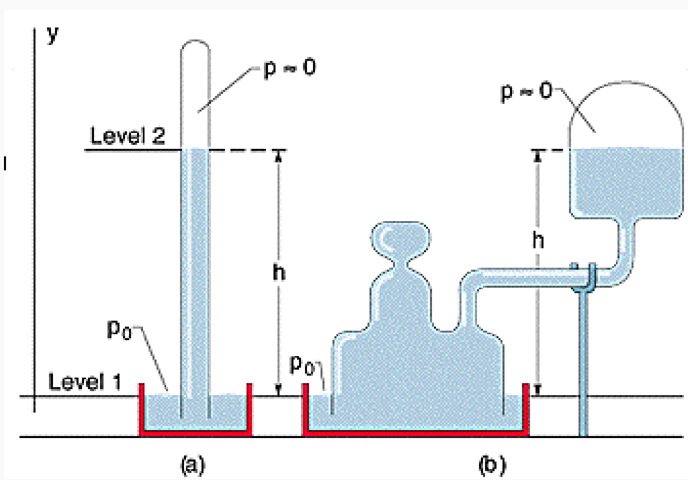
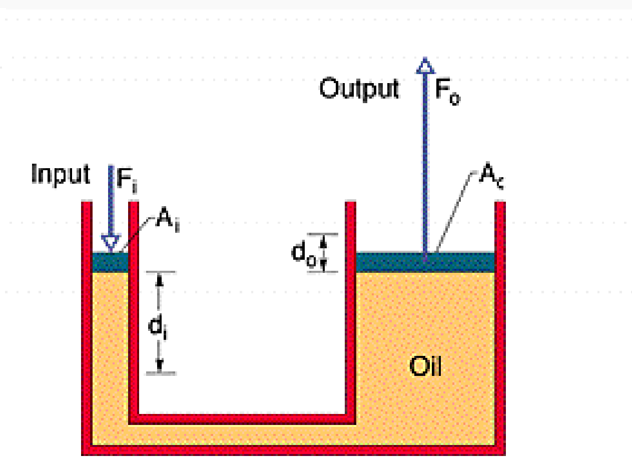
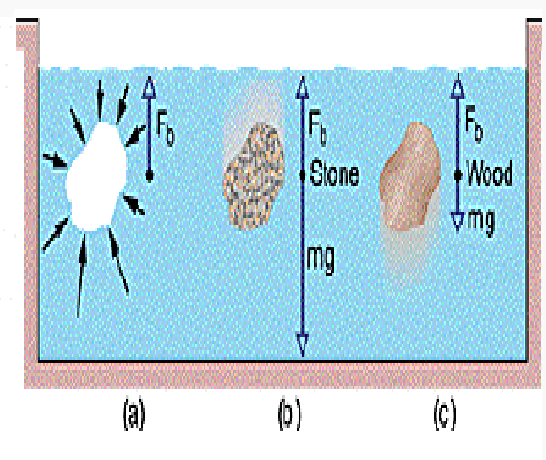
Aula-4
Fluidos

Física Geral II - F 228

2º semestre, 2016







Fluido Ideal em Movimento

Consideremos um fluido:

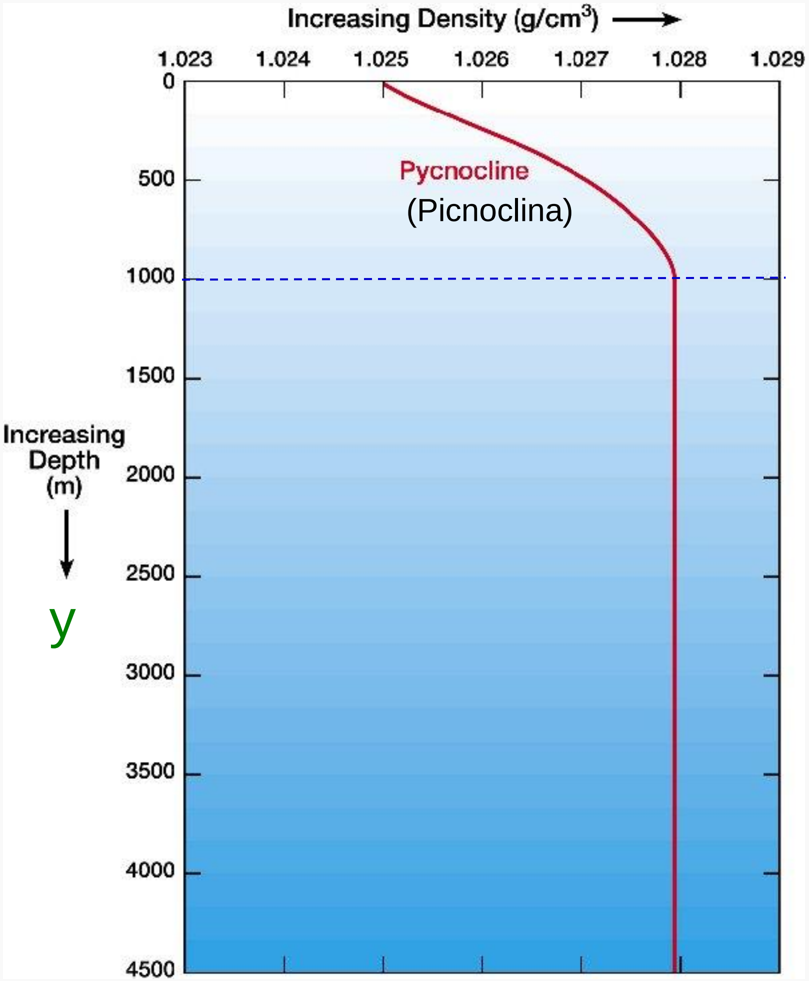
- Incompressível
- Não-viscoso
- Com temperatura constante

... e um fluxo:

- Estacionário (velocidade e pressão num dado ponto independentes do tempo)
- Laminar (não-turbulento)
- Irrotacional (sem vórtices)

Compressibilidade

Densidade da água do mar *vs* profundidade



y ≈ 1000 m:

$$\Delta p \approx 100\, atm$$

$$\Delta\rho \approx 0{,}005\frac{g}{cm^3} \rightarrow 0{,}5\%$$

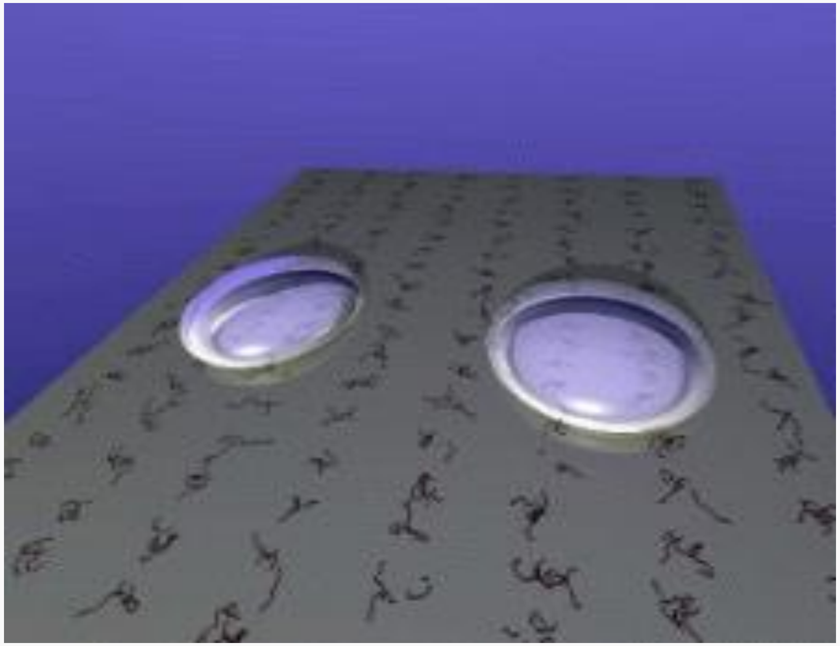
y > 1000 m:

$$\Delta\rho \approx 0$$

Viscosidade

- **É equivalente ao ATRITO**

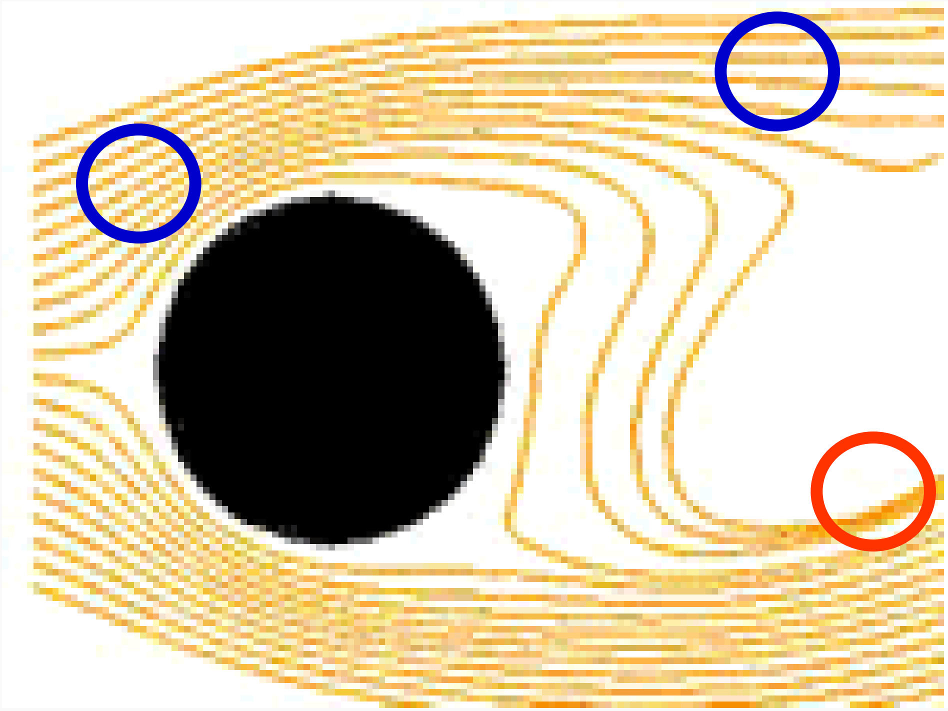
- Sem VISCOSIDADE =
  = Sem dissipação de energia
  ➡ Com Conservação da energia mecânica



- Ex.: A velocidade de aglutinação de 2 gotas de um líquido depende da sua viscosidade.

Turbulência

LINHA DE CORRENTE:
É a trajetória de um pequeno elemento do fluido

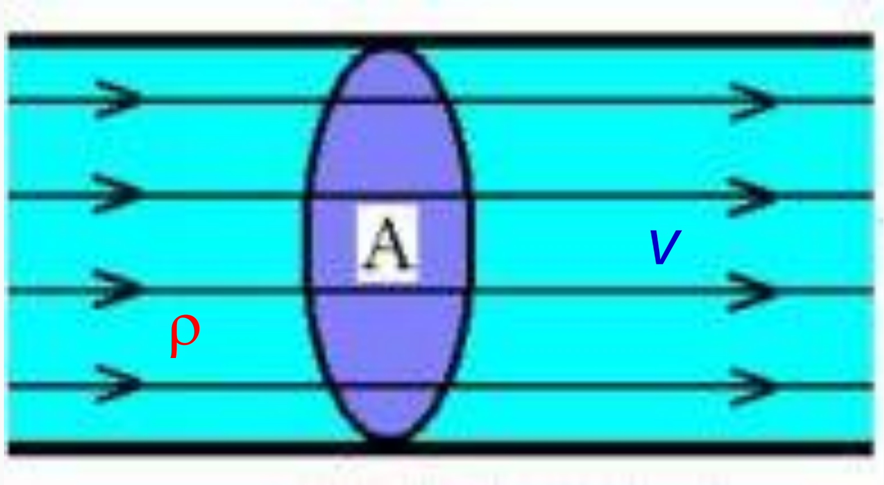


Fluxo laminar:
Linhas de corrente não se cruzam

Fluxo turbulento:
Cruzamento de linhas de corrente

www.ceintl.com/solutions/ images/streamlines.jpg

Fluxo Ideal

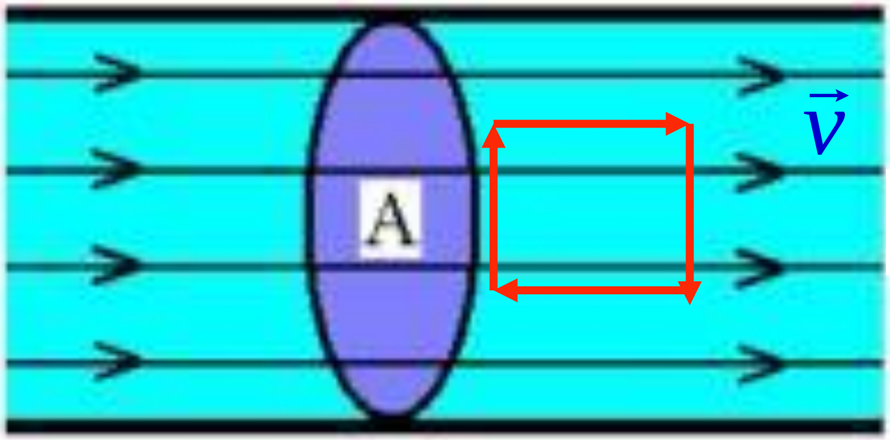


Caso simples

Velocidade de escoamento *v* uniforme
e perpendicular à área **A**, da seção transversal do tubo

Densidade **ρ** cte.

Fluxo irrotacional



Velocidade de escoamento do fluido: $\vec{v}$

$$\oint \vec{v}.d\vec{l} = 0$$

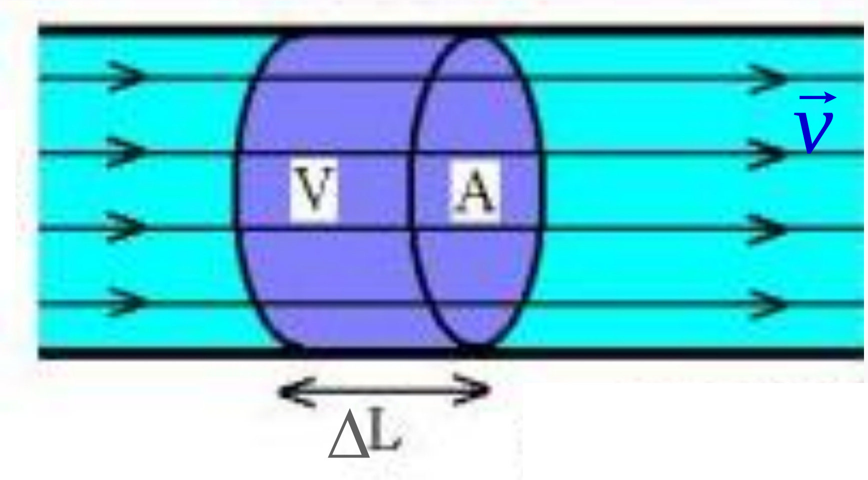
O fluxo é irrotacional se a integral da velocidade ao longo de uma trajetória fechada no fluido for nula.

