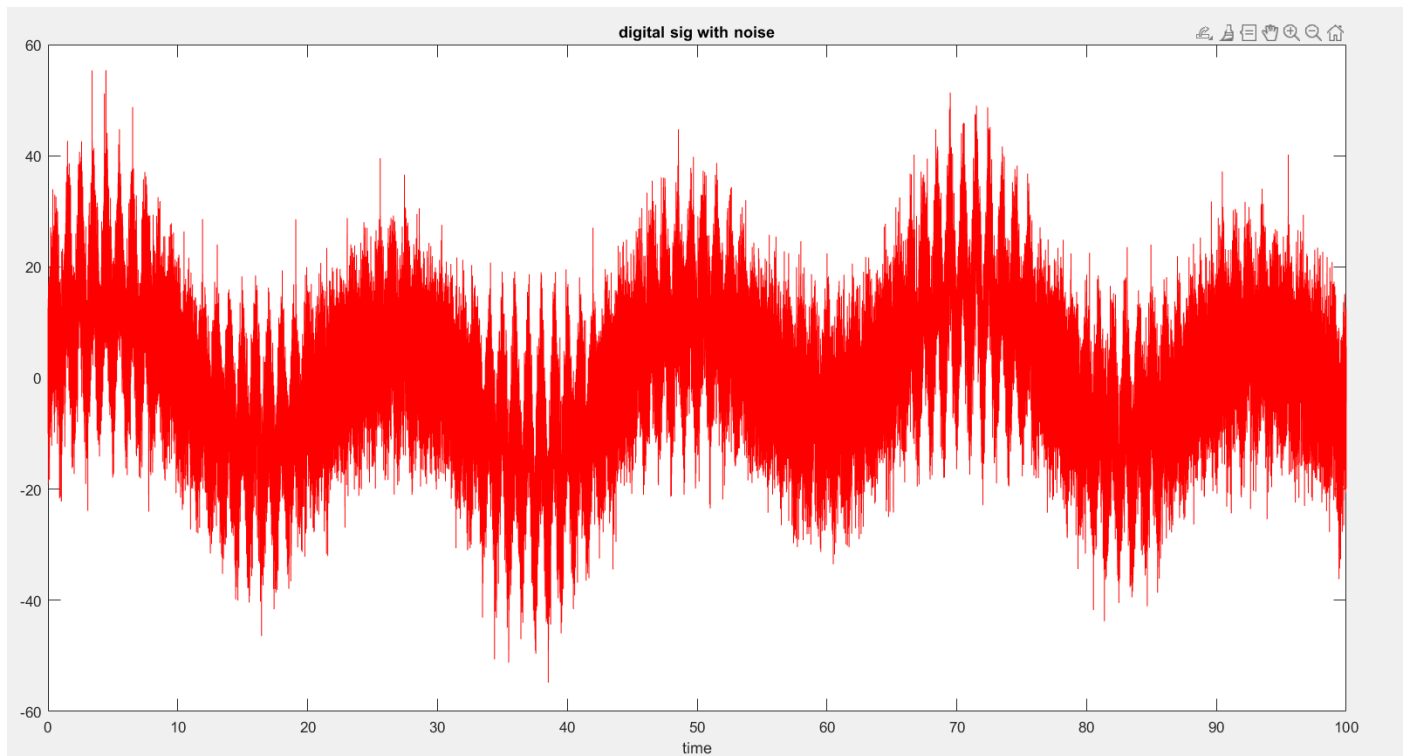
```
>> tri_ENG  
  
tri_ENG =  
  
333.3340  
  
fx >> |
```

اکنون می‌خواهیم سیگنال 100 تایی کوانتیزه شده را با استفاده از تابع پالس مثلثی با زمان s1 و فرکانس 1000 بفرستیم و دامنه هر پالس با مقدار آن رابطه مشخصی دارد که در فایل pulse رابطه گری کد با دامنه آمده است.



قسمت ۵: دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده

جمع شود در این حالت سیگنال دریافتی بشکل $SNR\ 2$ در این قسمت در سمت گیرنده هستیم و سیگنال دیجیتال باید با نویز نرمال با زیر است:



