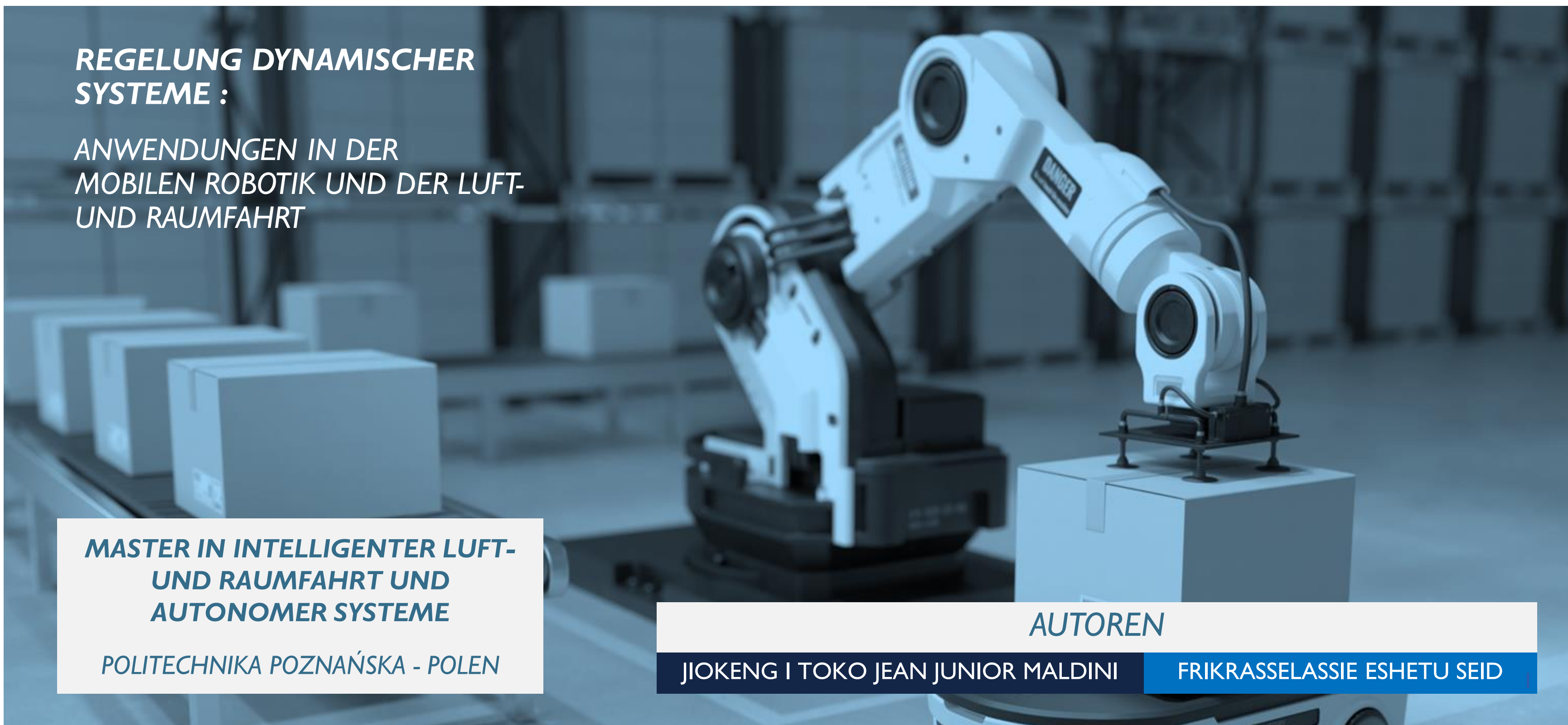
ERWEITERTE STEUERUNG EINES NICHTLINEAREN SYSTEMS



REGELUNG DYNAMISCHER SYSTEME :

