AULA 6
OUTROS CÓDIGOS, DETECÇÃO DE ERROS

Profª Letícia Rittner

Códigos binários: Gray

- Há códigos binários que não são ponderados
- Dentre eles, o mais conhecido é o Código Gray
- O código Gray é dito **cíclico**, pois palavras código representando dígitos decimais sucessivos diferem entre si por apenas **um bit**

Códigos binários: Gray

- Como encontrar o código Gray de 4-bits?
- Há duas formas de codificar um binário em código Gray
  1. Operações XOR
  2. Propriedade reflexiva

decimal	binário	Gray
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

Códigos binários: Gray

Operações XOR: composta de 3 passos

1. Copia bit mais significativo (MSB)
2. Soma o bit a esquerda com o próximo bit e descarta o carry
3. Repete o passo 2

Binário	1	0	1	1
		+	+	+
		1	0	1
Gray	1	1	1	0

Códigos binários: Gray

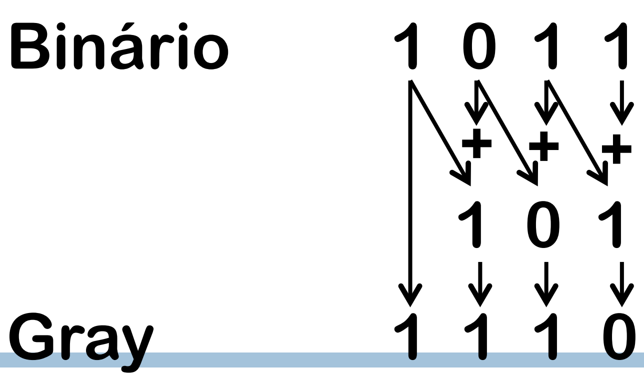
- O passo 2, soma e ignora o carry, é na verdade uma operação de OU exclusivo (XOR)
- A operação XOR nada mais é do que um detector de número ímpar de “1”s

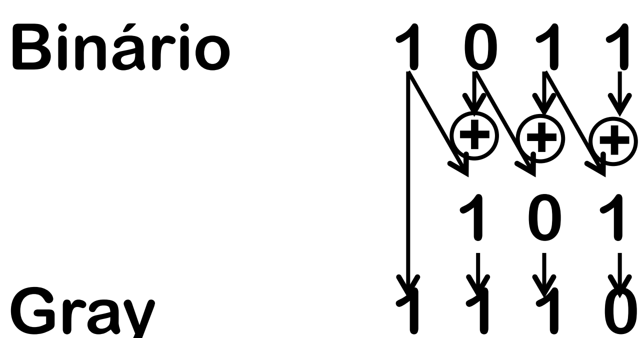
x	y	XOR
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Códigos binários: Gray

Operações XOR: composta de 3 passos

1. Copia bit mais significativo (MSB)
2. Soma o bit a esquerda com o próximo bit e descarta o carry
3. Repete o passo 2





Exemplo

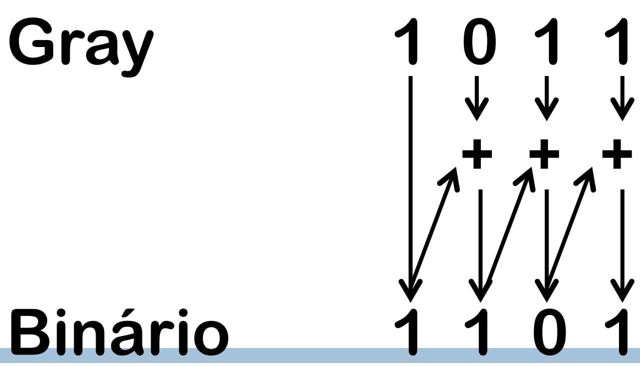
- Encontre o código Gray para o binário 1110

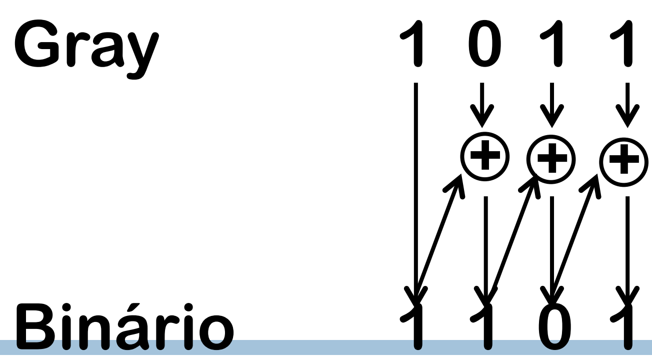
Binário	1	1	1	0
		$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$
		1	1	1
Gray	1	0	0	1

