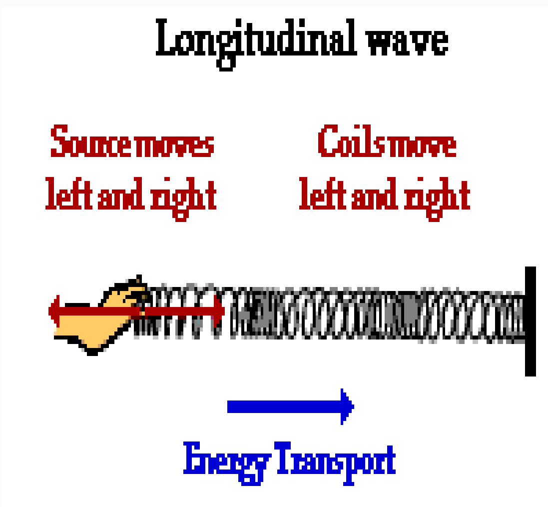
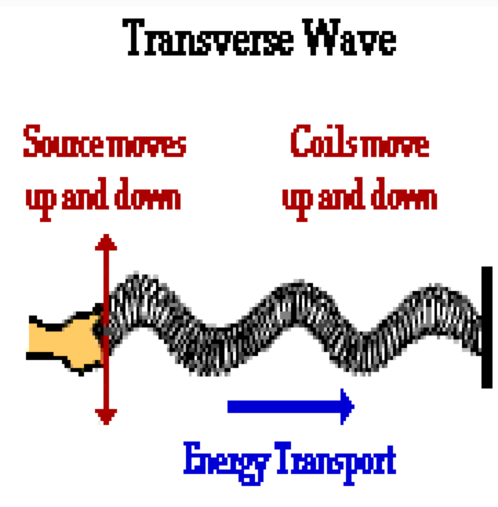
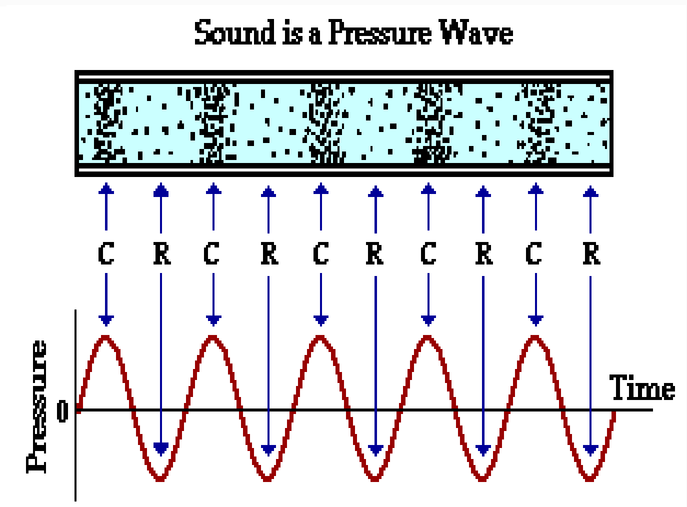
Aula-8
Ondas II

Física Geral II - F 228

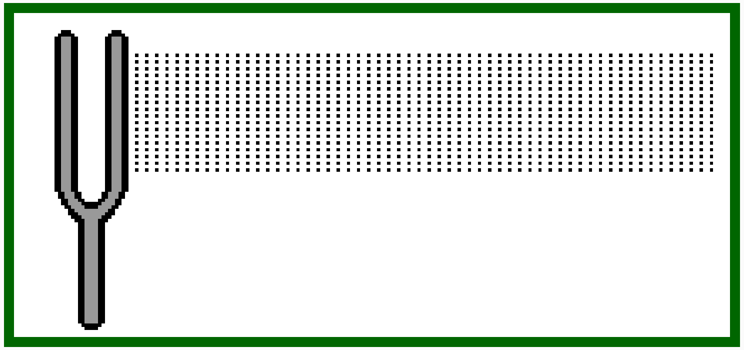
2º semestre, 2016

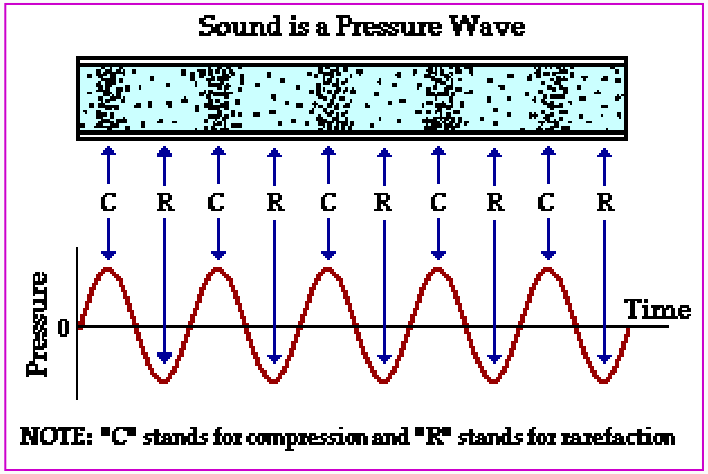






Som





- INFRASOM: f < 20 Hz
- SOM: audição humana : 20 Hz < f < 20.000 Hz

No ar: v_{som} ~ 340 m/s $\rightarrow$ λ : 1,7 cm a 17 m ; $v = \lambda f$

- ULTRASOM: f > 20,000 Hz

Velocidade do som

Qual é a distância aproximada de uma tempestade quando você nota uma diferença de 3 segundos entre ver o raio e ouvir o trovão?

$v_{luz} >> v_{som} \sim 340$ m/s

$\Delta x = v_{som} \times \Delta t = 340 \times 3 = 1020 \text{ m} \approx 1 \text{ km}$

Velocidade do Som

Já vimos (corda):

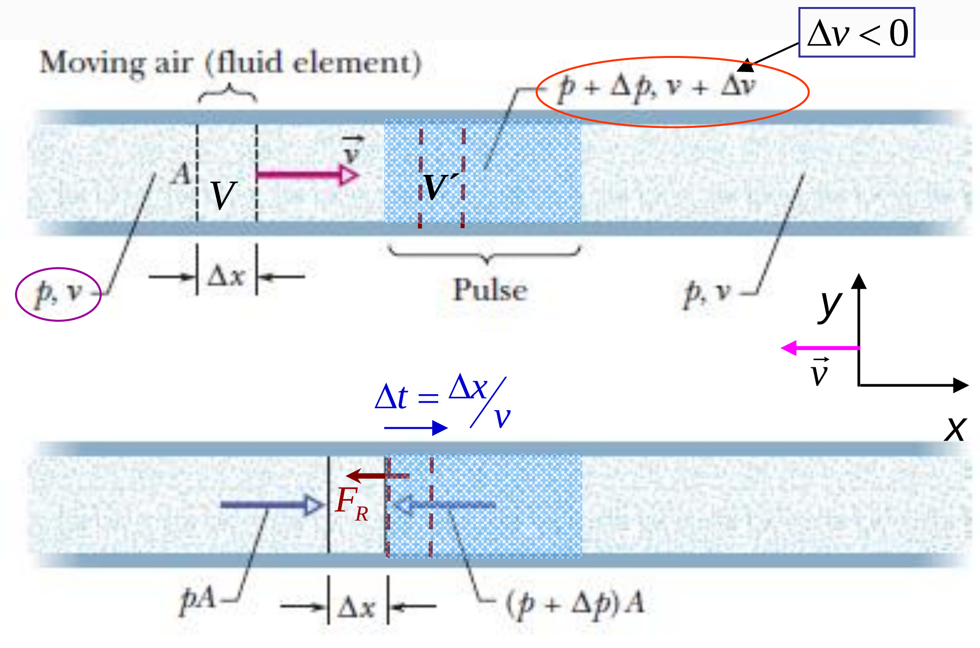
$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{fator\ elástico}{fator\ de\ inércia}}$$

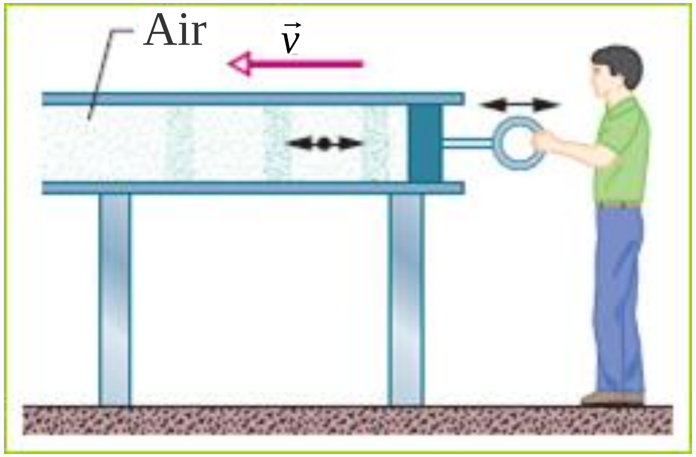
Para o som:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

