## F229 - Experimento 1. Pêndulos Físicos

## INTRODUÇÃO

O sistema composto por uma partícula de massa *m*, suspensa por um fio inelástico, sem massa e de comprimento *l*, oscilando em torno de uma posição de equilíbrio, pela ação da força da gravidade, é chamado de pêndulo simples e é um exemplo idealizado de oscilador harmônico. O seu período de oscilação é dado, para pequenos ângulos de oscilação, por

$$T = 2\pi\sqrt{l/g} \tag{1}$$

onde *q* é a aceleração da gravidade.

Note que, nesse modelo, o período de oscilação não depende das massas e propriedades específicas da partícula ou do fio. O modelo de pêndulo simples, embora muito útil, nem sempre é uma boa aproximação para pêndulos reais. Neste experimento, são estudados dois tipos de pêndulos que não podem ser tratados como pêndulos simples: o pêndulo composto e o pêndulo de torção. O experimento se divide em duas partes. Cada parte do experimento será realizada em uma aula.

## PÊNDULO COMPOSTO

Um pêndulo composto, ou pêndulo físico, é um sistema em que um corpo rígido oscila em torno de um eixo fixo, pela ação da força gravitacional. Na Fig. 1 é representado o pêndulo composto que você usará neste experimento, juntamente com o foto-gate e cronômetro inteligente usados na determinação do período do movimento. O pêndulo é constituído por uma barra rígida e homogênea de alumínio, na extremidade da qual é presa uma placa retangular de ferro. O período de oscilação do pêndulo, T, para pequenos ângulos de oscilação, é dado por

$$T = 2\pi \sqrt{I_0/MgD} \tag{2}$$

onde  $I_0$  é o momento de inércia do pêndulo em relação ao ponto de suspensão, M é a massa do pêndulo e D a distância entre o centro de massa (CM) do sistema e o ponto de suspensão.

Utilizando o teorema dos eixos paralelos de modo a relacionar  $I_0$  com o momento de inércia em relação ao centro de massa,  $I_{CM}$ , e lembrando que  $I_{CM} = Mk^2$ , sendo k o raio de giração, deduz-se que

$$T = 2\pi\sqrt{(D + k^2/D)/g} \tag{3}$$

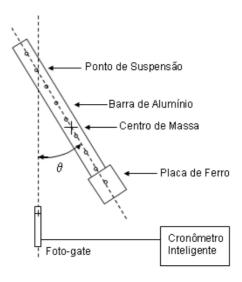


Figura 1. Pêndulo composto.

# PÊNDULO DE TORÇÃO

Um sistema composto por um corpo rígido suspenso por um fio e capaz de oscilar em torno de um eixo comum com o fio é o que se denomina de *pêndulo de torção*. A Figura 2 mostra esquematicamente o pêndulo de torção do curso F-229. Quando o pêndulo oscila em torno do eixo z, a haste (pequeno retângulo de alumínio preso ao corpo do pêndulo) periodicamente interrompe o feixe infravermelho do foto-gate possibilitando a medida do período de oscilação pelo cronômetro inteligente. A função das haste compensadora é evitar que simetria do corpo suspenso seja alterada, mantendo o centro de gravidade no eixo z.

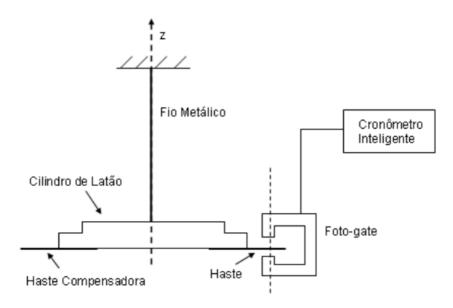


Figura 2. Pêndulo de torção do curso F-229 com foto-gate e cronômetro inteligente para a medida do período.

Dando-se uma torção no corpo de um ângulo  $\theta$ , o fio irá apresentar um torque de oposição,  $\tau$ , proporcional a  $\theta$ , definido pela relação  $\tau = -k\theta$ , sendo k uma constante própria do fio, denominada de coeficiente de restituição. Como o torque é sempre de oposição ao deslocamento angular, se ao corpo for dado um deslocamento inicial,  $\theta_0$ , e depois abandonado, ele irá oscilar com um período T, dado pela equação

$$T = 2\pi \sqrt{I_0/k} \tag{4}$$

onde  $I_0$  é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo colinear com o fio.

Um pêndulo de torção é útil para determinar momentos de inércia de objetos de forma complexa – uma roda de engrenagem, ou uma hélice de avião – por exemplo. O pêndulo é também é útil para se determinar o módulo de cisalhamento do material do fio (ver abaixo), conhecendo-se o momento de inércia do corpo.

