

# Física Geral I

## F -128

### Aula 05

### Forças Dissipativas

---

---

# Plano da Aula

---

- Força de atrito
  - Força de arraste
-

# Questão 1

Um paralelepípedo é puxado sobre o asfalto. Em qual situação o atrito é maior:

- a) quando o lado de menor área está em contato com o chão.
- b) quando o lado de maior área está em contato com o chão.
- c) a intensidade da força de atrito independe da área de contato com o chão.

# Força de Atrito

**Leonardo da Vinci** (1452-1519): um dos primeiros a reconhecer a importância do atrito no funcionamento das máquinas.

Leis de atrito de da Vinci:

- 1) a área de contato não tem influência sobre o atrito.
- 2) dobrando-se a carga de um objeto, o atrito também é dobrado.

**Guillaume Amontons** (1663-1705): redescoberta das leis de da Vinci; percebe que o atrito é devido à rugosidade das superfícies.

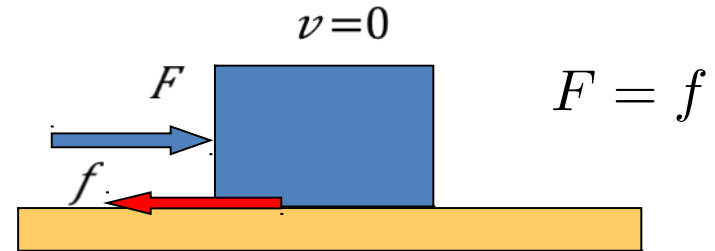


**Charles August Coulomb** (1736-1806): o atrito cinético é proporcional à **força normal** e **independente da velocidade**

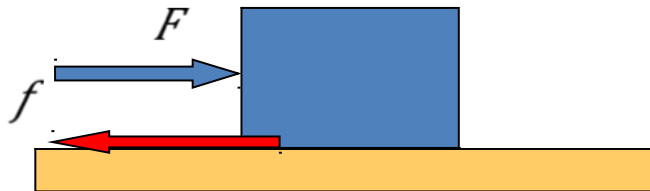
**Lei de Amontons-Coulomb:**  $|f_a| = \mu |N|$

# Atrito estático e atrito cinético

Ausência de forças horizontais



A força de atrito estático é máxima (  $=\mu_e N$  ) na *iminência* de deslizamento.



$$0 < f < \mu_e N$$



$$F > f$$

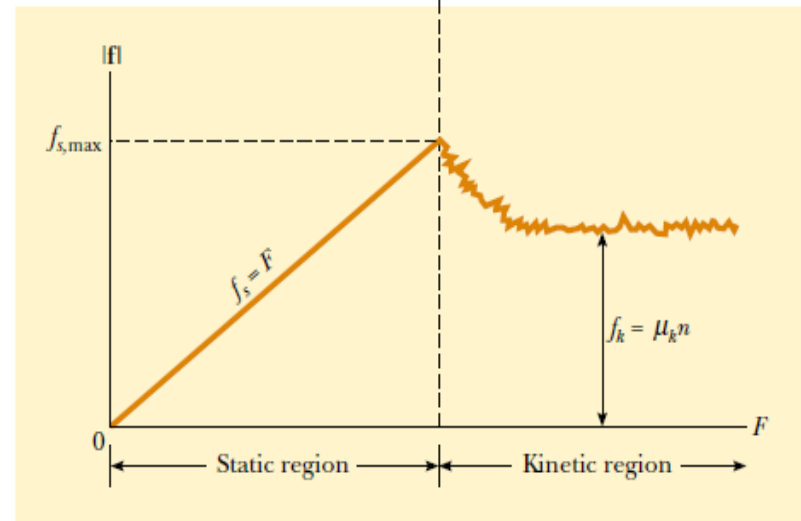
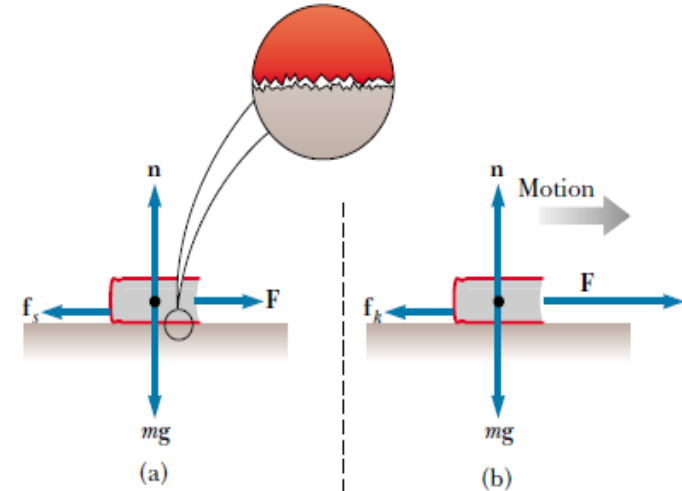
A força de atrito sobre um corpo tem sempre sentido *oposto* ao seu movimento (ou à tendência de movimento) *em relação ao outro corpo*.