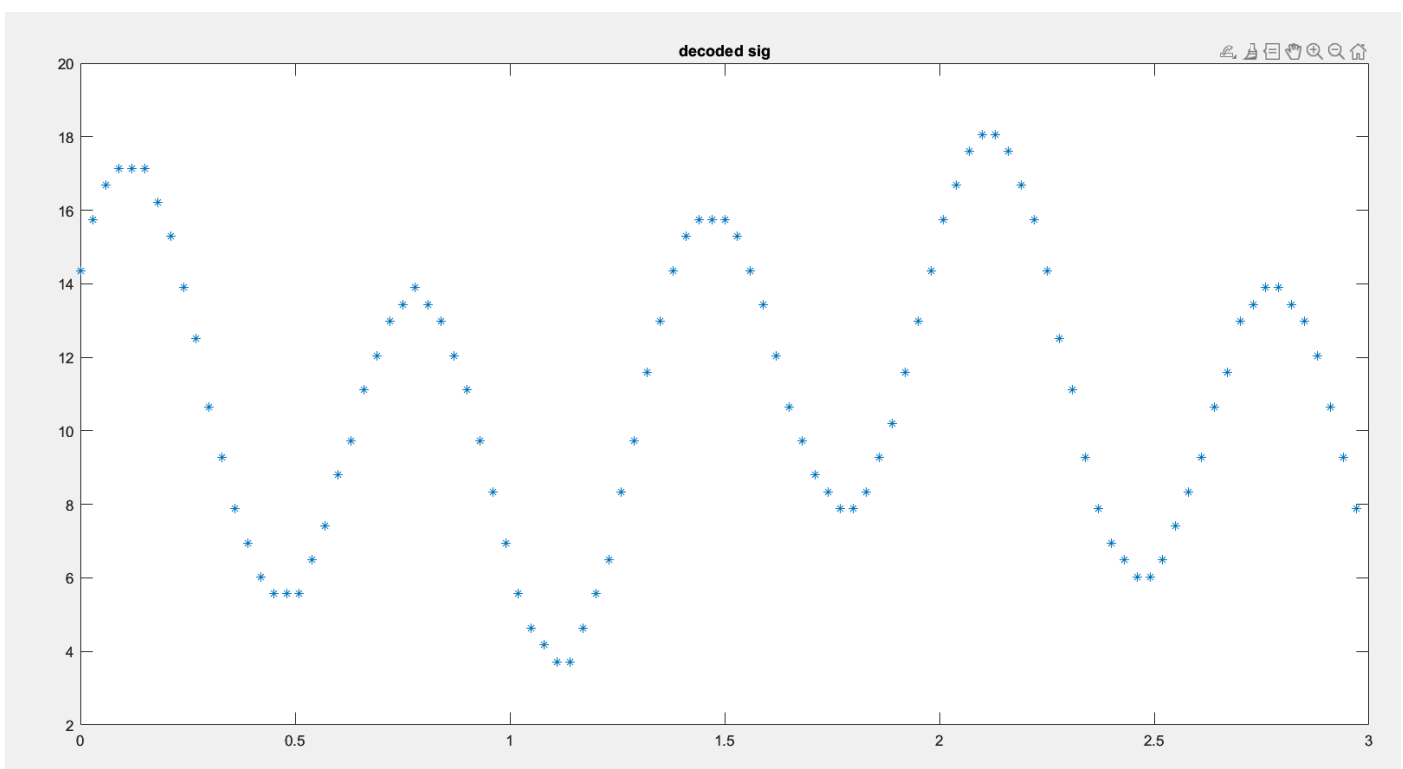
اعوجاج در سیگنال

قسمت س: دیکود کردن سیگنال دیجیتال

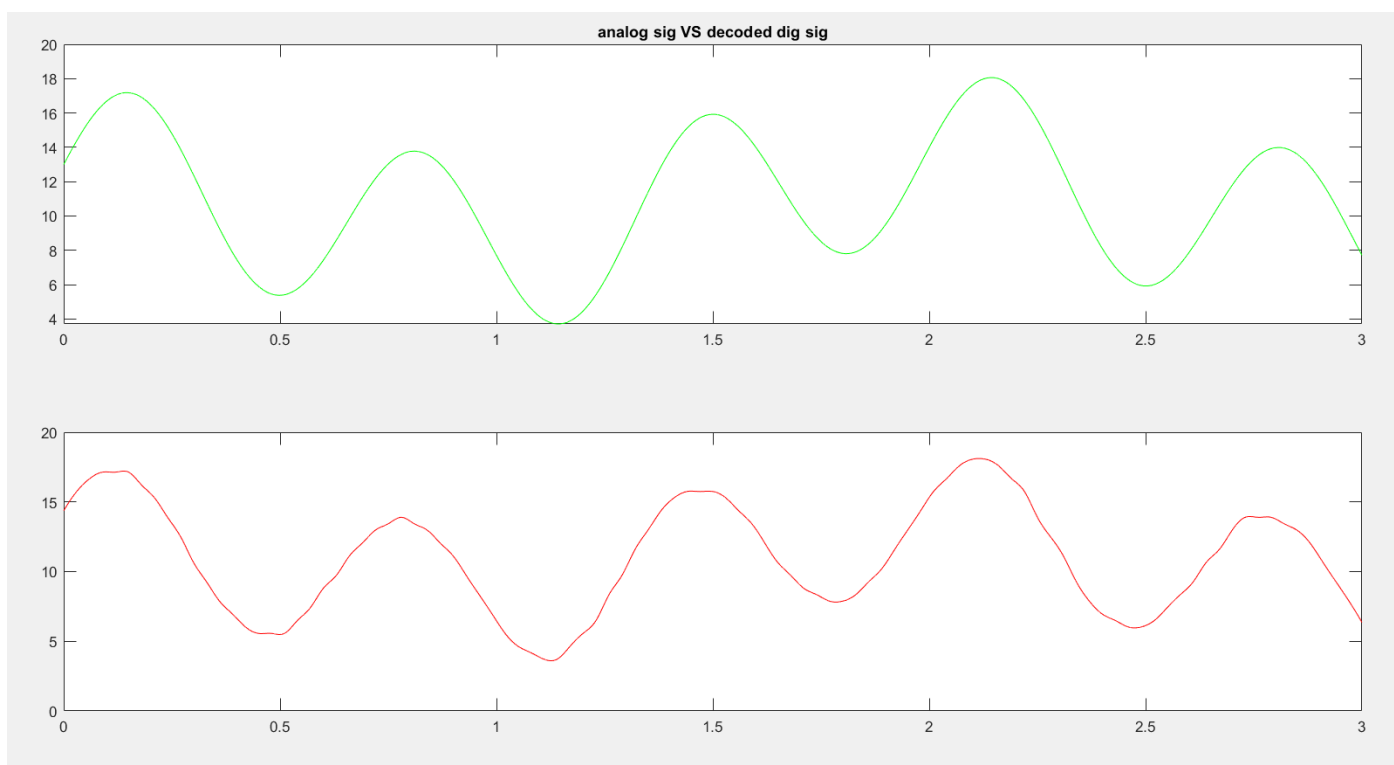
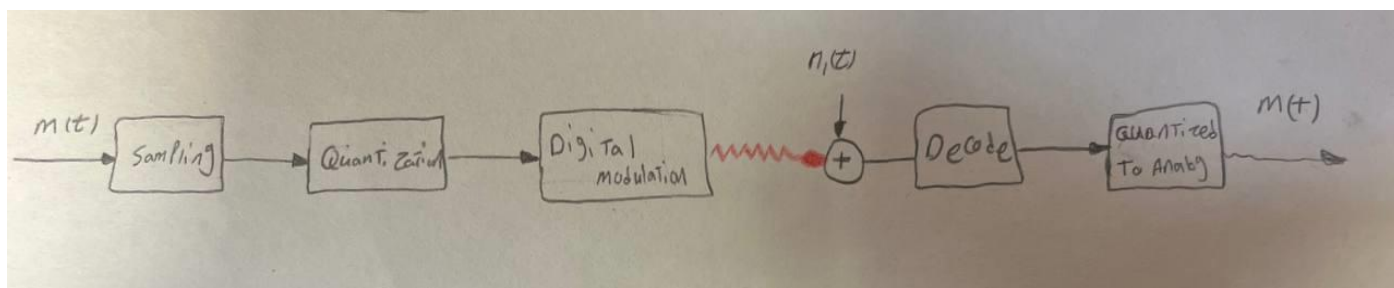
در این مرحله سیگنال پیام آنالوگ را از سیگنال دیجیتال پیدا میکنیم از آنجا که هر سمپل با یک دامنه در زمان یک ثانیه ارسال میشود بنابراین با ضرب پالس اصلی در هر ثانیه در سیگنال و محاسبه انرژی متقابل آنها دامنه هر سیگنال را پیدا میکنیم و در انتها میبینیم که چند خطا در بازیابی آنها داشته ایم..

$$\text{SIG_ERR} =$$

$$0.0200$$

**قسمت ش:** تبدیل سیگنال کوانتایی شده به آنالوگ و رسم دیاگرام

در این قسمت می‌خواهیم از روی سیگنال دیکد شده خود سیگنال پیوسته پیام را بفرستیم که همانطور که در صورت پروژه گفته شده از تابع spline برای درونیابی استفاده میکنیم و در نهایت دو سیگنال را میکشیم و میزان خطای آن را محاسبه میکنیم.



```
>> ERROR
```

```
ERROR =
```

```
1.0224
```

```
fx >> |
```