(demonstrada a seguir)

Velocidade do Som





massa e aceleração do elemento:

$$\Delta m = \rho V = \rho A \Delta x = \rho A v \Delta t$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\bar{F}_R = pA - (p + \Delta p)A = -\Delta p A$$

$$\bar{F}_R = (\Delta m)\bar{a} \quad \rightarrow \quad -\Delta p \cancel{A} = (\rho \cancel{A} v \cancel{\Delta t}) \frac{\Delta v}{\cancel{\Delta t}}$$

$$\rho v^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v / v} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \equiv B \quad ;$$

$$V' = V - \Delta V \; ; \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{A(\Delta v \Delta t)}{A(v \Delta t)} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$V = A(v\Delta t) \longrightarrow \Delta V = A(\Delta v \Delta t)$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

B: módulo volumétrico

Velocidade do Som

(CNTP)	Bulk Modulus (B) [Pa]	Density (ρ) [kg/m^3]
Water	$2{,}2\times10^9$	1000
Methanol	$8{,}23\times10^8$	424
Air (Adiabatic)	$1{,}42\times10^5$	~ 1,21
Air (Constant Temp.)	$1{,}01\times10^5$	~ 1,21

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

No ar (adiabático): $v_{ar} = \sqrt{\dfrac{0{,}142\times10^6}{1{,}21}} \approx 342 \text{ m/s}$

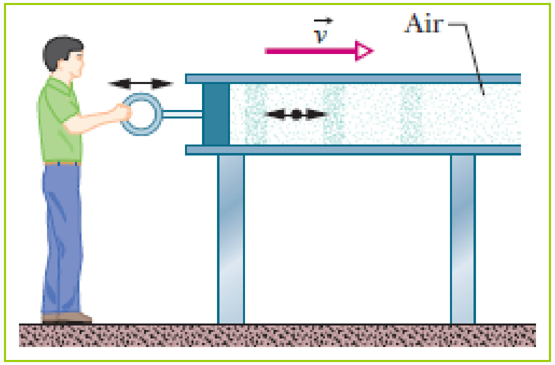
Na água: $v_{água} = \sqrt{\dfrac{2{,}2\times10^9}{10^3}} \approx 1483 \text{ m/s}$

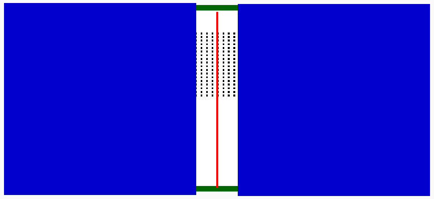
Em sólidos a velocidade atinge valores da ordem de 3000 m/s !

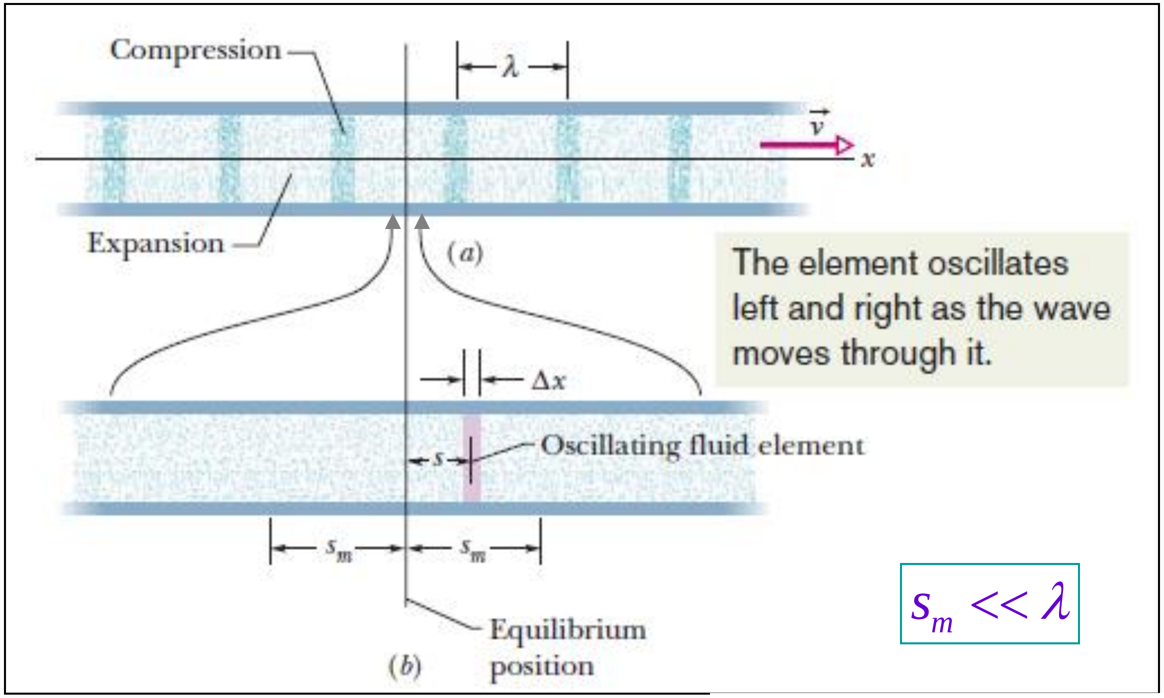
Ondas de Som Progressivas

Equação de Onda:

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}=0$$

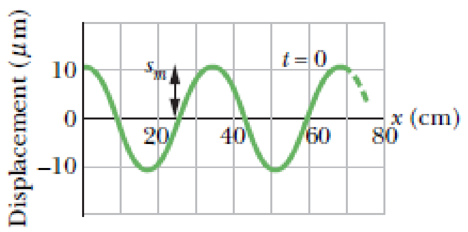




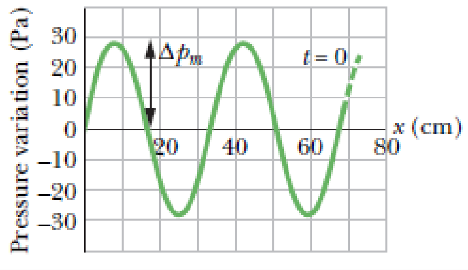


The element oscillates left and right as the wave moves through it.

$$s_m \ll \lambda$$



Deslocamento: $$s(x,t)=s_m\cos(kx-\omega t)$$

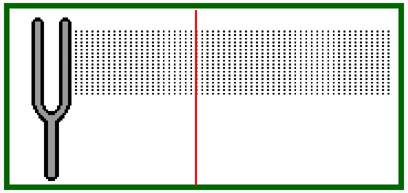


Variação de pressão : (Demonstrar!) $$\Delta p(x,t)=\Delta p_m\sin(kx-\omega t)$$

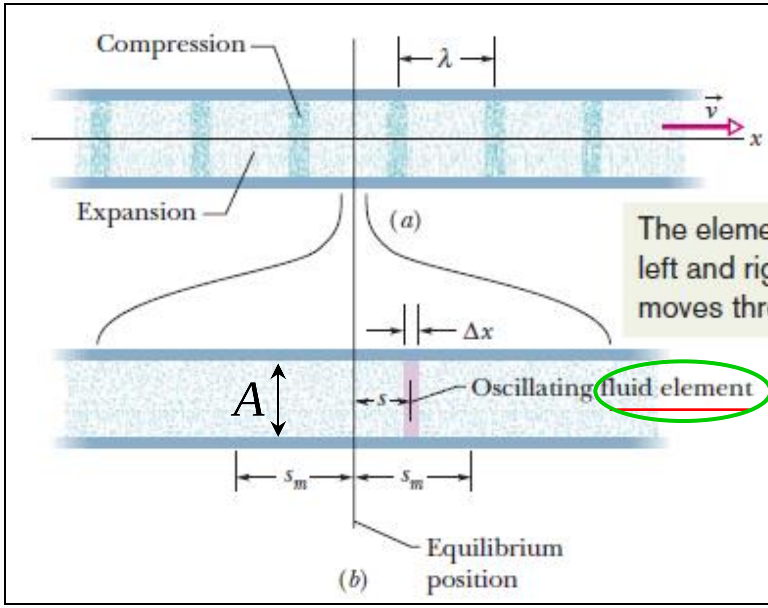
$$\Delta p_m \ll p(x,t)\ !$$

Ondas de Som Progressivas

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$



$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$



$$s_m \ll \lambda$$

Para um elemento do fluido:

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V} \quad ; \quad V = A\Delta x$$

$$\Delta V = A\Delta s \quad ; \quad \Delta s = \Delta x_f - \Delta x_i$$

$$\Delta p = -B\frac{\Delta s}{\Delta x} \xrightarrow[\text{infinitesimal}]{\text{limite}} -B\frac{\partial s}{\partial x}$$

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

mas: $$\frac{\partial s(x,t)}{\partial x} = -ks_m \sin(kx - \omega t)$$

Defasados de $\pi/2$

$$\Rightarrow \quad \Delta p(x,t) = Bks_m \sin(kx - \omega t) \quad \Rightarrow \quad \Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t)$$

onde: $$\Delta p_m = (Bk)s_m = (v^2\rho k)s_m = (v\rho\omega)s_m \quad ; \quad B = \rho v^2 \qquad v = \frac{\omega}{k}$$

Interferência

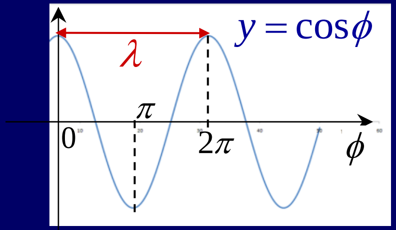
(Para som é o mesmo que ondas em cordas !)

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y(x,t) = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

Se: $\phi = n\,(2\pi)$ $\rightarrow$ Amplitude = 2A $\rightarrow$ Interferência construtiva

Como: $\dfrac{\phi}{2\pi} = \dfrac{\Delta L}{\lambda}$ $\rightarrow$ $\dfrac{\Delta L}{\lambda} = n = 0, 1, 2, \ldots$



Se: $\phi = (2n + 1)\pi$ $\rightarrow$ Amplitude = 0 $\rightarrow$ Interferência destrutiva

Daí: $\dfrac{\Delta L}{\lambda} = \dfrac{(2n+1)}{2} = \dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}, \dfrac{5}{2}, \ldots$

Som: Potência e Intensidade

Força sobre um elemento do fluido:

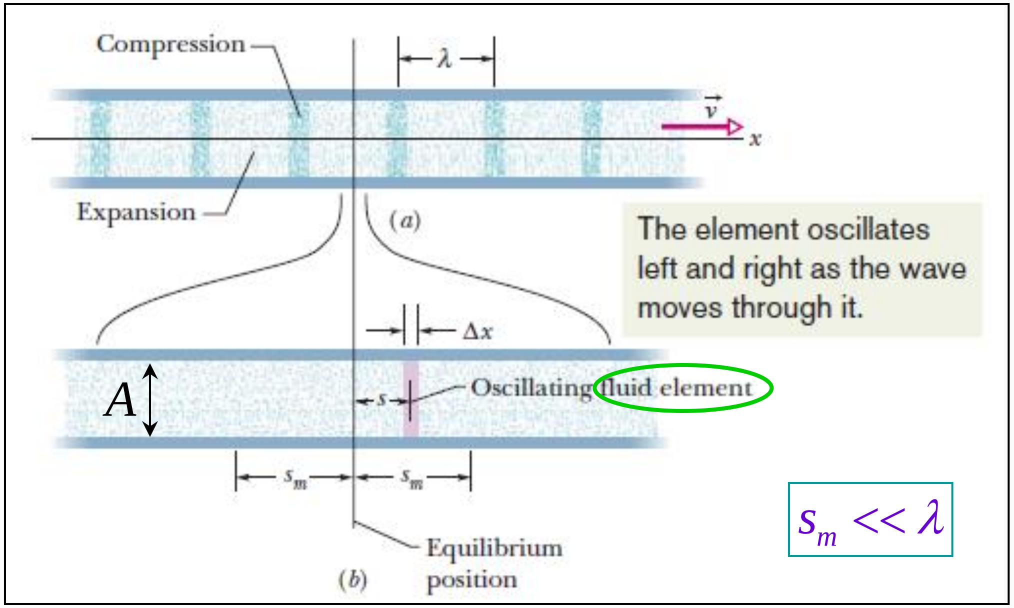
$$F = \Delta p(x,t)A = A\Delta p_m \sin(kx-\omega t) \quad ; \quad \Delta p_m = (v\rho\omega)s_m$$

Potência: $$P(x,t) = F\frac{\partial s(x,t)}{\partial t} = \omega A s_m \Delta p_m \sin^2(kx-\omega t)$$

$$\overline{P}(x,t) = \overline{\omega A s_m \Delta p_m}\ \overline{\sin^2(kx-\omega t)}$$

$$\overline{P}(x,t) = \frac{1}{2}\omega A s_m \Delta p_m$$

$$s(x,t) = s_m \cos(kx-\omega t)$$



$$s_m << \lambda$$

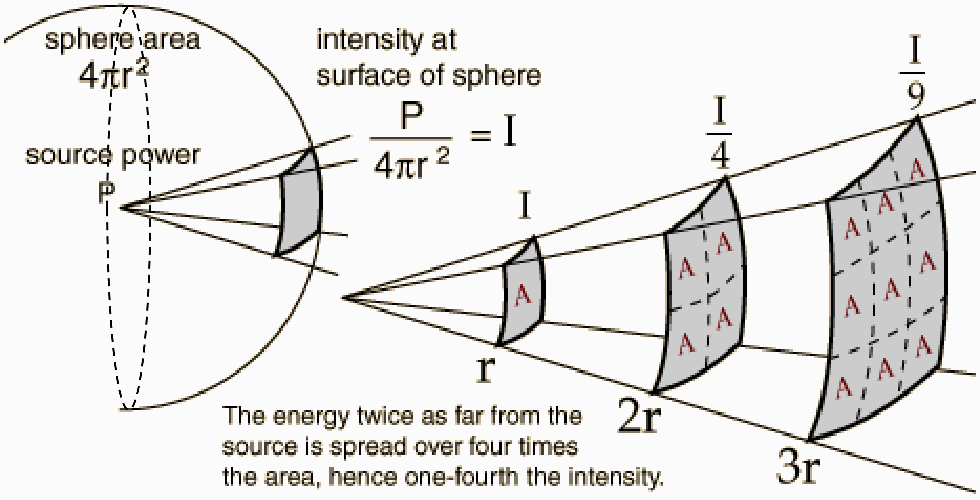
Intensidade:

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\omega s_m \Delta p_m$$

$$\boxed{I = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2}$$

Energia transportada pelas ondas

➢ Intensidade (I) de uma onda: É a potência transportada por unidade de área perpendicular ao fluxo de energia.



$$\boxed{I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2}$$

➢ No caso de ondas esféricas a energia flui para todas as direções. A intensidade fica:

$$\boxed{I = \frac{\overline{P}}{4\pi r^2}}$$

Audição humana

- O ouvido humano pode detectar sons com amplitude de deslocamento tão baixa quanto 10^{-11} m (limiar de audibilidade) e tão alta quanto 10^{-5} m (limiar da dor).

- Para sons com f ~ 1,1 kHz (ω ~ 6,91×10³ rad/s) e considerando as propriedades típicas do ar (CNTP) : ρ ~ 1,3 kg/m³ e v ~ 340 m/s, a intensidade será:

$$I = \frac{\overline{P}}{A} = \frac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2$$

$$\begin{cases} I_{\min} \approx \dfrac{1{,}3 \times 340 \times (6{,}91 \times 10^3)^2 \times (10^{-11})^2}{2} \approx 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2} \\ I_{máx} \approx \dfrac{1{,}3 \times 340 \times (6{,}91 \times 10^3)^2 \times (10^{-5})^2}{2} \approx 1\ \mathrm{W/m^2} \end{cases}$$

- Ou seja, o ouvido humano pode detectar uma enorme variação de intensidade sonora:

$$\frac{I_{máx}}{I_{\min}} \approx 10^{12}$$

Audição humana

- É conveniente definirmos a medida do nível sonoro, β , como:

$$\beta(I) = (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I}{I_{\min}}$$

Onde dB é a abreviação para *decibel*.

1 dB = 0,1 B ;   sendo B (*bel*) a unidade de nível sonoro.

