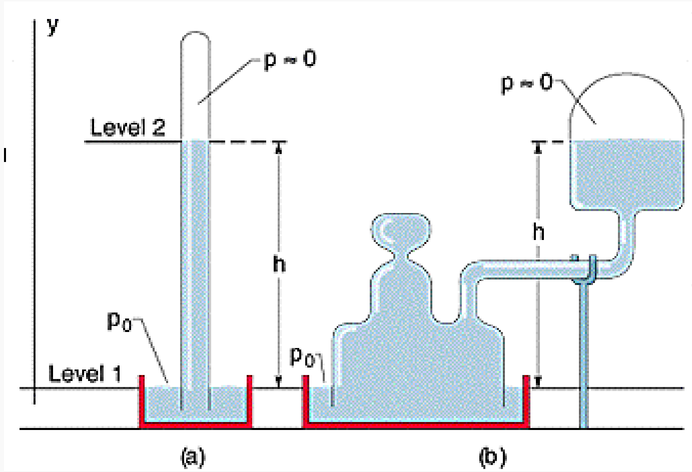
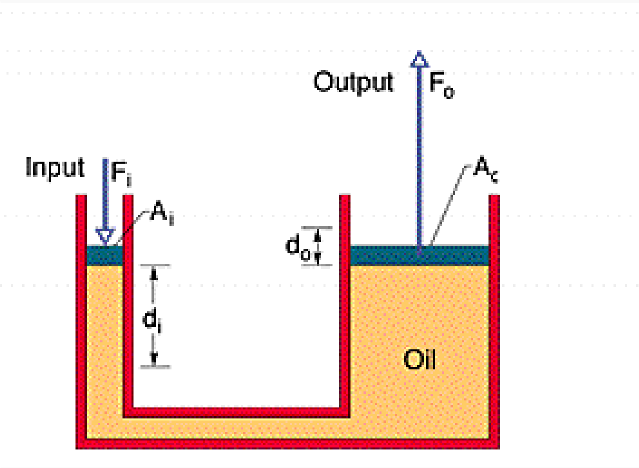
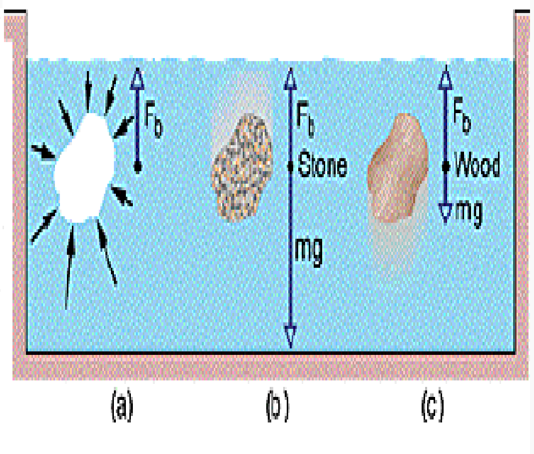
Aula-3
Fluidos

