EA721 - Tarefa 5

Rodrigo Seiji Piubeli Hirao (186837)

22 de outubro de 2021

Conteúdo

1 Exercício 01

Temos a equação 1, com polos em -3, $-1 \pm i$ ($k \to 0$) e zeros em $-2 \pm 2i$ ($k \to \infty$). Assim ela possui $3 - 2 = 1$ assíntota, com ângulo $180°$ que intercepta o eixo real em $\frac{(-3+(-1+i)+(-1-i))-((-2+2i)+(-2-2i))}{1} = -1$.

$$1 + k\frac{s^2 + 4s + 8}{(s+3)(s^2+2s+2)} \tag{1}$$

Como não há pontos em que valores deixam de ser reais ou passam a ser reais, então não há pontos de fuga. É possível evidenciar isso calculando os pontos de fuga (raízes de $D'(s)N(s) - D(s)N'(s) = 0$) que apenas retornam números imaginários.

Também não há pontos em que será cruzado o eixo imaginário, pois a equação final nunca possuirá polos positivos.

Quanto aos ângulos temos que o ângulo de partida de $p_1 = 180°$, $p_2 \approx 90°$ pelas equações 2 e 3 e $p_3 \approx -90°$ por simetria.

Para o ponto $s \to p_1$

$$\begin{aligned} \phi_{p_1} &= \phi_{z_1} + \phi_{z_2} - (\phi_{p_2} + \phi_{p_3}) + 180° \\ &= 180° \end{aligned} \tag{2}$$

Para o ponto $s \to p_2$

$$\begin{aligned} \phi_{p_2} &= \phi_{z_1} + \phi_{z_2} - (\phi_{p_1} + \phi_{p_3}) + 180° \\ &= \arctan(-\frac{1}{1}) + \arctan(\frac{3}{1}) - \arctan(\frac{1}{2}) - 90° + 180° \\ &= -45° + 71.5° - 26.5° - 90° + 180° \\ &= 90° \end{aligned} \tag{3}$$

E para os pontos de chegada temos $z_1 = 45°$ e, por simetria, $z_2 = -45°$

Para o ponto $s \to z_1$

$$\begin{aligned} \phi_{p_2} &= \phi_{p_1} + \phi_{p_2} + \phi_{p_3} - \phi_{z_2} - 180° \\ &= \arctan(\frac{2}{1}) - \arctan(-\frac{1}{1}) - \arctan(-\frac{3}{1}) - 90° + 180° \\ &= 63.4° + 135° + 116.5° - 90° - 180° \\ &= 45° \end{aligned} \tag{4}$$

Assim, temos o resultado da figura 1.

