| Nota: |
|---|

# MA 141 Geometria Analítica e Vetores

*Primeiro Semestre de 2012*

## Primeira Prova

*12 de Abril de 2012*

| **Nome:** | **RA:** |
|---|---|

| *Questões* | *Pontos* |
|---|---|
| Questão 1 | |
| Questão 2 | |
| Questão 3 | |
| Questão 4 | |
| *T o t a l* | |

*A*TENÇÃO: Será corrigida a redação da resposta. Cada resposta deve ser redigida com todos os detalhes. Caso duas ou mais provas apresentem alguma resposta cujas redações coincidam em mais de 50%, essa questão será **anulada** em todas elas. Não é permitido **destacar** as folhas da prova. Respostas **sem** justificativa **não** serão consideradas.

*Boa Prova !*

**Questão 1.** **(2.5 Pontos)**

Dado o sistema linear:

$$\begin{cases} 3x + 3y - 2z - t &= -2 \\ 5x + 2y + z - 2t &= -3 \\ 2x - y + 3z - t &= -1 \end{cases}$$

(a) Escreva o sistema acima na forma matricial $AX = b$.

(b) Encontre a matriz $R$ na forma escalonada, linha equivalente a matriz ampliada do sistema linear, indicando cada uma da operações elementares de linhas realizadas e suas respectivas matrizes elementares.

(c) Qual é o posto da matriz $A$ desse sistema linear?

(d) Determine a solução geral desse sistema linear.

**Questão 2.** **(2.5 Pontos)**

Sabendo–se que a matriz $A$ é o produto (de matrizes) abaixo, calcule a inversa da matriz $A$.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Questão 3.** **(2.5 Pontos)**

Mostre que a matriz simétrica $A$ dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 20 \\ 15 & 46 & 62 \\ 20 & 62 & 87 \end{bmatrix}$$

é equivalente a matriz diagonal

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

**Questão 4.** **(2.5 Pontos)**

*Para cada uma das afirmações abaixo responda com "CERTA" ou "ERRADA", demonstrando ou dando contra–exemplo. Respostas* ***sem*** *justificativa* ***não*** *serão consideradas.* As letras maiúsculas $A$, $B$, $C$, $I$, etc, representam matrizes.

(a) Toda matriz linha equivalente a matriz identidade tem determinante 1.

(b) Um sistema homogêneo com 4 equações e 5 variáveis sempre possui solução não–nula.

(c) Existem matrizes $A$ e $B$ de ordem $n$ tais que $AB - BA = I_n$.

(d) Dada uma matriz $A$ de ordem $n \times n$, se existe uma matriz $B$ de ordem $n \times 1$, para o qual o sistema linear $AX = B$ tem solução única, então $A$ é invertível.

(e) Sejam $A$ e $B$ matrizes de ordem $n$ tais que $AB = 0_n$, então $A = 0_n$ ou $B = 0_n$.

(f) Se $X_1$ e $X_2$ são soluções de um sistema linear $AX = B$, então

$$X_3 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$$

também é uma solução desse sistema linear.