

IFT-2505

Devoir 4

Le devoir pourra être réalisé pour groupe jusqu'à 3 étudiants. Le règlement sur le plagiat sera d'application.

Date de remise : 6 décembre 2023.

1. (Question 3, examen final 2022) Résolvez à l'aide de l'algorithme primal-dual le problème suivant :

$$\begin{aligned} \min_x \quad & 4x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{t.q.} \quad & 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ & 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 3 \\ & x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

2. (Question 4, examen final 2022) Considérons l'ensemble $\mathcal{Y} = \{y \mid A^T y \leq c\}$, où $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ et $c \in \mathbb{R}^n$ sont données, et A est de rang m .
 - (a) Montrez que calculer le centre analytique de \mathcal{Y} est équivalent à maximiser le produit des variables d'écart s_j , $j = 1, \dots, n$, avec $0 \leq s = (s_1 \ \dots \ s_n)^T$ et $A^T y + s = c$.
 - (b) Montrez également que nous devons avoir

$$AS^{-1}e = 0,$$

avec $e = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$ et

$$S = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & s_n \end{pmatrix}.$$

- (c) Supposons $n = m$. Que devient le centre analytique ? Justifiez votre réponse.
3. Implémentez l'algorithme de calcul du centre analytique d'un polyèdre, et appliquez-le pour trouver le centre analytique de l'ensemble de contraintes

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 3 \\ -x_1 - x_2 &\leq -1 \\ x_1 - x_2 &\leq 1 \\ x_2 - x_1 &\leq 1. \end{aligned}$$