# Atrito estático e atrito cinético

$$\mu_e > \mu_c$$

Os coeficientes de atrito **dependem** das **duas superfícies** envolvidas.

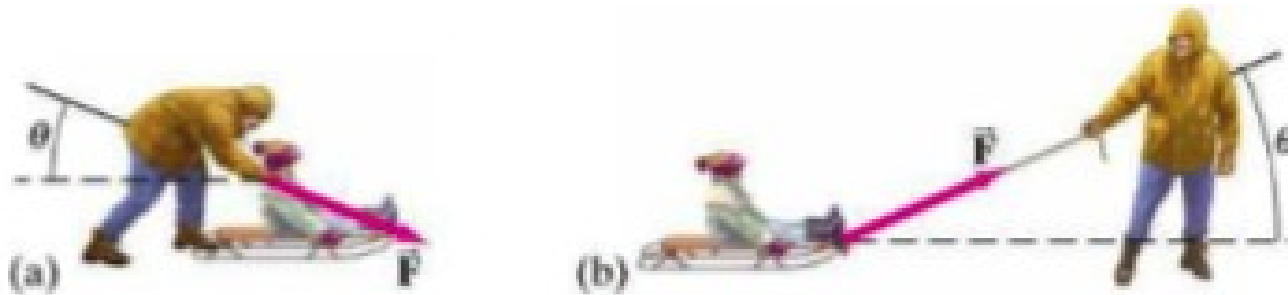
O coeficiente de atrito cinético **independe da velocidade relativa** das superfícies.



## Questão 2

O que é mais vantajoso na hora de você puxar o mala do seu irmão (i.e., em qual situação você faz menos esforço)?

- a) situação a.
- b) situação b.
- c) dá na mesma.