Física Geral II - F 228

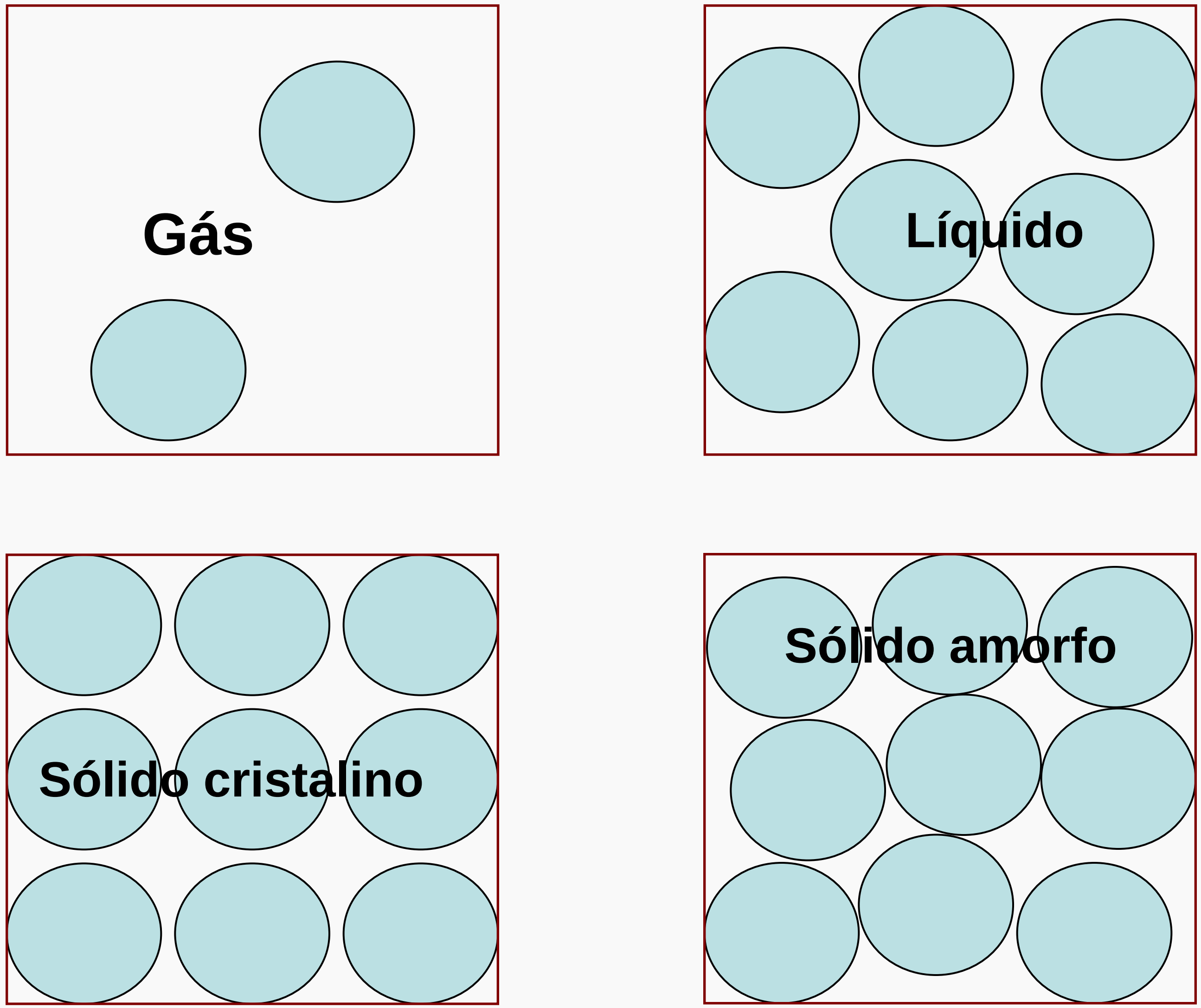
2º semestre, 2016



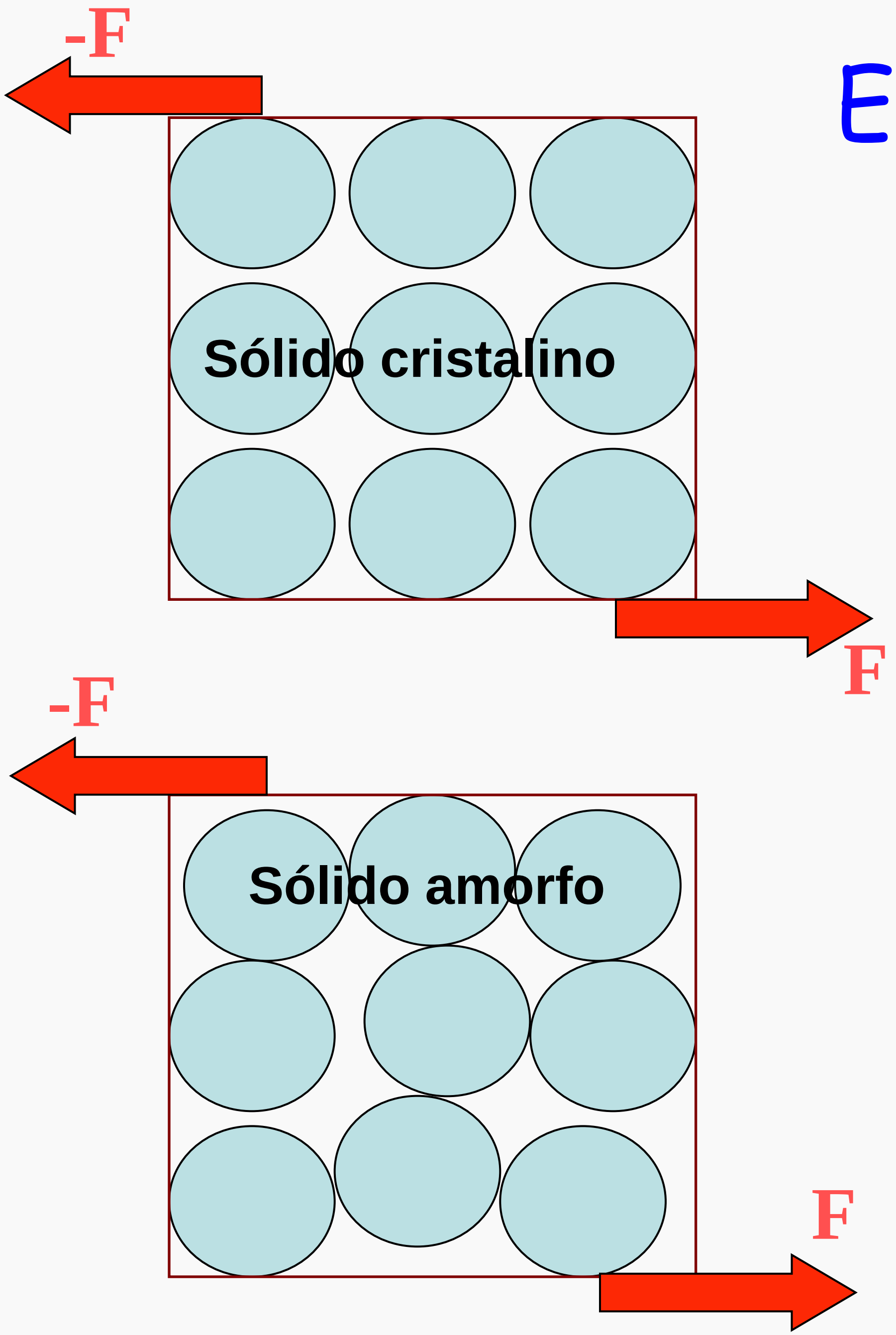




Estados da matéria:



Estados da matéria



- Definição de sólidos:

Resistem a tensões de cisalhamento!

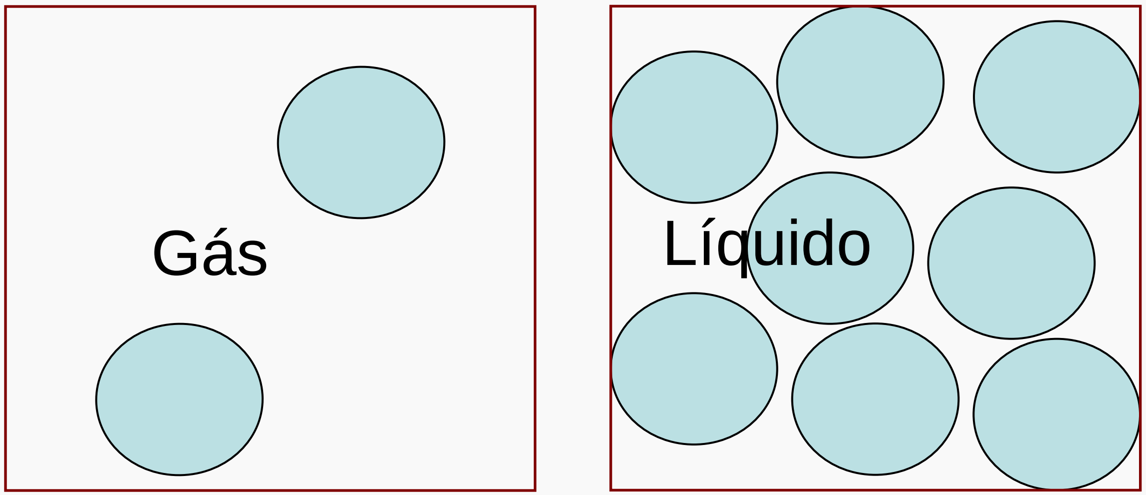
Para uma certa quantidade de massa M, que ocupa um volume V:

$$\rho = \frac{M}{V}$$

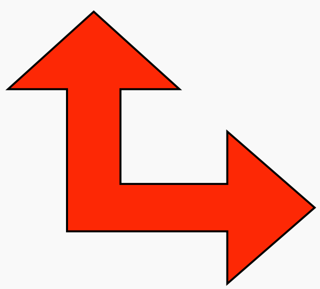
onde ρ é a densidade.

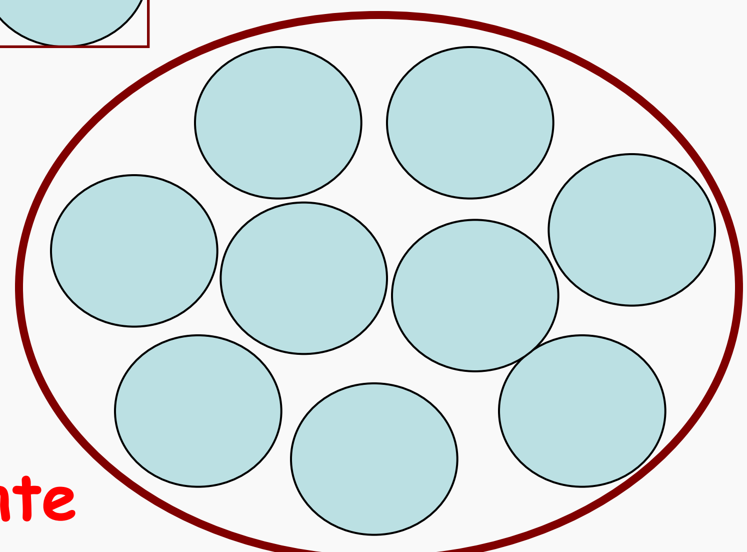
Fluidos:

Não resistem a tensões de cisalhamento (podem escoar)



$$\rho = \frac{M}{V}$$





Assumem a forma do recipiente

Densidades: (kg/m³)

$$\overbrace{\rho_{gases} << \rho_{líquidos}}^{\text{Fluidos}} \approx \rho_{sólidos}$$

!

Gases

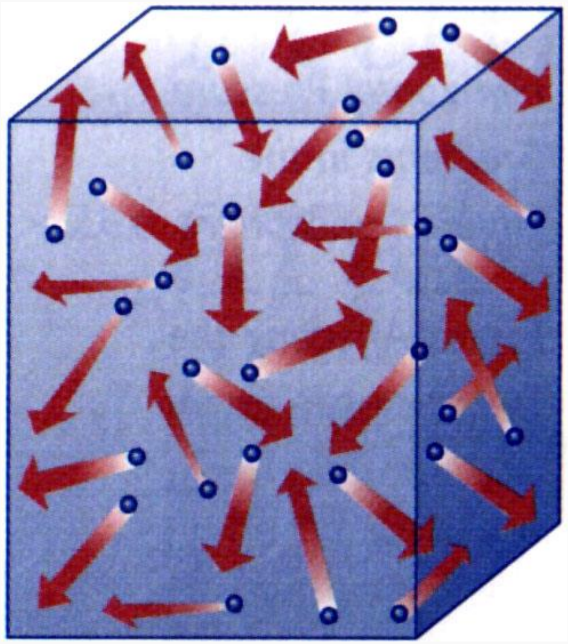
Hidrogênio	0,083
Helio	0,164
Neônio	0,900
Argônio	1,784
Xenônio	5,88
Nitrogênio	1,15
Oxigênio	1,31
fluor	1,70
ar [cntp]	1,21
CO	1,25
CO_2	1,80

$$\rho = \frac{M}{V}$$

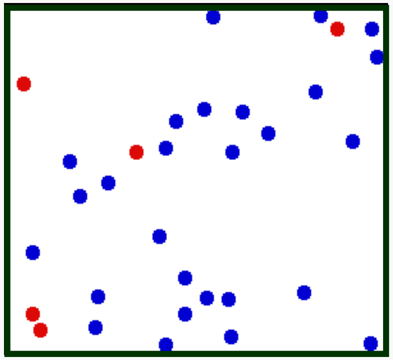
Líquidos & sólidos

Amônia	682
sangue	1050
benzeno	879
Etanol	789
Argônio [liq.]	1390
Metano	424
Água	1000
Cobre	8920
Prata	10490
Chumbo	11340
Mercúrio	13600
Ouro	19320
nylon	1140
PTFE	1200