ANWENDUNGEN IN DER MOBILEN ROBOTIK UND DER LUFT- UND RAUMFAHRT

MASTER IN INTELLIGENTER LUFT- UND RAUMFAHRT UND AUTONOMER SYSTEME

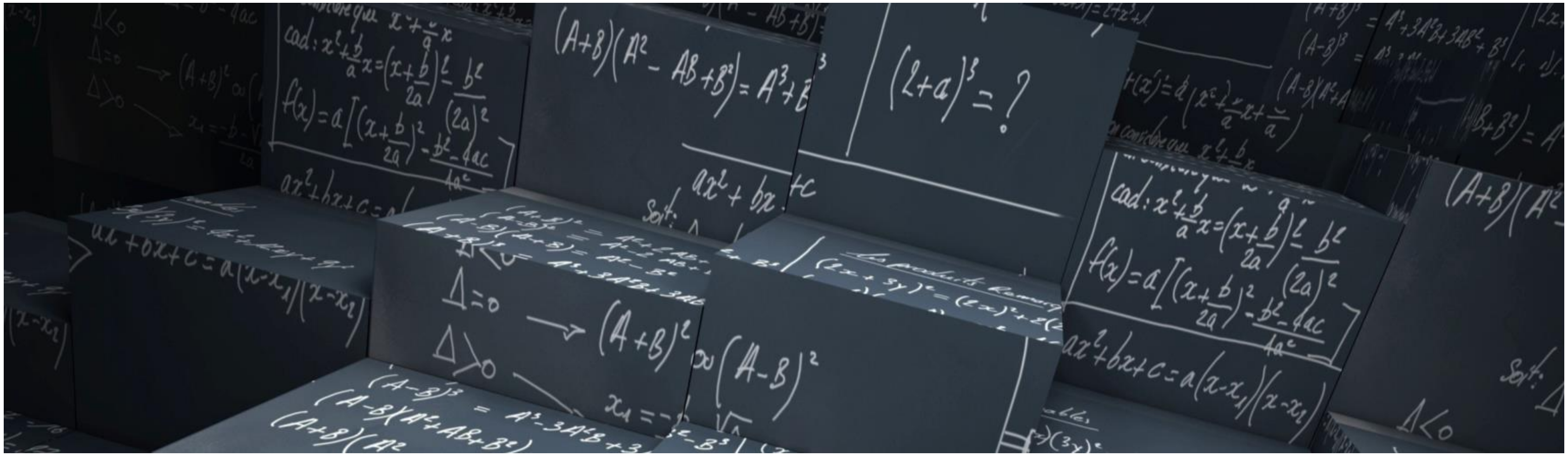
POLITECHNIKA POZNAŃSKA - POLEN

AUTOREN

JIOKENG I TOKO JEAN JUNIOR MALDINI

FRIKRASSELASSIE ESHETU SEID

INHALTSVERZEICHNIS



EINFÜHRUNG

EINFÜHRUNG

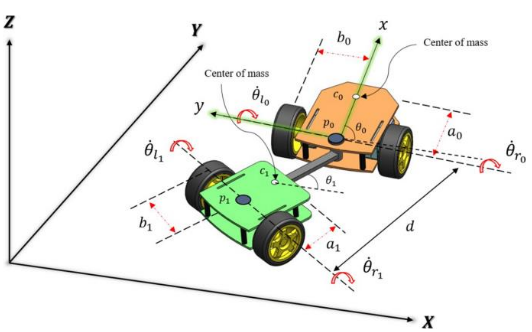
- In Bereichen wie Robotik, Luft- und Raumfahrt sind viele Systeme schwer zu steuern, da sie unvorhersehbar reagieren. Eine Drohne kann beispielsweise bei Wind plötzlich reagieren und ein autonomer Roboter kann durch unebenes Gelände destabilisiert werden. Dieses Projekt untersucht eine Methode namens **Linearisierung** , die diese Systeme vereinfacht, um sie vorhersehbarer und leichter steuerbar zu machen.

DAS NICHTLINEARE SYSTEM VERSTEHEN

Wir haben ein komplexes dynamisches Systemmodell untersucht, das durch eine mathematische Gleichung mit mehreren Variablen (den internen Werten des Systems) dargestellt wird. Dieses Modell enthält nichtlineare Effekte, wie z. B. eine Sinusfunktion, wodurch sein Verhalten schwer vorhersagbar ist. Diese nichtlinearen Effekte treten häufig in folgenden Fällen auf:

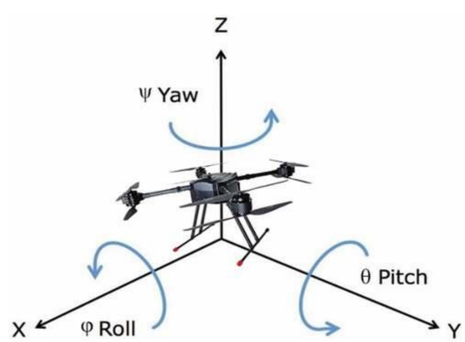
Mobile Roboter

Wo Wechselwirkungen mit dem Boden zu instabilen Bewegungen führen können



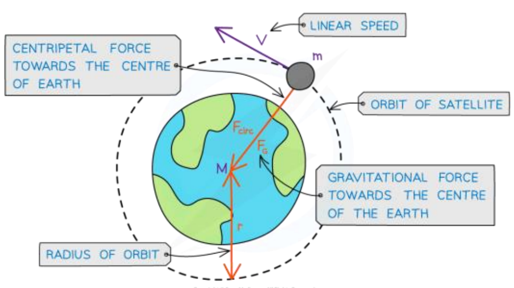
Drohnen

Sie reagieren unvorhersehbar auf Turbulenzen oder Wind



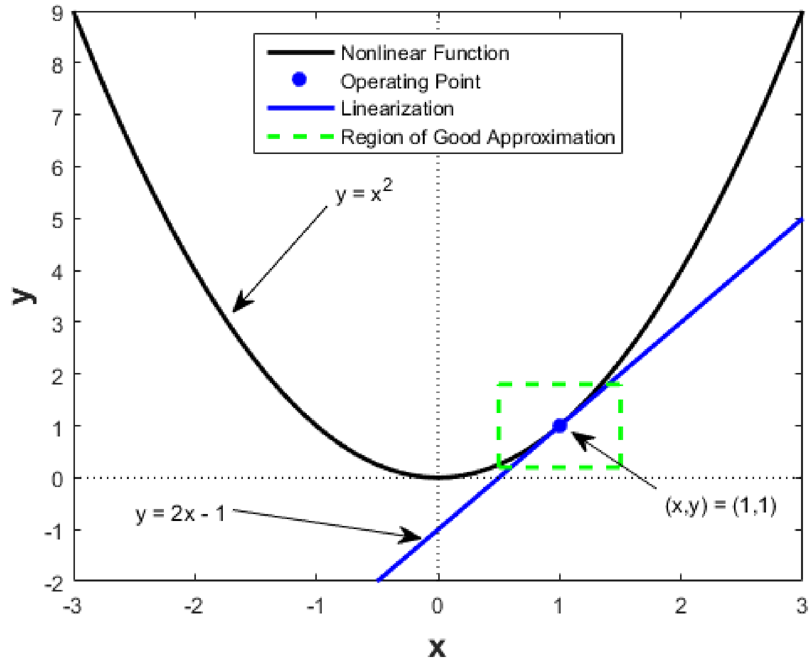
Satelliten

Gravitationsschwankungen können Abweichungen in der Umlaufbahn verursachen.



WARUM LINEARISIEREN?

- **Linearisierung** ist eine mathematische Technik, die Systeme so umwandelt , dass sie sich in einem bestimmten Rahmen (um einen Gleichgewichtszustand herum) **so verhalten, als wären sie linear .**
- Dies bedeutet, dass das System nach der Linearisierung mit einfachen und bewährten Werkzeugen gesteuert werden kann, was es stabil und leichter manipulierbar macht.
- Das System ist steuerbar, wenn wir es mithilfe der Zustandsraumform ausdrücken können: $\boldsymbol{dx} = \boldsymbol{Ax} + \boldsymbol{Bu}$ nach der Linearisierung.



