

## Devoir 2

### Question 1

a)  $\min_x = -2x - y - 3z$

t.g.

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 4z &\leq 120 \\ x + 2y &\leq 50 \\ x + 2z &\leq 50 \\ x, y, z &\geq 0 \end{aligned}$$

$$\min_x = -2x - y - 3z$$

$\Rightarrow$  t.g.

$$\begin{aligned} 2x + 3y + 4z + x_1 &= 120 \\ x + 2y + x_2 &= 50 \\ x + 2z + x_3 &= 50 \\ x, y, z, x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Voir le programme linéaire sous forme de tableau :

	x	y	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	b
$x_1$	2	3	4	1	0	0	120
$x_2$	1	2	0	0	1	0	50
$x_3$	1	0	2	0	0	1	50
$c^T$	-2	-1	-3	0	0	0	0

Le coût réduit le plus négatif est -3 donc z est la variable d'entrée

$$z \leq \min \{120/4, 50/0, 50/2\}$$

$$\Rightarrow z \leq \min \{30, 25\} = 25$$

Donc  $x_3$  est la variable de sortie

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$	
$x_1$	2	3	4	1	0	0	120	$L_{13}(-4)$
$x_2$	1	2	0	0	1	0	50	$\sim L_{43}(3)$
$\underline{z}$	$\frac{1}{2}$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	25	
$\underline{c^T}$	-2	-1	-3	0	0	0	0	

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$
$x_1$	0	3	0	1	0	-2	20
$x_2$	1	2	0	0	1	0	50
$\underline{z}$	$\frac{1}{2}$	0	1	0	0	$\frac{1}{2}$	25
$\underline{c^T}$	$-\frac{1}{2}$	-1	0	0	0	$\frac{3}{2}$	75

Se sont réduits le plus négatif et -1 dans  $y$  et la variable d'entrée

$$y \leq \min \{20/3, 50/2, 25/0\}$$

$$\Rightarrow y \leq \min \{20/3, 25\} = 20/3$$

Donc  $y$ , est la variable de sortie

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$
$y$	0	①	0	$1/3$	0	$-2/3$	$20/3$
$x_2$	1	2	0	0	1	0	$50$
$z$	$1/2$	0	1	0	0	$1/2$	$25$
$c$	$-1/2$	-1	0	0	0	$3/2$	$75$

$\sim L_{21}(-2)$        $L_{41}(1)$

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$
$y$	0	1	0	$1/3$	0	$-2/3$	$20/3$
$x_2$	1	0	0	$-2/3$	1	$4/3$	$110/3$
$z$	$1/2$	0	1	0	0	$1/2$	$25$
$c$	$-1/2$	0	0	$1/3$	0	$5/6$	$245/3$

Le seul coût restant négatif est  $-1/2$  donc  $x$  est la variable d'entrée

$$x \leq \min \{20/3/0, 110/3, 25/-1/2\}$$

$$\Rightarrow x \leq \min \{110/3, 50\} = 110/3$$

Donc  $x_2$  est la variable de sortie

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$
$y$	0	1	0	$1/3$	0	$-2/3$	$20/3$
$x$	①	0	0	$-2/3$	1	$4/3$	$110/3$
$z$	$1/2$	0	1	0	0	$1/2$	$25$
$c$	$-1/2$	0	0	$1/3$	0	$5/6$	$245/3$

$\sim L_{32}(-\frac{1}{2})$        $L_{42}(\frac{1}{2})$

	$x$	$y$	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$b$
$y$	0	1	0	$1/3$	0	$-2/3$	$20/3$
$x$	1	0	0	$-2/3$	1	$4/3$	$110/3$
$x_1$	0	0	1	$1/3$	$-1/2$	$-1/6$	$40/6$
$c^T$	0	0	0	0	$1/2$	$9/6$	100

Une solution optimale est :  $x = 110/3$ ,  $y = z = 20/3$ ,  
 $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

3' objectif est 100