F-128 – Física Geral I

Aula exploratória 12

UNICAMP – IFGW

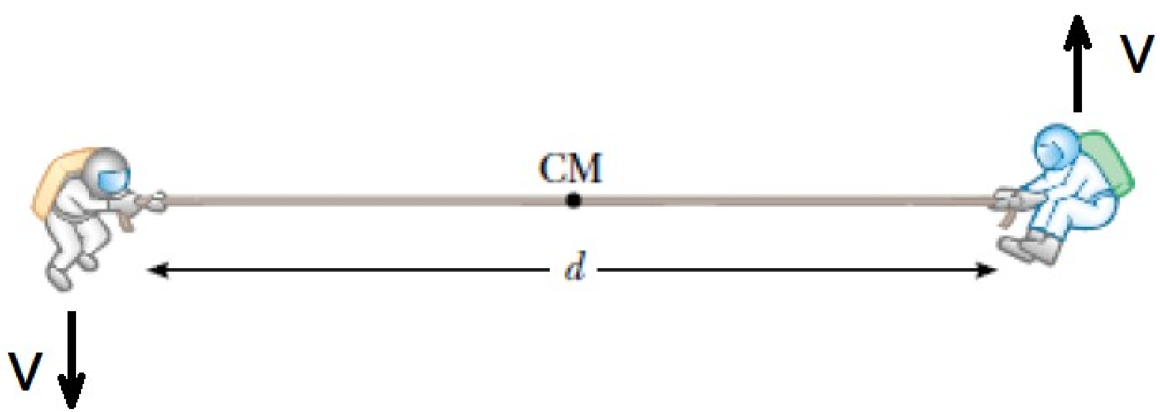
Exercício 1

Dois astronautas, cada um com massa M, são ligados por uma corda de comprimento d e massa desprezível. Eles orbitam livremente em torno do centro de massa do conjunto, ambos com velocidade tangencial v. Tratando os astronautas como partículas, calcule:

a) O módulo do momento angular do sistema.
b) A energia rotacional do sistema.

Puxando a corda, eles diminuem para d/2 a distância entre eles.

c) Qual é o novo momento angular do sistema?
d) Quais são as novas velocidades dos astronautas?
e) Qual é a nova energia rotacional do sistema?
f) Que trabalho foi feito pelos astronautas ao encurtar a corda?



Exercício 1 - Gabarito

a) $\omega_i = \frac{2v}{d}$; $I_i = \frac{Md^2}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{L = Mvd}$

b) $\boxed{K_{rot} = Mv^2}$

c) $\boxed{L_f = L_i = Mvd}$

d) $L_i = L_f$ $\Rightarrow$ $I_i\omega_i = I_f\omega_f$. $I_f = \frac{Md^2}{8}$; $\omega_f = \frac{8v}{d}$ $\Rightarrow$ $\boxed{v_f = 2v}$

e) $K_{rot} = \frac{I_f\omega_f^2}{2}$ $\Rightarrow$ $\boxed{K_{rot} = 4Mv^2}$

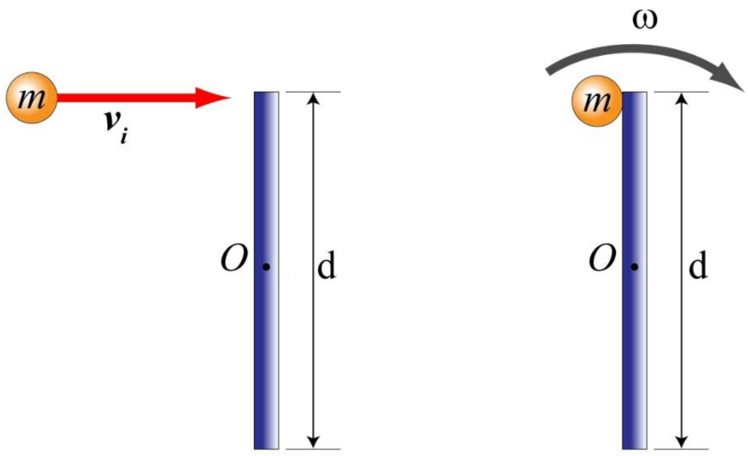
f) $\boxed{W = \Delta K_{rot} = 3Mv^2}$

Exercício 02

Uma partícula de massa 100 g, movendo-se a 6,0 m/s, colide com a extremidade de uma vareta de massa 300 g e comprimento d = 20 cm, que está em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. A vareta está fixa em um eixo que passa pelo centro de massa da vareta, e pode girar livremente em torno deste eixo. Supondo que a colisão é totalmente inelástica, calcule:

a) a velocidade angular da vareta após a colisão;

b) a energia cinética do sistema antes e depois da colisão.