SYSTEMSTUDIE

ARBEITSSCHRITTE

In diesem Projekt haben wir die Linearisierung eines komplexen dynamischen Systems mithilfe von zwei spezifischen Techniken untersucht:

- **Zustandstransformation**
- **Rückkopplungssteuerung**

Durch Vereinfachung und Stabilisierung dieses nichtlinearen Systems haben wir ein Modell erhalten, das leichter zu analysieren und zu steuern ist. Dieser Ansatz ist besonders nützlich in Bereichen wie der Luft- und Raumfahrt und autonomen Systemen, in denen Stabilität und Präzision von entscheidender Bedeutung sind.

METHODIK UND BERECHNUNGEN

- 1. Zustandstransformation identifizieren :
  - Finden $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{T}(\boldsymbol{x})$ so dass die Systemdynamik in Bezug auf $\boldsymbol{z}$ sind linear .
- 2. Leiten Sie die neue Dynamik ab :
  - Berechnen $\boldsymbol{dz}$und ersetzen Sie die ursprüngliche nichtlineare Dynamik .
- 3. Wählen Sie die Befehlseingabetransformation :
  - Wählen $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\beta}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{v}$ um eine lineare Form zu erreichen.
- 4. Vereinfachen Sie die lineare Form :
  - Schreiben Sie die Dynamik als $\boldsymbol{dz} = \boldsymbol{Az} + \boldsymbol{Bv}$**,** wobei A und B Matrizen sind, die den Reglerentwurf vereinfachen.

PRÄSENTATION UNSERES NICHTLINEAREN SYSTEMS

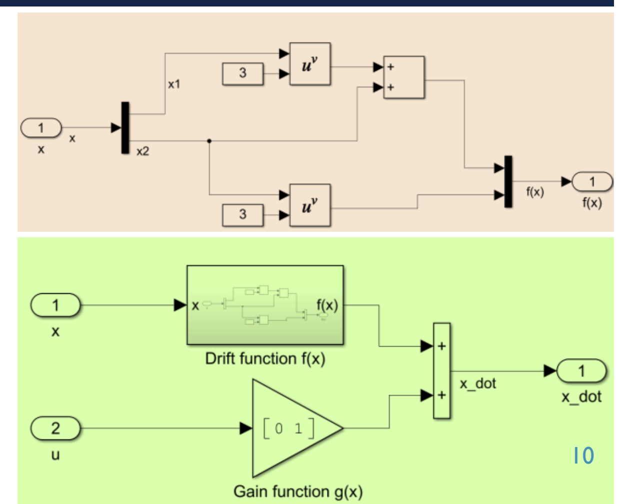
- Wir haben mit einem nichtlinearen Modell gearbeitet, das durch die Gleichung dargestellt wird:

$$f\left(x\right)=\begin{bmatrix} x_1^3+x_2 \\ x_2^3 \end{bmatrix},g\left(x\right)=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ \dot{x}=\begin{pmatrix} x_1^3+x_2 \\ x_2^3+u \end{pmatrix}$$

Wobei $x1$ und $x2$ die Systemzustände und u die Steuereingabe sind.

- und $x2$) Nichtlinearität auf , $x1$**die die Dynamik des Systems von den Zustandsamplituden abhängig machen** . Diese Terme können je nach Eingangs- u und Anfangsbedingungen unvorhersehbares Verhalten wie Schwingungen oder Divergenzen verursachen.

Darstellung des Systems in MATLAB Simulink



LINEARISIERUNG

Linearisierung durch Zustandstransformation

- Durch Anwenden einer Zustandstransformation schreiben wir die Gleichungen um, um eine vereinfachte Version zu erhalten.
- Nach der Berechnung stellen wir fest, dass die anzuwendende Zustandstransformation wie folgt ist:

$$z_1 = -x_1$$
$$z_2 = -x_1^3 - x_2$$

$$=> z = T(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_1^3 - x_2 \end{bmatrix}$$

Neue Dynamik:

- Wenn wir das System in der neuen Basis (z_1 , z_2) ausdrücken und die ursprünglichen Gleichungen ersetzen, erhalten wir ein äquivalentes linearisiertes Modell zur Steuerung .
- Dies ermöglicht es uns, das System anhand neuer Zustandsvariablen neu zu formulieren z:

$$\boxed{\dot{z} = Az + Bv}$$

PRÄSENTATION UNSERES NICHTLINEAREN SYSTEMS

- Wir haben mit einem nichtlinearen Modell gearbeitet, das durch die Gleichung dargestellt wird:

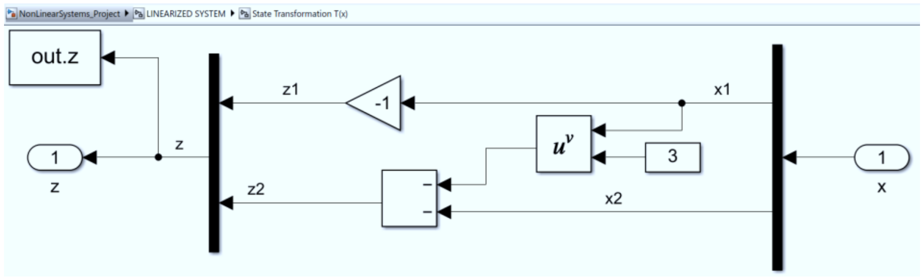
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} x_1^3 + x_2 \\ x_2^3 + u \end{pmatrix}$$

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} -x_1 \\ -x_1^3 - x_2 \end{bmatrix}$$

$$\dot{z} = \frac{\partial z}{\partial x}\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -3x_1^2 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^3 + x_2 \\ x_2^3 + v \end{bmatrix}$$

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} -x_1^3 - x_2 \\ -3x_1^2(x_1^3 + x_2) - x_2^3 - 21 \end{bmatrix}$$

Darstellung des Systems in MATLAB Simulink



ENTWURF EINES FEEDBACK-CONTROLLERS

Berechnung der Steuerung mit der Polplatzierungsmethode

- Um die Stabilität unseres Systems zu gewährleisten, haben wir die Polplatzierungsmethode verwendet. Wir haben die Reglerverstärkung **K** für die Zustandsrückkopplung berechnet. Die Verstärkung wird angepasst, um die Pole des linearisierten Systems zu positionieren. Die gewünschten Pole sind: **λ1=0 und λ2=−1 ,** Diese Pole entsprechen den Eigenwerten der Matrix (A−BK) nach Anwendung des Reglers .

