EA721 - Tarefa 8

Rodrigo Seiji Piubeli Hirao (186837)

4 de novembro de 2021

Conteúdo

1 Exercício 01

1.a

Pela equação 1 temos que $\omega_n = 2rad/s$ e $\xi = \frac{1}{8}$, e pelas equações 2 e 3 temos que $M_p = 0.6731 = 67.31\%$ e $t_s = 16s$. Por final pela equação 4 temos que $k_v = 0$

$$H(s) = \frac{P(s)}{1+P(s)} = \frac{4}{s(s+0.5)+4} = \frac{4}{s^2+\frac{s}{2}+4} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \tag{1}$$

$$M_p = e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi} \tag{2}$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \tag{3}$$

$$k_v = \lim_{s\to\infty} sH(s) = s\frac{4}{s^2+\frac{s}{2}+4} = 0 \tag{4}$$

1.b

Agora considerando $\xi = \frac{1}{2}$ e $\omega_n = 5rad/s$ temos a função de transferência da equação 5, com polos $p = -2.5 \pm 4.33j$, que mostra um comportamento estável, porém são polos inatingíveis por P(s) apenas alterando $C(s) = k > 0$, pois, como pode ser visto pelo lugar das raízes da figura 1, não é possível o polo assumir esse valor.

$$H'(s) = \frac{25}{s^2+5s+25} \tag{5}$$

E com as equações 2 e 3 temos que $M_p = 0.163 = 16.3\%$ e $t_s = 1.6s$, bom como $k_v = 0$ resolvendo a equação 4 novamente.

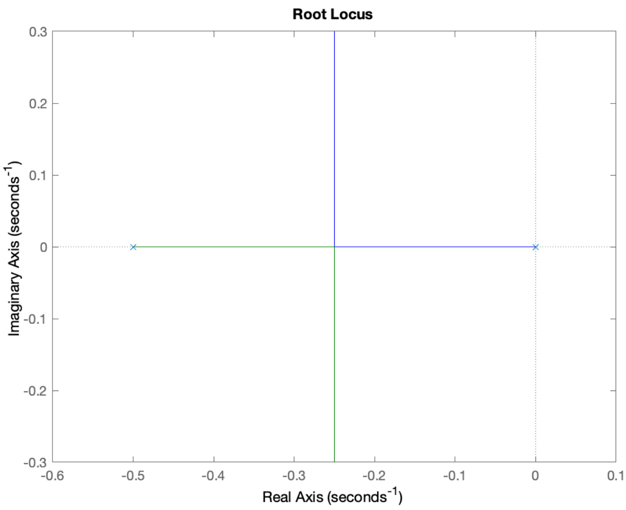

Figura 1: Lugar das raízes de P(s)

1.c

Queremos chegar nos polos $s1 = -2.5 \pm 4.33j$, assim vamos projetar $C_{av} = 3.6929\frac{(s-3)}{(s+2.727)}$, como pode ser visto pela execução do matlab abaixo. O que resulta no lugar das raízes da figura 2.

```
>> s1 = -2.5+4.33*j

s1 =

  -2.5000 + 4.3300i
```

```
>> P = zpk([], [0 -0.5], 4)

P =

      4
  ---------
  s (s+0.5)

Continuous-time zero/pole/gain model.

>> Ps1 = evalfr(P, s1)

Ps1 =

  -0.0967 + 0.1371i

>> FPs1 = angle(Ps1)

FPs1 =

    2.1853

>> fi = pi - FPs1

fi =

    0.9563

>> usT= 3

usT =

     3

>> usaT=-real(s1)+imag(s1)/(tan(angle(s1+usT)-fi))

usaT =

   10.4351

>> kc=abs(s1+usaT)/(abs(s1+usT)*abs(Ps1))

kc =

   12.3642

>> Cav=zpk([-usT],[-usaT],kc)

Cav =

  12.364 (s+3)
  ------------
   (s+10.44)

Continuous-time zero/pole/gain model.
```