Equação da continuidade

Fluxo de massa: $$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \frac{\rho A \Delta L}{\Delta t} = \rho A \frac{\Delta L}{\Delta t} = \rho A v_{\perp}$$

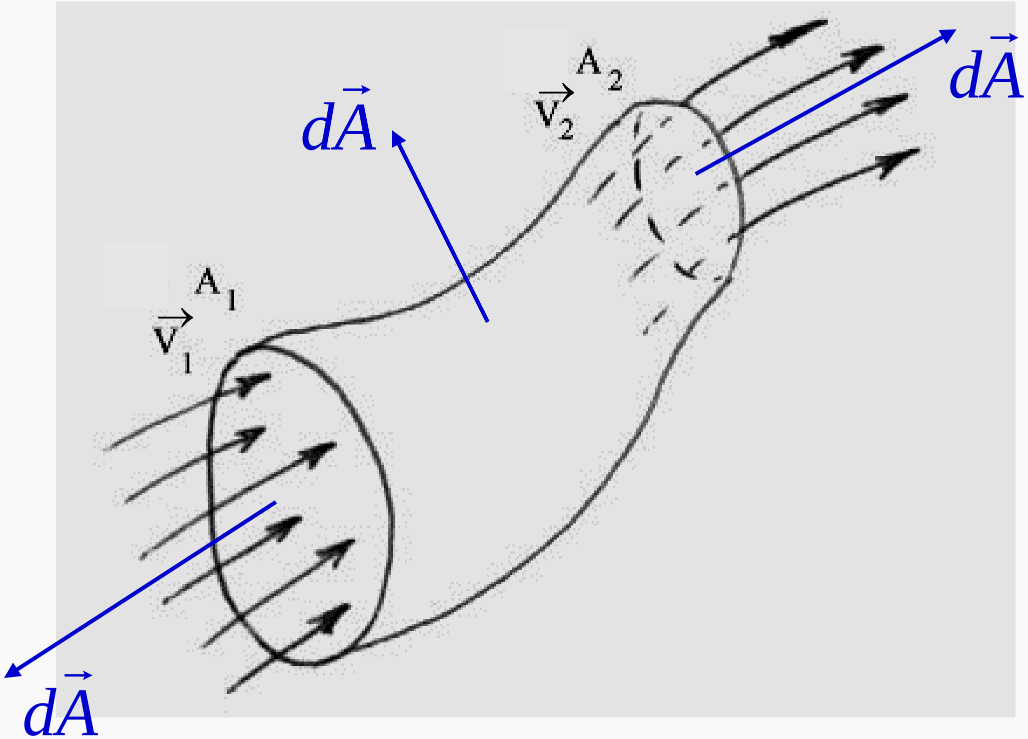
Volume que cruza a área A no intervalo de tempo Δt : V

Densidade do fluido: ρ



Velocidade de escoamento do fluido: $\vec{v}$

Equação da continuidade



$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v_{\perp} = \rho \vec{v} \cdot \vec{A}$$

Caso Geral:

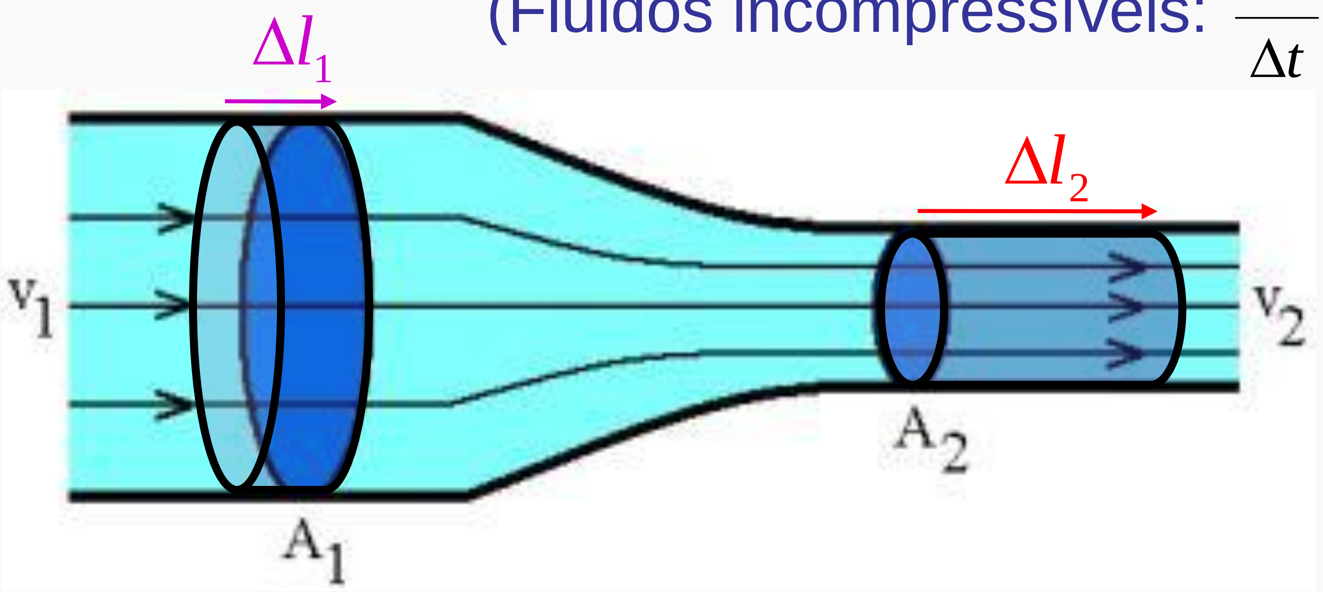
$$\frac{dm}{dt} = \oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

Vazão ou Fluxo de massa:

$$\boxed{R_v = \vec{v} \cdot \vec{A} = v_{\perp} A} \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho R_v$$

Equação da continuidade

(Fluidos incompressíveis: $\frac{\Delta m}{\Delta t} = Cte.$)



Vazão: $R_v = A_1 v_1 = A_1 \frac{\Delta l_1}{\Delta t} = \frac{\Delta V_1}{\Delta t} = A_2 v_2 = A_2 \frac{\Delta l_2}{\Delta t} = \frac{\Delta V_2}{\Delta t} = Av = Cte.$

Ou (mais geral): $\frac{dm}{dt} = \oint \rho \vec{v} \cdot d\vec{A} = \rho(v_2 A_2 - v_1 A_1) = 0$