Assim:
$$\begin{cases} I = I_{\min} & \rightarrow \quad \beta(I_{\min}) = 0\,\mathrm{dB} \\ I = I_{máx} & \rightarrow \quad \beta(I_{máx}) = 120\,\mathrm{dB} \end{cases}$$

$$\frac{I_{máx}}{I_{\min}} \approx 10^{12}$$

O decibel

dB

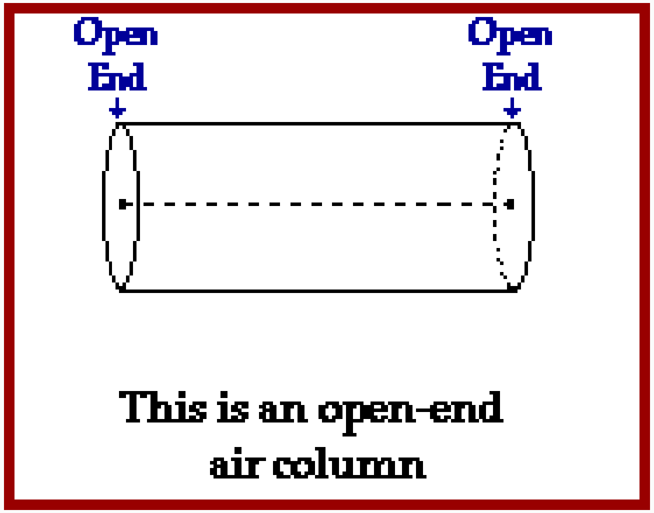
160
150 Turbina de avião; Caixa de bateria a 10 cm
140 Som de uma banda de rock
130
120 --- Limiar da dor
110
100 --- Máximo de um piano
--- 94 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones
90
--- Violão dedilhado (a 30 cm)
80
--- 74 dB SPL, teste de sensibilidade de microfones
70 --- Bate papo normal
60
50
40
--- Cochicho
30
--- Nível de ruído em um estúdio de gravação
20
10
0 --- Limiar da audição para jovens (I ~ 10^{-12} watt/m^2)

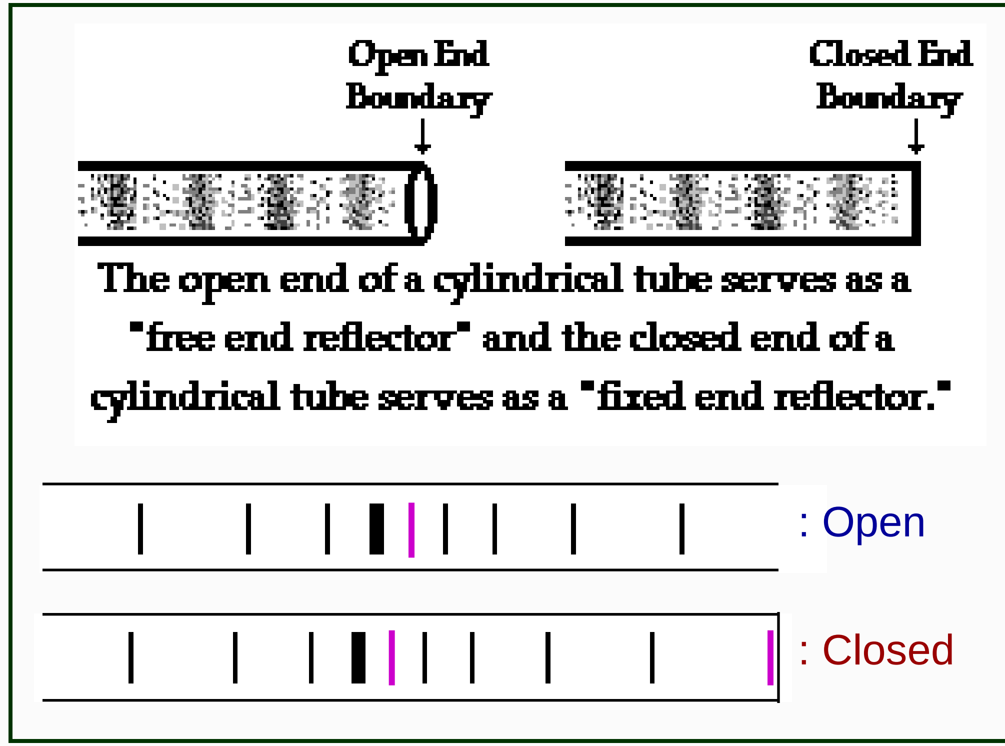
Sons musicais

• Os instrumentos de corda produzem ondas estacionárias para certos valores de comprimentos de onda. Nesta situação de ressonância a corda oscila com grande amplitude, produzindo assim um som audível.

• Nos instrumentos de sopro as ondas se propagam no interior de um tubo, que pode ser aberto nas duas extremidades ou somente em uma. Cada caso permitirá a ocorrência de ondas estacionárias que produzem sons ressonantes, com oscilações do ar em grandes amplitudes.

Ondas estacionárias: tubos





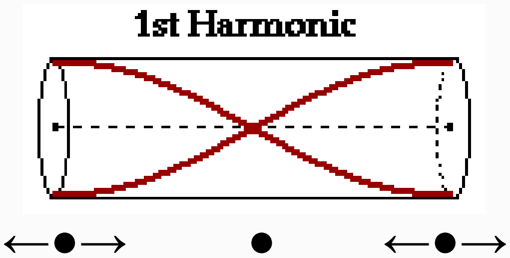
The natural frequency of a trombone can be modified by changing the length of the air column inside the metal tube.

Ondas estacionárias: tubos abertos

$$\lambda_i = \frac{v}{f_i}$$

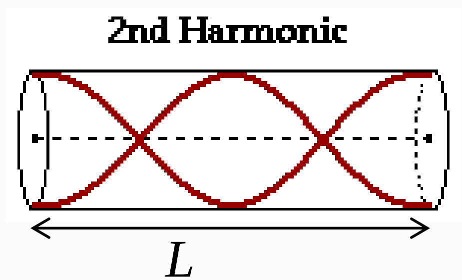
$$L = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$



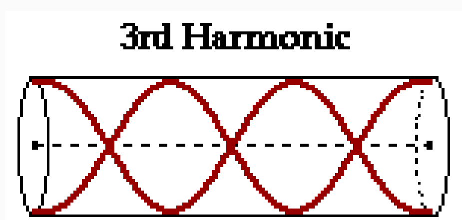
$$L = \lambda_2$$

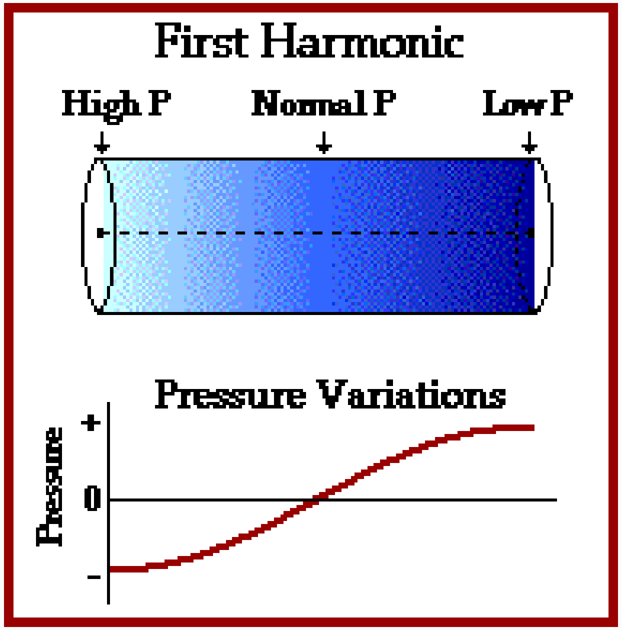
$$f_2 = \frac{v}{L} = 2\,f_1$$



$$L = \frac{3}{2}\lambda_3$$

$$f_2 = \frac{3v}{2L} = 3\,f_1$$





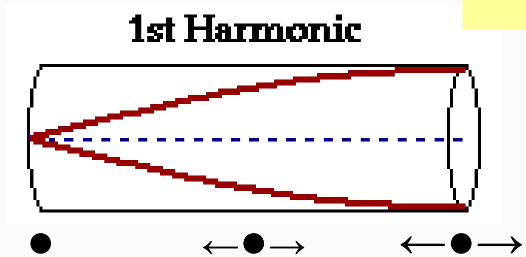
(Descrição feita em termos dos deslocamentos de ar. A variação de pressão tem um comportamento oposto)