Códigos binários: Gray

Decodificar código Gray

1. Copia bit mais significativo (MSB)
2. Soma o bit já decodificado com o próximo bit e descarta o carry
3. Repete o passo 2





Códigos binários: Gray

- Generalizando a codificação/ decodificação

$$b_3b_2b_1b_0 \underset{2}{\overset{1}{\rightleftarrows}} g_3g_2g_1g_0$$

1

$$g_3 = b_3 \qquad\qquad b_3 = g_3$$

$$g_2 = b_2 \oplus b_3 \qquad\qquad b_2 = b_3 \oplus g_2$$

$$g_1 = b_1 \oplus b_2 \qquad\qquad b_1 = b_2 \oplus g_1$$

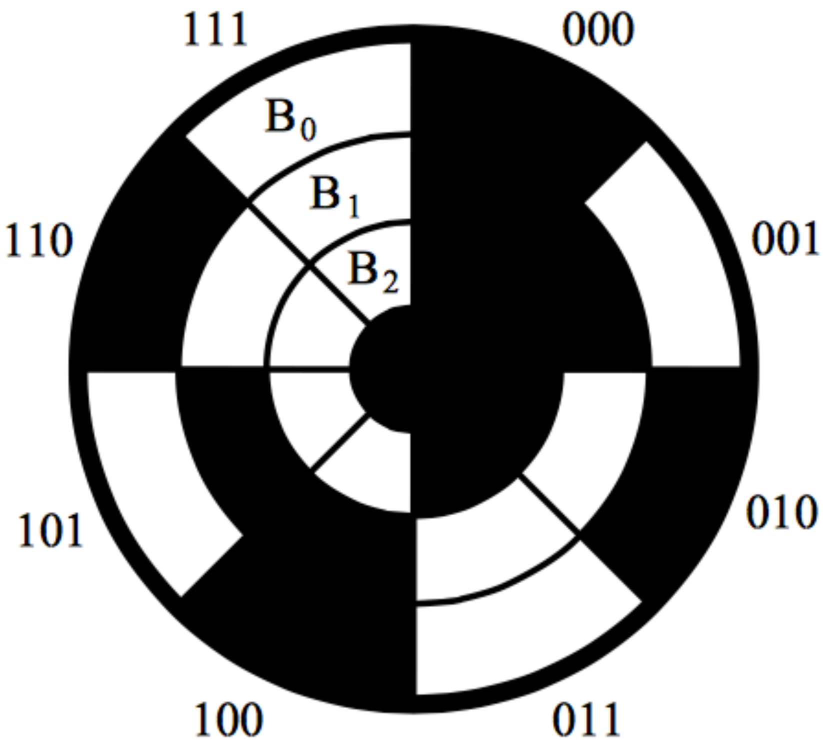
$$g_0 = b_1 \oplus b_0 \qquad\qquad b_0 = b_1 \oplus g_0$$

