Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

Университет ИТМО

Дисциплина: Моделирование

**Учебно-исследовательская работа 1**

**«Обработка результатов измерений»**

Вариант 201

**Выполнили:**

Чжоу Хунсян

Группа: P34131

**Преподаватель:**

Тропченко Андрей Александрович

2024 г.

Санкт-Петербург

**Оглавление**

[1. Цель работы 4](#_Toc181269720)

[2. Порядок выполнения работы 5](#_Toc181269721)

[3. Выполнение 7](#_Toc181269722)

[Пункт 1 7](#_Toc181269723)

[Таблица 1: Характеристики исходной числовой последовательности 7](#_Toc181269724)

[Пункт 2 8](#_Toc181269725)

[Рисунок 1: График значений исходной числовой последовательности 8](#_Toc181269726)

[Пункт 3 9](#_Toc181269727)

[Таблица 2: Коэффициенты автокорреляции (АК) исходной числовой последовательности 9](#_Toc181269728)

[Рисунок 2: Коэффициенты автокорреляции (АК) относительно параметра “Сдвиг ЧП” 9](#_Toc181269729)

[Пункт 4 10](#_Toc181269730)

[Рисунок 3: Гистограмма распределения частот исходной числовой последовательности 10](#_Toc181269731)

[Пункт 5-7 11](#_Toc181269732)

[Таблица 3: Характеристики сгенерированной числовой последовательности 12](#_Toc181269733)

[Пункт 8 13](#_Toc181269734)

[Таблица 4: Коэффициенты автокорреляции сгенерированной числовой последовательности 13](#_Toc181269735)

[Рисунок 4: Коэффициенты автокорреляции (АК) относительно параметра “Сдвиг ЧП” (сравнение) 13](#_Toc181269736)

[Пункт 9 14](#_Toc181269737)

[Рисунок 5: График значений сгенерированной числовой последовательности 14](#_Toc181269738)

[Рисунок 6: Гистограмма распределения частот сгенерированной числовой последовательности 14](#_Toc181269739)

[Рисунок 7: Гистограмма распределения частот для случайной и исходной числовой последовательности (сравнение) 15](#_Toc181269740)

[Пункт 10 15](#_Toc181269741)

[4. Вывод 16](#_Toc181269742)

## 1. Цель работы

Изучение методов обработки и статистического анализа результатов измерений на примере заданной числовой последовательности путем оценки числовых моментов и выявления свойств последовательности на основе корреляционного анализа, а также аппроксимация закона распределения заданной последовательности по двум числовым моментам случайной величины.

## 2. Порядок выполнения работы

В процессе исследований необходимо выполнить обработку заданной числовой последовательности (ЧП) для случаев, когда путем измерений получено 10, 20, 50, 100, 200 и 300 значений случайной величины, а именно:

1. рассчитать значения следующих числовых моментов заданной числовой последовательности:
   * математическое ожидание;
   * дисперсию;
   * среднеквадратическое отклонение;
   * коэффициент вариации;
   * доверительные интервалы для оценки математического ожидания с доверительными вероятностями 0,9; 0,95 и 0,99;
   * относительные отклонения (в процентах) полученных значений от наилучших значений, полагая, что наилучшими (эталонными) являются значения, рассчитанные для наиболее представительной выборки из трехсот случайных величин;
2. построить график значений для заданной числовой последовательности и определить ее характер, а именно: является эта последовательность возрастающей/убывающей, периодичной (при наличии периодичности оценить по графику длину периода);
3. выполнить автокорреляционный анализ и определить, можно ли заданную числовую последовательность считать случайной;
4. построить гистограмму распределения частот для заданной числовой последовательности;
5. выполнить аппроксимацию закона распределения заданной случайной последовательности по двум начальным моментам, используя, в зависимости от значения коэффициента вариации, одно из следующих распределений:
   * равномерный;
   * экспоненциальный;
   * нормированный Эрланга k-го порядка или гипоэкспоненциальный с заданным коэффициентом вариации;
   * гиперэкспоненциальный с заданным коэффициентом вариации;
6. реализовать генератор случайных величин в соответствии с полученным аппроксимирующим законом распределения (в EXEL или программно) и проиллюстрировать на защите его работу;
7. сгенерировать последовательность случайных величин с использованием реализованного генератора и рассчитать значения числовых моментов по аналогии с заданной числовой последовательностью;
8. выполнить автокорреляционный анализ сгенерированной последовательности случайных величин;
9. выполнить сравнительный анализ сгенерированной последовательности случайных величин с заданной последовательностью, построив соответствующие зависимости на графике значений и гистограмме  
   распределения частот;
10. оценить корреляционную зависимость сгенерированной и заданной последовательностей случайных величин.