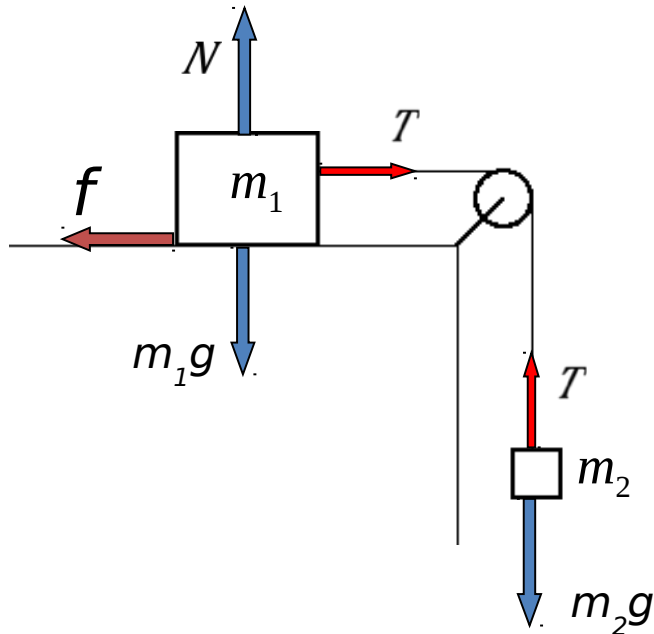


# Coeficientes de atrito

Material	$\mu_e$	$\mu_c$
Vidro / vidro	0,94	0,40
Aço / aço	0,74	0,57
Alumínio / aço	0,61	0,47
Cobre / aço	0,53	0,36
Madeira / madeira	0,25 – 0,50	0,20
Metal / metal (lubrificado)	0,15	0,06
Gelo / gelo	0,10	0,03
Juntas dos ossos	0,01	0,003



# Medida de forças de atrito: sistema de blocos



**Sistema em movimento:**

$$m_2g - f = (m_1 + m_2)a$$

$$m_2g - \mu_c m_1g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{m_2 - \mu_c m_1}{m_1 + m_2}g$$

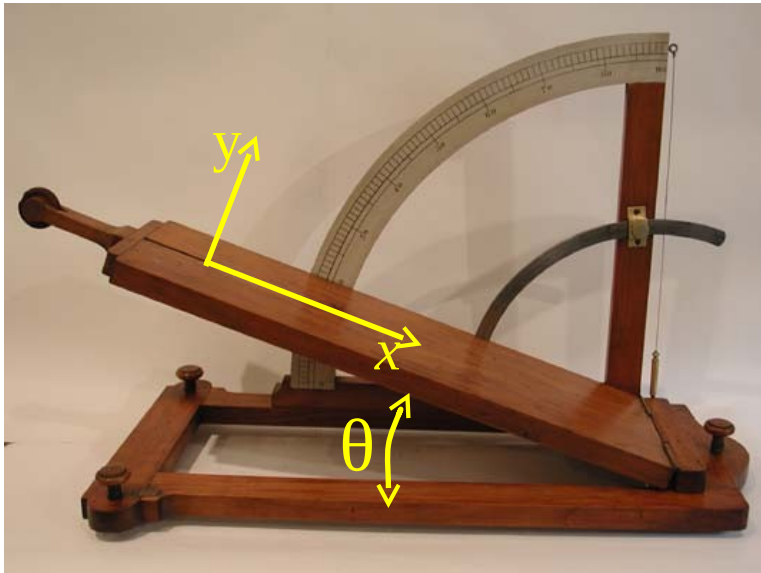
**Sistema em equilíbrio na iminência de movimento:**  $a = 0$

Então:

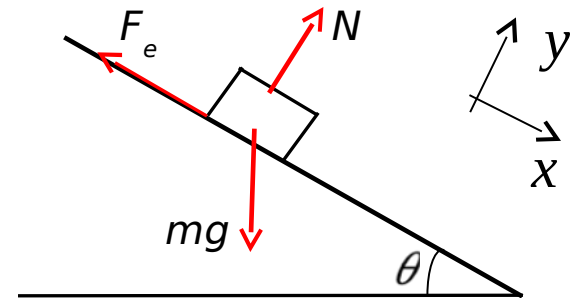
$$m_2g = \mu_e m_1g \Rightarrow \mu_e = m_2/m_1 \quad \text{(determinação do coeficiente de atrito estático)}$$