- Der Zustandsrückkopplungsregler wird wie folgt definiert :$\boldsymbol{v} = -\boldsymbol{Kz}$

$$\dot{z}_1 = z_2 = -x_1^3 - x_2$$

erstärkungsvektor ist . $K = [k_1 \; k_2]$

$$\dot{Z} = AZ + BV$$

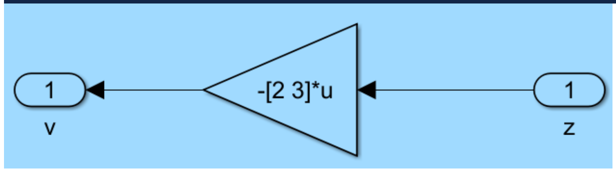
$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v \qquad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{\text{cl}} = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -1 - k_2 \end{bmatrix}$$

det (Acl − λ ich)= $\left| \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -k_1 & -1 - k_2 - \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$

$$\boxed{K = [2 \; 3]}$$

Darstellung des Systems in MATLAB Simulink

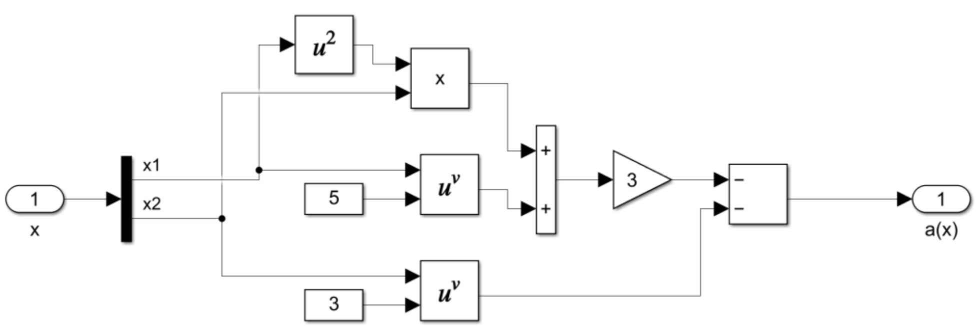


REGLER MIT LINEARISIERTEM EINGANG

- Zur Validierung unseres Ansatzes und unserer Berechnungen wurden Simulationen in Simulink (MATLAB-Umgebung) durchgeführt :

$$\dot{z}_1 = z_2 = -x_1^3 - x_2$$
$$\dot{Z} = AZ + BV$$
$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$
$$V = -3x_1^2(x_1^3 + x_2) - x_2^3 - u$$
$$U = -V - 3x_1^2(x_1^3 + x_2)$$

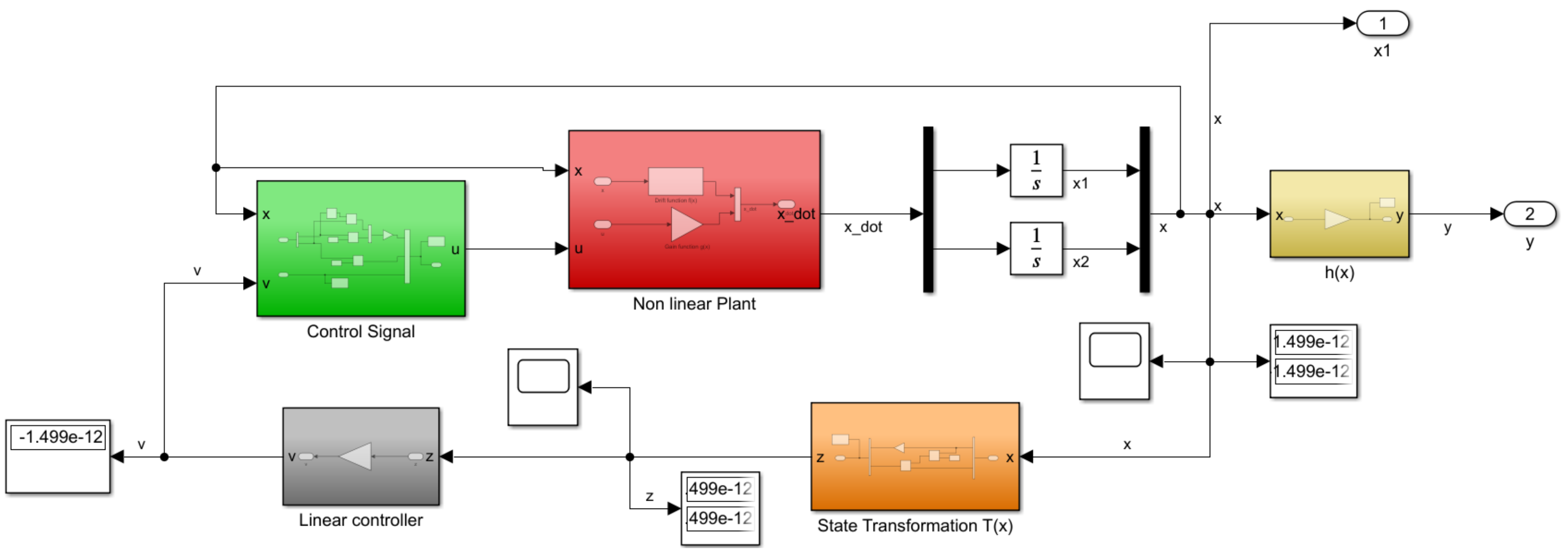
Darstellung des Systems in MATLAB Simulink



MATLAB SIMULINK

SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

- Zur Validierung unseres Ansatzes und unserer Berechnungen werden Simulationen in Simulink (MATLAB-Umgebung) durchgeführt. Hier ist unser nichtlineares System in Rot und das Setup zur Linearisierung seines Zustands x.