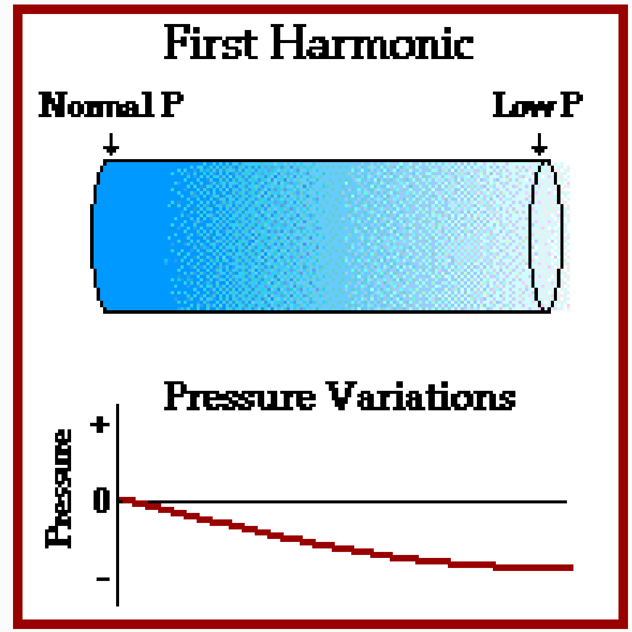
Ondas estacionárias em tubos com uma extremidade fechada

$$\lambda_i = \frac{v}{f_i}$$

$$L = \frac{\lambda_1}{4}$$

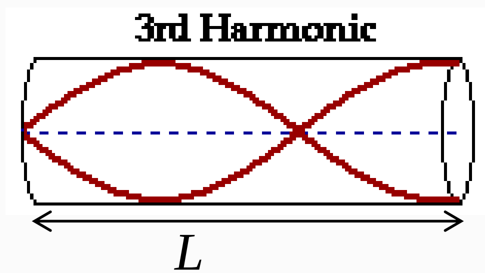
$$f_1 = \frac{v}{4L}$$





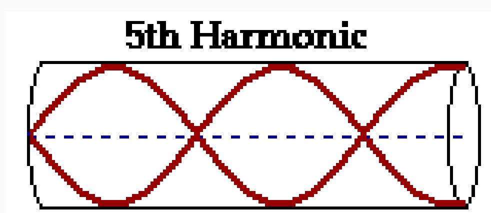
$$L = \frac{3}{4}\lambda_3$$

$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3 f_1$$



$$L = \frac{5}{4}\lambda_5$$

$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5 f_1$$



(Descrição feita em termos dos deslocamentos de ar. A variação de pressão tem um comportamento oposto)

Não tem harmônicos pares!

Ondas estacionárias: órgãos

- Qual é a freqüência fundamental e os três primeiros harmônicos de um tubo de órgão de 26 cm de comprimento, se ele for **(a)** aberto ou **(b)** fechado em uma das pontas?

(a) Harmônico fundamental: $$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343\,\mathrm{m/s}}{2\times(0,26\mathrm{m})} = 660\,\mathrm{Hz}$$

- Três primeiros harmônicos: 660 Hz, 1320 Hz, 1980 Hz.

(b) Harmônico fundamental: $$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343\,\mathrm{m/s}}{4\times(0,26\mathrm{m})} = 330\,\mathrm{Hz}$$

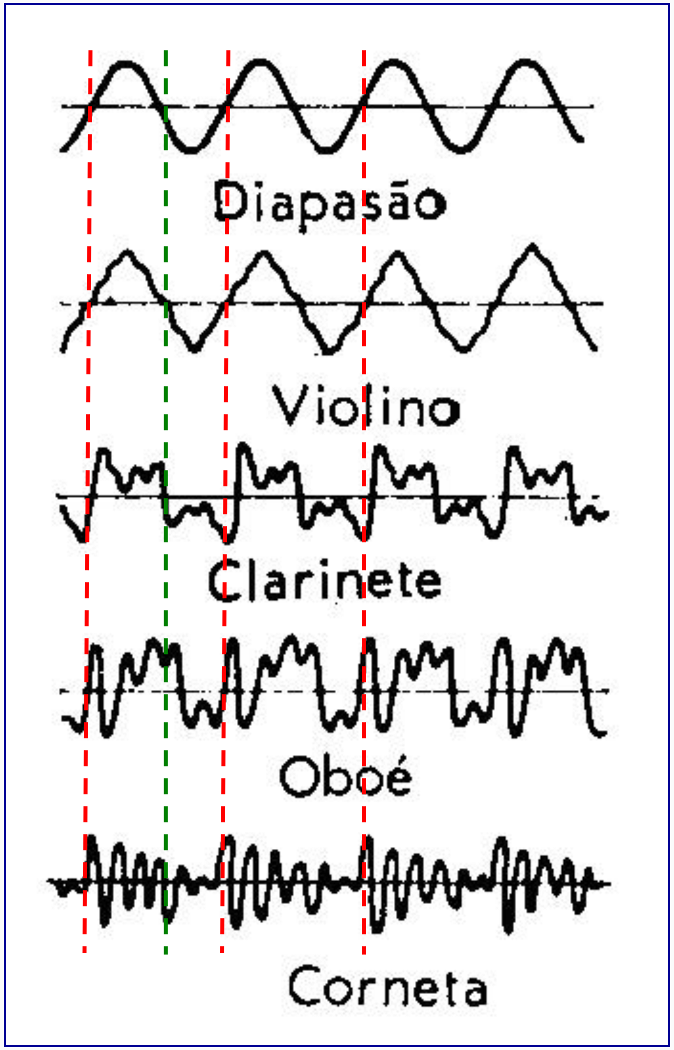
- Três primeiros harmônicos (apenas ímpares): 330 Hz, 990 Hz, 1650 Hz.

Timbres

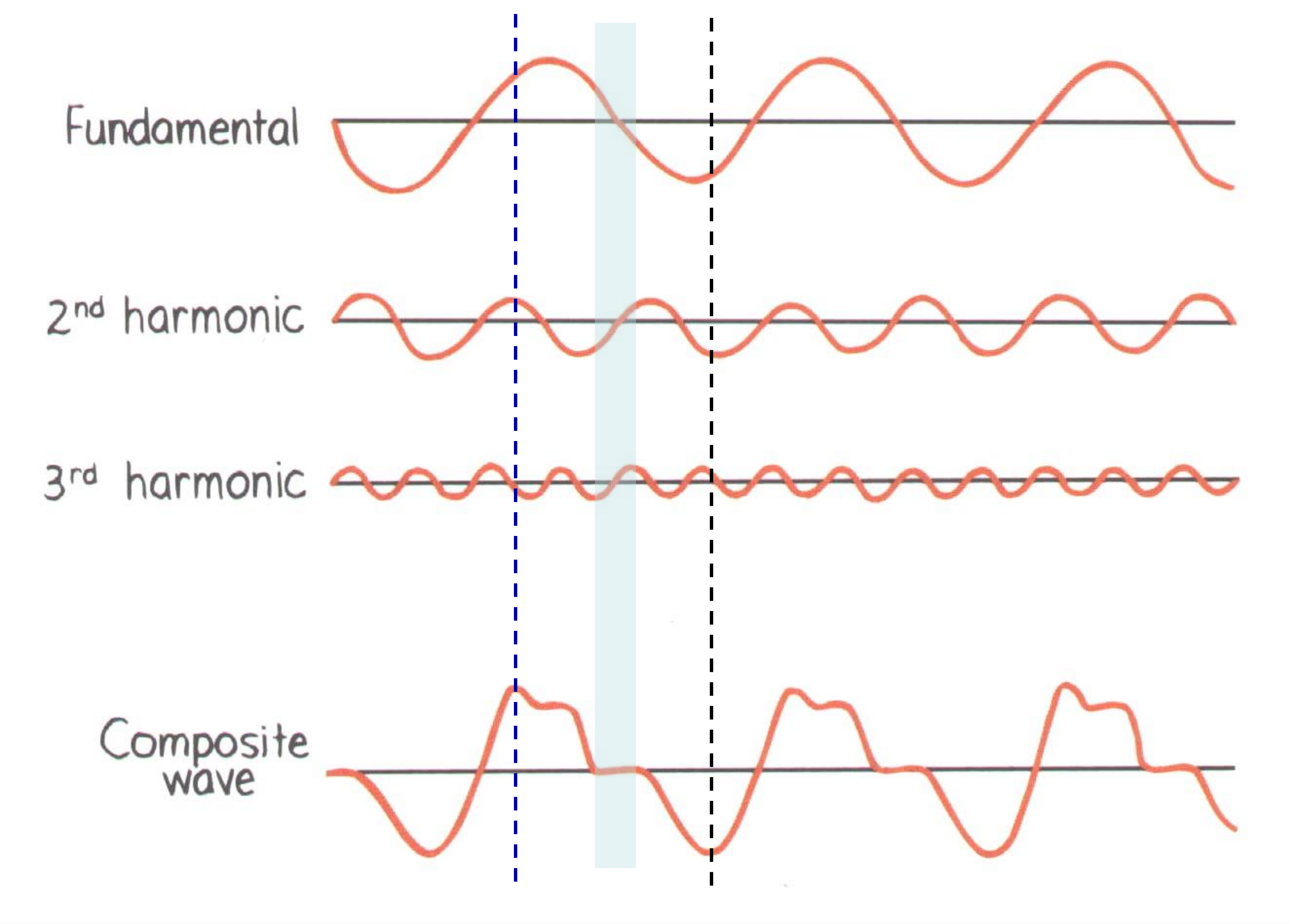
- Quando um instrumento emite uma nota musical, várias ondas harmônicas são superpostas, produzindo uma onda resultante diferente de uma senóide.

