

טופס מלווה לשאלון מבחן

שם הקורס:	הסתברות	
מס' הקורס:	51709	שם המרצה: ד"ר תמר גדריך
מס' סמסטר:	סמסטר א' תשפ"ב	מסלול: המחלקה להנדסת תעשייה וניהול והנדסת מערכות מידע
מועד הבחינה:	מועד ב'	תאריך הבחינה: 6.2.2022
שעת הבחינה:	9:30	משך הבחינה: 3 שעות

הוראות לנבחן ולמשגיח

- יש לענות על כל השאלות על גבי מחברת הבחינה. בסיום, יש להחזיר את שאלון המבחן.
- ניתן להשתמש בחומר עזר על פי הפירוט הבא : עמ' 107-123 מחוברת התרגילים (נקיים מההערות) + עמוד אחד בגודל A4 (שיוכן עצמאית על ידי הנבחן) + מחשבון.
- מס' הנקודות לכל שאלה נתון בסוגריים ().
- היכן שדרושים הסברים תנ"/י הסבר.
- אין להעביר כל חומר בין הסטודנטים
- יש לחלק לסטודנטים פתקי שאלות.
- נא לא להכניס את טופס הבחינה ופתקי השאלות לתוך המחברת!

ב ה צ ל ח ה !!!

טופס המבחן מכיל 5 עמודים!

שאלה מספר 1 (27 נקודות)

אין קשר בין חלק א' לחלק ב' בשאלה.

חלק א' (8 נקודות)

בסקר שנערך בקבוצה של 350 מבקרים באתר סקי נמצאו הנתונים הבאים אודות הרגלי שימוש בפריטים הבאים: כפפות, צעיף ומגפיים.

- מספר האנשים מהקבוצה הלוקחים כפפות בלבד גדול פי 4 ממספר האנשים מהקבוצה הלוקחים מגפיים וצעיף אך לא לוקחים כפפות,
- מספר האנשים מהקבוצה הלוקחים צעיף בלבד קטן ב- 68 ממספר האנשים מהקבוצה הלוקחים מגפיים אך לא לוקחים כפפות,
- 150 מהאנשים מהקבוצה לוקחים כפפות,
- 25 מהאנשים מהקבוצה לוקחים כפפות וצעיף אך לא לוקחים מגפיים,
- 175 מהאנשים מהקבוצה לוקחים צעיף,
- 120 מהאנשים מהקבוצה לוקחים מגפיים בלבד,
- 90 מהאנשים מהקבוצה לוקחים את 3 הפריטים.
- שרטטו דיאגרמת וון מתאימה לנתוני השאלה.

חלק ב' (19 נקודות)

עלות כרטיס כניסה למבקר לאתר לינה בטבע הוא 0.15 (באש"ח). מבקר שמגיע ללא ציוד, יכול לשכור ציוד בעלות של 0.38 (באש"ח). ההסתברות שמבקר (שהגיע ללא ציוד) יבחר לשכור את הציוד לשימוש האישי היא 0.7.

אין תלות בין מבקרים שונים. הניחו שכל מבקר נכנס פעם אחת בלבד לאתר ולכל היותר פעם אחת (במהלך שהותו באתר) שוכר את הציוד.

בקבוצה בת 24 מבקרים רק 7 מהם הגיעו עם ציוד (כל אחד מהם). מנהל האתר דוגם באקראי (וללא החזרה) מדגם של 3 מבקרים מהקבוצה.

(13 א) בנו את פונקציית ההסתברות של המשתנה המקרי המציין את הפדיון (באש"ח) הצפוי למנהל האתר מהשכרת הציוד למבקרים (שהגיעו ללא ציוד) במדגם של 3 מבקרים שבחר. (הדרכה: שרטטו דיאגרמת עץ מתאימה!).

(6 ב) בנו את פונקציית יוצרת מומנטים של ההכנסה הכוללת (באש"ח) הצפויה למנהל האתר מהמדגם של 3 מבקרים שבחר. (הכנסה כוללת מורכבת מהתשלום של מבקר עבור כרטיס כניסה לאתר ומהתשלום של מבקר (שהגיע ללא ציוד) ובחר לשכור ציוד).