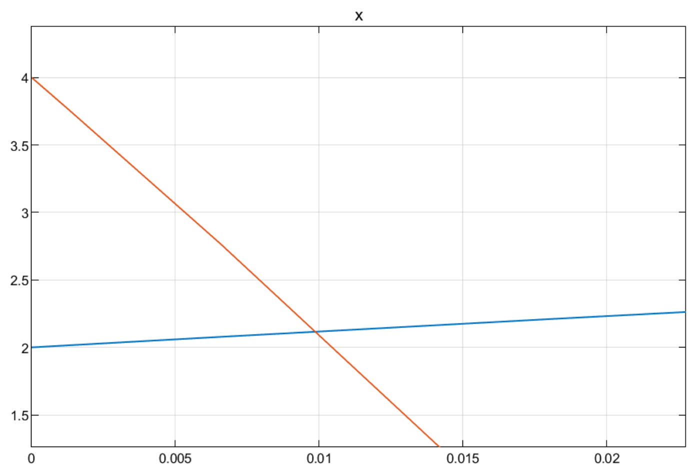


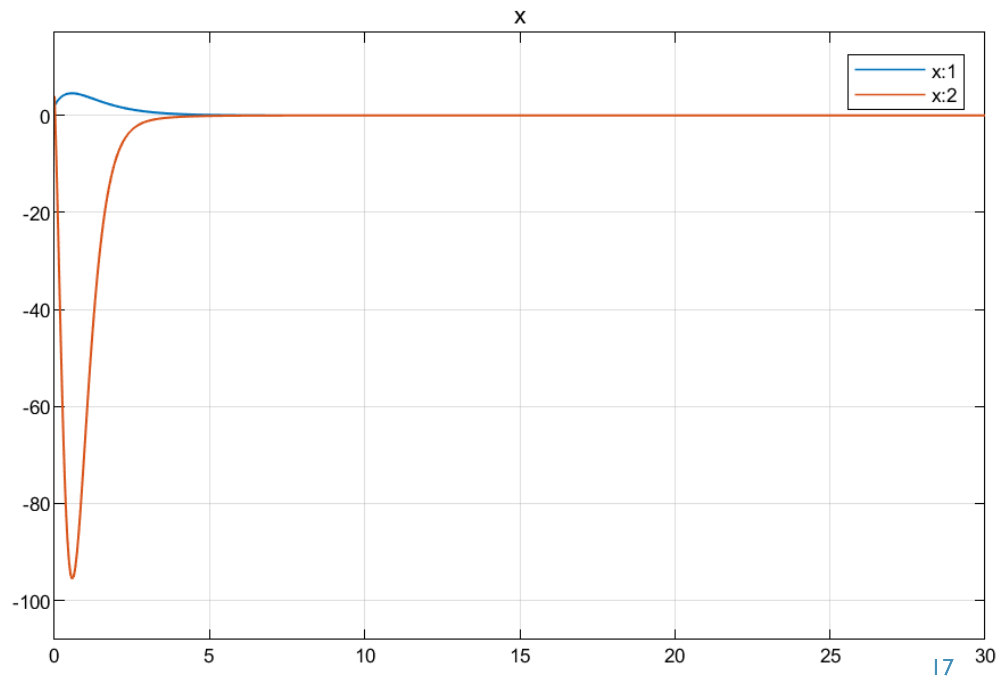
SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

LINEARISIERTES SYSTEM STABILITÄTSTEST

- **1. Test : $x_1 = 2$ und $x_2 = 4$**

Wir initialisieren unser System an einer anderen Position als seinem Gleichgewichtspunkt x=[0; 0], um zu überprüfen, ob es zur Gleichgewichtsposition zurückkehrt.