- Esta característica de cada instrumento é chamada de timbre, permitindo sua fácil identificação pelo ouvido humano.

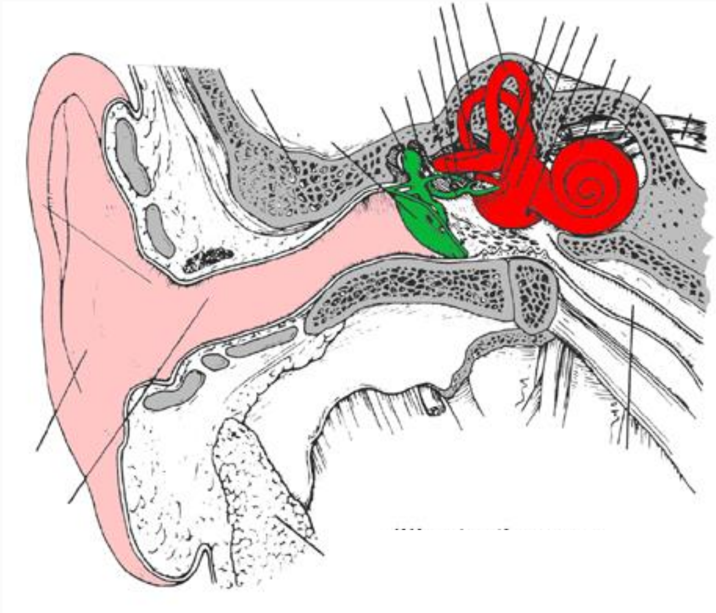
Nota emitida por diferentes instrumentos



Ondas Compostas



Ouvido humano



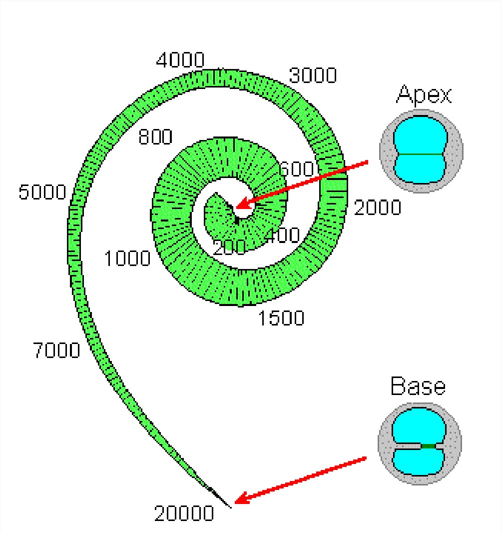
Ouvido externo
Ondas estacionárias e ressonância

“atuador” (Tímpano)

Análise de Fourier (Cóclea)

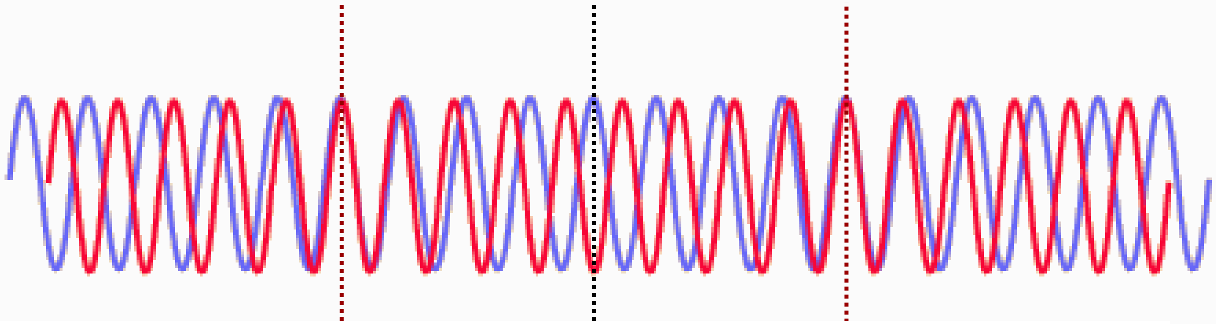
• A cóclea funciona como um <u>analisador de freqüências</u>!

Cóclea



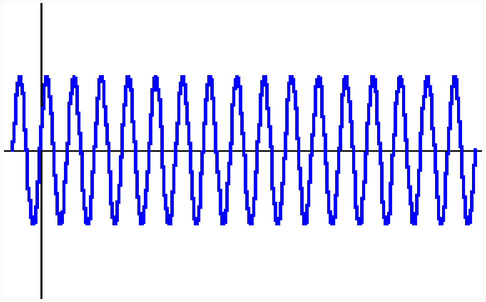
Batimento

- <u>Batimentos</u> – variação periódica da Intensidade de dois sons tocados juntos.
- A <u>frequência de batimento</u> é igual à diferença na frequência dos dois sons.



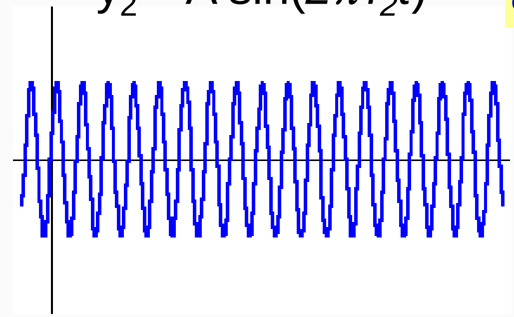
Batimento

$y_1 = A \sin(2\pi f_1 t)$ $\omega_1 = 2\pi f_1$

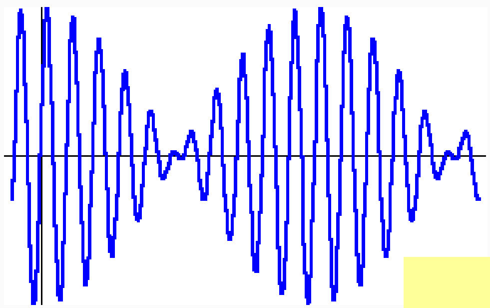


$+$

$y_2 = A \sin(2\pi f_2 t)$ $\omega_2 = 2\pi f_2$



$=$



$$y = y_1 + y_2 = \Bigg[\overbrace{2A\cos 2\pi \underbrace{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}_{f_{bat}/2} t}^{\text{Envoltória}} \Bigg] \sin 2\pi \underbrace{\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)}_{f_{med}} t$$

$$sen\, a + sen\, b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

- Se: $f_1 = 340\ \text{Hz}$ e $f_2 = 330\ \text{Hz}$ $\longrightarrow$

$\longrightarrow$ $f_{med} = \dfrac{f_1 + f_2}{2} = 335\,\text{Hz}$; $f_{bat} = f_1 - f_2 = 10\,\text{Hz}$

• Batimentos são usados para afinar instrumentos. A freqüência desejada é comparada com a freqüência do instrumento. Se um batimento é ouvido, significa que o instrumento está desafinado. Quanto maior a freqüência de batimento, mais desafinado estará o instrumento.

Efeito Doppler do Som

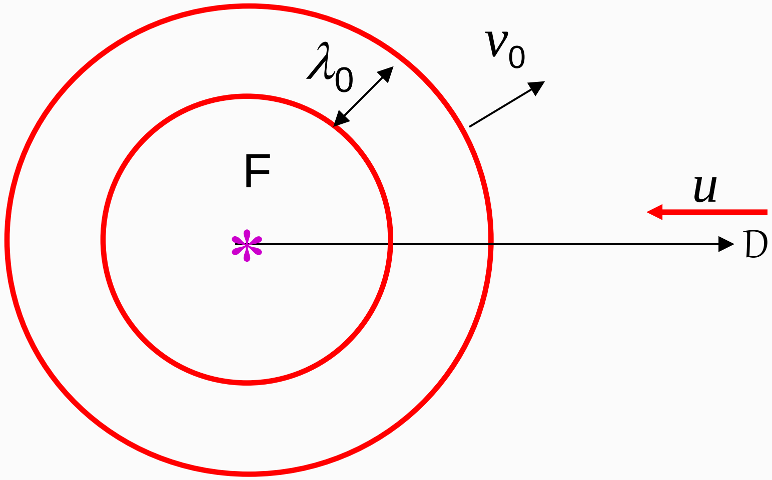
- É a mudança na frequência da onda devida ao movimento relativo entre a fonte e observador.
- A variação na frequência da onda é notada, pois a altura do som muda.