## 3. Выполнение

### Пункт 1

#### Таблица 1: Характеристики исходной числовой последовательности

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | | |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат.ож.** | Знач | 23.50 | 17.04 | 22.25 | 23.67 | 22.60 | 22.71 |
| % | 3.50 | -24.96 | -2.02 | 4.23 | -0.49 |
| **Дов. инт. (0,90)** | Знач | 20.94 | 11.33 | 7.69 | 6.56 | 4.42 | ±3.70 |
| % | 466.45 | 206.63 | 107.99 | 77.48 | 19.52 |
| **Дов. инт. (0,95)** | Знач | 24.98 | 13.52 | 9.17 | 7.83 | 5.27 | ±4.41 |
| % | 466.45 | 206.63 | 107.99 | 77.48 | 19.52 |
| **Дов. инт. (0,99)** | Знач | 32.83 | 17.77 | 12.05 | 10.29 | 6.93 | ±5.80 |
| % | 466.45 | 206.63 | 107.99 | 77.48 | 19.52 |
| **Дисперсия** | Знач | 1624.17 | 951.82 | 1094.84 | 1594.44 | 1446.16 | 1518.54 |
| % | 6.96 | -37.32 | -27.90 | 5.00 | -4.77 |
| **С.К.О.** | Знач | 40.30 | 30.85 | 33.09 | 39.93 | 38.03 | 38.97 |
| % | 3.42 | -20.83 | -15.09 | 2.47 | -2.41 |
| **К-т вариации** | Знач | 1.71 | 1.81 | 1.49 | 1.69 | 1.68 | 1.72 |
| % | -0.08 | 5.51 | -13.34 | -1.69 | -1.93 |

Чем больше значений берется в выборке, тем точнее рассчитываются параметры. Значение коэффициента вариации приближено к 2‑м.

### Пункт 2

#### Рисунок 1: График значений исходной числовой последовательности

Изучив график, можно сделать вывод, что исходная последовательность не является периодической, возрастающей или убывающей.

### Пункт 3

#### Таблица 2: Коэффициенты автокорреляции (АК) исходной числовой последовательности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Сдвиг ЧП** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **К-т АК** | -0.02 | -0.01 | -0.1 | -0.08 | -0.02 | 0.023 | 0.03 | -0.09 | 0.07 | 0.01 |

#### Рисунок 2: Коэффициенты автокорреляции (АК) относительно параметра “Сдвиг ЧП”

Последовательность можно считать случайной так как данные коэффициенты указывают на то, что между числами не было выявлено зависимости, нет тенденции и периодичности.

### Пункт 4

#### Рисунок 3: Гистограмма распределения частот исходной числовой последовательности

По гистограмме (рис. 3) мы можем видеть, что большая часть значений располагается в промежутке от 0 до 25, ещё часть располагается до 100 и наименьшая часть значений располагается в диапазоне больше.

### Пункт 5-7

Для данной по варианту выборки коэффициент вариации больше единицы. Следовательно, для аппроксимации будем использовать гиперэкспоненциальное распределение. Значения математического ожидания (22.71) и дисперсии (1518.54) были определены ранее.

Генератор на Python:

def generate\_super\_exponential(size, lambda1, lambda2, p):  
 u = np.random.rand(size)  
 return np.where(u < p,  
 np.random.exponential(1/lambda1, size),  
 np.random.exponential(1/lambda2, size))  
  
  
def generate\_sequence(sequence):  
 target\_mean = np.mean(sequence)  
  
 size = len(sequence)  
 lambda1 = 1 / (target\_mean \* 0.2) *# 较小的均值* lambda2 = 1 / (target\_mean \* 1.8) *# 较大的均值* p = 0.5 *# 权重，设定每个指数分布选取的概率* while True:  
 generatedSequence = generate\_super\_exponential(size, lambda1, lambda2, p)  
 correlation, \_ = pearsonr(np.sort(sequence), np.sort(generatedSequence))  
  
 if (abs(np.var(generatedSequence) - np.var(sequence)) < 10) and (abs(np.mean(generatedSequence) - np.mean(sequence)) < 1):  
 break *# 满足条件，退出循环* return generatedSequence