Líquidos e Gases:
Tensão hidrostática (Pressão)

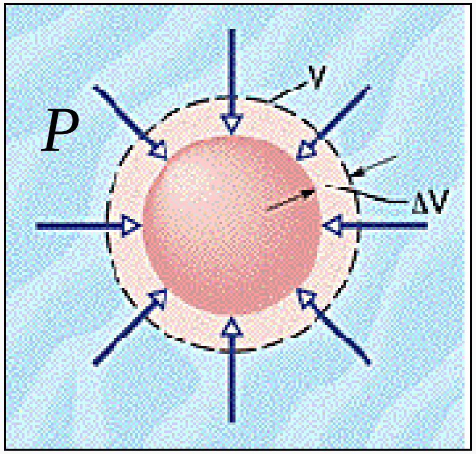


$$P = \frac{F}{A}$$



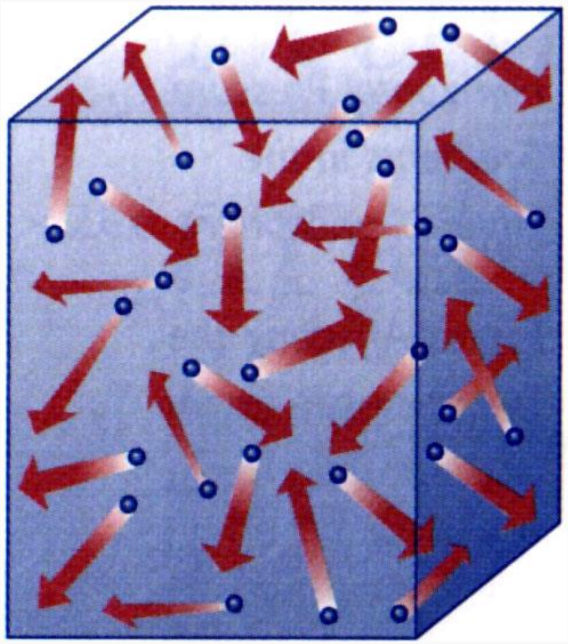
Pressão de um fluido (P):

É resultado da força média que as moléculas do fluido exercem sobre as paredes de um recipiente

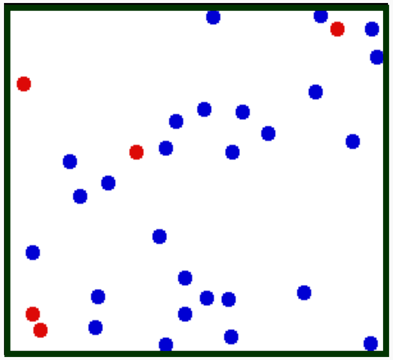


Neste caso, a tensão hidrostática sobre a esfera é a pressão do fluido

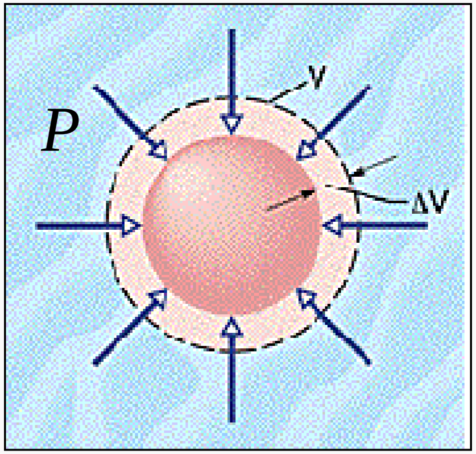
Líquidos e Gases:
Tensão hidrostática (Pressão)



$$P = \frac{F}{A}$$

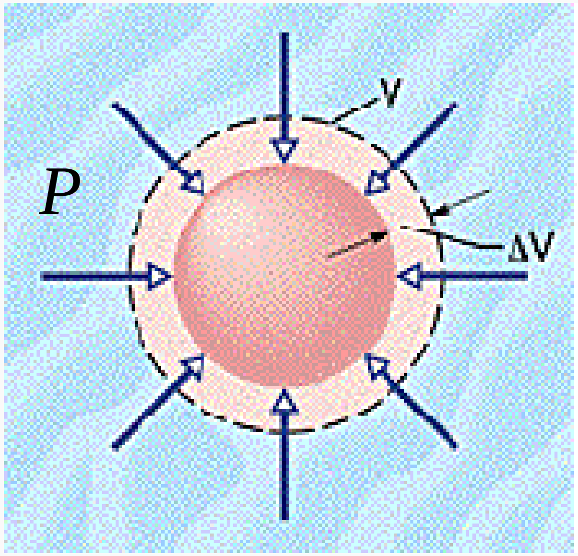


Atenção: força é uma grandeza vetorial e pressão é escalar!



Quando um fluido está em repouso, a pressão em um ponto dado deve ser a mesma em qualquer direção.

Líquidos e Gases:
Tensão hidrostática (Pressão)



$$\boxed{P = B\,\frac{\Delta V}{V}}$$

- B é o módulo de compressibilidade

Pressão

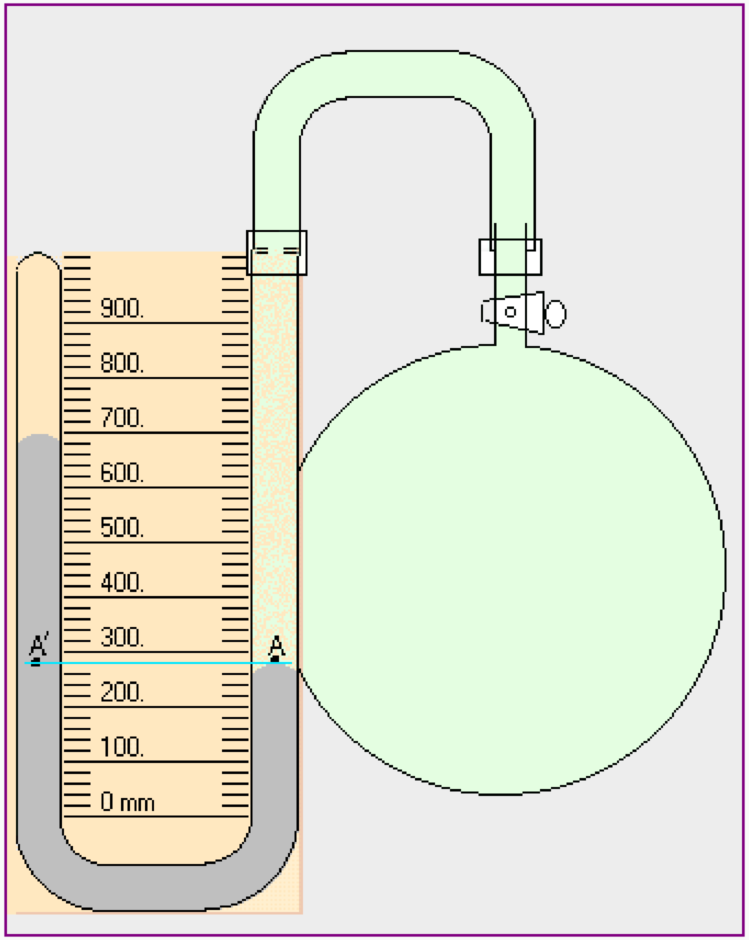
Unidades:

$1\ Pa = 1\ N / m^2$

$1\ atm = 1{,}013 .\ 10^5\ Pa$

$1\ atm = 1\ bar = 760\ mm\ Hg$

$1\ atm = 14{,}7\ lb/in^2$ (PSI)



Exemplo 1:

- As dimensões do piso de uma sala são de 3,5 m por 4,2 m e a altura das paredes é de 2,4 m.