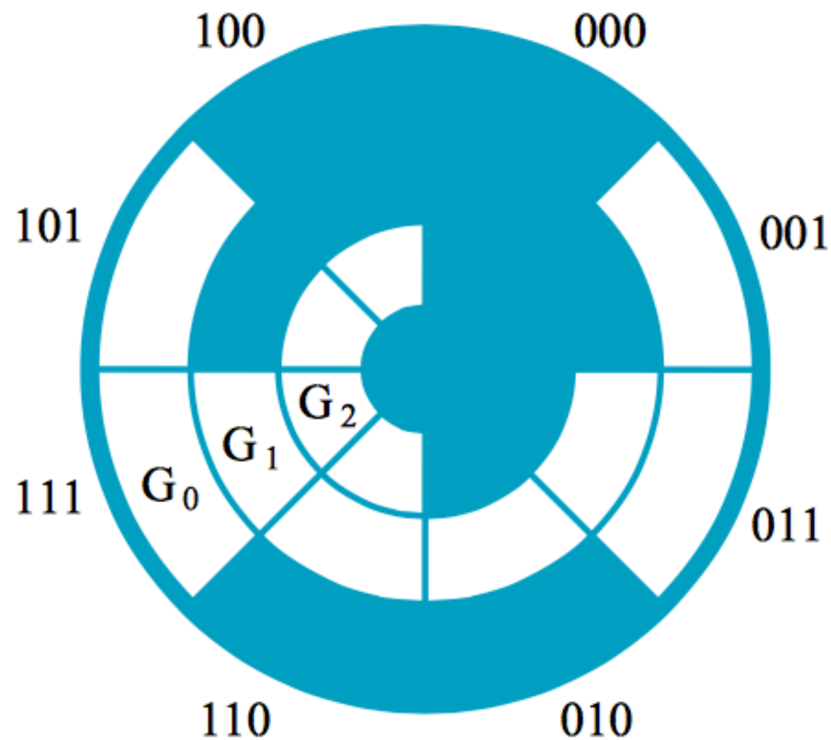
Códigos binários: Gray

- Outra forma de codificação é usar a propriedade de reflexão:

Gray 2-bits	Gray 3-bits
0 0	0 0 0
0 1	0 0 1
1 1	0 1 1
1 0	0 1 0
	1 1 0
	1 1 1
	1 0 1
	1 0 0

Uso do código Gray





Veja demo em: http://demonstrations.wolfram.com/GrayCodesErrorReductionWithEncoders/

Conversão vs Codificação

- Não confunda conversão para a representação binária com a codificação usando um código binário

conversão: $13_{10} = 1101_2$

codificação: $13_{10} \rightarrow 00010011$

Códigos alfa-numéricos

ASCII – 7 bits

- Letras: A, B, ..., Z
- Dígitos: 0, 1, ..., 9
- Caracteres especiais: ?, %, @, ...
- Caracteres não-imprimíveis: espaço, quebra de linha

Detecção de erros em códigos

- Códigos binários são bastante sensíveis a erros de transmissão
- A probabilidade de ocorrência de um erro simples (em 1 bit) é não nula
- A probabilidade de ocorrência de 2 erros simultâneos é praticamente 0
- Restringiremos nossa discussão a detecção de erros simples

Detecção de erros em códigos

- Dado um decimal codificado em BCD:

erros simples

$$(2)_{10} : 0\,0\,1\,0 \quad \begin{cases} 0\,0\,1\,\mathbf{1} & - (3)_{10} \\ 0\,0\,\mathbf{0}\,0 & - (0)_{10} \\ 0\,\mathbf{1}\,1\,0 & - (6)_{10} \\ \mathbf{1}\,0\,1\,0 & - \text{erro detectado (palavra inválida)} \end{cases}$$

- Apenas o último erro seria detectado

Detecção de erros em códigos

- Uma forma de detectar erros em códigos é adicionar um **bit de paridade**
- A cada palavra código um bit extra é adicionado, de forma a fazer com que a quantidade de "1"s seja par ou ímpar, dependendo se for paridade par ou paridade ímpar

Detecção de erros em códigos

- O bit de paridade par é adicionado no final do código BCD (em vermelho)
- Agora, cada palavra tem um número par de "1"s

decimal	BCD	BCD com paridade par
0	0000	00000
1	0001	00011
2	0010	00101
3	0011	00110
4	0100	01001
5	0101	01010
6	0110	01100
7	0111	01111
8	1000	10001
9	1001	10010

Detecção de erros em códigos

- Dado um decimal codificado em BCD com bit de paridade par:

erros simples

$(2)_{10}$: 0 0 1 0 1

- 0 0 1 0 **0** – paridade inválida
- 0 0 1 **1** 1 – paridade inválida
- 0 0 **0** 0 1 – paridade inválida
- 0 **1** 1 0 1 – paridade inválida
- **1** 0 1 0 1 – paridade inválida

Todos os erros são detectados

Distância em códigos

- Distância (d) entre duas palavras código é o número de dígitos que precisam ser modificados em uma das palavras para se chegar na outra palavra
- Exemplo: qual a distância entre as palavras 100 e 001?

Resp: d = 2

Distância em códigos

- Distância mínima em um código é a menor distância entre todas as distâncias medidas entre todos os pares possíveis de palavras do código
- A distância mínima do código BCD é 1
- O código é dito detector de erros se, e somente se, sua distância mínima for maior ou igual a 2

Para casa

Utilizando a propriedade da reflexão e a tabela de Código Gray de 1 bit, monte a tabela do código Gray de 4 bits

Para casa

As sequências abaixo são as primeiras palavras de dois códigos cíclicos. Em cada caso, complete o código ou mostre que ele não pode ser completado. Cada código deve conter todas as palavras possíveis (não há palavra inválida) e a última palavra de código deve estar a uma distância d=1 da primeira palavra

A) 000, 001, 011, 111

B) 000, 010, 011, 111, 101