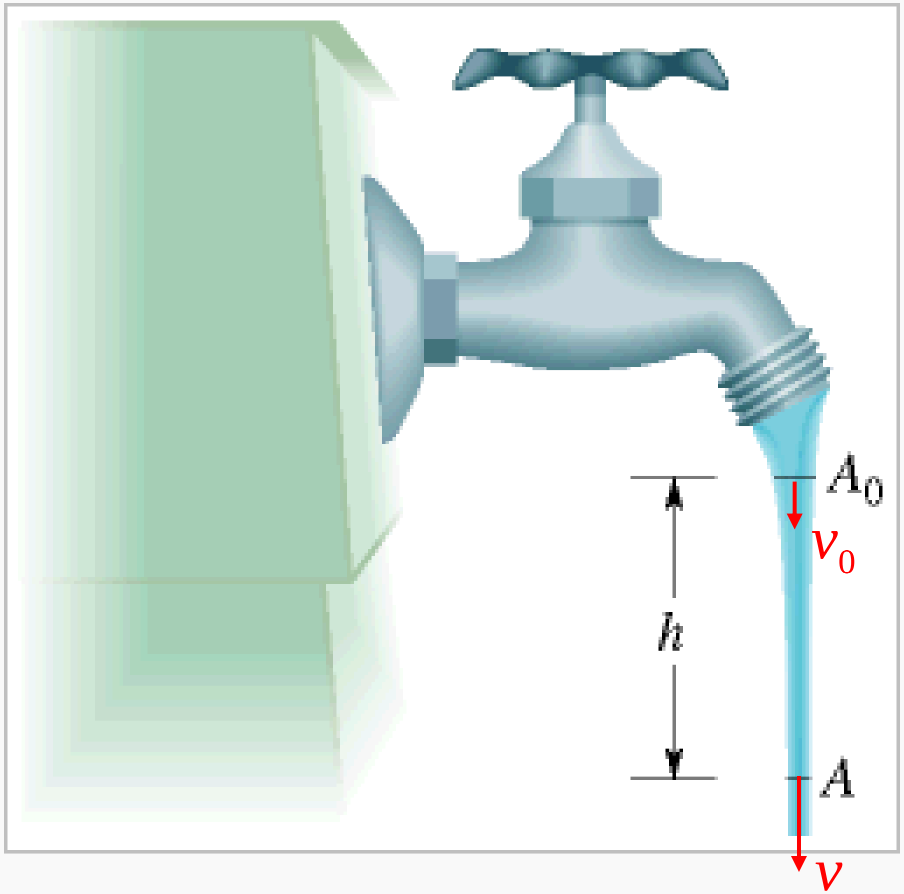
- Massa que entra é igual a massa que sai.

Exemplo: Equação da continuidade

Vazão:

$$A_0 v_0 = A v$$

$$v = v_0 \frac{A_0}{A}$$



mas:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{2ghA^2}{A_0^2 - A^2}}$$

Exemplo: Fluxo sangüíneo

Suponha que o sangue flui através da aorta com velocidade de 0,35 m/s. A área da seção reta da aorta é de 2 x 10^{-4} m^2.

a) Encontre a vazão de sangue;

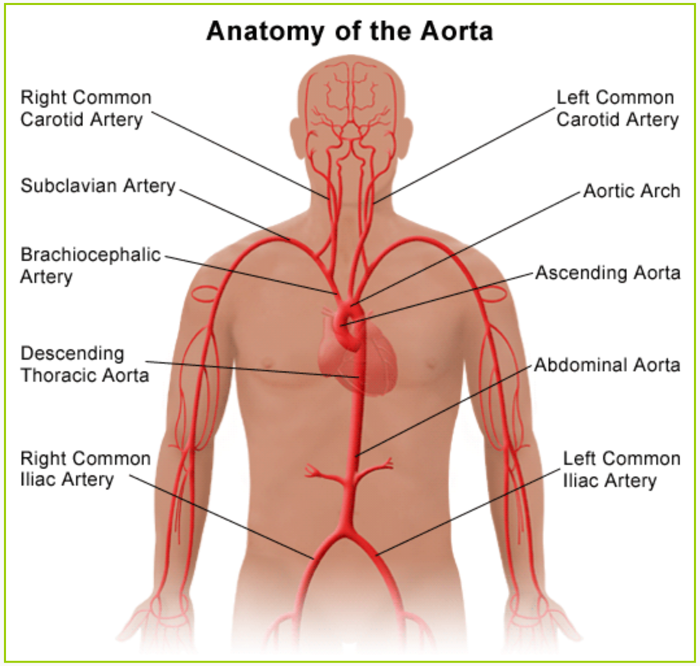
b) Os ramos da aorta se dividem em dezenas de milhares de vasos capilares com área de seção reta total de 0,28 m^2. Qual é a velocidade média do sangue nesses vasos?

a) $R_V = Av = 2\times10^{-4}\ m^2 \times 0{,}35\ m/s$

$R_V = 7\times10^{-5}\ m^3/s$

b) $Av = A_c v_c \quad \rightarrow \quad v_c = \dfrac{Av}{A_c}$

$$v_c = \frac{7\times10^{-5}\ m^3/s}{0{,}28\ m^2} = 2{,}5\times10^{-4}\ m/s$$



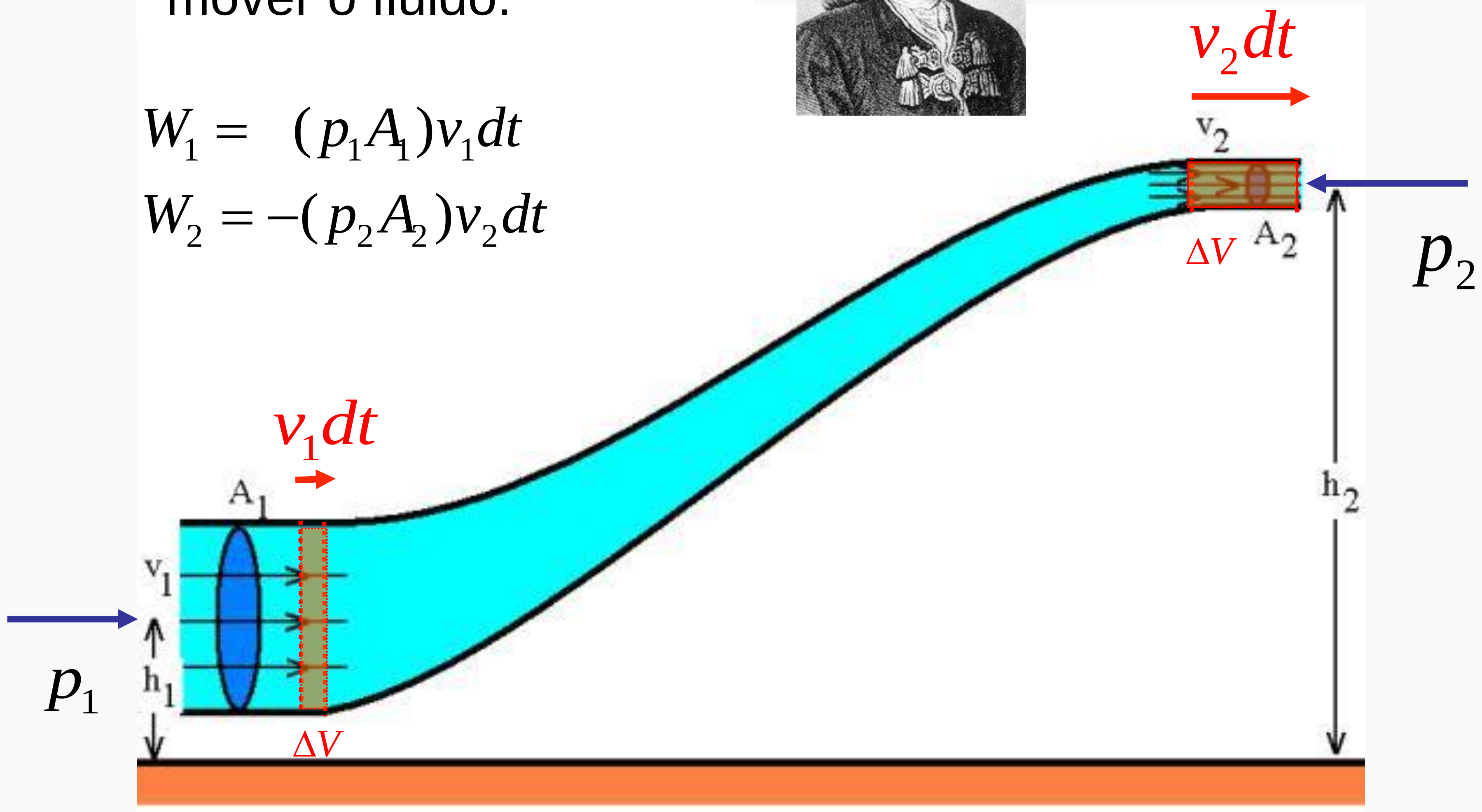
Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli (1700 – 1782)
Físico e Médico Holandês