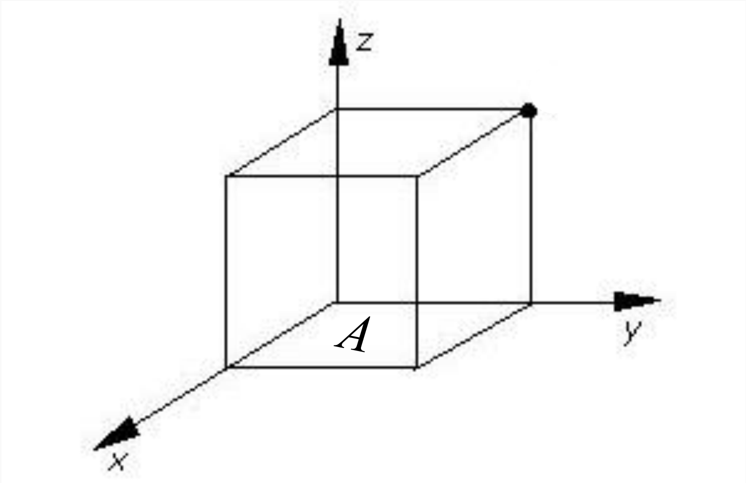
a) Qual é o peso do ar contido na sala (ρ_{ar} = 1,21 kg/m^3) ?

b) Qual é a magnitude da força da atmosfera sobre o chão da sala, quando a pressão é de 1 atm (1,01×10^5 Pa) ?

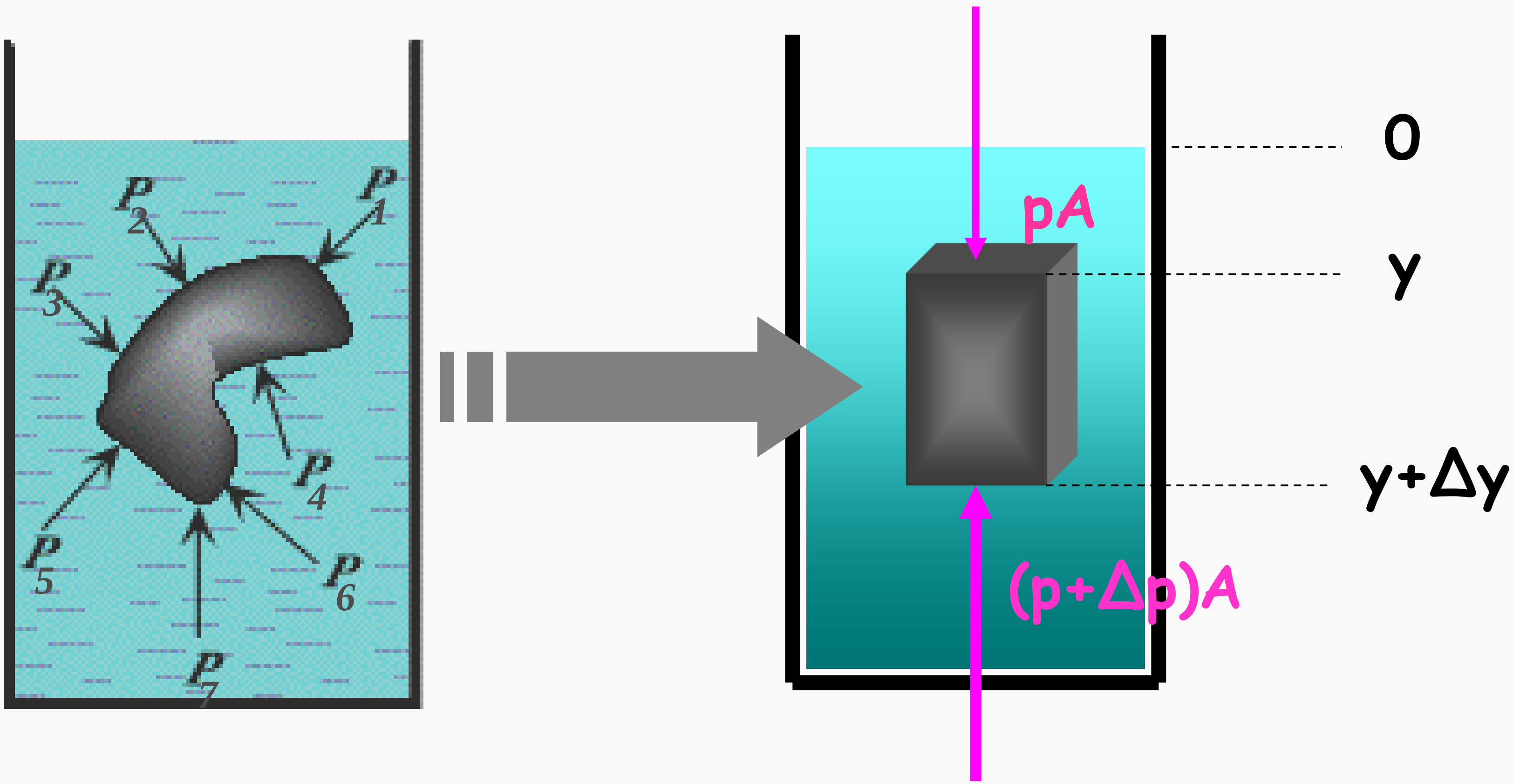
$$1\,\mathrm{Pa} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$

a) $W = \rho_{ar} V g = 1{,}21 \times (4{,}2 \times 3{,}5 \times 2{,}4) \times 9{,}8 = 418\ \mathrm{N}$

b) $F = pA = 1{,}01 \times 10^5 \times (3{,}5 \times 4{,}2) = 1{,}5 \times 10^6\ \mathrm{N}$

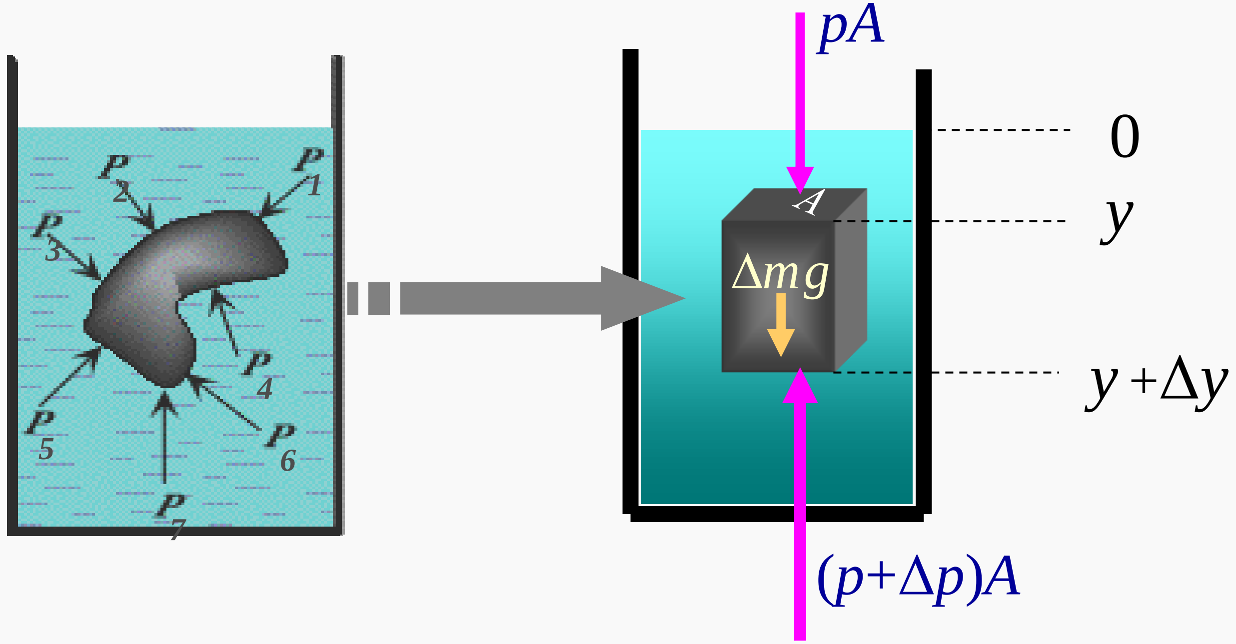


Variação da pressão...



