

IFT-2505

Devoir 2

Date de remise : 16 octobre 2023 (au plus tard à 9h30).

Le devoir peut se faire en groupe de 1 à 3 étudiants. Le règlement sur le plagiat sera de stricte application. La partie théorique doit être remise en PDF ou en notebook Jupyter. La partie Julia doit être remise sous forme de notebook.

1. (25 pts)

$$\begin{aligned} \min_x \quad & -2x - y - 3z \\ \text{t.q.} \quad & 2x + 3y + 4z \leq 120 \\ & x + 2y \leq 50 \\ & x + 2z \leq 50 \\ & x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0. \end{aligned}$$

- (a) (10 pts) À l'aide de la méthode du simplexe, résolvez à la main le problème.
 - (b) (10 pts) Répétez l'exercice avec la méthode du simplexe révisé.
 - (c) (5 pts) Utilisez JuMP en Julia pour vérifier la solution que vous avez obtenue. Le code doit être remis.
2. (20 pts) Montrez qu'une solution de base réalisable dégénérée peut être optimale sans satisfaire $r_j \geq 0$ pour tout j , i.e. il peut y avoir des coûts réduits strictement négatifs.
- Note : on pourra donner une démonstration formelle ou produire un contre-exemple.
3. (Question 2, Intra 2021) (35 pts) Lors de la résolution d'un problème de programmation linéaire sous forme standard, on a comme tableau initial du simplexe

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
a	b	c	1	0	6
-1	2	e	0	1	1
d	-1	3	0	0	0

- (a) (5 pts) Quelles sont les variables de base initiales? Que vaut B^{-1} ?
- (b) (5 pts) Si à la deuxième itération, nous avons le tableau

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
f	2/3	2/3	1/3	0	i
g	h	-1/3	1/3	1	j
0	1/3	k	l	m	n

quelles sont à présent les variables de base ? Et B^{-1} ?

- (c) (15 pts) Retrouvez les valeurs de $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n$.
 - (d) (5 pts) Déduisez-en la solution à la deuxième itération du simplexe. Est-elle optimale ?
 - (e) (5 pts) Écrivez le problème de programmation linéaire initial.
4. (20 pts) Considérez le système d'inéquations linéaires suivant :

$$x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

À l'aide d'une phase I du simplexe, et en minimisant le nombre de variables artificielles utilisées, démontrez que ce système ne possède pas de solution. Les opérations consistant à déterminer la variable sortante, la variable entrante et le pivot doivent être réalisées en Julia. Le code doit être remis ainsi que la sortie d'exécution.