F-128 – Física Geral I

Aula exploratória 11
- respostas -

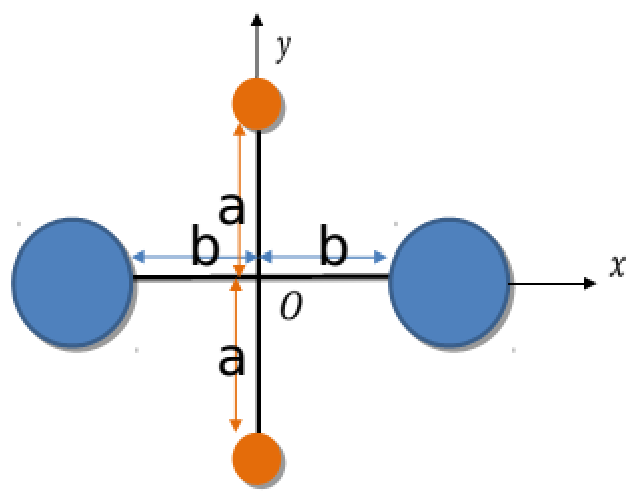
UNICAMP – IFGW

Exercício 1

Quatro esferas pequenas, ambas com massas distribuídas de maneira uniforme, as esferas laranjas de massa m e raio r e as azuis de massa M e raio R, estão presas às extremidades de uma estrutura de massa desprezível no plano.

a) Se a rotação do sistema ocorre ao redor do eixo y, com velocidade angular ω, encontre o momento de inércia e a energia cinética rotacional ao redor desse eixo.

b) Suponha agora que o sistema gire no plano, ou seja ao redor do eixo z. Calcule o momento de inércia e a energia rotacional.



Exercício 1- Solução

Definimos o momento de inércia como uma medida da distribuição de massa ao longo de um volume:

$$I = \int_{\mathcal{V}} r^2 dm$$

Podemos representar o elemento de massa em termos da densidade volumétrica:

$$\rho(x, y, z) = \frac{dm}{dV}$$

Resultando em uma maneira puramente geométrica de calcular o momento de inércia, ao longo de um eixo passando pelo centro de massa:

$$I = \int_{\mathcal{V}} \rho(x, y, z) dxdydz$$

Exercício 1- Solução

Para calcular o momento de inércia para um corpo rotacionando ao redor de um eixo paralelo à um eixo passando pelo centro de massa, podemos usar o Teorema de Steiner ou Teorema dos Eixos Paralelos:

$$I = I_{CM} + Ml^2$$

Onde l é a distância do centro de massa ao novo eixo. Com efeito:

$$I_{y,azul} = I_{CM,azul} + M(B+b)^2 = \left(\frac{2}{5}R^2 + (b+B)^2\right)M$$

$$I_{y,laranja} = \frac{2}{5}mr^2$$

$$2I_{y,zul} + 2I_{y,laranjas} = \frac{4}{5}MR^2 + 2M(B+b)^2 + \frac{2}{5}mr^2$$

Exercício 1- Solução

A energia cinética de rotação é dada pôr:

$$K=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\left[\frac{4}{5}MR^2+2M(B+b)^2+\frac{2}{5}mr^2\right]\omega^2$$

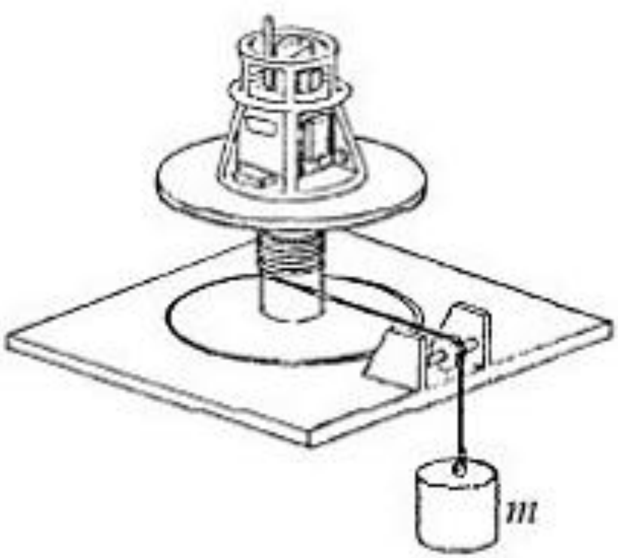
Item b) Neste caso, ambos os sistemas giram em torno de um eixo externo:

$$I_{y,laranja}=\frac{2}{5}mr^2+m(r+a)^2$$

Exercício 2

Este problema descreve um método experimental para determinar o momento de inércia de um corpo com forma irregular tal como a carga útil para um satélite. A figura mostra um cilindro de massa *m* suspensa por uma corda que está enrolada ao redor de um carretel de raio *R* apoiando o corpo. Quando o cilindro é solto do repouso, ele desce uma distância *h*, adquirindo uma velocidade *v*. Mostre que o momento de inércia *I* do equipamento, incluindo a plataforma, é:

$$I = mR^2\left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right)$$



Exercício 2 - Solução

Calcular o momento de inércia diretamente no caso de um sólido disforme é algo muito complicado mesmo com auxílio computacional, mas neste caso o princípio de conservação de energia nos permite realizar o cálculo, usando o fato que a energia potencial gravitacional é transformada em energia cinética pro centro de massa do cilindro e rotacional do equipamento:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\left(\frac{I}{R^2} + m\right) = 2mgh$$