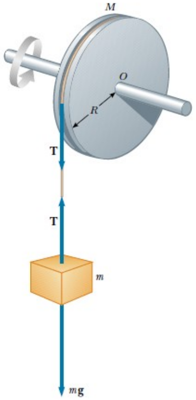
Exercício 03

Um disco uniforme de massa *M* e raio *R* é montado sobre um eixo horizontal fixo, sem atrito. Uma corda de massa desprezível enrolada na borda do disco suporta um bloco de massa *m*. Supondo que o disco partiu do repouso, calcule:

a) a aceleração linear do bloco em queda e a aceleração angular do disco (confira o limite quando $M=0$);

b) o trabalho realizado pelo torque aplicado ao disco após um intervalo de tempo Δt;

c) o aumento da energia cinética do disco e do bloco após o bloco descer de uma altura *H*.



Exercício extra

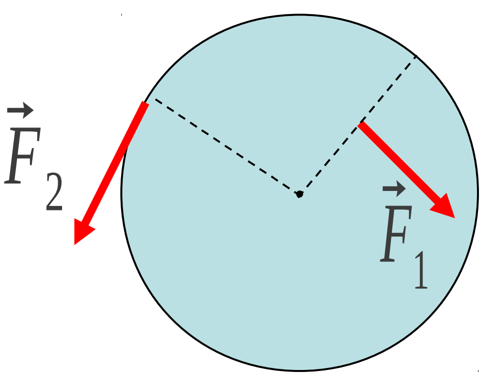
A figura mostra um disco uniforme de raio *R* e massa *m* que pode girar em torno de um eixo que passa pelo seu centro, como um carrossel. O disco está inicialmente em repouso. A partir do instante $t = 0$, duas forças constantes são aplicadas tangencialmente, uma na borda do disco e outra a uma distância $R/2$ do centro do disco, como mostra a figura.

a) Indique a direção do torque relacionado a cada força.

b) Calcule a o momento angular do disco após um intervalo de temo Δt.

c) Calcule a velocidade angular do disco após o mesmo intervalo de tempo

d) Qual a força que o disco exerce no eixo?



Exercício extra

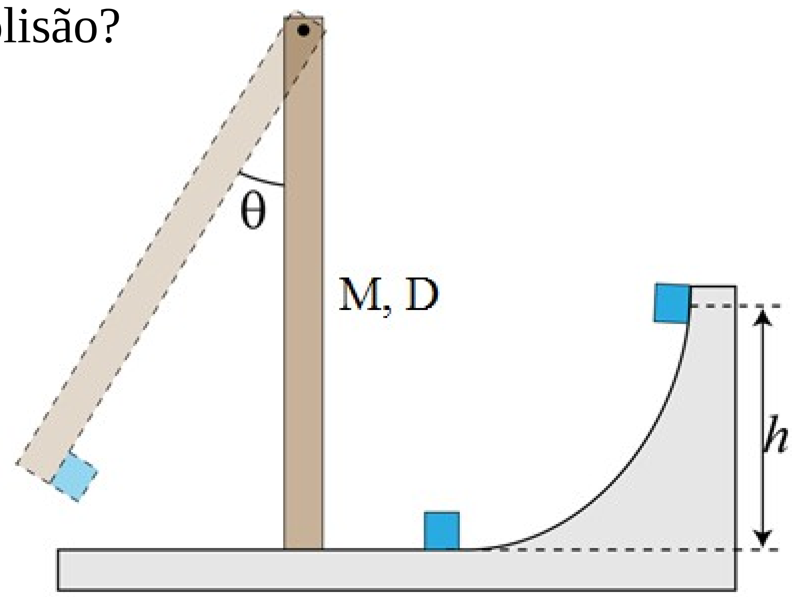
Uma partícula de massa m desce de uma altura h deslizando sobre uma superfície sem atrito e colide com uma haste vertical uniforme (de massa M e comprimento D), ficando grudada nela, conforme a figura abaixo. A haste pode girar livremente em torno de um eixo horizontal que passa por O.

a) Qual é o momento angular da massa m em relação a O no instante em que ela atinge a haste?

b) Qual é a velocidade angular do conjunto (massa + haste) logo após a colisão?

c) Encontre o valor do ângulo θ para o qual a haste para momentaneamente.

d) O momento linear é conservado durante a colisão?