Efeito Doppler do Som

- Fonte parada, Detector com velocidade u

$$f' = \frac{v_0 + u}{\lambda_0} = \frac{v_0}{\lambda_0}\left(1 + \frac{u}{v_0}\right)$$

$$\boxed{v_0 = \lambda_0 f_0}$$



$$f' = f_0\left(1 + \frac{u}{v_0}\right)$$

A frequência aumenta!

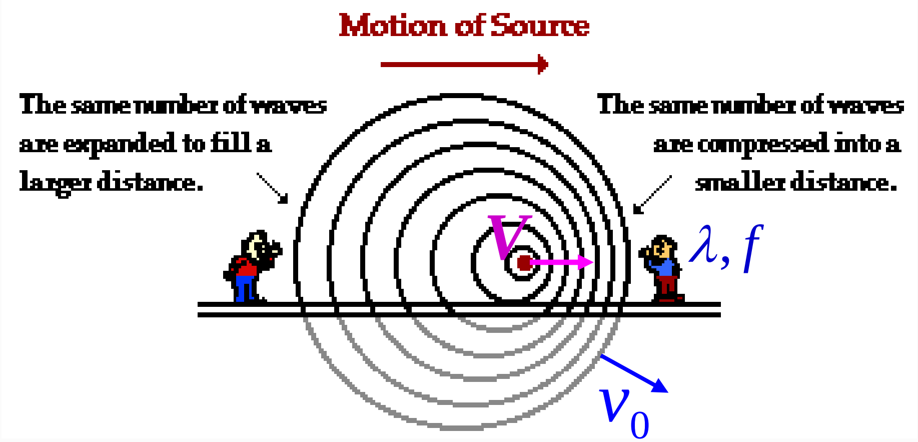
$$f' = f_0\left(1 \pm \frac{u}{v_0}\right) = f_0\,\frac{v_0 \pm u}{v_0}$$

\+ aproximação

\- afastamento

Efeito Doppler do Som

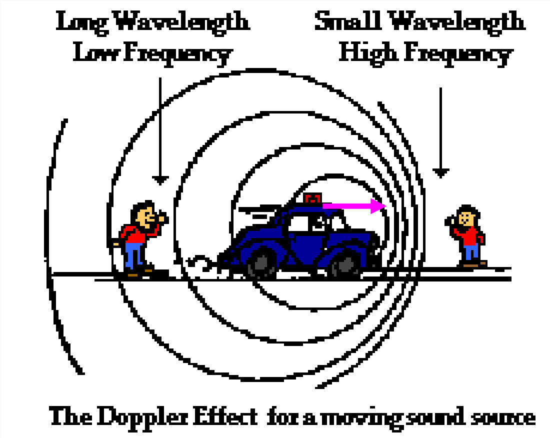
- Fonte se aproximando com velocidade V e Detector parado:



λ_0

$$\lambda = v_0 T_0 - V T_0$$

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 - \frac{V}{v_0} \right)$$



Em termos de frequências:

$$f = \frac{f_0}{\left(1 - \frac{V}{v_0} \right)} = f_0 \frac{v_0}{v_0 - V}$$

$$v_0 = \lambda_0 f_0 = \lambda f$$

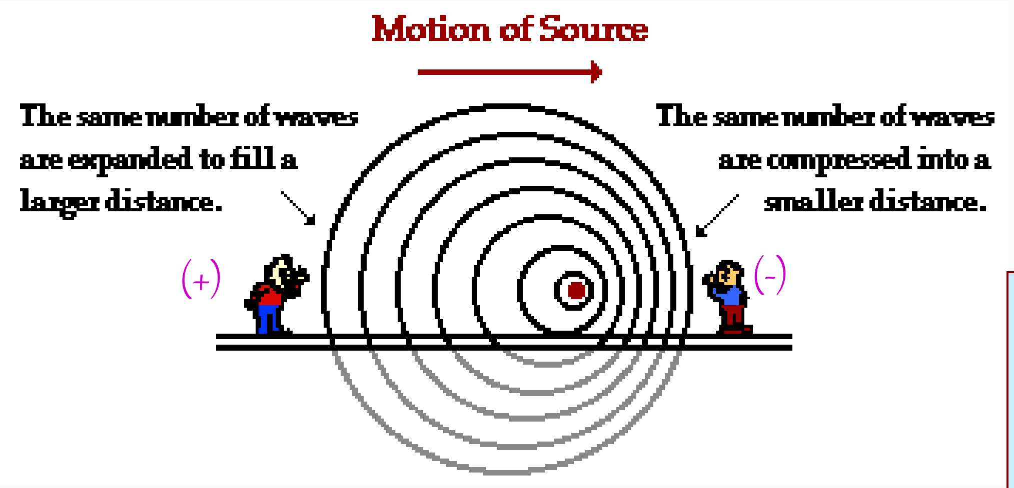
Efeito Doppler do Som

- Fonte se aproximando ou afastando com velocidade *V* com Detector parado:

$$f = \frac{f_0}{\left(1 \mp \frac{V}{v_0}\right)} = f_0 \frac{v_0}{v_0 \pm V}$$

- aproximação

+ afastamento



Caso geral:

$$f = f_0 \frac{\left(1 \pm \frac{u}{v_0}\right)}{\left(1 \mp \frac{V}{v_0}\right)} = f_0 \frac{v_0 \pm u}{v_0 \pm V}$$

Questão

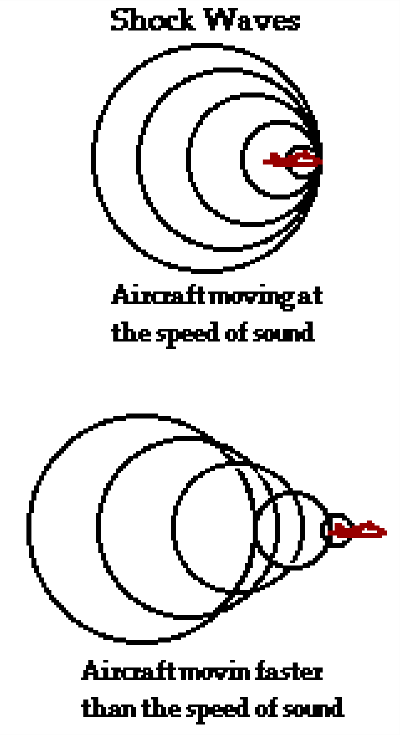
* Um apito de trem em repouso tem uma frequência de 3000 Hertz. Se você está parado e percebe uma frequência de 3010 Hertz, então você conclui que...
  – *a) O trem está se distanciando de você.*
  – *b) O trem está se aproximando de você.*

Velocidade do Som

- Subsônico: Mais lento que a velocidade do som

- Supersônico: Mais rápido que a velocidade do Som

- Número Mach = $\dfrac{\textit{Velocidade do objeto}}{\textit{Velocidade do som}}$