# Medida de forças de atrito: plano inclinado

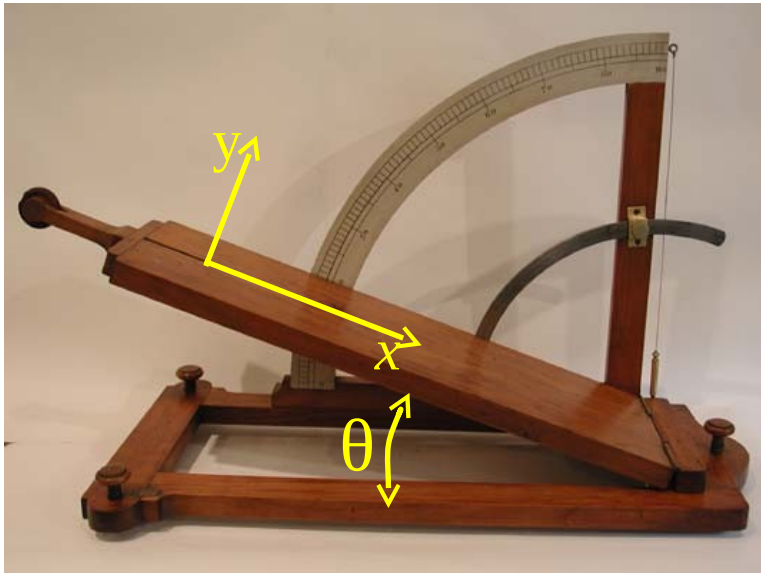
## Plano inclinado para aulas de física (1850)



Bloco de massa  $m$  na **iminência** de deslizar num plano inclinado:



# Questão 3

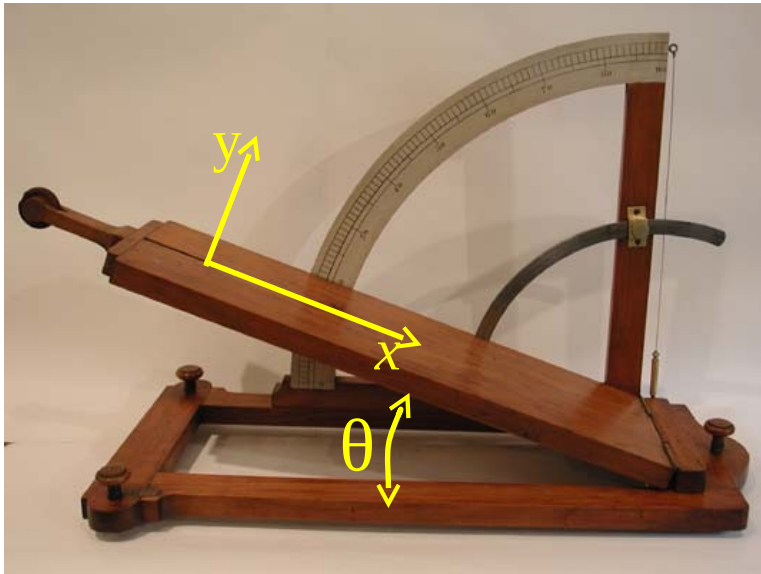


Se não houver atrito, qual a força resultante no bloco?

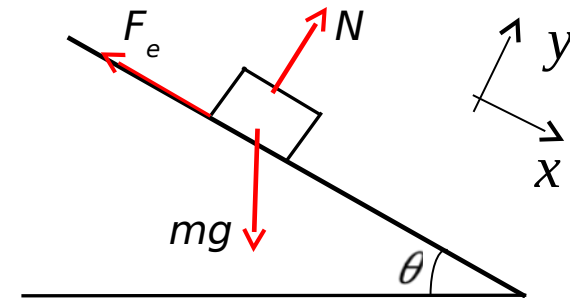
- a) a componente da força peso na direção do plano inclinado
- b) a componente da normal na horizontal
- c) a componente da normal na vertical