.....המשך

שאלה מספר 2 (28 נקודות)

אין קשר בין חלק א' לחלק ב' בשאלה.

חלק א' (16 נקודות)

זמן אריזה (בשניות) של חבילה בקו אוטומטי הוא משתנה מקרי בעל פונקציה הצפיפות הבאה:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{32}x - \frac{3}{32} & 3 \leq x \leq 7 \\ \frac{1}{8} & 7 \leq x \leq 13 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

עלות (בא"ג) בגין זמן האריזה של חבילה נקבע באופן הבא:

- אם זמן האריזה בין $[3, 6]$ שניות, העלות (בא"ג) היא e (פונקציה האקספוננט) בחזקת זמן האריזה,

- בכל מקרה אחר, העלות (בא"ג) היא זמן האריזה בחזקת 0.25.

(6) (1) חשבו את תוחלת עלות (בא"ג) בגין זמן האריזה של חבילה יחידה בקו האוטומטי.

הדרכה: $\int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} \left(x - \frac{1}{a} \right)$.

המשך השאלה:

הניחו כי אין תלות בין חבילות שונות. עלות (בא"ג) של שילוח חבילה שנארזה בקו האוטומטי הוא משתנה מקרי בעל התפלגות אחידה-רציפה בין $[12, 82]$ א"ג.

(10) (2) חשבו את ההסתברות שבמדגם אקראי של 43 חבילות שנארזו בקו האוטומטי,

בדיוק 17 חבילות מהן עלות השילוח לחבילה (בא"ג) תהיה נמוכה מתוחלת העלות (בא"ג)

בגין זמן האריזה, **ובדיוק** 5 חבילות מהן עלות השילוח לחבילה (בא"ג) תהיה גבוהה מכפליים

(פי 2) תוחלת העלות (בא"ג) בגין זמן האריזה.

חלק ב' (12 נקודות)

ההסתברות לטעות בניווט בכל נסיעה ברכב היא p . אין תלות בין נסיעות שונות. נמספר את הנסיעות בזו אחר זו: נסיעה 1, נסיעה 2 וכו'.

- ידוע כי נדרשו **לפחות** 7 נסיעות עד לצבירה של 3 נסיעות שבהן (בכל אחת מהנסיעות בנפרד) התרחשה טעות ניווט וכן נדרשו **בדיוק** 14 נסיעות לצבירה של 7 נסיעות שבהן (בכל אחת מהנסיעות בנפרד) התרחשה טעות ניווט. חשבו את ההסתברות בכל אחת מהנסיעות 11, 12 ו- 13 תתרחש טעות ניווט (בכל אחת מהנסיעות בנפרד).

.....המשך

שאלה מספר 3 (22 נקודות)

אין קשר בין חלק א' לחלק ב' בשאלה.

חלק א' (16 נקודות)

על מנת לעקוב אחרי השפעות הגורמים של רמת עוצמת האור ורמת כמות הדשן, על התפתחות שתילים מסוג מסויים, תוכנן המערך הבא של 100 שתילים וחלוקתם לפי הרמות כמפורט בטבלה.

סה"כ	3	2	1	רמת עוצמת האור / רמת כמות הדשן
10	5	3	2	1
40	5	20	15	2
50	10	15	25	3
100	20	38	42	סה"כ

מהמערך של 100 השתילים, נבחר מדגם באקראי (וללא החזרה) של 12 שתילים.

נגדיר את המשתנים המקרים הבאים:

X - משתנה מקרי המציין את מספר השתילים במדגם **שהרמה המינימלית** מבין 2 הגורמים היא 1.

Y - משתנה מקרי המציין את מספר השתילים במדגם **שהרמה המינימלית** מבין 2 הגורמים היא 2.

נתון: מקדם המתאם בין X ל- Y שווה ל- (-0.816) .