O coeficiente de restituição é uma grandeza extrínseca, ou seja, depende das dimensões do fio (comprimento e diâmetro). Entretanto, o seu conhecimento pode levar à uma grandeza intrínseca, própria do material do fio, denominada de módulo de cisalhamento, G. Demonstra-se que a relação entre G e K é dada por

$$G = 2Lk/(\pi r^4) \tag{5}$$

sendo L e r o comprimento e o raio do fio, respectivamente. A partir das Equações (4) e (5) é fácil mostrar (demonstre!) que

$$T = [8\pi I_0 L/(Gr^4)]^{1/2} \tag{6}$$

## **OBJETIVOS**

Investigar o movimento de pêndulos que não podem ser considerados ideais. Determinar o raio de giração e momento de inércia do pêndulo composto em relação ao centro de massa.

Determinar o módulo de cisalhamento do fio do pêndulo de torção a partir da Eq. (6).

#### **EXPERIMENTO**

### PARTE A - PÊNDULO COMPOSTO

Material

Pêndulo composto, eixo de suspensão, régua de 1 m, balança de precisão, cronômetro inteligente com foto-gate.

**Procedimento** 

Consiste em tomar medidas de *T* em função de *D*.

## Recomendações

(1) Para encontrar os vários valores de D, é preciso que você determine, com a maior precisão possível, a posição do CM do pêndulo,  $x_{CM}$ , em relação a uma origem qualquer, usando a equação

 $x_{CM} = (m_1x_1 + m_2x_2)/(m_1 + m_2)$ 

- onde  $x_1$  e  $x_2$  são as distâncias dos CM da barra de alumínio e da placa à origem, e  $m_1$  e  $m_2$  as respectivas massas.
- (2) Procure realizar o experimento mantendo o ângulo de lançamento (valor máximo do ângulo de oscilação,  $\theta$ , sempre pequeno (não muito maior que uns 15°), de modo que não sejam necessárias correções na Eqs. (2) e (3).
- (3). Para medir T, o foto-gate deve ser ajustado de modo que (1) seu feixe infravermelho seja perpendicular ao plano da trajetória do pêndulo e, (2) que o pêndulo possa interromper o feixe em um determinado ângulo de sua trajetória ( $\theta = 0$ , por exemplo).
- (4) Faça medidas de T para todos os furos no intervalo entre o mais afastado e o mais próximo do centro de massa. Para cada furo tome várias medidas de T e tire a média.

# PARTE B - PÊNDULO DE TORÇÃO

#### Material

Pêndulo de torção com fio metálico, régua de 1 m, paquímetro, micrômetro, foto-gate da PASCO e cronômetro inteligente.

### Procedimento

Monte o pêndulo e ajuste o foto-gate como indicado pela Figura 2. Faça medidas de *T* para vários comprimentos do fio.

Uma etapa importante neste experimento é determinar o momento de inércia do corpo. Meça as dimensões do corpo do pêndulo usando um paquímetro. NÃO É PRECISO PESAR O CORPO DO PÊNDULO – O VALOR DA MASSA SERÁ DADO NA AULA. É importante lembrar que o momento de inércia do cilindro de latão (ver Figura 2) é muito maior que o das hastes. Assim, estas últimas não devem ser levadas em consideração, pois não interferem significativamente com o movimento do pêndulo.

Meça o diâmetro do fio, necessário para o cálculo de *G*, com um micrômetro.

**Observação importante:** Diferentemente do pêndulo simples e do pêndulo composto, o movimento do pêndulo de torção é harmônico simples para qualquer ângulo de torção inicial, exceto, é claro, de ângulos que possam produzir deformações permanentes no fio e alterem suas propriedades elásticas.

#### BIBLIOGRAFIA

M. Alonso e E.J. Finn, Física - Um Curso Universitário, Vol. 1, seções 12.5 e 12.6. C. Kittel, Curso de Física de Berkeley – Mecânica, Vol. 1, cap. 8. (Biblioteca IFGW no. 531.K652.m).

D. Halliday, R. Resnick, Fundamentos de Física, Vol. 2, cap. 14.6.

P. Lucie, Física Básica, Vol. 2, pp. 166-167.

Handbook of Physics (Statics of Elastic Bodies), pp.3-75 à 3-77.

C.J. Smithels, Metals Reference Book, Vol. 3, 4a. Ed., Butterworths, London, 1967, pp. 775-776 e 708-711.

Leitura suplementar: K. Laws, The Physics of Dance, Physics Today, Vol. 38, p. 24 (1985).