# Medida de forças de atrito: plano inclinado

## Plano inclinado para aulas de física (1850)



Bloco de massa  $m$  na **iminência** de deslizar num plano inclinado:



$$P_y = mg \cos \theta = N$$

$$P_x = mg \sin \theta = F_e$$

**Na iminência de deslizamento:**

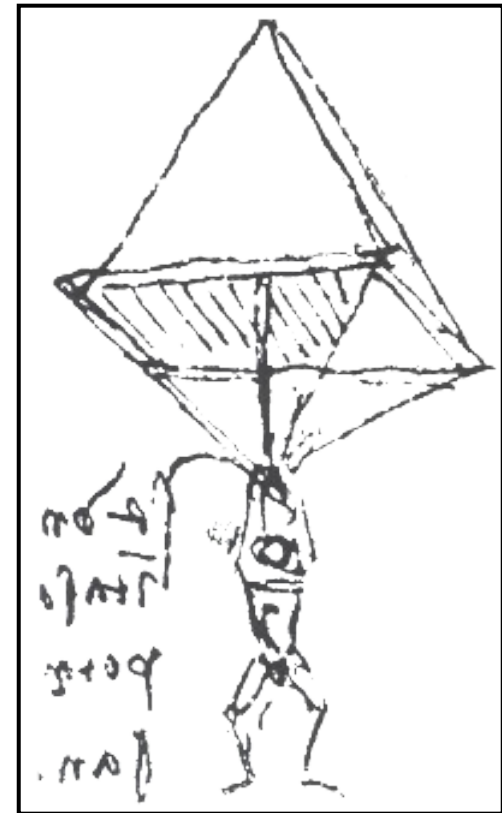
$$F_e = \mu_e N \Rightarrow \mu_e = \tan \theta$$

# Atrito em fluidos: Força de arraste



Salto realizado por Adrian Nicholas, 26/6/2000

*"It took one of the greatest minds who ever lived to design it, but it took 500 years to find a man with a brain small enough to actually go and fly it."*



Esboço de Leonardo da Vinci, de 1483

# Modelos para Força de arraste

A força de arraste em um fluido é uma força dependente da velocidade (ao contrário da força de atrito vista até agora) e apresenta dois regimes:

## a) Fluxo turbulento: velocidades altas

Força de arraste:  $F_D = \frac{1}{2} \rho A C v^2$

$C$ : coeficiente de arraste (adimensional)

$A$ : área da seção transversal do corpo

$\rho$ : densidade do meio

## b) Fluxo viscoso: velocidades baixas

Força de arraste (esferas):  $F_D = 6\pi\eta r v$

$r$  : raio do objeto

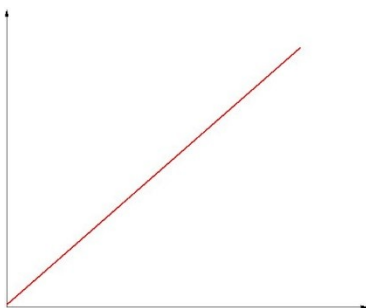
$\eta$  : viscosidade do meio (N.s/m<sup>2</sup>)



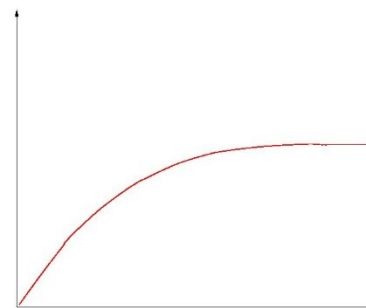
# Questão 4:

Qual dos gráficos abaixo representa melhor a velocidade de uma partícula em queda livre em um fluido:

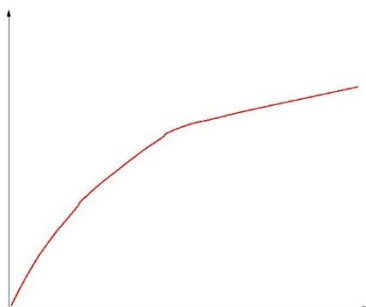
a)



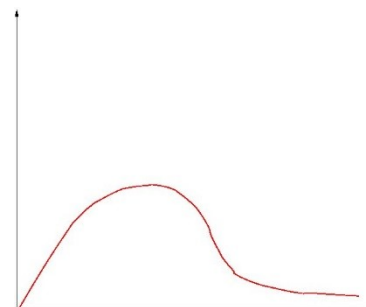
c)



b)



d)