Trabalho realizado para mover o fluido:

$$W_1 = (p_1 A_1) v_1 dt$$

$$W_2 = -(p_2 A_2) v_2 dt$$

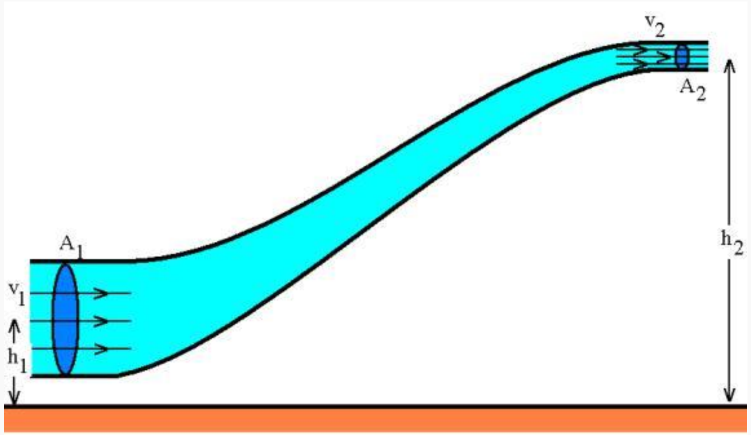


Equação de Bernoulli

Trabalho total realizado ao longo do tubo (entre "1" e "2"):

$$W_1 = p_1 \Delta V$$
$$W_2 = -p_2 \Delta V$$

$$\Rightarrow \quad W_{tot} = W_1 + W_2 = (p_1 - p_2)\Delta V$$



Teorema trabalho-energia:

$$\Delta U = mg\Delta h = (\rho \Delta V) g (h_2 - h_1)$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}(\rho \Delta V)(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Leftrightarrow \quad W_{tot} = \Delta E_c + \Delta U$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)}$$

Equação de Bernoulli

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(h_2 - h_1)$$

$$\Downarrow$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\Downarrow$$

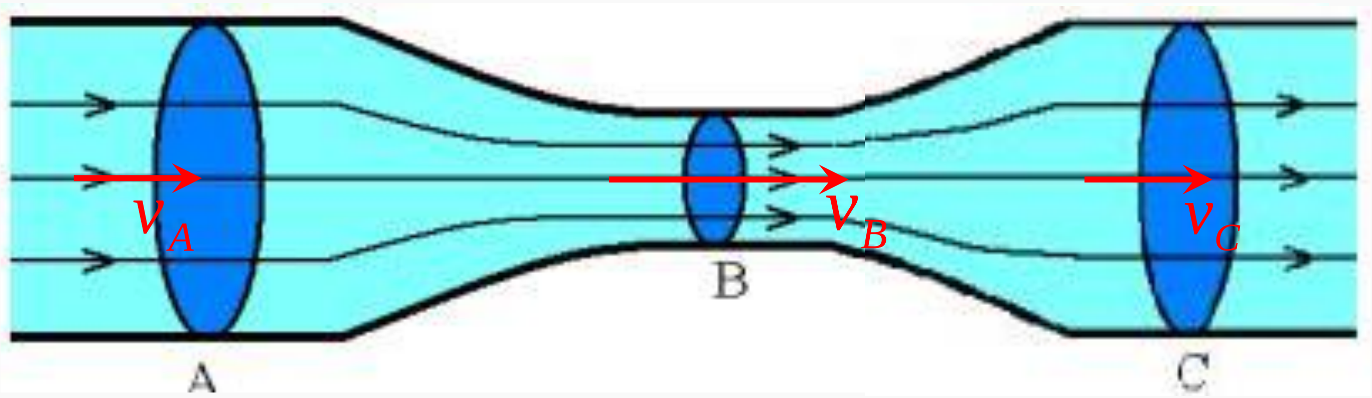
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte$$

...ao longo de uma linha de corrente ou escoamento de um fluido ideal.

Equação de Bernoulli

Escoamento horizontal: $y = cte$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte$$

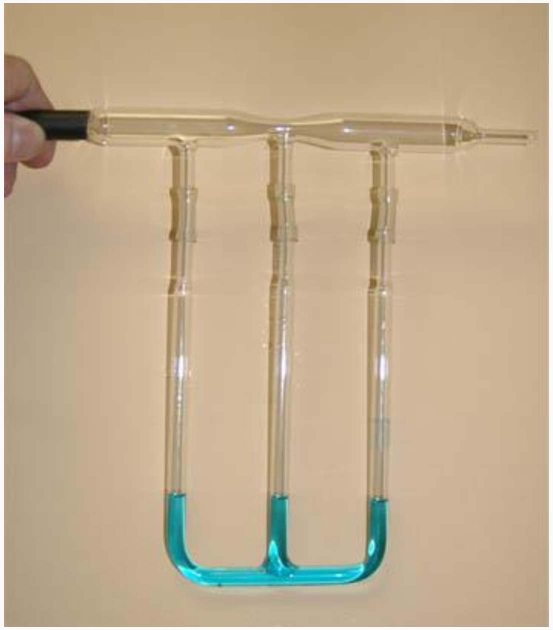


$$\boxed{A_B < A_A = A_C \quad \rightarrow \quad v_B > v_A = v_C \quad \rightarrow \quad p_B < p_A = p_C}$$

pois: $$\begin{cases} A_A v_A = A_C v_C = A_B v_B \\ p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 \end{cases}$$

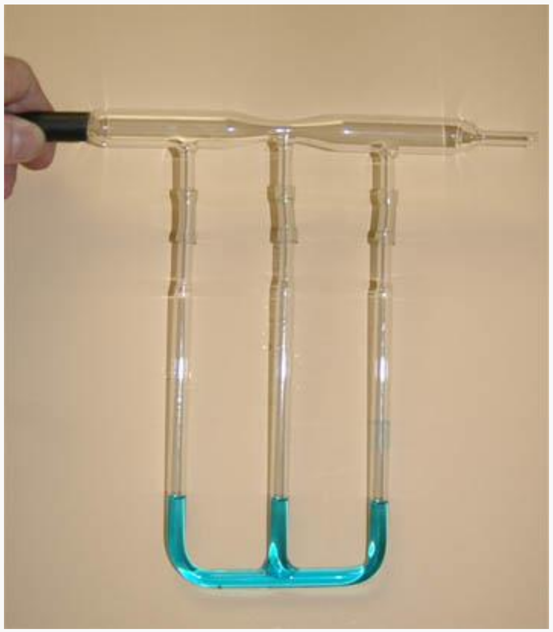
Fluxômetro de Venturi

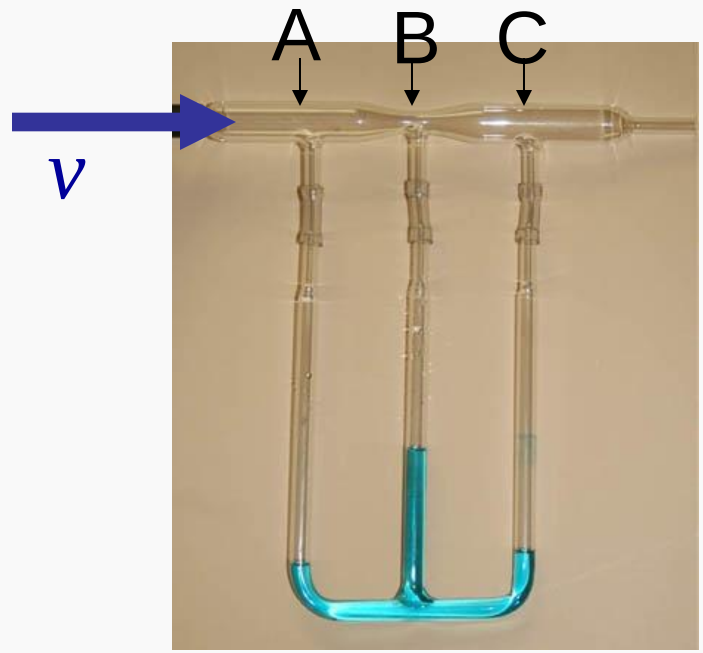
Mede a velocidade de escoamento de um fluido