Número de Mach

$$Mach = \frac{v_{objeto}}{v_{som}}$$

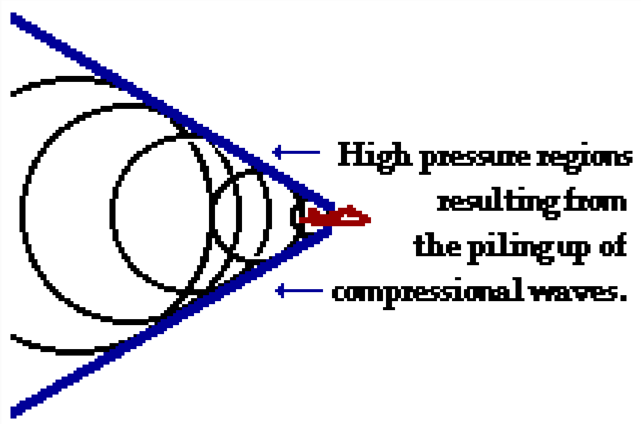
Mach 0

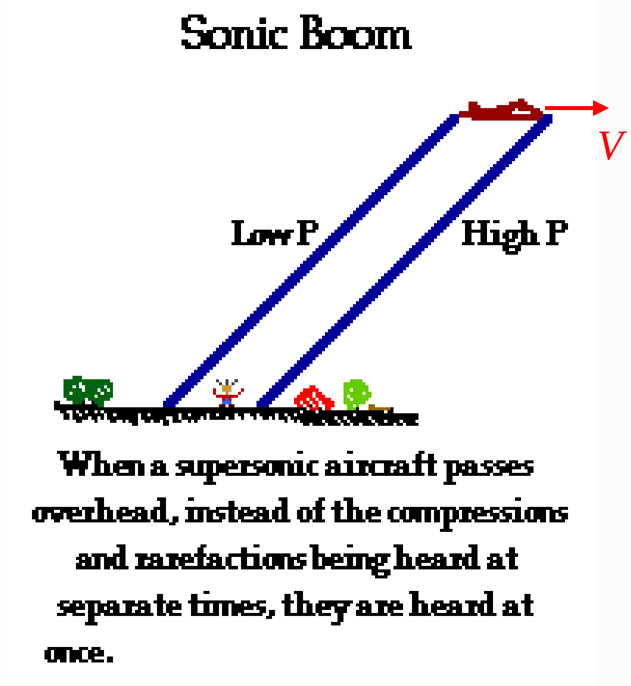
Mach 0,7

Mach 1

Mach > 1

Ondas de Choque





- Ondas esféricas emergem de um objeto que se desloca. Se o objeto se desloca a uma velocidade maior que a das ondas, o resultado é uma onda de choque em forma de cone.

$$f = f_{som} \frac{v_{som}}{v_{som} - V} \xrightarrow{V \to v_{som}} \infty$$

- Ouvem-se dois estrondos, um da frente do objeto voador, e o outro da parte de trás.

Velocidade do Som

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad\qquad B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V}$$

- Pode também ser expressa em termos da variação da densidade do fluido ($\Delta\rho$):

$$\rho = \frac{M}{V} \Rightarrow \Delta\rho = -M\frac{\Delta V}{V^2} = -\frac{M}{V}\frac{\Delta V}{V} = -\rho\frac{\Delta V}{V} \Rightarrow \frac{\Delta\rho}{\rho} = -\frac{\Delta V}{V}$$

daí:

$$B = \rho\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}\right) \Rightarrow v = \sqrt{\left(\frac{\Delta P}{\Delta\rho}\right)}$$

Velocidade do Som

Já vimos (corda):

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{\textit{fator elástico}}{\textit{fator de inércia}}}$$

Para o som:

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

(demonstrada mais adiante)

onde:

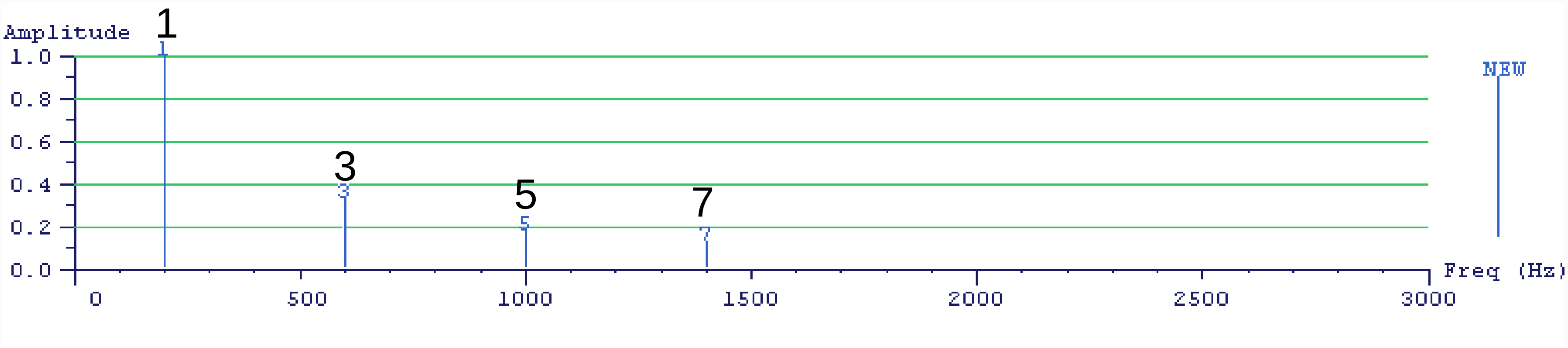
$$\underbrace{B = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V}}_{\text{Módulo de elasticidade volumétrico}}$$

[Unidade: pascal ou Pa]

Análise Harmônica

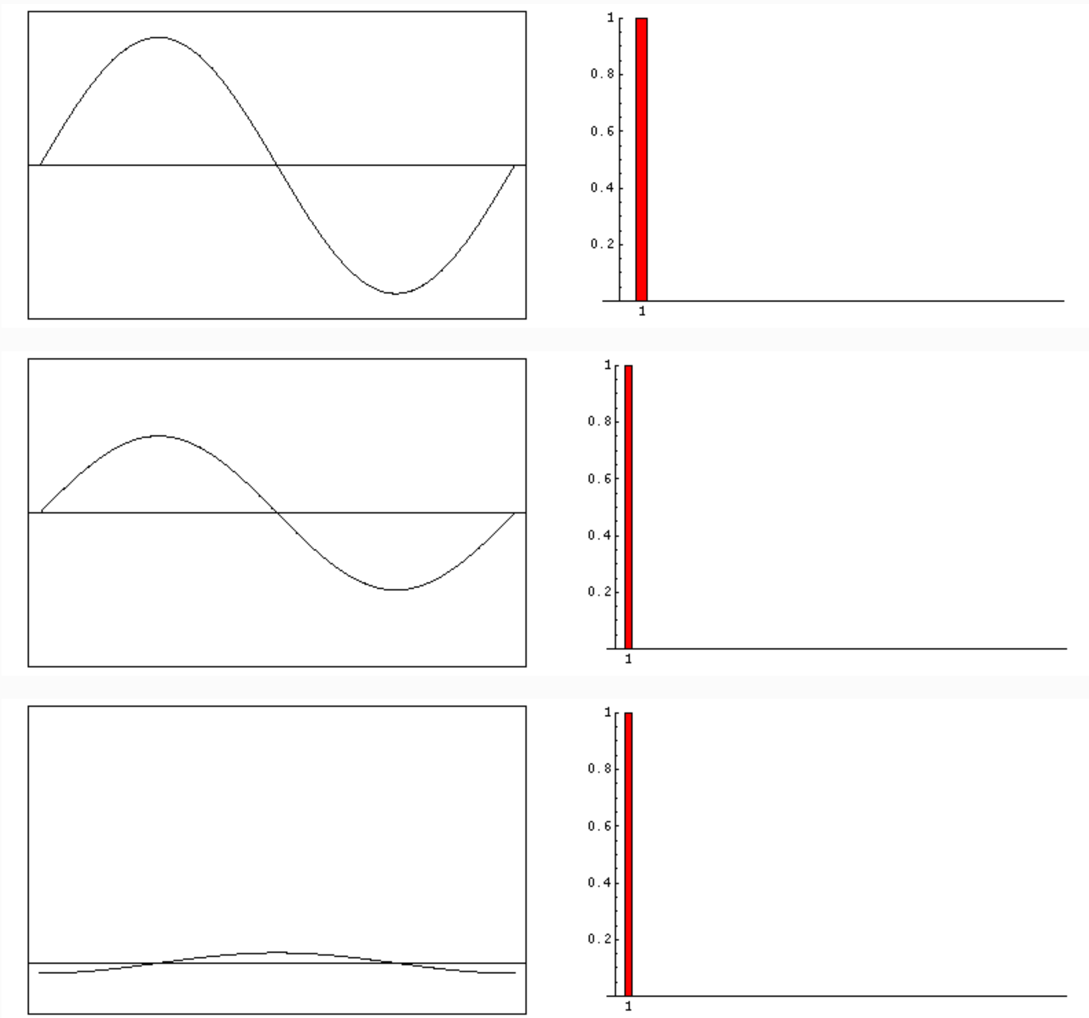
- Gráfico do resultado de uma análise harmônica

“Espectro”:



  - Freqüência do Harmônico: eixo horizontal
  - Amplitude do Harmônico: eixo vertical
  - Fase do Harmônico: não mostrada

Análise Harmônica: Ondas Compostas



(A redução brusca da pressão do ar fez com que moléculas de vapor d´água se condensassem, formando uma nuvem)

Séries de Fourier