# Movimento em fluxo viscoso

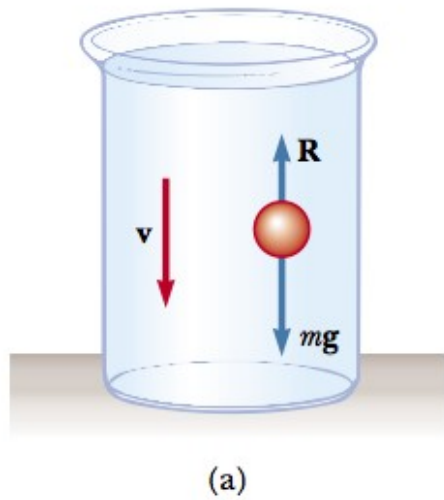
$$F_D = 6\pi\eta r v \rightarrow F_D = -bv \quad b = 6\pi\eta r$$

Na direção vertical,

$$\sum F = ma$$

$$mg - bv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{b}{m} v = g$$



A solução desta equação é, para  $v(0) = 0$ :

$$v(t) = \frac{mg}{b} \left( 1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right)$$



# Movimento em fluxo viscoso

Prova que a equação acima é solução:

$$v(t) = \frac{mg}{b} \left( 1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) \longrightarrow \frac{d}{dt} v(t) = ge^{-\frac{b}{m}t}$$

Então:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{b}{m} v = ge^{-\frac{b}{m}t} + \frac{b}{m} \frac{mg}{b} \left( 1 - e^{-\frac{b}{m}t} \right) = g$$

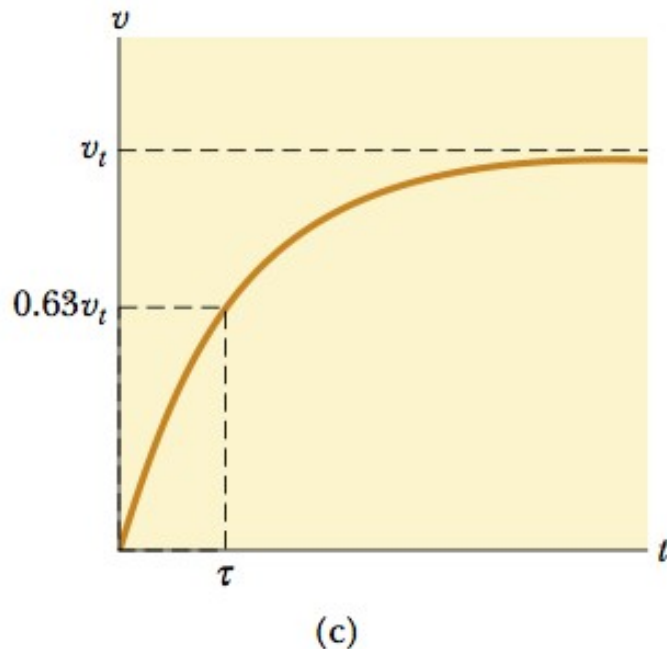
Ou seja, fica satisfeita a equação

$$\frac{dv}{dt} + \frac{b}{m} v = g$$

# Movimento em fluxo viscoso

## Velocidade Terminal:

O aumento da força de arraste faz diminuir a aceleração da esfera; eventualmente, a esfera terá  $a = 0$  (velocidade constante)  $\rightarrow$  velocidade terminal.



