Nota:

MA 141 Geometria Analítica e Vetores
Terceira Prova

Nome: **RA:**

Questão 1. (4,0 Pontos)

Considere a cônica dada pela equação abaixo:

$$5x^2 - 4xy + 8y^2 + \frac{20}{\sqrt{5}}x - \frac{80}{\sqrt{5}}y + 4 = 0.$$

a-) Represente a cônica acima em um novo sistema de coordenadas $\{P, v_1, v_2\}$, onde $P = (0,0)$, $v_1 = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ e $v_1 = \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.
b-) Com a cônica representada no sistema $\{P, v_1, v_2\}$, faça uma translação do mesmo, onde a nova origem é o ponto $(1,2)$, identificando a cônica e esboçando seu gráfico.

Questão 2. (4,0 Pontos)

Considere o conjunto abaixo L, representado em coordenadas polares:

$$L = \{(r,\theta) \in \mathbb{R}^2 : r = \frac{-\sin(2\theta)}{2} \text{ e } \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi\}.$$

a-) Faça um esboço gráfico de L.
b-) Represente L nas coordenadas cartesianas (x,y) e obtenha equações paramétricas $x(t)$ e $y(t)$ para L.

Questão 3. (2,0 Pontos)

Assinale verdadeiro (V) ou falso (F) para as seguintes afirmações, considerando que cada item marcado de forma errada anula um outro marcado de forma correta (considere cada afirmação independentemente).

( ) Considere a equação da circunferência C abaixo, dada em coordenadas cartesianas:

$$x^2 + y^2 = a,$$

onde $a \in \mathbb{R}$, com $a > 0$. Além da representação paramétrica

$$\begin{aligned} x &= a\cos t, \\ y &= a\sin t, \end{aligned}$$

onde $0 \leq t \leq 2\pi$, podemos também representar C parametricamente através das equações:

$$\begin{aligned} x &= t, \\ y &= \sqrt{a^2 - t^2}, \end{aligned}$$

onde $-a \leq t \leq a$.
( ) Qualquer cônica (representada em coordenadas cartesianas), dada pela equação

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0,$$

pode ser representada pela equação

$$v^T A v + u^T v + f = 0,$$

onde $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ depende apenas dos coeficientes $\{a, b, c\}$, $u \in \mathbb{R}^2$ depende apenas dos coeficientes $\{d, e\}$ e $v \in \mathbb{R}^2$ é dado por $v = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$.