



Experimento 3: Trajetória de um Projétil

R. Urbano/J. D. Mainardi/V. Rodrigues/L. E. E. de Araújo

1. Objetivos do experimento

O objetivo deste experimento é estudar o movimento de um corpo rígido que se move em um plano (duas dimensões) sob a ação da aceleração da gravidade nas proximidades da Terra. Para isso, iremos medir a trajetória do corpo após ser lançado de uma rampa, a uma certa altura h do solo. Na extremidade inferior da rampa de lançamento, o corpo terá uma velocidade horizontal inicial diferente de zero ($\vec{v}_{0x} > 0$). Na situação em que a parte inferior da rampa está alinhada horizontalmente à mesa, a velocidade inicial vertical do corpo logo após deixar a rampa será igual a zero ($\vec{v}_{0y} = 0$) e ele estará sujeito apenas à força da gravidade a partir deste momento. Essa situação descreve um caso particular do Movimento de um Projétil. Como objetivo específico, iremos determinar experimentalmente a equação de movimento de um projétil.

Novamente, utilizaremos os mesmos métodos de análise de dados empregados no relatório 2 (Conservação de Energia). São estes:

- Gráficos e tabelas: o grupo construirá gráficos e tabelas com os dados coletados neste experimento. O objetivo é aprender a formatar gráficos e tabelas de maneira profissional, com atenção para um título descritivo, legenda clara, unidades corretas, escala adequada e barras de erro quando adequado. O grupo também aprenderá a trabalhar com gráfico em escala log-log, além de gráfico linear;
- Extraíndo parâmetros dos gráficos: a aceleração da gravidade g será obtida através de uma série de medidas (as posições (x,y) da trajetória da esfera), e não de apenas uma única medição. O aluno aprenderá a manipular esta série de medidas, seguindo o método de Linearização de uma Lei de Potência. Tratando os dados por este método, ao apresentá-los em um gráfico o resultado será uma reta! A aceleração da gravidade é então obtida calculando o coeficiente angular deste gráfico. Esta técnica permite obter valores bem mais precisos se apenas uma única medição fosse realizada. Além disso, pode-se verificar que a Lei Física segue de fato o comportamento esperado!
- Construindo hipóteses: assim como no experimento anterior, é possível que o valor que você meça para a aceleração da gravidade não seja exatamente o valor esperado de 9.8 m/s^2 . Mais importante que obter exatamente o valor esperado, o aluno deve discutir com seu grupo e enumerar hipóteses que possivelmente expliquem o resultado observado. O valor obtido foi maior ou menor que 9.8 m/s^2 ? Quais fatores na construção ou na execução do experimento poderiam fazer com que o valor medido seja desviado para mais ou para menos do valor esperado? O que faria para resolver este problema, caso fosse realizar novamente o experimento?

IMPORTANTE: antes de realizar qualquer experimento, estime o valor da grandeza que será medida. Neste caso, sabendo a altura de queda e o diâmetro da esfera, estime o tempo em que o feixe infravermelho do photogate será interrompido pela passagem da esfera (esta será a leitura do photogate). Estimando o diâmetro da esfera, calcule a velocidade da mesma na saída da rampa. Se você não alinha corretamente o feixe infravermelho com o centro da esfera para a leitura do tempo, o valor calculado da velocidade será menor ou maior que o real? Discuta com o professor sua estimativa.

2. Introdução

O Movimento de um Projétil no plano pode ser separado em dois movimentos unidimensionais independentes:

- No eixo **horizontal** \vec{x} : um Movimento Retilíneo Uniforme (MRU), devido a resultante de forças nula nessa direção: $\sum \vec{F}_R^x = 0$.

- No eixo **vertical** \vec{y} : um Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV) devido à ação da força gravitacional ($\vec{P} = m\vec{g}$) nessa direção.

A Figura 1 mostra o que acontece com a velocidade $\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$ da esfera de aço quando esta deixa a rampa. Na direção \vec{x} não há nenhuma força resultante aplicada, portanto, não há como a esfera mudar sua velocidade nessa direção. No entanto, na direção \vec{y} , há a força gravitacional ($\vec{P} = m\vec{g}$) que faz com que a velocidade da esfera nessa direção aumente a medida que esta cai.

Neste experimento, iremos medir as coordenadas x_i e y_i da esfera em vários pontos ao longo de sua trajetória. Como a velocidade com que a esfera deixa a rampa v_{0x} é sempre a mesma em todos os lançamentos, os pares (x_i, y_i) medidos em diversos lançamentos corresponderão efetivamente à trajetória da esfera.