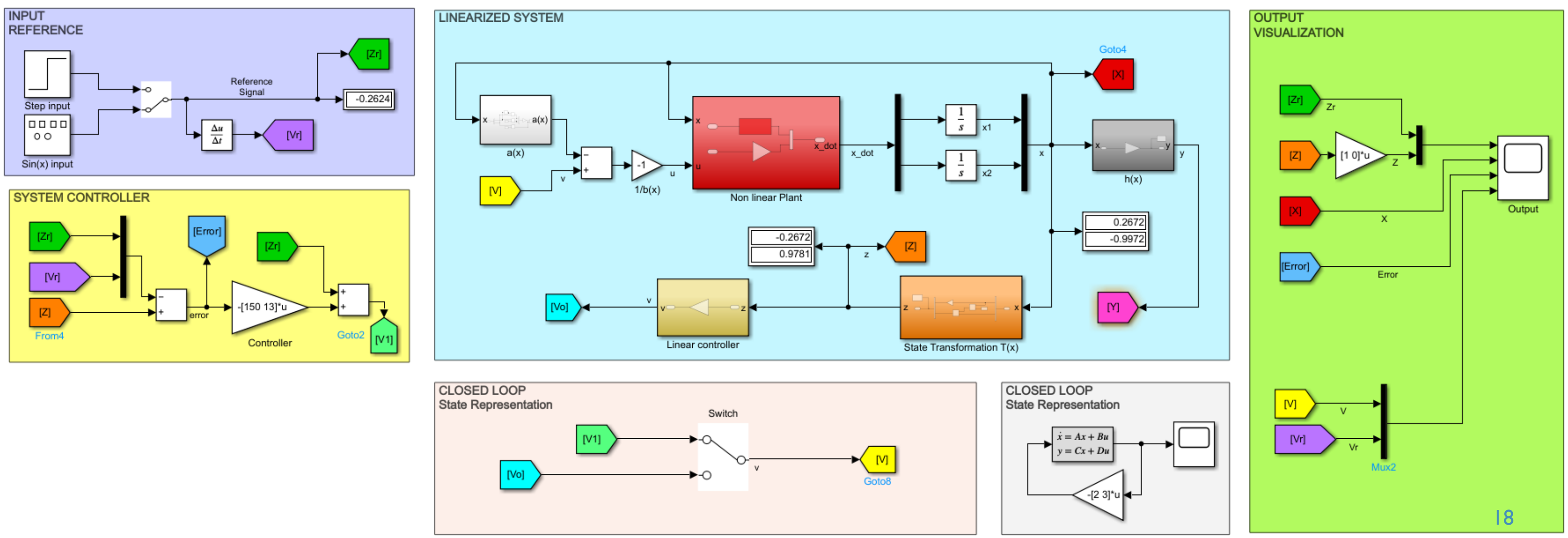
ABSCHLUSS

Zunächst weicht das System von den definierten Positionen ab, nach 5 Sekunden stabilisiert es sich jedoch.

LINEARISIERTES SYSTEM MIT REFERENZEINGANG

STEUERUNG DES LINEARISIERTEN SYSTEMS

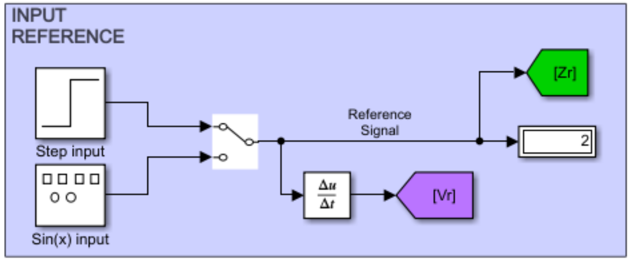
- **Prinzip :** Wir haben nun die vollständige Darstellung unseres Systems mit einem Eingang ausgestattet. Das Prinzip ist einfach: Definieren Sie ein Signal, das als Referenz für unser Modell dient. Mit unserer Reglerverstärkung K können wir unserem Roboter befehlen, dieser Referenz zu folgen.

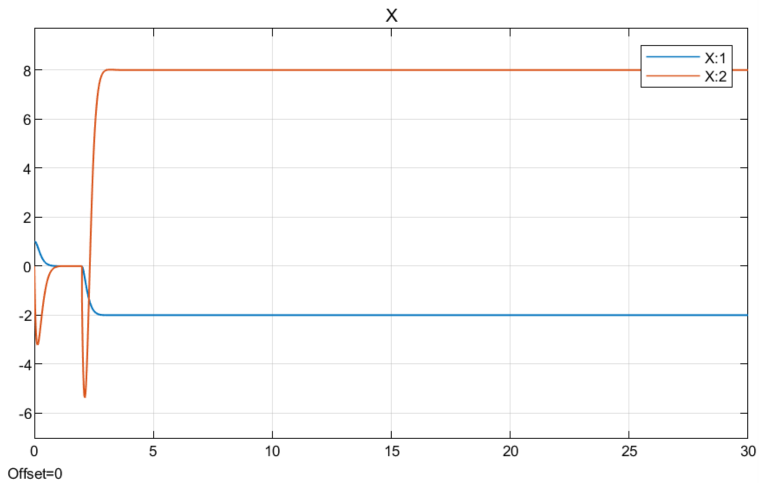


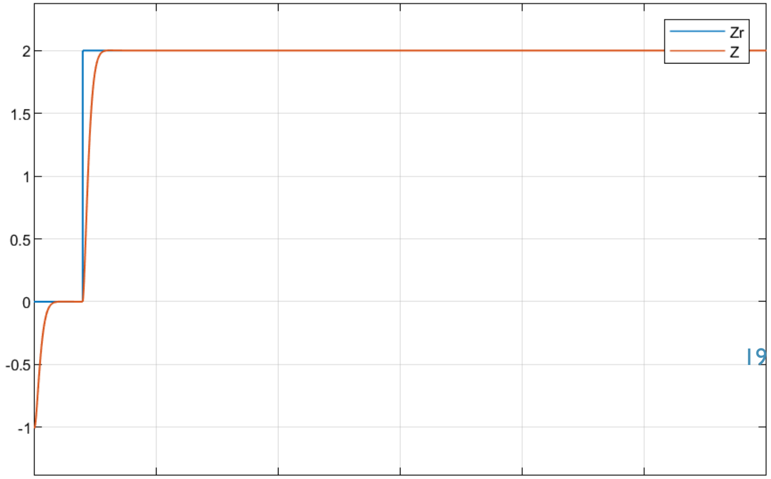
SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

LINEARISIERTES SYSTEM STABILITÄTSTEST

- **2. Prüfung :**
- Wir senden einen Impuls mit dem Wert 2, der nach 2 Sekunden ausgelöst wird. Dies stellt unsere **Referenztrajektorie Zr dar** . Da wir das System in einer instabilen Position verlassen haben ($x \neq 0$), beobachten wir nun das Verhalten des **Ausgangs Z in Bezug auf Zr.**