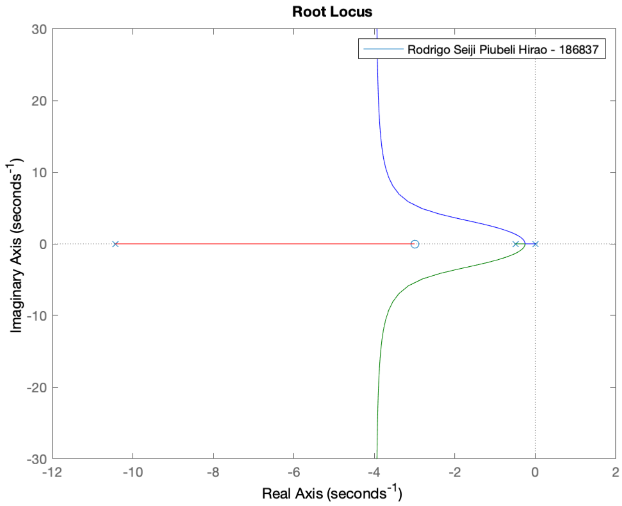

Figura 2: Lugar das raízes de $C_{av}P(s)$

1.d

Observamos que a função de transferência resultante tem uma constante de velocidade 28.4243, como pode ser visto no script a seguir, devemos adicionar um compensador atraso para levar essa constante para 80, para tal usaremos a equação 6 a seguir.

```
>> Er = ((s+10.44) *  (s+0.5)) / ((s+5.935) * (s^2 + 5*s + 25))

Er =

        s^2 + 10.94 s + 5.22
  ---------------------------------
  s^3 + 10.93 s^2 + 54.67 s + 148.4

Continuous-time transfer function.

>> dcgain(Er)

ans =

    0.0352

>> kv = 1/dcgain(Er)

kv =

   28.4243
```

$$C_{at}(s) = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} \tag{6}$$

Sabendo que $k' = \beta k$ temos então que $\beta = 2.8145$, e como temos um zero em -0.01, então $\frac{1}{T} = 0.01$, assim tendo o compensador da equação 7

$$C_{at}(s) = \frac{s + 0.01}{s + 0.003555} \tag{7}$$

Que produz o erro dc à rempa de 0.125, ou seja, constante de velocidade 80.

```
>> C = series(Cav, Cat)
```

```
C =

  12.364 (s+0.01) (s+3)
  ---------------------
  (s+0.003555) (s+10.44)

Continuous-time zero/pole/gain model.

>> Ha = feedback(series(C,P),1)

Ha =

           49.457 (s+3) (s+0.01)
  ---------------------------------------
  (s+5.94) (s+0.01) (s^2 + 4.988s + 24.97)

Continuous-time zero/pole/gain model.

>> Er = series(I, 1-Ha)

Er =

       s (s+10.44) (s+0.5) (s+0.003555)
  -----------------------------------------
  s (s+5.94) (s+0.01) (s^2 + 4.988s + 24.97)

Continuous-time zero/pole/gain model.

>> dcgain(Er)

ans =

    0.0125

>> 1/0.0125

ans =

    80
```