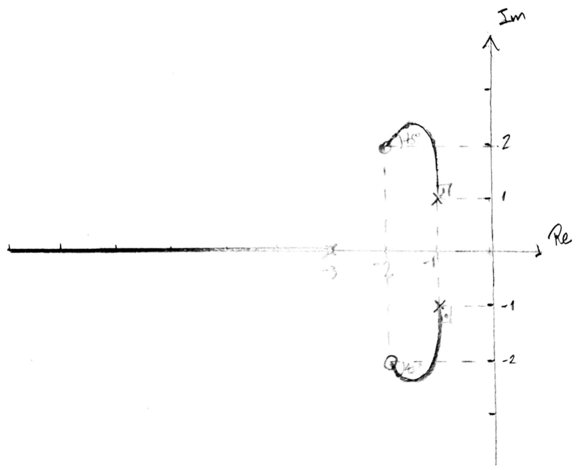

Figura 1: LR do exercício 01

2 Exercício 02

Gerando o lugar das raízes da equação 5, obtemos os resultados da figura 2

$$1 + k\frac{s+1}{s^2(s+\alpha)} \tag{5}$$

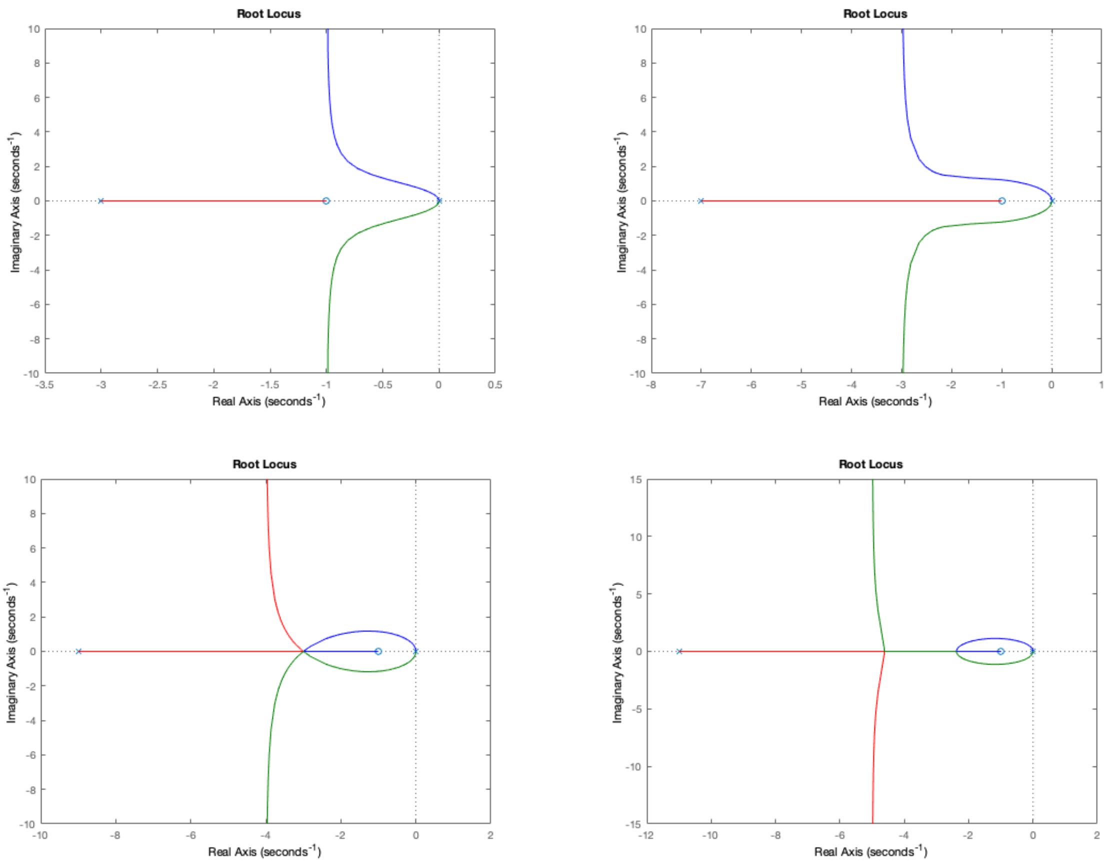

Figura 2: Lugar das raízes da equqção 5, para a=3, a=7, a=9 e a=11

Partindo da equação 5, devemos chegar na equação 6 com $k = 1$

$$1 + \alpha G(s) \tag{6}$$

Ou seja, precisamos de uma função que tem um polo $= -\alpha$, começando em -1 ($\alpha = 0$)

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

Assim, fazendo o lugar das raízes de G(s) temos

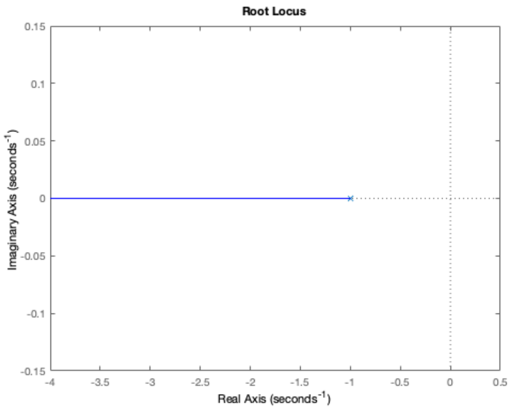

Figura 3: Lugar das raízes da equação 6