



Prova 22 Abril, questões e respostas

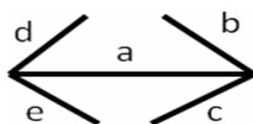
Circuitos Lógicos (Universidade Estadual de Campinas)

NOME: _____ RA: _____

EA-772 CIRCUITOS LÓGICOS – PROVA 2 – DATA: 14/05/2013

ATENÇÃO: A prova DEVE ser feita com caneta (preta ou azul). Questões resolvidas a lápis não serão consideradas.

1. (2 pontos). Dada a especificação: $F(x, y, z, w) = S(0, 2, 4, 6, 8)$, monte a tabela verdade (0,25), apresente a função canônica (0,25), simplifique a função pelo método de Quine-McCluskey (1,0) e depois pelo mapa de Karnaugh (0,5). Deixe claro o que está sendo feito. Construa todas as tabelas necessárias e apresente os nomes de cada entrada da tabela. Não pule passos!
2. (2 pontos). Projete um **subtrator completo**. Apresente a tabela verdade e o MK (1,0). Apresente as equações e o circuito final (0,5). Simplifique as equações finais usando XOR (0,5). Use como variáveis: A, B, TE (transporte de entrada) e TS (transporte de saída).
3. (2 pontos). Um computador apresenta 3 bits para código de instruções. Construa um **decodificador** para fornecer os sinais indicativos de cada instrução. São instruções: ADD (adição), SUB (subtração), NOP (no-operation), JNE (Desvio se negativo), JMP (desvio incondicional), JCY (desvie se carry for 1), ADC (adiciona com o carry), HLT (pare).
4. (2 pontos). Demonstre analiticamente os seguintes teoremas, sem utilizar a função XOR.
 - a) Teorema de De Morgan: $(a+b)' = a' \cdot b'$
 - b) Teorema do Consenso: $ab + a'c + bc = ab + a'c$
5. (2 pontos). **Projete e construa** o circuito de um decodificador para o painel indicador de direção conforme figura abaixo. A entrada é de 3 bits I1, I2 e I3. O painel indicará para a direita quando o número composto pelos 3 bits for par e para a esquerda quando for ímpar. Quando a entrada for nula o painel fica apagado.



Cada segmento é um indicador luminoso (LED). Para indicar "vire à direita" serão ligados **a, b, c** e para a esquerda **a, d, e**.

Construa um multiplexador de dois bits. Justifique e demonstre o funcionamento do circuito. (Extra: 0,5). Pontos não serão acumulados para outra prova. O valor final satura em **10,0**.

Gabarito – P2 EA772
1º Semestre de 2014

1) $F(x, y, z, w) = S(0, 2, 4, 6, 8)$

Tabela da verdade:

x	y	z	w	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Função canônica:

$$F(x, y, z, w) = x'y'z'w' + x'y'zw' + x'yz'w' + x'yzw' + xy'z'w'$$

Simplificação pelo mapa de Karnaugh:

	xy	00	01	11	10
zw	00	1	1	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	0	0

$$F(x, y, z, w) = x'w' + y'z'w'$$

Por Quine McCluskey:

1º passo)

#1's	Produto	x	y	z	w	Marca
0	(0)	0	0	0	0	✓
1	(2)	0	0	1	0	✓
1	(4)	0	1	0	0	✓
1	(8)	1	0	0	0	✓
2	(6)	0	1	1	0	✓

2º passo)

Mintermo	x	y	z	w	Marca
(0,2)	0	0	-	0	✓
(0,4)	0	-	0	0	✓
(0,8)	-	0	0	0	
(2,6)	0	-	1	0	✓
(4,6)	0	1	-	0	✓

3º passo)

Mintermo	x	y	z	w	Marca
(0,2,4,6)	0	-	-	0	✓

4º passo)

$$F(x, y, z, w) = (0, 8) + (0, 2, 4, 6)$$

2ª etapa (Cobertura dos Mintermos)