נגדיר את המשתנים המקריים הבאים: $S = -3X + 8Y$ $T = 4X - 5Y$

• מה ניתן לאמר על עצמת הקשר הלינארי בין S ל- T ?

חלק ב' (6 נקודות)

חיישן אחורי המותקן ברכב מופעל ומצפצף אם המרחק (בס"מ) של קצה הרכב מהגדר/קיר בסיכון לפגיעה. אין תלות בין חיישנים שונים מאותו הסוג ומסוגים שונים. בבדיקות אמינות, בודקים קבוצה של 20 חיישנים מסוג A ו- 30 חיישנים מסוג B.

- המרחק להתראה בחיישן מסוג A מתפלג נורמלית עם תוחלת של 10 ס"מ וסטיית תקן של 1 ס"מ.

- המרחק להתראה בחיישן מסוג B מתפלג נורמלית עם תוחלת של 12 ס"מ וסטיית תקן של 1.2 ס"מ.

- מצאו חסם לפרמטר c , כך שבהסתברות של לפחות 0.99, ההפרש בין המרחק הממוצע להתראה לחיישן מסוג B (בקרב 30 חיישנים מסוג B) למרחק הממוצע להתראה לחיישן מסוג A (בקרב 20 חיישנים מסוג A) יעלה על הפרמטר c . (**הבהרה:** חסם לפרמטר c הכוונה לערך מספרי שהפרמטר c קטן או שווה ממנו).

.....המשך

שאלה מספר 4 (23 נקודות)

אין קשר בין חלק א' לחלק ב' בשאלה.

חלק א' (6 נקודות)

התפלגות מרווח הזמן בין בדיקות עוקבות בתחנת בדיקה היא מעריכית (אקספוננציאלית) עם תוחלת של 2.5 דקות. **מרווח זמן ירוק** הוא מרווח זמן בין בדיקות עוקבות שארוך מ- 4 דקות. הניחו שאין תלות בין מרווחי זמן שונים.

- ידוע כי נדרשו לכל היותר 8 מרווחי זמן עד למרווח הזמן הירוק **הראשון**. חשבו את ההסתברות שמרווח הזמן השלישי או הרביעי יהיה מרווח הזמן הירוק **הראשון**.

חלק ב' (17 נקודות)

שכיחות המחלה באוכלוסיה היא 60%. בניסוי הבא משתתפים במדגם 2 מתנדבים בלתי תלויים שנבחרו באקראי. כל מתנדב נבדק על-ידי 2 סוגי בדיקות (בדיקה מיצרן A ובדיקה מיצרן B).

○ מתנדב חולה:

- בהסתברות 0.9 יקבל תשובה חיובית ב- 2 סוגי הבדיקות
- בהסתברות 0.02 יקבל תשובה חיובית בבדיקה מיצרן A **בלבד**
- בהסתברות 0.03 יקבל תשובה חיובית בבדיקה מיצרן B **בלבד**
- בהסתברות 0.05 יקבל תשובה שלילית ב- 2 סוגי הבדיקות

○ מתנדב בריא:

- בהסתברות 0.02 יקבל תשובה חיובית ב- 2 סוגי הבדיקות
- בהסתברות 0.01 יקבל תשובה חיובית בבדיקה מיצרן A **בלבד**
- בהסתברות 0.03 יקבל תשובה חיובית בבדיקה מיצרן B **בלבד**
- בהסתברות 0.94 יקבל תשובה שלילית ב- 2 סוגי הבדיקות

נגדיר את המשתנים המקריים הבאים:

X - משתנה מקרי המציין את המתנדבים במדגם שיקבלו תשובה חיובית בבדיקה מיצרן A

Y - משתנה מקרי המציין את המתנדבים במדגם שיקבלו תשובה חיובית בבדיקה מיצרן B

- חשבו את ההסתברות שמתנדב בודד במדגם יקבל תשובה חיובית בבדיקה מיצרן A.
- חשבו את ההסתברויות המשותפות הבאות:

$$P(X = 0, Y = 0) \quad (1)$$

$$P(X = 1, Y = 0) \quad (2)$$

בהצלחה!!!