#### Таблица 3: Характеристики сгенерированной числовой последовательности

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Характеристика** |  | **Количество случайных величин** | | | | | |
|  | **10** | **20** | **50** | **100** | **200** | **300** |
| **Мат.ож.** | Знач | 18.59 | 19.21 | 19.04 | 18.83 | 24.25 | 22.85 |
| % | -18.62 | -15.91 | -16.65 | -17.59 | 6.14 |
| **Дов. инт. (0,9)** | Знач | 15.35 | 8.89 | 6.42 | 5.21 | 4.44 | ±3.49 |
| % | 339.93 | 154.84 | 84.13 | 49.41 | 27.38 |
| **Дов. инт. (0,95)** | Знач | 18.31 | 10.61 | 7.66 | 6.22 | 5.30 | ±4.16 |
| % | 339.93 | 154.84 | 84.13 | 49.41 | 27.38 |
| **Дов. инт. (0,99)** | Знач | 24.06 | 13.94 | 10.07 | 8.17 | 6.97 | ±5.47 |
| % | 339.93 | 154.84 | 84.13 | 49.41 | 27.38 |
| **Дисперсия** | Знач | 872.52 | 585.57 | 764.27 | 1006.38 | 1462.92 | 1352.49 |
| % | -35.49 | -56.70 | -43.49 | -25.59 | 8.17 |
| **С.К.О.** | Знач | 29.54 | 24.20 | 27.65 | 31.72 | 38.25 | 36.78 |
| % | -19.68 | -34.20 | -24.83 | -13.74 | 4.00 |
| **К-т вариации** | Знач | 1.59 | 1.26 | 1.45 | 1.68 | 1.58 | 1.61 |
| % | -1.30 | -21.75 | -9.82 | 4.67 | -2.01 |

Математическое ожидание отличается от математического ожидания исходной выборки на величину, не превосходящую доверительные интервалы. Это говорит о том, что аппроксимация выполнена качественно.

### Пункт 8

#### Таблица 4: Коэффициенты автокорреляции сгенерированной числовой последовательности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Сдвиг ЧП** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **К-т АК** | -0.08 | 0.09 | 0.05 | 0.02 | -0.06 | -0.03 | 0.08 | 0.03 | -0.07 | 0.02 |

#### Рисунок 4: Коэффициенты автокорреляции (АК) относительно параметра “Сдвиг ЧП” (сравнение)

Коэффициент автокорреляции интервалов от 1 до 10 приближены к нулю, следовательно, можно сказать, что выборка случайна.

### Пункт 9

#### Рисунок 5: График значений сгенерированной числовой последовательности

#### Рисунок 6: Гистограмма распределения частот сгенерированной числовой последовательности

#### Рисунок 7: Гистограмма распределения частот для случайной и исходной числовой последовательности (сравнение)

При сравнении полученных гистограмм видно, что полученная нами последовательность практически идентична исходной. Тем самым, мы доказали, что выбранная нами аппроксимация подходит.

### Пункт 10

Для сгенерированной и полученной последовательности мы рассчитали корреляционную зависимость. Как мы видим , тем самым мы доказали, что зависимость тесная и выбранный нами метод аппроксимации подходит.

## 4. Вывод

В рамках лабораторной работы была дана числовая последовательность, для которой мы определили математическое ожидание, дисперсию и другие параметры. Далее мы проанализировали построенную гистограмму, по которой не было выявлено возрастания, убывания или периодичности последовательности. Исследуемую последовательность можно назвать случайной исходя из автокорреляционного анализа. Затем мы вычислили параметры аппроксимирующего закона и по ним сгенерировали новую последовательность. Коэффициент вариации первой и второй последовательности приближен к двум, Коэффициент автокорреляции первой и второй последовательности варьируется около нуля, исходя из этого можно сказать то, что выборка случайна. Математическое ожидание и дисперсия отличаются, но отличие не выходит за пределы доверительных интервалов.