Exercício extra - Gabarito

a) $v = \sqrt{2gh}$ $\Rightarrow$ $\boxed{l = mD\sqrt{2gh}}$ (entrando na página)

b) $L_i = L_f$ $\Rightarrow$ $mD\sqrt{2gh} = (Iw)_{sistema}$. Mas:

$$I = I_{haste} + I_{bloco} = \frac{1}{3}MD^2 + mD^2 \Rightarrow \boxed{w_{sistema} = \frac{3m\sqrt{2gh}}{(M+3m)D}}$$

c) $\begin{cases} U_{bloco,f} = mg[D - D\cos\theta] \\ U_{haste,f} = Mg\left[D - \frac{D}{2}\cos\theta\right] \end{cases}$ e $U_{haste,i} = Mg\frac{D}{2}$, $K_{rot,i} = \frac{Iw^2}{2}$

Por conservação de energia, temos que: $\boxed{\cos\theta = 1 - \frac{6m^2h}{(M+3m)(2m+M)D}}$

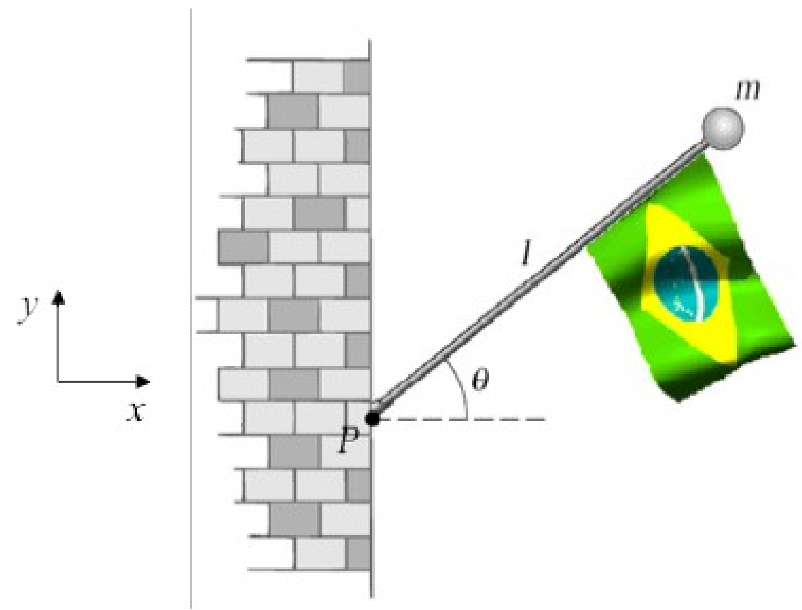
d) Não. $\boxed{\Delta p = p_f - p_i = m\sqrt{2gh}\left\{\frac{3m + \frac{3M}{2}}{3m + M} - 1\right\}}$

Exercício extra

Uma bola de massa *m* está localizada em uma das extremidades de um mastro que está fixo em uma parede (ponto P), como mostrado na figura abaixo. O comprimento do mastro é *l* e forma um ângulo θ com a horizontal. Suponha que a bola (considere-a como uma partícula) se desprenda e comece a cair verticalmente. Despreze as forças dissipativas.

a) Determine o momento angular da bola em relação ao ponto P, em função do tempo.

b) Calcule o torque sobre a bola e demonstre que ele é igual à derivada temporal do momento angular.



Exercício extra - Gabarito

a) O momento angular da bola em relação ao ponto P é dado por **L** = **r** x **p**. Tomando o ponto P como origem do sistema de coordenadas, as posições iniciais são:

$$\begin{cases} x_0 = l\cos\theta \\ y_0 = l\,\mathrm{sen}\,\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = l\cos\theta \\ y(t) = l\,\mathrm{sen}\,\theta - gt^2/2 \end{cases}$$

Assim:

$\mathbf{r}(t) = l\cos\theta\,\mathbf{i} + (l\,\mathrm{sen}\,\theta - gt^2/2)\,\mathbf{j}$

O momento linear será:

$\mathbf{p}(t) = -mgt\,\mathbf{j}$

Fazendo o produto vetorial de **r**(t) com **p**(t), obtemos $\mathbf{L}(t) = -mgl\cos\theta\, t\,\mathbf{k}$.

b) O torque devido à força peso é dado por $\boldsymbol{\tau}_P = \mathbf{r} \times \mathbf{P}$, e $\mathbf{P} = -mg\mathbf{j}$. Usando **r**(t) calculado em a) e fazendo o produto vetorial, obtemos $\boldsymbol{\tau}_P = -mgl\cos\theta\,\mathbf{k}$, que é o mesmo torque encontrado quando derivamos o momento angular calculado em a) com relação ao tempo.