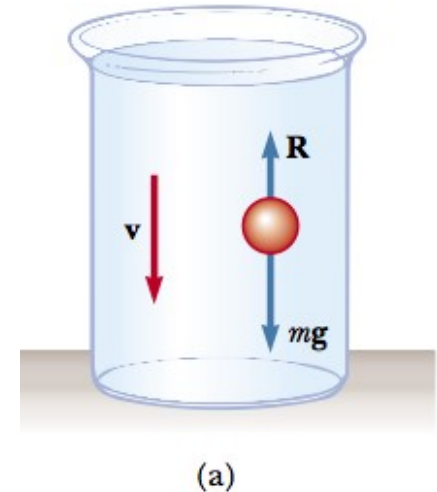
$$v = 0$$

$$a = g$$



$$\left. \begin{array}{l} v = v_t \\ a = 0 \end{array} \right\}$$

(b)



A velocidade terminal para a solução anterior é obtida quando  $t \rightarrow \infty$ :

$$v(t) = v_t = \frac{mg}{b} = \frac{mg}{6\pi\eta r}$$

# Movimento em fluxo turbulento

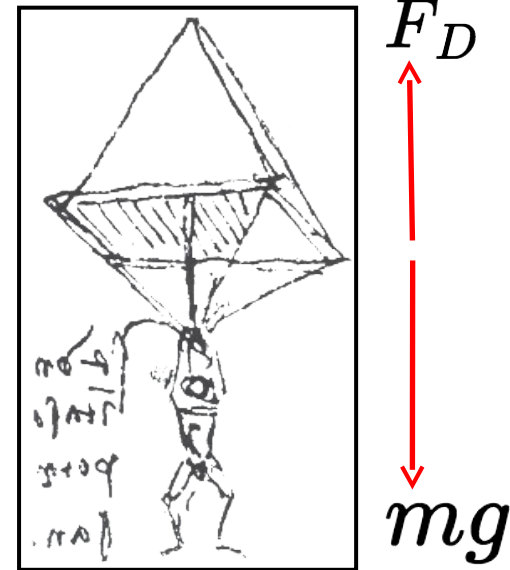
Força de arraste:  $F_D = \frac{1}{2} \rho A C v^2 = k v^2$

$C$ : coeficiente de arraste (adimensional)

$A$ : área da seção transversal do

$\rho$ : densidade do meio

$$\sum F = mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}$$
$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g$$



O Termo quadrático faz esta equação ser mais complicada para ser resolvida...

# Movimento em fluxo turbulento

## Velocidade Terminal:

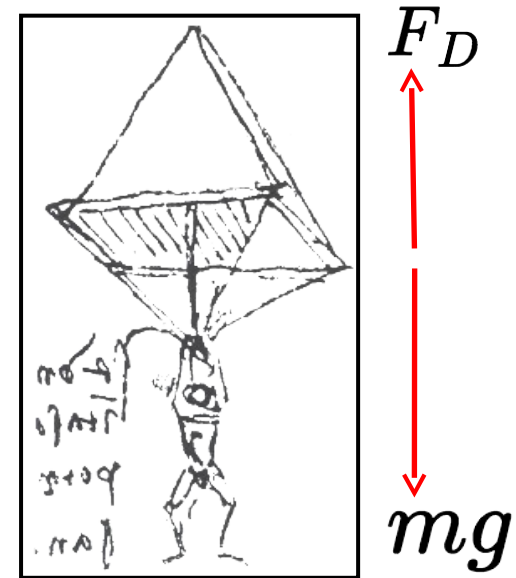
$$\sum F = mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}$$

Podemos calcular a velocidade terminal. Quando o paraquedas atinge a velocidade terminal  $v_T$ , constante:

$$\sum F = 0 \implies F_D = mg$$



$$v_T = \sqrt{\frac{2mg}{\rho AC}}$$



Exemplo da gota de chuva (Halliday):  
 $v_T \sim 27 \text{ km/h}$

Sem a resistência do ar,  
 $v_T \sim 550 \text{ km/h}$

# Modelos para força de arraste

Afinal de contas, qual a melhor aproximação para a força de resistência?

Velocidades baixas

Velocidades altas

$$F_D = bv + kv^2$$

Cada um dos termos domina em um limite de velocidade.