Fluxômetro de Venturi

Mede a velocidade de escoamento de um fluido

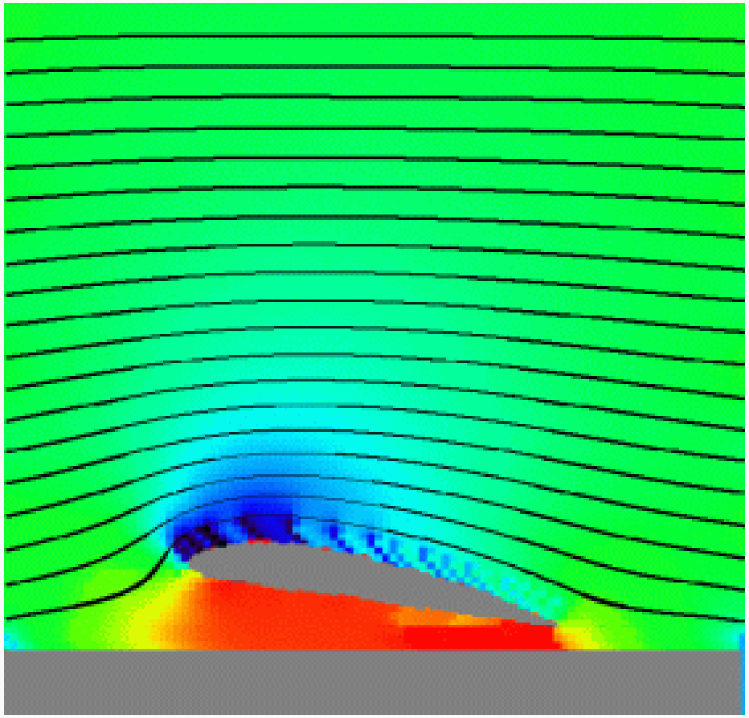


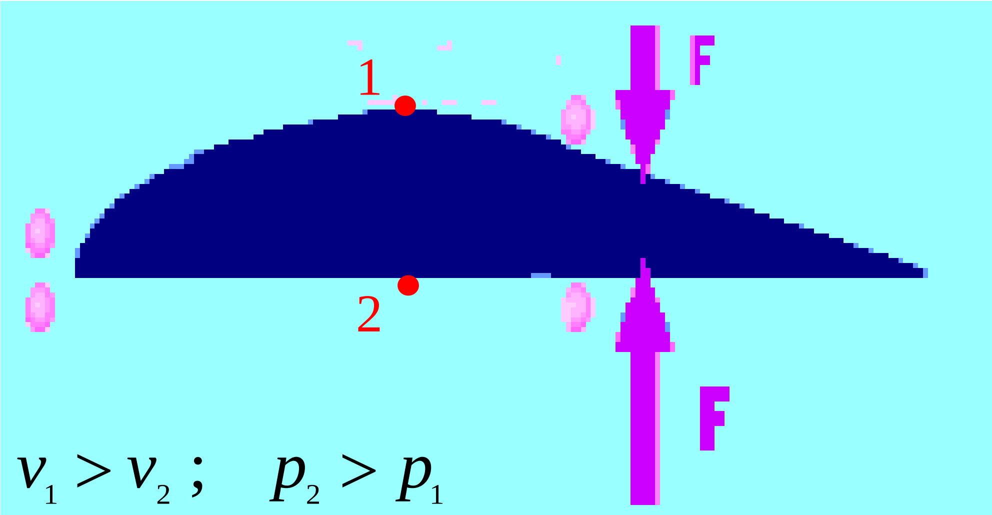


$$A_B < A_A = A_C \quad \rightarrow \quad v_B > v_A = v_C \quad \rightarrow \quad p_B < p_A = p_C$$

pois:
$$\begin{cases} A_B v_B = A_A v_A = A_C v_C \\ p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 = p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 = p_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 \end{cases}$$

Sustentação aerodinâmica

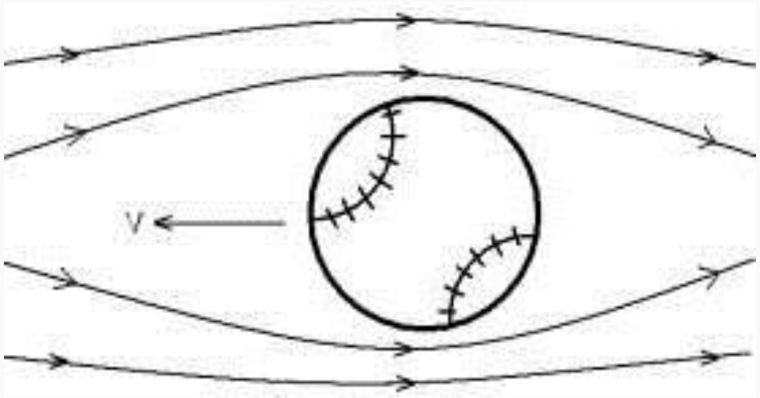




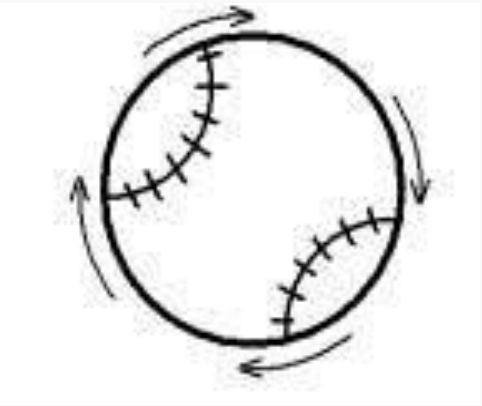
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte$$

$$p_2 - p_1 \approx \rho\left(v_1^2 - v_2^2\right) \approx F_R A \quad \Rightarrow \quad F_R \approx \frac{\rho}{A}\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