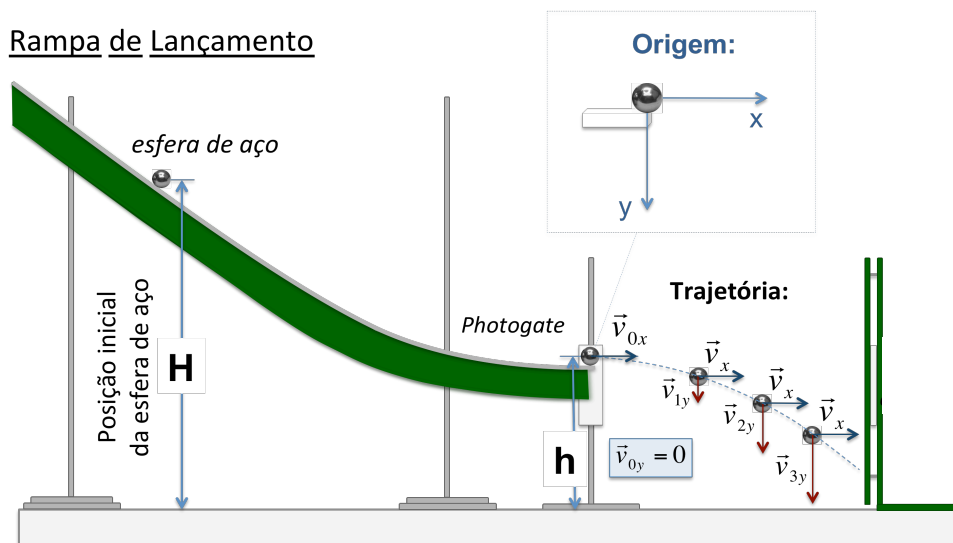


Figura 1: Montagem experimental para medir a trajetória de uma esfera de aço no campo gravitacional terrestre. Trajетória: evolução da velocidade da esfera sob a ação da força gravitacional ($\vec{P} = m\vec{g}$) terrestre.

3. Material Utilizado

- Rampa de Lançamento
- Esfera de aço
- Photogate
- Cronômetro Inteligente
- Anteparo de madeira
- Papel carbono
- 1 cartolina branca
- Paquímetro
- Régua *milimetrada* ou trena
- Nível de bolha de ar

4. Procedimento

Neste experimento, iremos utilizar a montagem experimental mostrada na Figura 1. Como vimos anteriormente, a rampa de lançamento permite gerar uma velocidade inicial a um projétil para que possamos estudar seu movimento. O alcance máximo da esfera de aço depende da altura h da rampa em relação à mesa e da posição H da esfera na rampa.

Defina uma altura inicial H de forma que, para um ponto de saída da esfera $h \sim 30$ cm, a esfera tenha um alcance máximo de aproximadamente 50 cm ainda sobre a mesa. Deve-se garantir que a esfera seja abandonada sempre de sua posição inicial H na rampa a partir do repouso, tentando evitar impulsioná-la. Também nivele o trecho final da rampa o melhor possível para assegurar que a componente vertical da velocidade de saída da esfera seja nula (por ex. use o nível de bolha de ar ou

a própria esfera de aço). Meça a altura h do ponto de saída da esfera da rampa à partir da mesa.

Um *photogate* acoplado ao cronômetro inteligente será usado no extremo inferior da rampa, no ponto onde a esfera deixa a mesma, como mostrado na Figura 1. Ajuste o *photogate* para que a altura do feixe de luz fique exatamente na mesma altura do diâmetro máximo (centro de gravidade) da esfera no final da rampa.

Em seguida, ajuste o modo de funcionamento do cronômetro para “**One Gate**” (conector A) e meça, uma única vez, o tempo de obstrução durante a passagem da esfera pelo sensor óptico. Logo, conhecendo o diâmetro da esfera, o qual deverá ser medido com um paquímetro, pode-se estimar a velocidade inicial (horizontal) da esfera $v_{0x} = d/t$.

Agora, prenda uma tira de cartolina sobre o anteparo de madeira. Sobre a cartolina, fixe um pedaço de papel carbono para registrar os pontos de impacto da esfera no anteparo. Coloque o anteparo de madeira próximo ao ponto de alcance máximo da esfera, em uma posição na qual a esfera toca o anteparo a uma altura de ~ 3 cm acima da mesa. Para esta posição inicial do anteparo, lance a esfera 10 vezes. Você deverá observar na cartolina uma distribuição de manchas similar à ilustrada na Figura 2. Anote em seu caderno de laboratório a distância do anteparo ao final da rampa. Mova o anteparo na direção da rampa e lance novamente a esfera 10 vezes e anote a nova posição do anteparo. Repita este procedimento, posicionando o anteparo num total de 10 posições diferentes, distribuídas entre o final da rampa de lançamento e o máximo alcance da esfera. Por fim, encoste o anteparo na rampa e lance a esfera uma única vez, registrando na cartolina o ponto de saída da esfera. Para cada uma das 10 posições do anteparo de madeira, teremos 2 coordenadas: x_i e y_i .