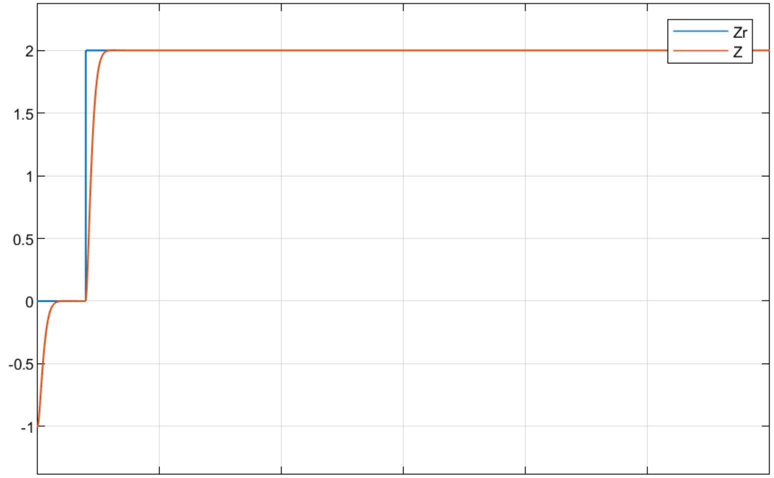


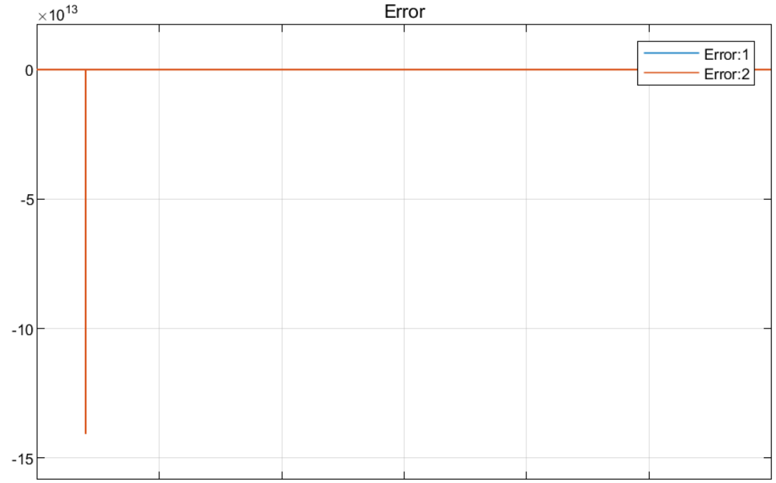




SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

LINEARISIERTES SYSTEM STABILITÄTSTEST





- **ABSCHLUSS**

Zunächst startet das System aus instabilen Positionen. **1 Sekunde** genügt, um es zu stabilisieren und mit der Verfolgung der Referenz zu beginnen. Es erfährt eine leichte Verzögerung aufgrund des plötzlichen Impulses nach **2 Sekunden** , erreicht die Referenz jedoch nach etwa **1,8 Sekunden** und die Verfolgung wird danach perfekt **(Fehler → 0).**

In diesem Fall ist die Verfolgung offensichtlicher, da unsere **Referenztrajektorie eine lineare Funktion ist (y = Zr = 2).**

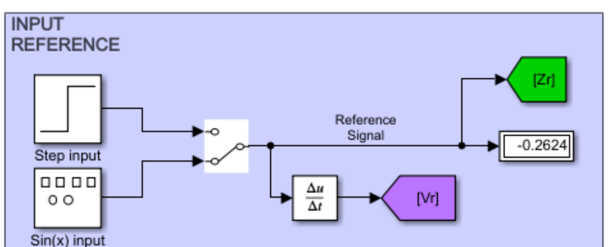
Welche Reaktionszeit, Robustheit und Stabilität hätten wir in Bezug auf eine nichtlineare Referenztrajektorie Zr?

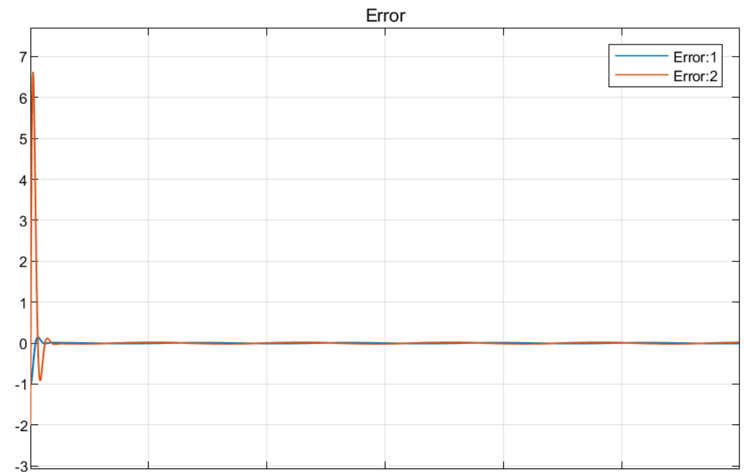
SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

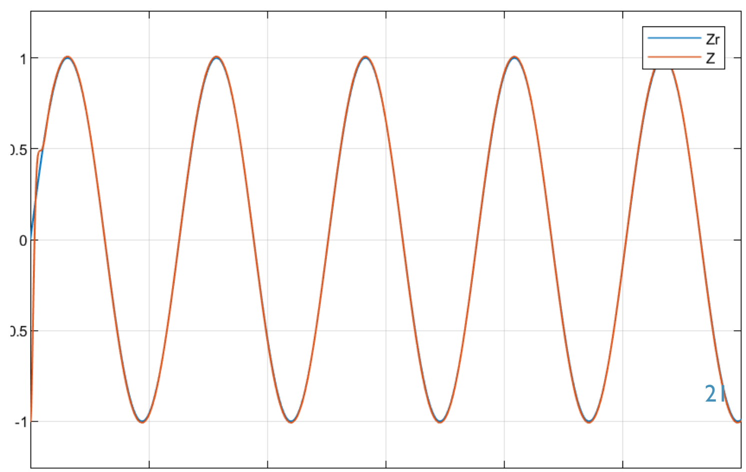
LINEARISIERTES SYSTEM STABILITÄTSTEST

- **3. Prüfung :**
- Unsere **Referenztrajektorie Zr ist eine Sinusfunktion** ;

Da wir das System in einer instabilen Position belassen haben ($x \neq 0$), werden wir nun das Verhalten der **Ausgabe Z bezüglich Zr = sin(x) untersuchen.**