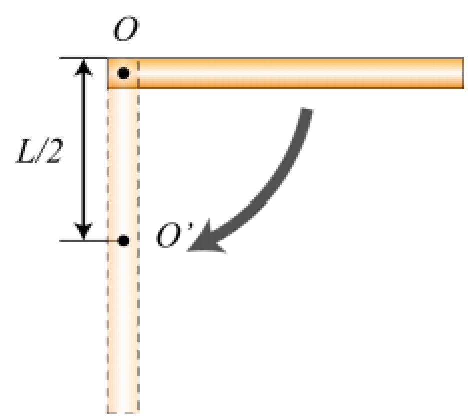
$$\left(\frac{I}{mR^2} + 1\right) = 2gh$$

$$\mathrm{I} = \mathrm{mR}^2\left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right)$$

Exercício 3

Uma barra uniforme de comprimento L e massa M pode girar livremente através de um pino que está localizado em uma de suas extremidades(conforme figura). A barra está inicialmente em repouso.

a) Calcule o momento de inércia da barra em relação ao eixo do pino.
b) Calcule a energia potencial gravitacional da barra quando ela atingir a sua posição mais baixa em relação a sua posição inicial.
c) Usando conservação da energia mecânica, calcule a velocidade angular da barra quando ela atingir sua posição mais baixa.



Exercício 3 - Solução

a) Usando o teorema dos eixos paralelos:

$$I = I_{CM} + Ml^2 = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} = \frac{ML^2}{3}$$

b) Usando a variação de energia do centro de massa:

$$U = \frac{mgL}{2}$$

c)

$$K = U \rightarrow \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{mgL}{2} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

Exercício extra – Pense Fora da Caixa!

a)Em "Smooth Criminal", Michael Jackson realiza um famoso passo de dança, que está mostrado na figura abaixo. Utilizando o que foi aprendido até aqui, esse movimento é possível?

b) No mesmo clipe, outro famoso passo utilizado por Michael Jackson é demonstrado: O Moonwalk, originalmente de "Billie Jean". Tente identificar qual conceito físico tem que ser dominado para realizar o movimento.

Exercício extra – Pense Fora da Caixa!

http://scienceblogs.com/dotphysics/2009/06/26/the-physics-of-michael-jacksons-moonwalk/

Exercício extra

Um inventor propôs a construção de um pêndulo usando um peso de massa 1 kg preso na extremidade de um fio de comprimento L. Em vez de oscilar para a frente e para trás, a massa se move num círculo horizontal de raio R com velocidade escalar constante v = 3 m/s e o fio faz um ângulo b constante com a direção vertical. Supondo que o tempo t para uma revolução seja 1,5 s, encontre a tensão no fio, o ângulo b e o raio R deste pêndulo cônico.

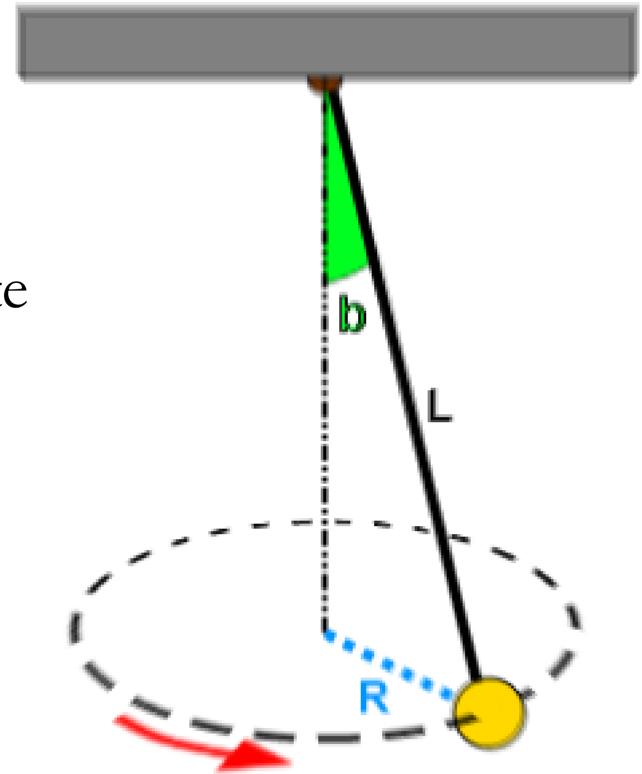


Figura 1: Ilustração do pêndulo cônico.

Exercício extra

Dado um cilindro de raio *R*, massa *M*, e comprimento *h*.

a) Calcule seu momento de inércia ao redor de seu eixo.

b) Determinado que a densidade do cilindro é dada pôr:

$$\rho(r) = \lambda r^2$$

Recalcule o momento de inércia em torno do eixo central.