Efeito Magnus

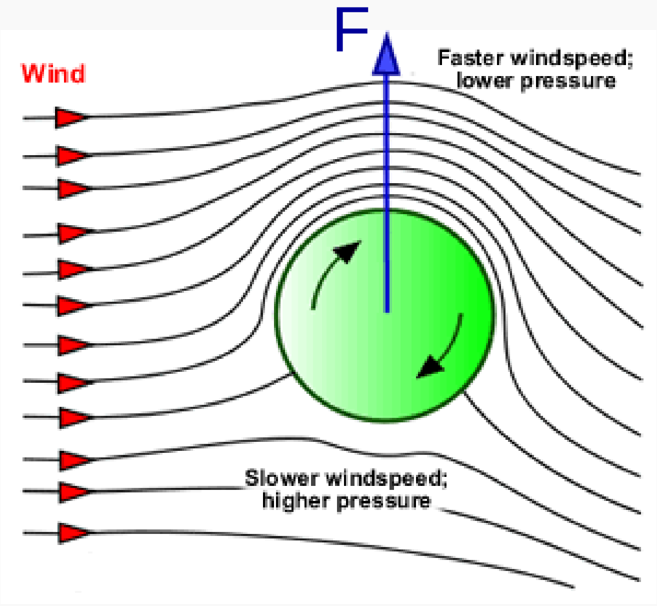


+



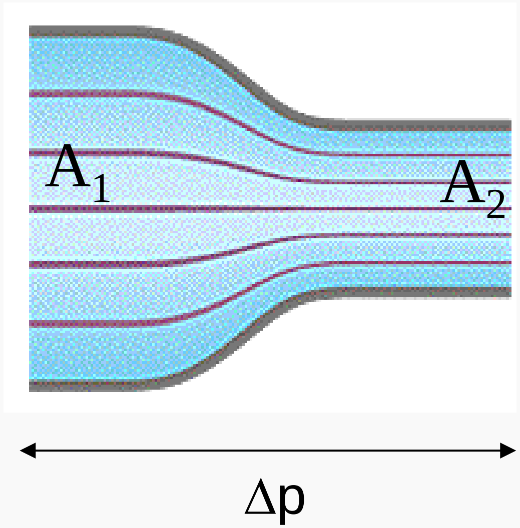
=

Bola com o efeito
de força vertical:



Exemplo: Eq. de Bernoulli

$A_1 = 1,2 \text{ x } 10^{-3}\,m^2$; $A_2 = A_1/2$; $\rho = 791\ kg/m^3$; $\Delta p = 4120$ Pa, $R_v = ?$



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\ 2} + \rho g h = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\ 2} + \rho g h$$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Delta p = \tfrac{1}{2}\rho\left(\frac{4R^2}{A_1^2} - \frac{R^2}{A_1^2}\right) = \frac{3\rho R^2}{2A_1^2}.$$

$$R = v_1 A_1 = v_2 A_2.$$

$$v_1 = \frac{R}{A_1} \quad \text{and} \quad v_2 = \frac{R}{A_2} = \frac{2R}{A_1}.$$

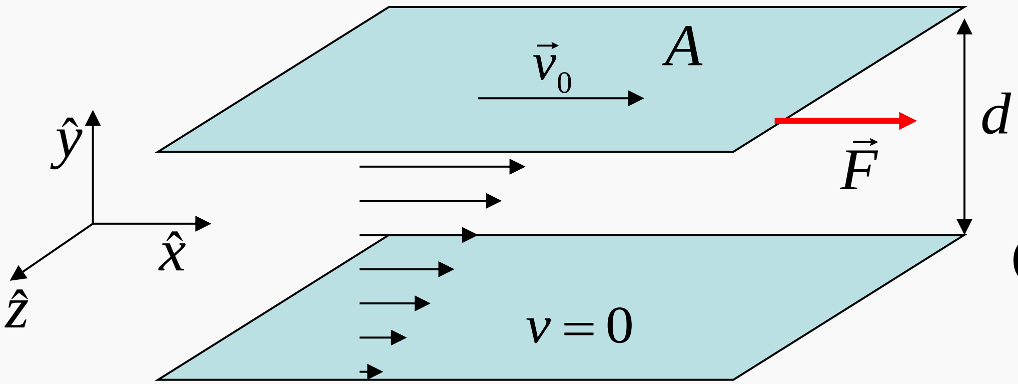
$$R = A_1\sqrt{\frac{2\Delta p}{3\rho}} = 1.20 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^2 \sqrt{\frac{(2)(4120\ \mathrm{Pa})}{(3)(791\ \mathrm{kg/m^3})}}$$

$$= 2.24 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3/s}.$$

Fluidos reais

Fluxo laminar com VISCOSIDADE

Fluido entre duas placas:



- Placa superior em movimento;
- Placa inferior parada

Gradiente de velocidades:

$$\vec{v}(y) = v_0 \frac{y}{d}\,\hat{x} = v(y)\,\hat{x}$$

Lei de Newton da Viscosidade:

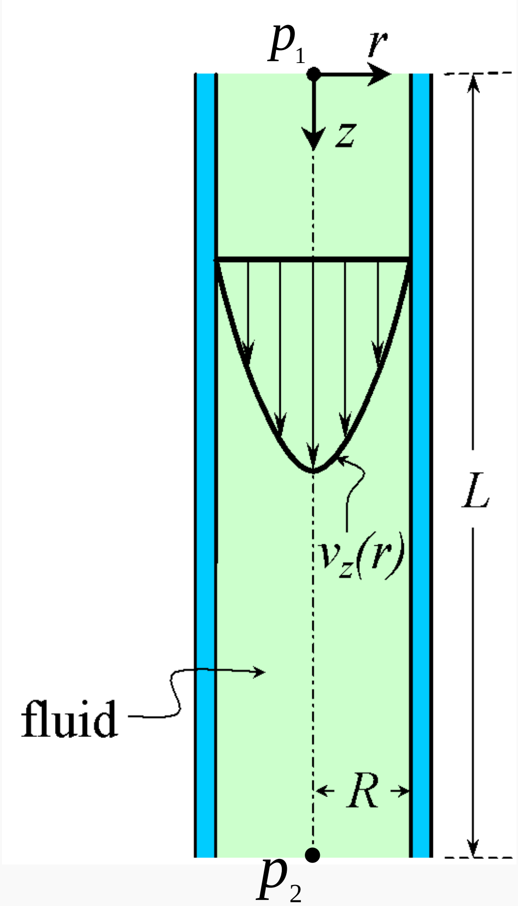
$$\boxed{\vec{F} = \eta A \frac{v_0}{d}\;\hat{x}}$$

η : coeficiente de Viscosidade

Unidade: 1cp = 10^{-2} Poise = 10^{-3} Ns/m^2

Lei de Poiseuille

Fluido Viscoso
Força: diferença de pressão para manter fluxo



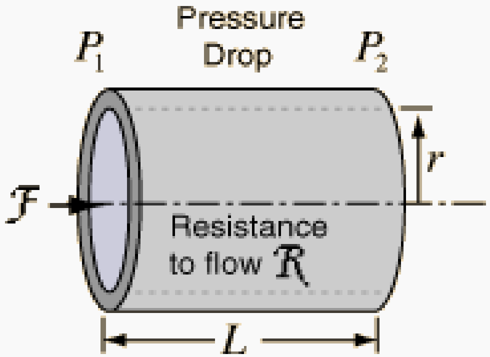
TUBO CILÍNDRICO

Perfil de Velocidades:

$$v_z(r) = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta L}(R^2 - r^2)$$

Vazão: $V = \dfrac{(p_1 - p_2)}{8\eta L}\pi R^4$

Fluxo de Poiseuille



$$\text{Volume Flowrate} = \mathcal{F} = \frac{P_1 - P_2}{\mathcal{R}} = \frac{\pi(\text{Pressure difference})(\text{radius})^4}{8(\text{viscosity})(\text{length})}$$

$$\text{Resistance to Flow} \quad \mathcal{R} = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

$$V = \frac{(p_1 - p_2)}{8\eta L}\pi R^4$$

A small amount of arterial occlusion can have a surprisingly large effect!

Occlusion*	If pressure is 120 mmHg, Flowrate =	Pressure to restore normal Flowrate:
0%	100 cm^3/min	120 mmHg
20%	41 cm^3/min	293 mmHg
50%	6.3 cm^3/min	1920 mmHg
80%	0.16 cm^3/min	75,000 mmHg

*20% occlusion here is taken to mean a reduction of the inside radius by 20%, to 80% of its original radius.