A força devida à pressão sobre um objeto imerso é sempre perpendicular à superfície em cada ponto. A pressão em um ponto de um fluido estático só depende da profundidade.

Variação da pressão...



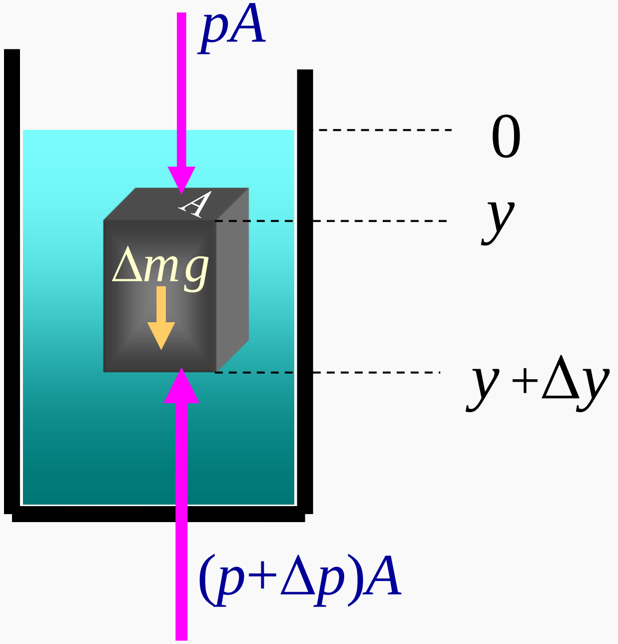
Massa de um bloco fictício de água: $\Delta m = \rho(A\Delta y)$

Área do bloco fictício, paralela à superfície da água: A

$$F_{\uparrow} = (p + \Delta p)A$$

$$F_{\downarrow} = pA + \Delta mg = pA + \rho(A\Delta y)g$$

Variação da pressão...



$$F_{\uparrow} = (p + \Delta p)A$$
$$F_{\downarrow} = pA + \Delta mg = pA + \rho(A\Delta y)g$$

Como o bloco fictício está em repouso, a resultante das forças é nula:

$$F_{\uparrow} - F_{\downarrow} = (p + \Delta p)\cancel{A} - p\cancel{A} - \rho(\cancel{A}\Delta y)g = 0$$

$$p + \Delta p - p = \rho \Delta y g$$

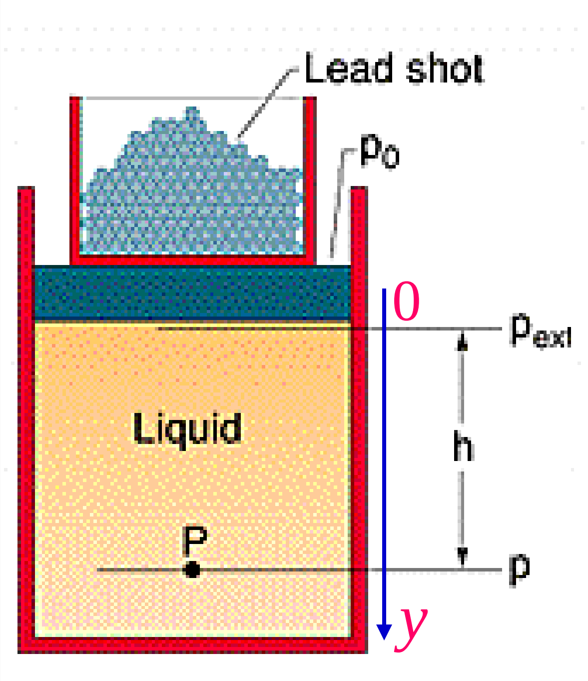
$$\Delta p = \rho g \Delta y \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\frac{dp}{dy} = \rho g}$$

Variação da pressão...

$$\frac{dp}{dy} = \rho g$$

$$dp = \rho g dy$$

$$p = p_0 + \int_0^h \rho g dy = p_0 + \rho g h$$

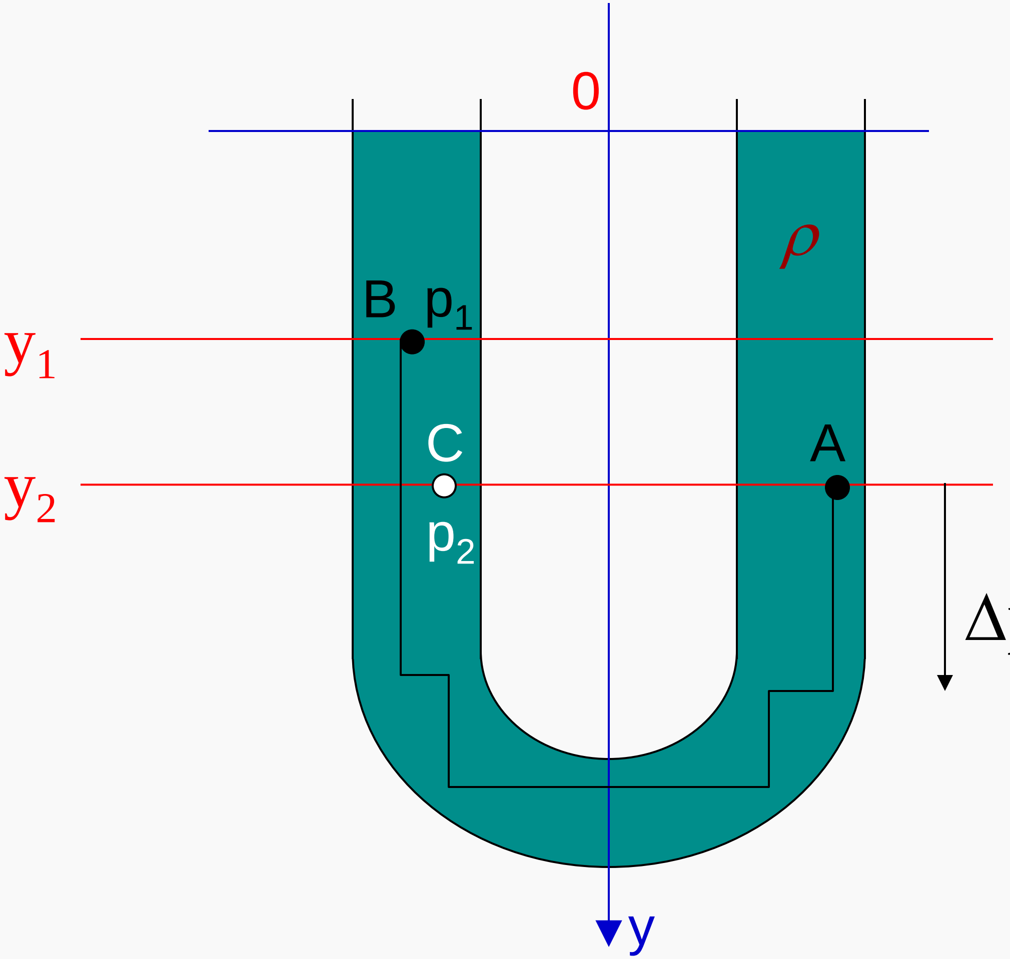


Consequência imediata:

Se p_0 é modificada como resultado de um efeito externo,

p é modificada da mesma quantidade.