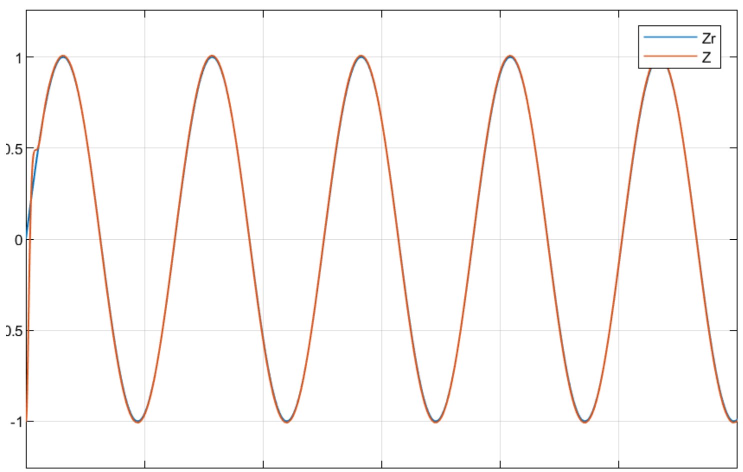


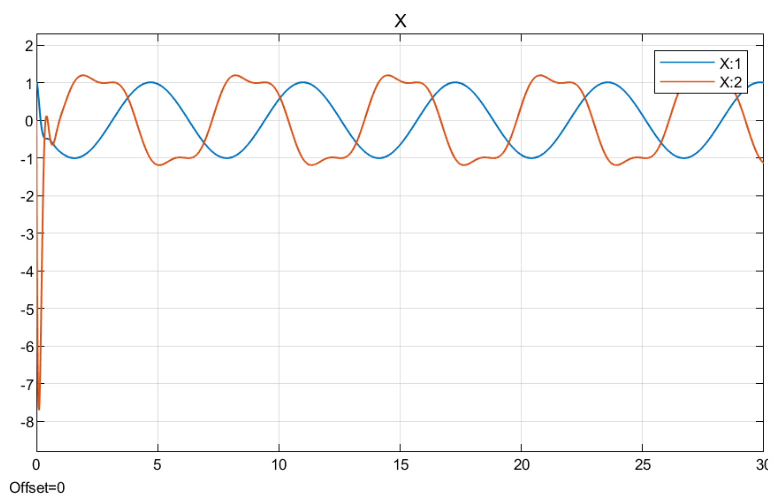




SIMULINK - LINEARISIERTES SYSTEM

LINEARISIERTES SYSTEM STABILITÄTSTEST





- **ABSCHLUSS**

Zunächst startet das System aus instabilen Positionen, kann das Ziel jedoch innerhalb von ca. **0,6 Sekunden erfolgreich verfolgen** und wird dann perfekt **(Fehler → 0)** . Die Verfolgung ist sogar noch schneller, da wir die Reglerverstärkung erhöht haben, da wir wussten, dass die Flugbahn nicht linear war, was anfangs zu einer gewissen Zustandsdrift führte, die das System jedoch schnell aufhob.

Wir haben also den Beweis! Wir haben unser System linearisiert und einen Steuerbefehl angewendet, während wir seine Stabilität aufrechterhalten haben.

- Daher kann unser System sogar einen mythischen Drachen verfolgen, wenn wir beispielsweise Zr als Bewegungskurve eines Drachen betrachten!

ABSCHLUSS

- Die erzielten Ergebnisse bestätigen, dass die Linearisierung eine leistungsfähige Methode ist, um **komplexe dynamische Systeme in kontrollierbare und vorhersagbare Modelle umzuwandeln** . Mit diesem Ansatz konnten wir die **Stabilität des Systems , seine Robustheit** gegenüber Störungen und die **Reaktionsgeschwindigkeit des Systems verbessern** . Diese Eigenschaften sind in vielen modernen Anwendungen, in denen Präzision und Zuverlässigkeit von entscheidender Bedeutung sind, unverzichtbar.
- Die Ergebnisse zeigen, dass **Linearisierung nicht nur eine mathematische Theorie ist** , sondern eine konkrete und effektive Lösung, um die Herausforderungen nichtlinearer Systeme in der realen Welt zu bewältigen. Dieser Fortschritt ebnet den Weg für Innovationen, die in Bereichen wie Robotik, Luft- und Raumfahrt sicherer und effizienter sind.
- Durch die Beherrschung dieser Techniken bereiten wir den Boden für die Technologien von morgen, die auch den anspruchsvollsten Herausforderungen gewachsen sind.

- **Konkrete Anwendungsbeispiele**
- **Lieferdrohnen** : Dank ihrer erhöhten Stabilität können sie auch bei starkem Wind sicher fliegen, um Pakete in schwer erreichbare Gebiete zu liefern.
- **Such- und Rettungsroboter** : Dank ihrer Robustheit bleiben diese Roboter auch in unwegsamem Gelände und unter unvorhergesehenen Bedingungen einsatzbereit.
- **Kommunikationssatelliten** : Eine schnelle und vorhersehbare Reaktion gewährleistet eine perfekte Ausrichtung für eine kontinuierliche Netzwerkabdeckung.
- **Autonome Fahrzeuge** : Durch die Aufrechterhaltung der Stabilität in komplexen Situationen trägt die Linearisierung zu einem sichereren und zuverlässigeren Fahren bei.

VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT!

KONTAKTIEREN SIE UNS

LINKEDIN :

HTTPS://LINKEDIN.COM/IN/TOKO1EJM

TOKO 1ER JEAN MALDINI

LINKEDIN :

HTTPS://LINKEDIN.COM/IN/FIKRESELASSIE-SEID

FIKRESELASSIE ESHETU SEID

VIELEN DANK AN

MOHAMMED AM SAFARINI

ASSISTENZPROFESSOR, DOKTORAND