Em baixas velocidades a força é linear; com o aumento da velocidade, novos efeitos devidos à turbulência aparecem e a força fica proporcional ao quadrado da velocidade.

# O gol que Pelé não fez

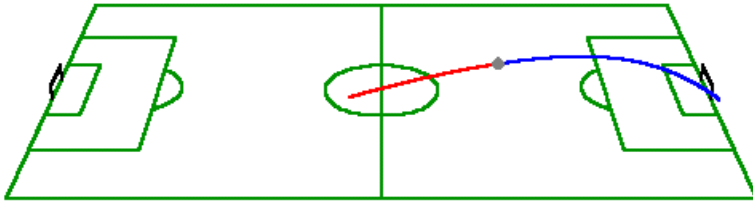
Copa de 1970, no México: Brasil x Tchecoslováquia – Pelé, no meio de campo, vê o goleiro tcheco adiantado, e arrisca um chute famoso. O desfecho da jogada foi descrito por Nelson Rodrigues:

“E, por um fio, não entra o mais fantástico gol de todas as Copas passadas, presentes e futuras. Os tchecos parados, os brasileiros parados, os mexicanos parados – viram a bola tirar o maior fino da trave. Foi um cínico e deslavado milagre não ter se consumado esse gol tão merecido. Aquele foi, sim, um momento de eternidade do futebol”.

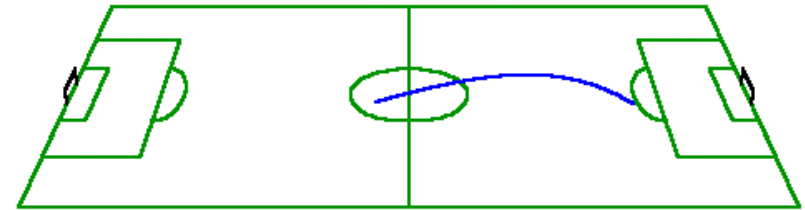
<http://www.youtube.com/watch?v=cXL9Yye5FMA>



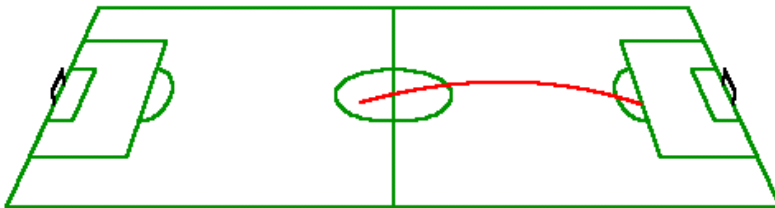
# O gol que Pelé não fez



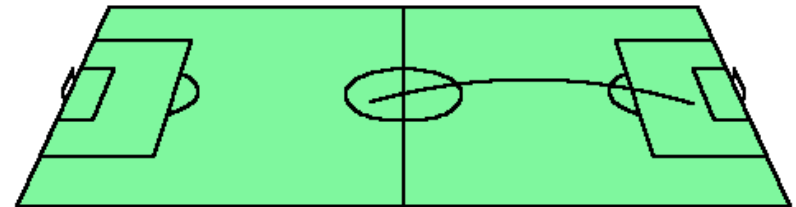
A bola partiu a 105 km/h, girando a 7 rotações por segundo. A crise do arrasto ocorreu no ponto marcado sobre a trajetória. A partir daí, a resistência do ar ficou muito menor.



Se não existisse a crise do arrasto, a bola chutada por Pelé nem conseguiria chegar à grande área.



No chute de Pelé, a força de Magnus apontava para cima, dando sustentação à bola. Se não estivesse girando, a bola mal chegaria à grande área.



Sem a influência do ar, como no vácuo, a trajetória teria a forma parabólica prevista por Galileu. E a bola cairia longe do gol! Este resultado surpreendente mostra que a aerodinâmica fez a bola de Pelé ir mais longe.