Tubo em U



$$\boxed{dp = \rho g dy}$$

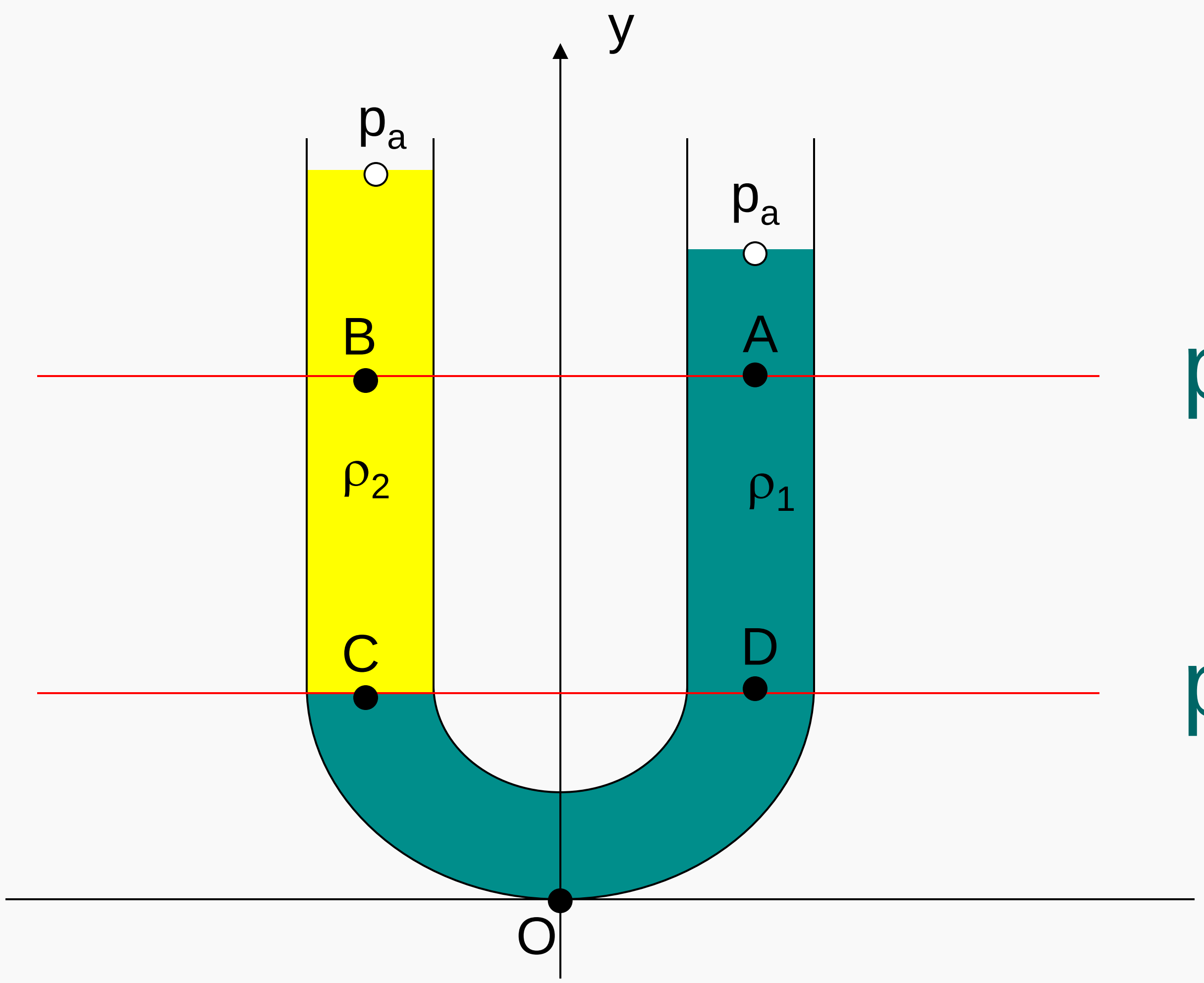
$$p_2 - p_1 = \rho g\,(y_2 - y_1)$$

$$p_A - p_B = \rho g\,(y_2 - y_1)$$

$$\Delta p = \rho g \Delta y$$

$$p_C - p_A = \rho g(y_2 - y_2) = 0 \;\Rightarrow\; p_C = p_A = p_2$$

Tubo em U: Exemplo 1

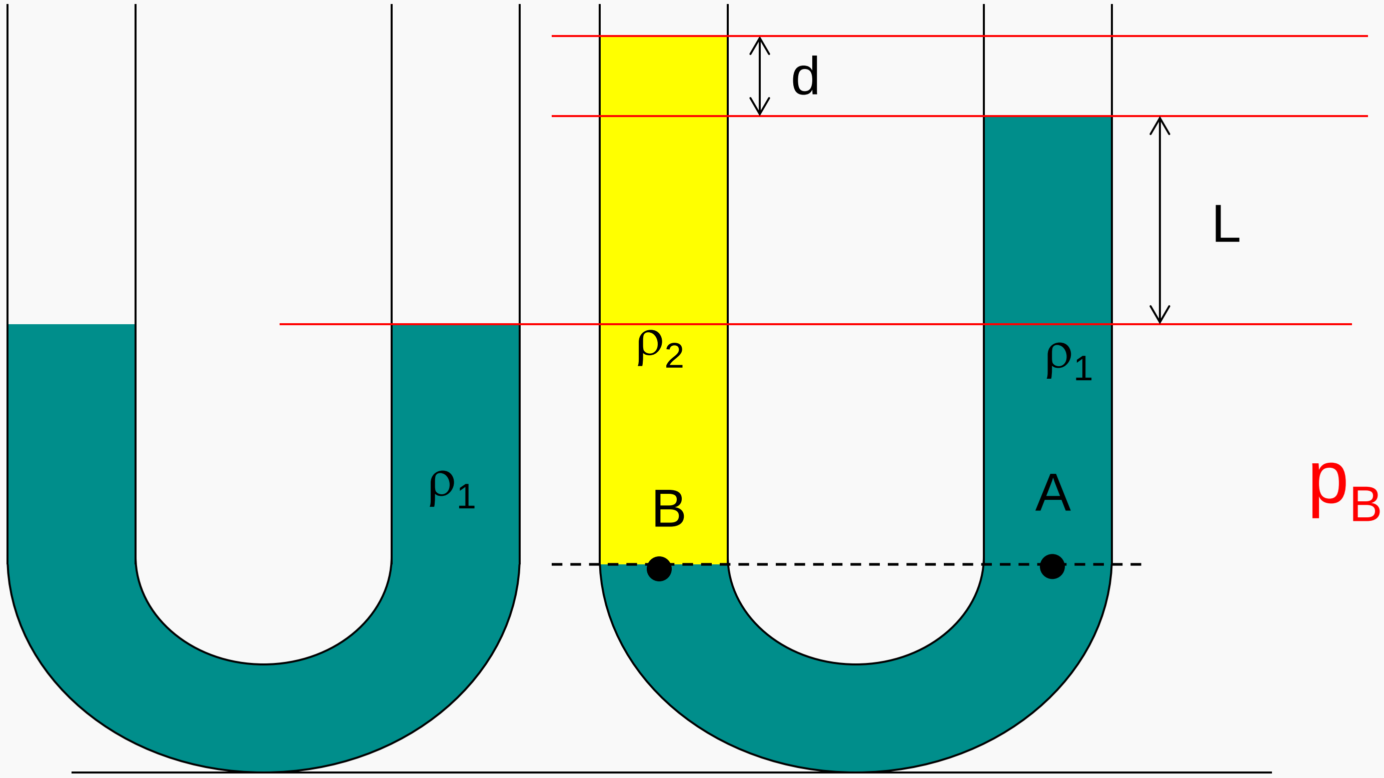


$p_B \neq p_A$

$p_C = p_D$

$p_O - p_C = p_O - p_D \rightarrow p_C = p_D$

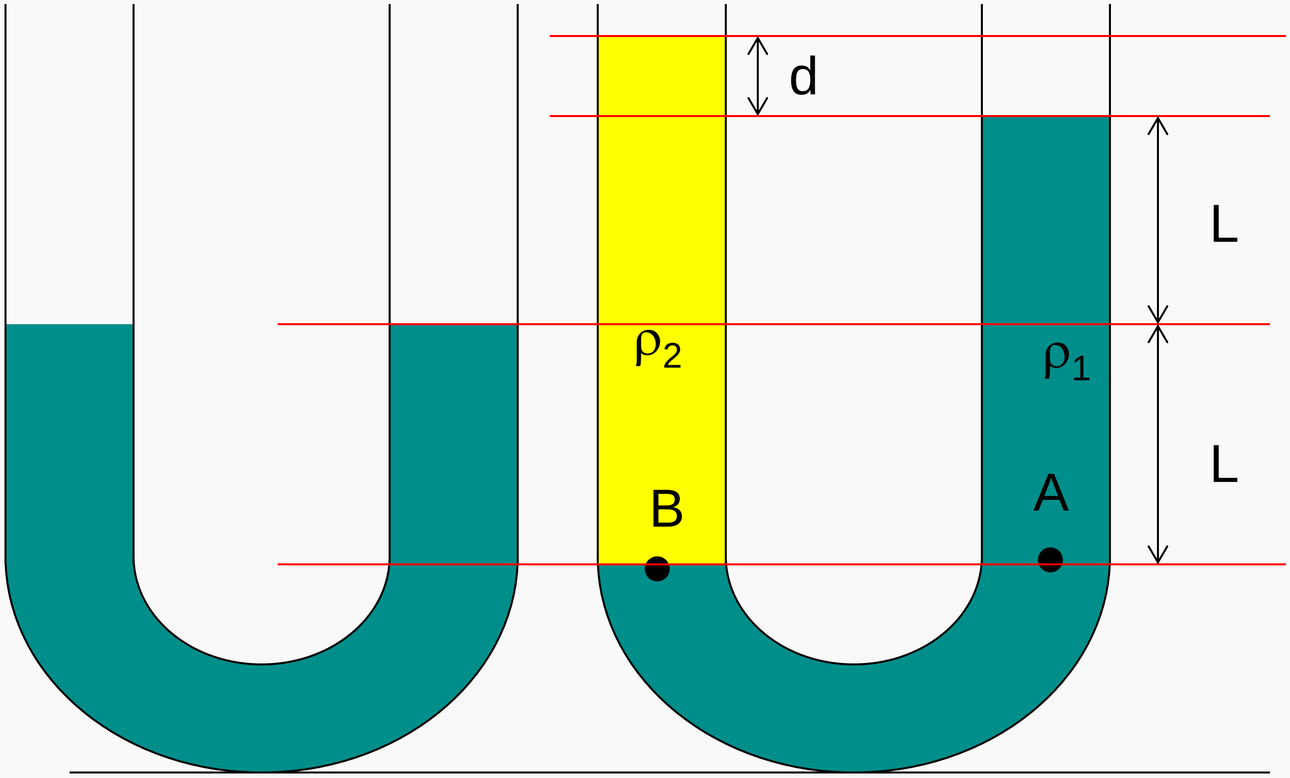
Exemplo 2: Um tubo em U está parcialmente cheio com um líquido de densidade ρ_1. Um segundo líquido, que não se mistura ao primeiro, é colocado num dos ramos do tubo. O nível neste ramo fica a uma altura d acima do nível no outro ramo, que por sua vez se eleva de uma altura L acima do nível original. Determine ρ_2 do segundo líquido.



$$p_B = p_A$$