PI	Produto				Mintermos					
	x	y	z	w	0	2	4	6	8	
(0, 8)	-	0	0	0	x				x	Essencial
(0, 2, 4, 6)	0	-	-	0	x	x	x	x		Essencial

Portanto:

$$F(x, y, z, w) = x'w' + y'z'w'$$

2) Subtrator completo:

Tabela da verdade:

A	B	T _E	S _i	T _S
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

Mapas de Karnaugh:

S_i

AB \ T _E	00	01	11	10
0	0	1	0	1
1	1	0	1	0

Equação (S_i):

$$S_i = A'B'T_E + A'BT_E' + ABT_E + AB'T_E'$$

T_S

AB \ T _E	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	1	0

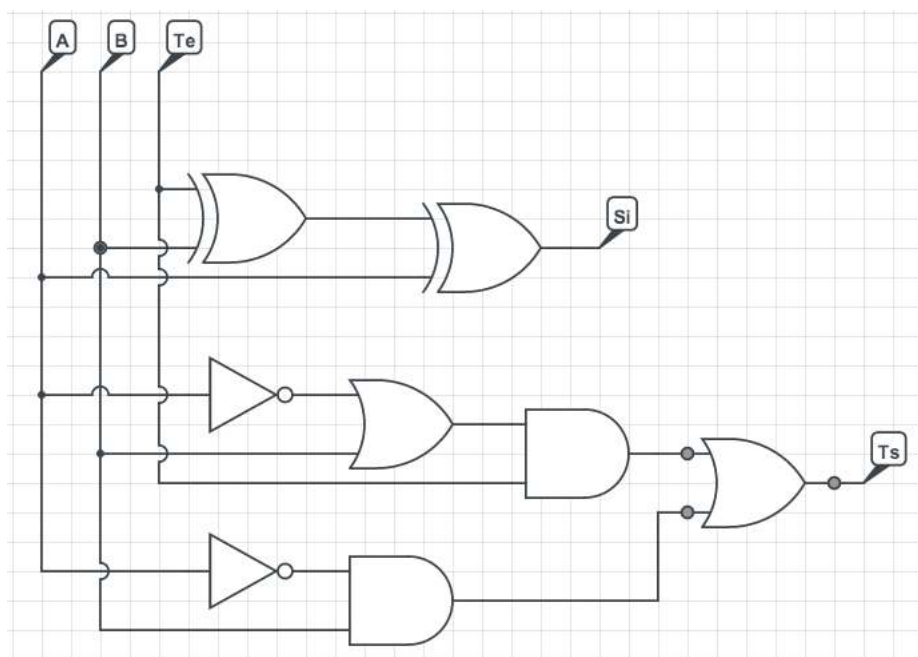
Equação (T_S):

$$T_S = A'T_E + A'B + BT_E$$

Simplificação da função S_i:

$$\begin{aligned}
 S_i &= A'B'T_E + A'BT_E' + ABT_E + AB'T_E' \\
 S_i &= A'(B'T_E + BT_E') + A(BT_E + B'T_E') \\
 S_i &= A'(B \oplus T_E) + A(B \oplus T_E)' \\
 S_i &= A \oplus B \oplus T_E
 \end{aligned}$$

Circuito final (com simplificação): (versão sem simplificação também foi considerada correta)

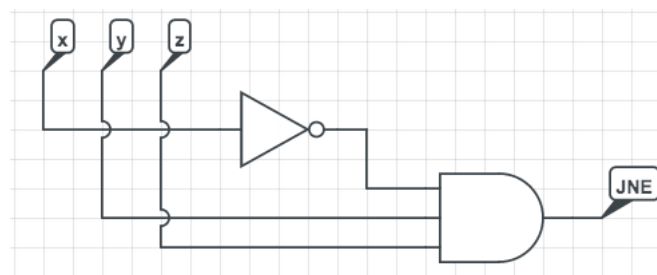


3) 3 bits $\rightarrow x, y, z$

Sugestão de tabela da verdade (o importante é que cada instrução seja ativada por uma única combinação de x, y, z):

x	y	z	ADD	SUB	NOP	JNE	JMP	JCY	ADC	HLT	Função
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	ADD = $x'y'z$
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	SUB = $x'y'z$
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	NOP = $x'yz$
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	JNE = $x'yz$
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	JMP = $xy'z$
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	JCY = $xy'z$
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	ADC = xyz
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	HLT = xyz