A 19% decrease in radius will halve the volume flowrate!

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html

Turbulência

- Velocidade e pressão num ponto variam no tempo;
- Fatores: Velocidade do fluido, viscosidade, densidade, obstáculos.

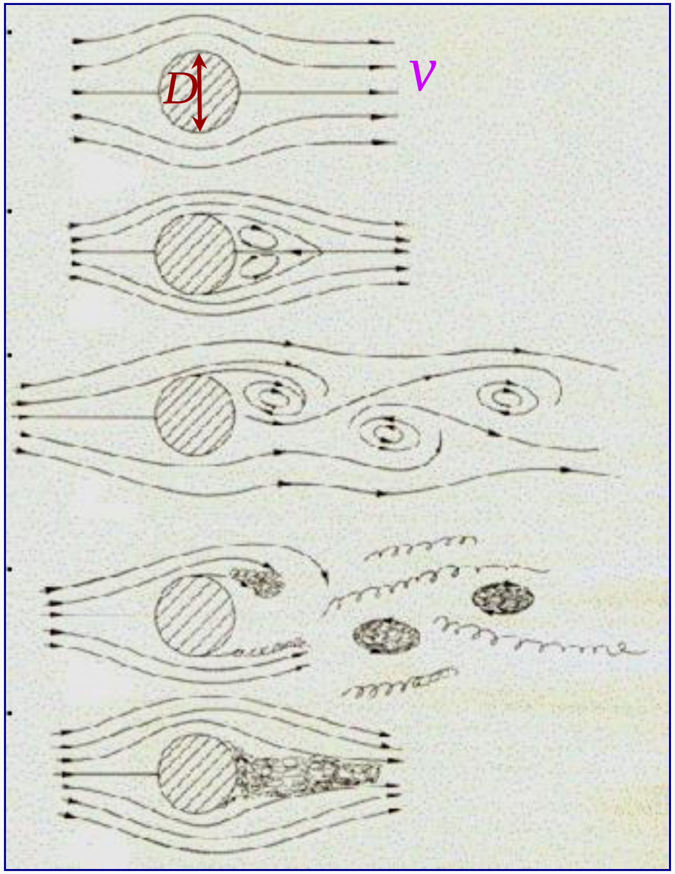
Número de Reynolds: Re

$$\mathrm{Re} = vD\left(\frac{\rho}{\eta}\right)$$

Cilindro de diâmetro *D*

Previsão de Turbulência:

$$\mathrm{Re} \geq 2000$$



Mais exemplos: Eq. de Bernoulli

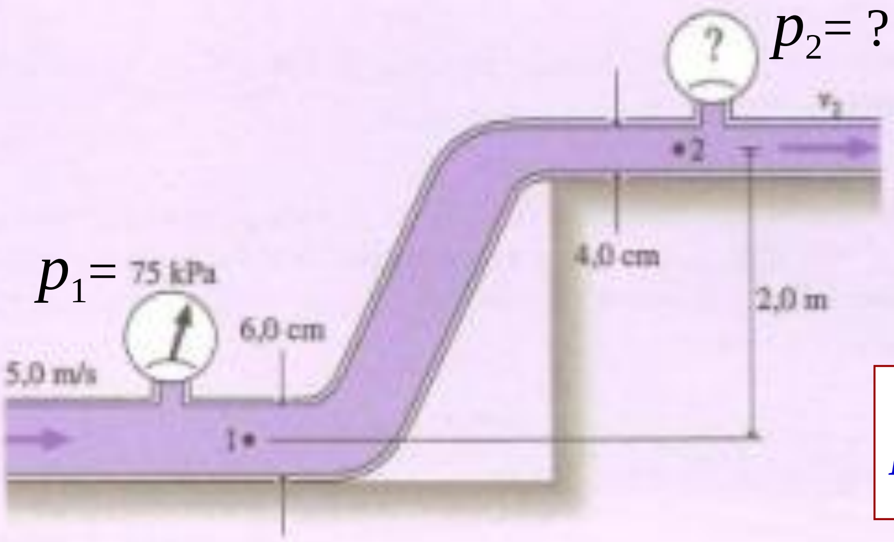


FIGURA 15.33 Os canos de água de um sistema de irrigação.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho ({v_1}^2 - {v_2}^2) + \rho g (h_1 - h_2)$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 = \frac{\pi(6/2)^2}{\pi(4/2)^2} \times 5{,}0 = \mathbf{11{,}25\ m/s}$$

$$p_2 = 75000 + \frac{10^3}{2}(5{,}0^2 - 11{,}25^2) + 10^3 \times 9{,}8(-2{,}0)$$

$$p_2 = 75000 - 70380 = 4620\ \mathbf{Pa;} \qquad p_2 = 4{,}6\ \mathbf{kPa}$$

Mais exemplos: Eq. de Bernoulli

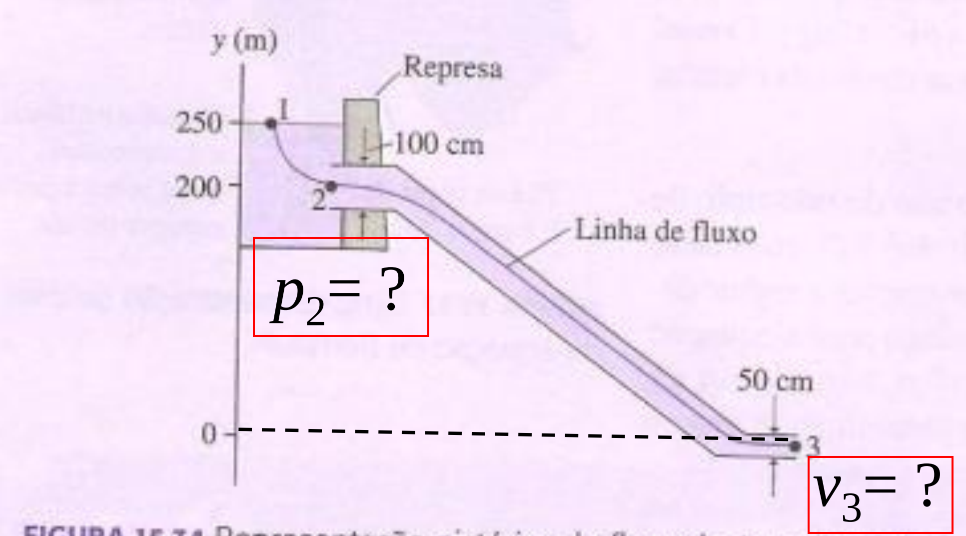


FIGURA 15.34 Representação pictórica do fluxo de água para uma usina hidroelétrica.

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = cte$$

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} + \rho g h_1 = p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^{\,2} + \rho g h_3$$

$$\rho g h_1 \approx \frac{1}{2}\rho v_3^{\,2}\;; \quad v_1 \approx 0\;; \; p_1 = p_3 = p_{atm}$$

$$\boxed{v_3 = \sqrt{2 g h_1} = 70 \text{ m/s}}$$

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2} + \rho g h_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} + \rho g h_1$$

e

$$v_2 = \frac{A_3}{A_2} v_3 = \frac{r_3^{\,2}}{r_2^{\,2}} 70 \text{ m/s}$$

$$p_2 = p_{atm} + \rho g (h_1 - h_2) - \frac{1}{2}\rho v_2^{\,2} \approx 4{,}5 \times 10^5 \text{ N/m}^2\;; \quad \rho = 10^3\, kg/m^3$$

(p_2 é 1.5 atm menor que p_2 estático. 50 m → ~ 5 atm)