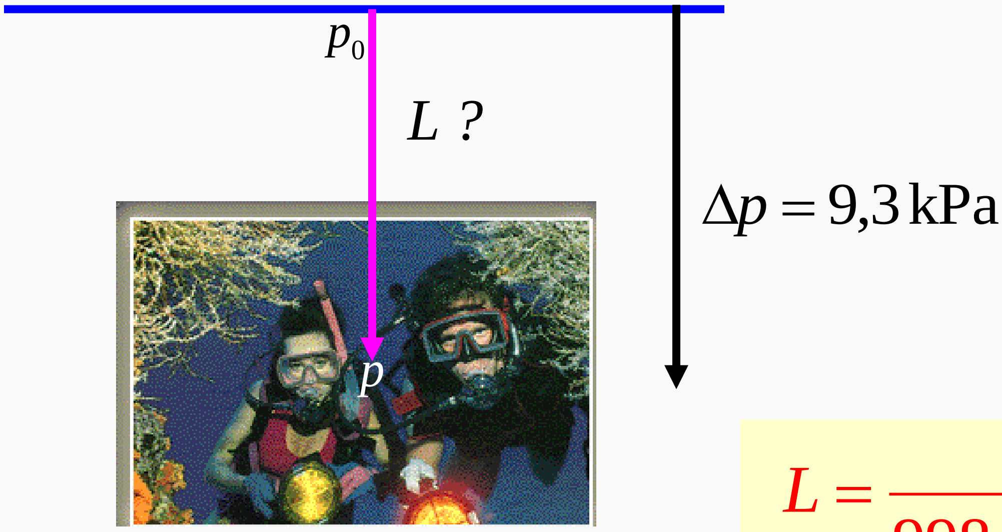
Um tubo em U está parcialmente cheio com um líquido de densidade ρ_1. Um segundo líquido, que não se mistura ao primeiro, é colocado num dos ramos do tubo. O nível neste ramo fica a uma altura d acima do nível no outro ramo, que por sua vez se eleva de uma altura L acima do nível original. Determine ρ_2 do segundo líquido.

$$p_A = p_B \quad \rightarrow \quad \rho_1 g\, 2L = \rho_2 g (d + 2L)$$



$$\rho_2 = \rho_1 \frac{2L}{2L + d}$$

Exemplo 3



$$p = p_0 + \int \rho g dy = p_0 + \rho g y$$

$$\Delta p = p - p_0 = \rho g L$$

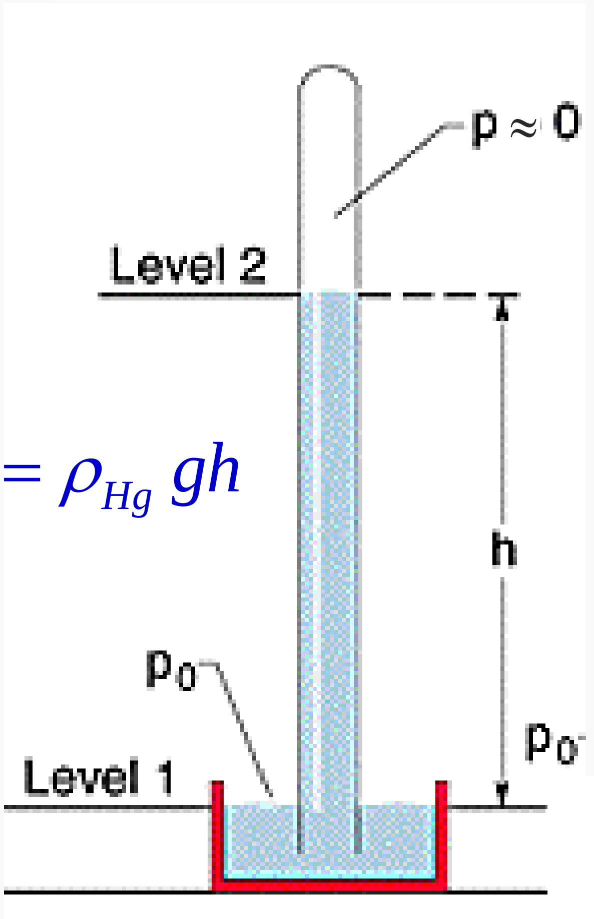
$$L = \frac{\Delta p}{\rho g}$$

$$L = \frac{9300\ \mathrm{Pa}}{998\ \mathrm{Kg/m^3} \times 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}} = 0{,}95\,\mathrm{m}$$

L = 0,95 m não é uma grande profundidade.