Circuito de JNE para o caso desta tabela da verdade:



4) (Abaixo estão sugestões das demonstrações), como feito em aula.

a) Teorema de DeMorgan: $(a + b)' = a'.b'$

Prova-se mostrando que $a'.b'$ é o complemento de $(a + b)$:

$$\begin{aligned}
 (a + b).a'.b' &= & \text{(T. Distributividade)} \\
 = a.a'.b' + b.a'.b' &= & \text{(P. Comutatividade, T. Complemento)} \\
 = 0 + 0 &= 0 \\
 \rightarrow (a + b).a'.b' &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (a + b) + a'.b' &= & \text{(T. Distributividade)} \\
 = (a + b + a').(a + b + b') &= & \text{(T. Complemento)} \\
 = (1 + b).(a + 1) &= & \text{(T. Elemento Nulo)} \\
 = 1.1 &= 1 \\
 \rightarrow (a + b) + a'.b' &= 1
 \end{aligned}$$

Logo, $(a + b)' = a'.b'$ c.q.d.

b) Teorema do Consenso: $a.b + a'.c + b.c = a.b + a'.c$

1ª forma de demonstrar)

$$\begin{aligned}
 a.b + a'.c + b.c &= & \text{(T. Combinação)} \\
 = (a.b.c + a.b.c') + (a'.b.c + a'.b'.c) + (a.b.c + a'.b.c) &= & \text{(P. Comutatividade, P. Associatividade)} \\
 = (a.b.c + a.b.c) + a.b.c' + (a'.b.c + a'.b.c) + a'.b'.c &= & \text{(T. Idempotência)} \\
 = a.b.c + a.b.c' + a'.b.c + a'.b'.c &= & \text{(T. Distributividade)} \\
 = a.b.(c + c') + a'.c.(b + b') &= & \text{(T. Complemento)} \\
 = a.b + a'.c \\
 a.b + a'.c + b.c &= a.b + a'.c & \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

2ª forma de demonstrar)

$$\begin{aligned}
 & a.b + a'.c + b.c = && \text{(T. Complemento)} \\
 & = a.b + a'.c + b.c.(a + a') = && \text{(T. Distributividade)} \\
 & = a.b + a'.c + b.c.a + b.c.a' = && \text{(T. Comutatividade, T. Distributividade)} \\
 & = a'.c.(1 + b) + a.b.(1 + c) = && \text{(T. Elemento Nulo)} \\
 & = a'.c + a.b = && \text{(T. Comutatividade)} \\
 & = a.b + a'.c && \\
 & a.b + a'.c + b.c = a.b + a'.c && \text{c.q.d.}
 \end{aligned}$$

Alguns alunos tentaram aplicar E de um mesmo termo dos dois lados da equação. Mesmo que o resultado final seja uma igualdade válida, isso não necessariamente implica que o teorema, que queremos demonstrar, seja válido. Veja este contra-exemplo:

Supondo:

$$0 = 1$$

$$0.0 = 1.0$$

$$0 = 0$$

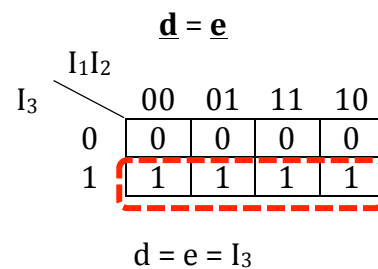
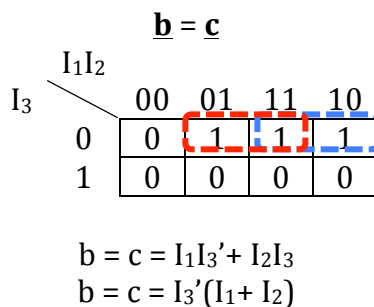
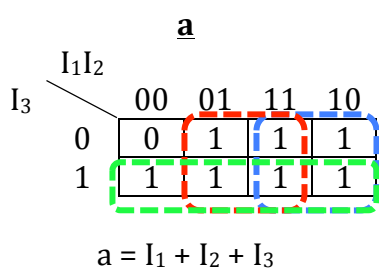
Veja que o resultado final não implica que a primeira linha esteja correta!

5)

Tabela da verdade:

I ₁	I ₂	I ₃	a	b	c	d	e
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	1

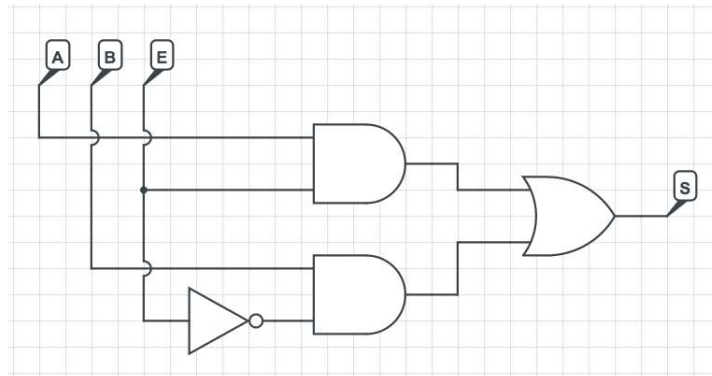
Mapas de Karnaugh:



Extra)

Foram aceitos dois circuitos:

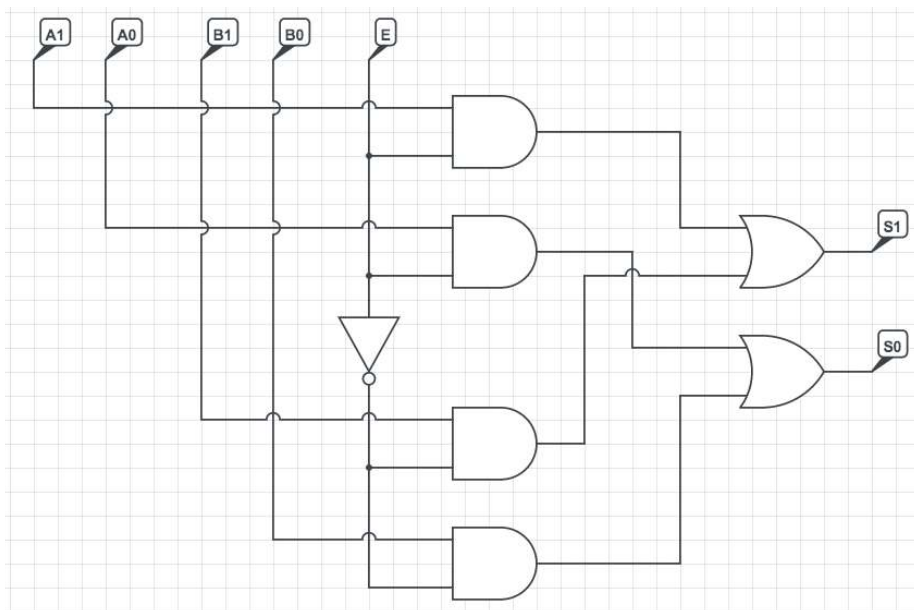
Circuito 1 (MUX de 1 bit):



Funcionamento:

E	S
0	B
1	A
$S = E'B + EA$	

Circuito 2 (MUX de 2 bits):



Funcionamento:

E	S ₀	S ₁
0	B ₀	B ₁
1	A ₀	A ₁
$S_0 = E'B_0 + EA_0$		
$S_1 = E'B_1 + EA_1$		