Foram também produzidos os gráficos das figuras 3, 4, 5 e 6

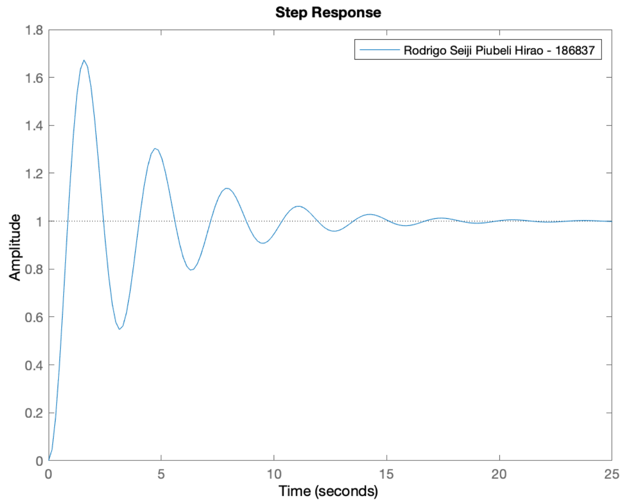

Figura 3: Resposta ao degrau da malha fechada não compensada

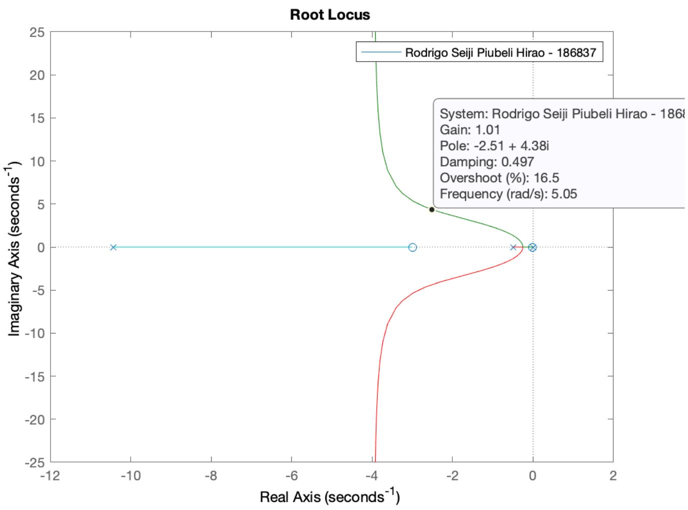

Figura 4: Lugar das raízes da malha compensada

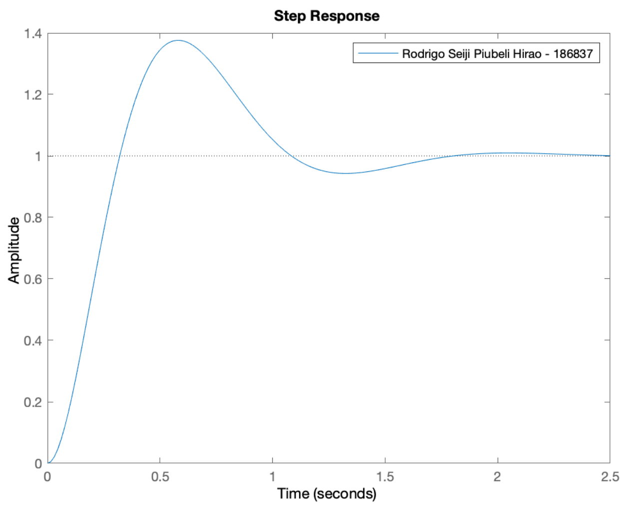

Figura 5: Resposta ao degrau da malha fechada compensada

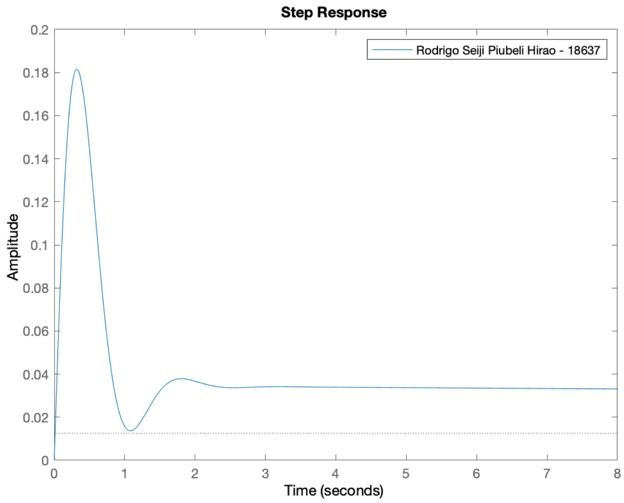

Figura 6: Erro da malha fechada compensada à rampa