Dica: Escolha os 5 primeiros intervalos para o deslocamento do anteparo de madeira a partir do máximo alcance da esfera como sendo de aproximadamente 3 cm. A partir daí, utilize intervalos maiores, da ordem de 7 cm.

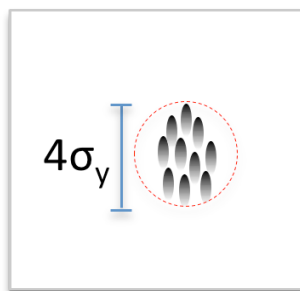


Figura 2: Ilustração do registro de 10 lançamentos da esfera na cartolina para uma das 10 posições do anteparo de madeira ao longo da trajetória do projétil. σ_y representa o desvio padrão na direção \hat{y} .

5. Resultados Experimentais

Copie *integralmente* e preencha a Tabela 1 da página seguinte com os 10 valores de (x_i, y_i) . Anote o valor do diâmetro d da esfera de aço, do tempo de obstrução do photogate t e da altura da rampa h em seu caderno de laboratório. Ao final da aula, entregue uma cópia desses dados ao seu professor.

F129 - Experimento 3: Trajetória de projétil

Turma:_____ Data:_____

Nome:_____ RA:_____

Nome:_____ RA:_____

Nome:_____ RA:_____

Nome:_____ RA:_____

Diâmetro da esfera de aço:

$$(d \pm \Delta d) = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ mm}$$

Altura da extremidade inferior da rampa:

$$(h \pm \Delta h) = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ cm}$$

Tempo de obstrução do photogate:

$$(t \pm \Delta t) = (\text{_____} \pm \text{_____}) \text{ s}$$

Tabela 1: A posição do anteparo de madeira na mesa x_i ($i = 1, 2, \dots, 10$) com seu respectivo erro Δx e o deslocamento vertical da esfera y_i e seu erro Δy_i ao longo da trajetória do projétil.

i	$x_i \pm \Delta x$ [cm]	$y_i \pm \Delta y_i$ [cm]
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

$i = 1, 2, 3, \dots, N$. Número de lançamentos $N = 10$.

Relatório

ATENÇÃO: O relatório deverá ser entregue em um caderno de laboratório que contenha os dados coletados no experimento. **Todos os cálculos devem ser explicitados!!**

- a. (2,0) Faça um gráfico em papel milimetrado de y vs. x ; um gráfico em papel log-log y vs. x ; e um gráfico em papel milimetrado de y vs. x^2 .
- b. (1,0) Baseado em seus gráficos, perceba que a equação de movimento que descreve a trajetória da esfera segue uma Lei de Escala do tipo $y = k \cdot x^n$. Obtenha a partir destes gráficos o valor do expoente n e da constante k . Mostre claramente todos os passos seguidos para obter estes valores, indicando quais os gráficos utilizados.
- c. (0,5) Combine os resultados do item anterior de modo a escrever a equação de movimento da esfera:

$$y = (\text{_____}) x^{(\text{_____})}$$

- d. (0,5) Qual o tipo de trajetória executada pela esfera sugerida pela equação obtida para $y(x)$?
- e. (1,0) Considerando a origem de (x,y) escolhida de acordo com a Figura 1 da apostila do experimento, a equação de movimento esperada para esfera ao longo do eixo horizontal é $x = v_{0x} t$ (MRU), onde v_{0x} é a velocidade inicial da esfera; ao longo do eixo vertical, a equação esperada é $y = (g/2)t^2$ (MRUV), onde g é a aceleração da gravidade. Elimine a variável tempo das equações e encontre a equação da trajetória esperada para $y(x)$. O resultado obtido no item (b) para o expoente n da Lei de Escala confirma o valor esperado? Qual a relação entre k , g e v_{0x} ?
- f. (1,0) Calcule a velocidade inicial v_{0x} da esfera a partir da medida do seu diâmetro e do tempo de obstrução do *photogate*. Com o valor de k obtido no item (b), determine o valor da aceleração da gravidade g e compare com o valor esperado.
- g. (1,0) Construindo hipóteses: Quais fatores na construção ou na execução do experimento poderiam fazer com que o valor de g medido seja desviado para mais ou para menos do valor esperado? O que faria para resolver este problema, caso fosse realizar novamente o experimento?
- h. (1,0) Construindo um resumo: em poucas linhas (~6), descreva resumidamente seu experimento. Este resumo deve conter, de forma bem sucinta (uma frase cada tópico, aproximadamente):
 - o que mediu (objetivo do experimento);
 - como mediu (o método utilizado);
 - os resultados alcançados, incluindo valores medidos ou calculados que julgar relevantes;
 - e, finalmente, sua conclusão.

A sua descrição deve ser compreensível para um aluno de qualquer universidade do país que esteja cursando ou já cursou uma disciplina equivalente a F129, mas que não conhece este experimento e nem tem acesso à apostila do experimento.