Fluxo de Potência pelo Método de Newton-Raphson

Alexandre Hugo

Método de Newton-Raphson para Problemas de Fluxo de Potência

Método de Newton-Raphson

- Baseado na Expansão da Série de Taylor para uma função de duas ou mais variáveis;
- Incialmente abordaremos um problema com duas equações e duas variáveis;
- Depois a análise será expandida para o problema de fluxo de cargas;

Método de Newton-Raphson

- Imaginemos a função $f(x)$ dada pela figura abaixo:

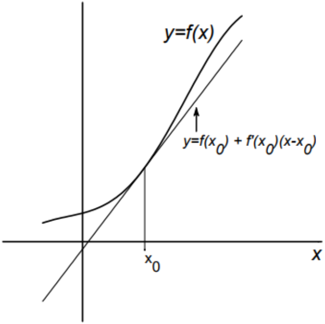

Figura: Função $f(x)$.

Método de Newton-Raphson

- Nesse caso, precisamos encontrar a derivada da função $f(x)$ no ponto x_0;

$$f'(x_0) = \frac{df}{dx}|_{x_0} \tag{1}$$

- A figura mostra que quando $x \cong x_0$ o valor de $f(x)$ praticamente coincide com a reta tangente;
- Abrindo a expressão em série de Taylor com truncamento na primeira derivada fica:

$$f(x) \simeq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \tag{2}$$

PUCRS

Método de Newton-Raphson

- Ou seja definindo uma nova variável $\epsilon = \Delta x_0 = x - x_0$

$$f(x_0 + \epsilon) \simeq f(x_0) + f'(x_0)\epsilon \tag{3}$$

Método de Newton-Raphson

- Consideremos agora as duas funções abaixo, com as variáveis x_1 e x_2 iguais as constantes K_1 e K_2.

$$f_1(x_1; x_2) = K_1 \tag{4}$$

$$f_2(x_1; x_2) = K_2 \tag{5}$$

Método de Newton-Raphson

- Então estimamos valores iniciais para as variáveis $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$;
- Designamos as correções $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_2^{(0)}$ como sendo valores a serem somados a $x_1^{(0)}$ e $x_2^{(0)}$ para encontrarmos as soluções corretas;
- Nesse caso podemos escrever:

$$K_1 = f_1(x_1; x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}; x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) \tag{6}$$

$$K_2 = f_2(x_1; x_2) = f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}; x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}) \tag{7}$$

Método de Newton-Raphson

- Agora precisaremos resolver as equações para $\Delta x_1^{(0)}$ e $\Delta x_1^{(0)}$, o que pode ser feito através das Séries de Taylor com truncamento na primeira derivada.

$$K_1 = f_1(x_1; x_2) + \Delta x_1^{(0)} \frac{df_1}{dx_1}|_{(X_0)} + \Delta x_2^{(0)} \frac{df_1}{dx_2}|_{(X_0)} \quad (8)$$

$$K_2 = f_2(x_1; x_2) + \Delta x_1^{(0)} \frac{df_2}{dx_1}|_{(X_0)} + \Delta x_2^{(0)} \frac{df_2}{dx_2}|_{(X_0)} \quad (9)$$

Método de Newton-Raphson

- Escrevendo as equações na notação matricial:

$$[\Delta K] = [\mathbf{J}] \times [\Delta D] \tag{10}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \\ K_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}) \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$[\Delta D] = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Método de Newton-Raphson

- Onde [**J**] é a matriz jacobiana;

Atenção:

Invertendo a matriz jacobiana, e conhecendo os valores de ΔK podemos encontrar $[\Delta D]$

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

- Podemos aplicar esses conceitos aos problemas de fluxo de potência;
- Para isso vamos considerar as tensões nas barras *i* e *j*, e a admitância entre elas:

$$V_i = |V_i|\underline{/\delta_i}$$

$$V_j = |V_j|\underline{/\delta_j}$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}|\underline{/\theta_{ij}}$$

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

- A potência complexa na barra *i* será:

$$P_i - Q_i = \sum_{i=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \underline{/\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i} \tag{14}$$

- Logo:

$$P_i = \sum_{i=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \cdot cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \tag{15}$$

- e,

$$Q_i = -\sum_{i=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \cdot sen(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \tag{16}$$

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

- Assim como no método Gauss-Seidel, a barra de oscilação é omitida da solução iterativa para determinar as tensões;
- Os módulos e ângulos da tensão correspondem aos valores estimados para x_1 e x_2 da equação 10. Usaremos esses valores para estimar P_i e Q_i:

$$\Delta P_i = P_{i,estim} - P_{i,calc} \tag{17}$$

$$\Delta P_j = P_{j,estim} - P_{j,calc} \tag{18}$$

- Que corresponde ao ΔK da equação 10.

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

- Por exemplo, em um sistema de três barras, se a barra de oscilação for a número 1, podemos reescrever a equação 10 para fluxo de potência como:

$$[\Delta D] = [\mathbf{J}^{-1}][\Delta V] \tag{19}$$

$$[\Delta D] = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$[\Delta V] = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \tag{21}$$

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

- E a matriz jacobiana pode ser particionada em quatro partes:

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{dP_2}{d\delta_2} & \frac{dP_2}{d\delta_3} \\ \frac{dP_3}{d\delta_2} & \frac{dP_3}{d\delta_3} \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{dQ_2}{d\delta_2} & \frac{dQ_2}{d\delta_3} \\ \frac{dQ_3}{d\delta_2} & \frac{dQ_3}{d\delta_3} \end{bmatrix} \tag{24}$$

Método de Newton-Raphson aplicados a Problemas de Fluxo de Potência

$$[N] = \begin{bmatrix} \frac{dP_2}{dV_2} & \frac{dP_2}{dV_3} \\ \frac{dP_3}{dV_2} & \frac{dP_3}{dV_3} \end{bmatrix} \tag{25}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{dQ_2}{dV_2} & \frac{dQ_2}{dV_3} \\ \frac{dQ_3}{dV_2} & \frac{Q_3}{dV_3} \end{bmatrix} \tag{26}$$

Método de Newton-Raphson

- Equações da matriz jacobina na forma retangular.

Submatriz	Elementos	
	Fora da diagonal (i,j)	Da diagonal (i,i)
H	$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j \left(B_{ij} \cos\alpha + G_{ij} \operatorname{sen}\alpha \right)$	$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - V_i^2 B_{ii}$
N	$V_j \frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i V_j \left(G_{ij} \cos\alpha - B_{ij} \operatorname{sen}\alpha \right)$	$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = P_i + V_i^2 G_{ii}$
J	$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j \left(B_{ij} \operatorname{sen}\alpha - G_{ij} \cos\alpha \right)$	$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - V_i^2 G_{ii}$
L	$V_j \frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_i V_j \left(B_{ij} \cos\alpha + G_{ij} \operatorname{sen}\alpha \right)$	$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = Q_i - V_i^2 B_{ii}$

Figura: Equações da matriz jacobiana