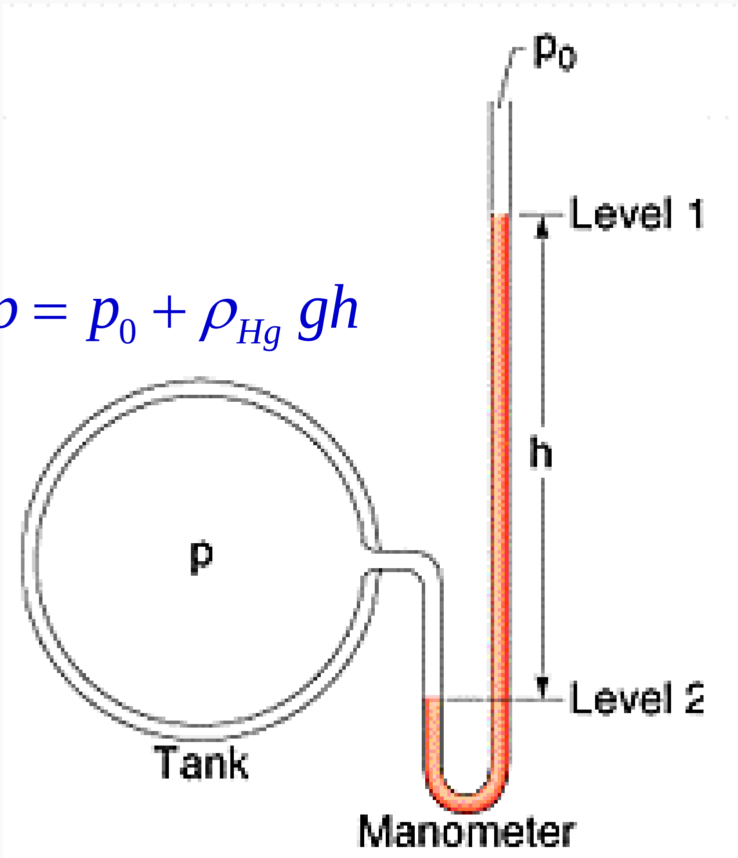
Mas: $\Delta p = 9{,}3\,\mathrm{kPa} \approx 0{,}09\,\mathrm{atm}$ já é uma diferença de pressão considerável para o corpo humano.

Medidores de pressão...



$$p_0 = \rho_{Hg}\, gh$$

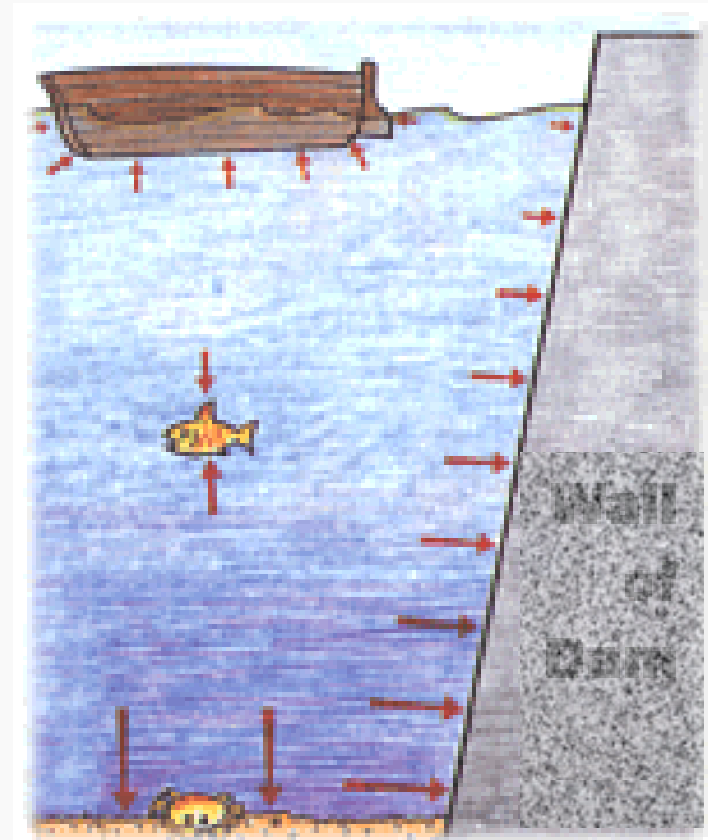
Barômetro de Mercúrio



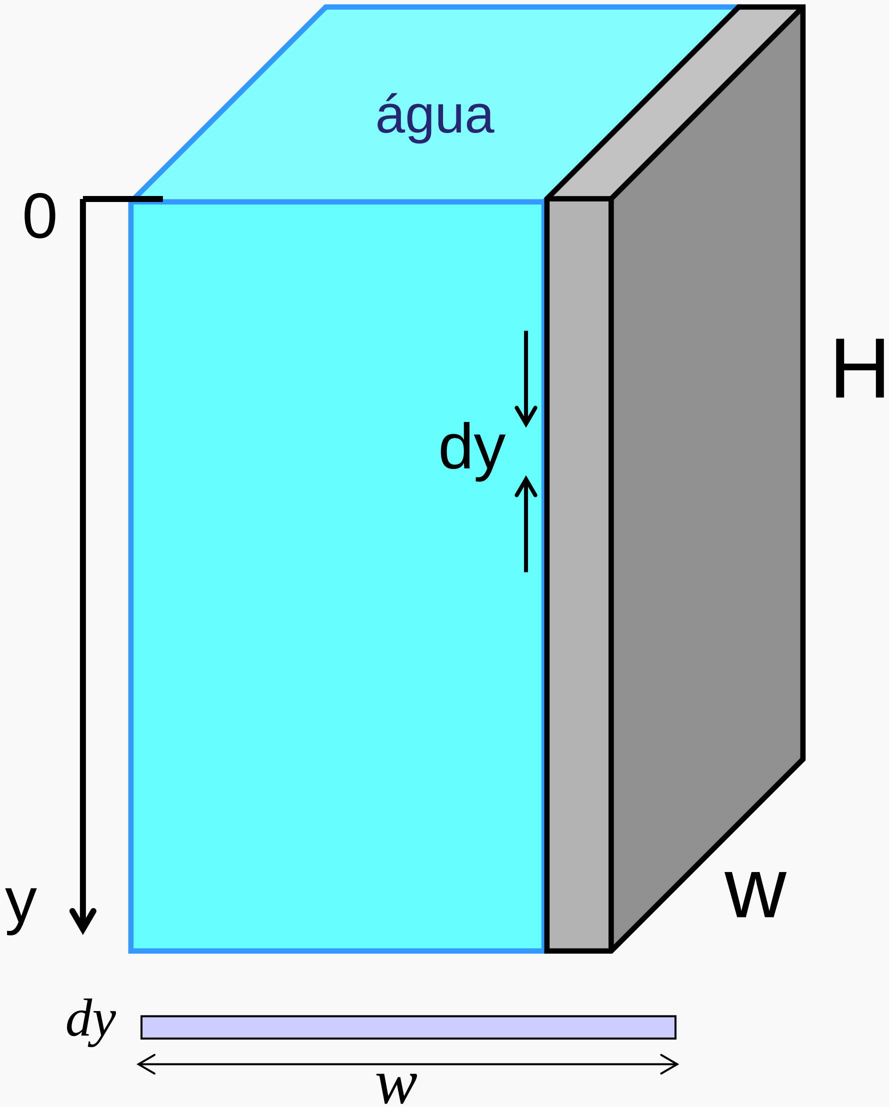
$$p = p_0 + \rho_{Hg}\, gh$$

Manômetro de tubo aberto

Exemplo: Forças em uma represa



Exemplo: Forças em uma represa



$$P = \rho g h = \rho g y$$

$$F = PA \quad \rightarrow \quad dF = PdA$$

$$dF = PdA = \rho g y\,(wdy)$$

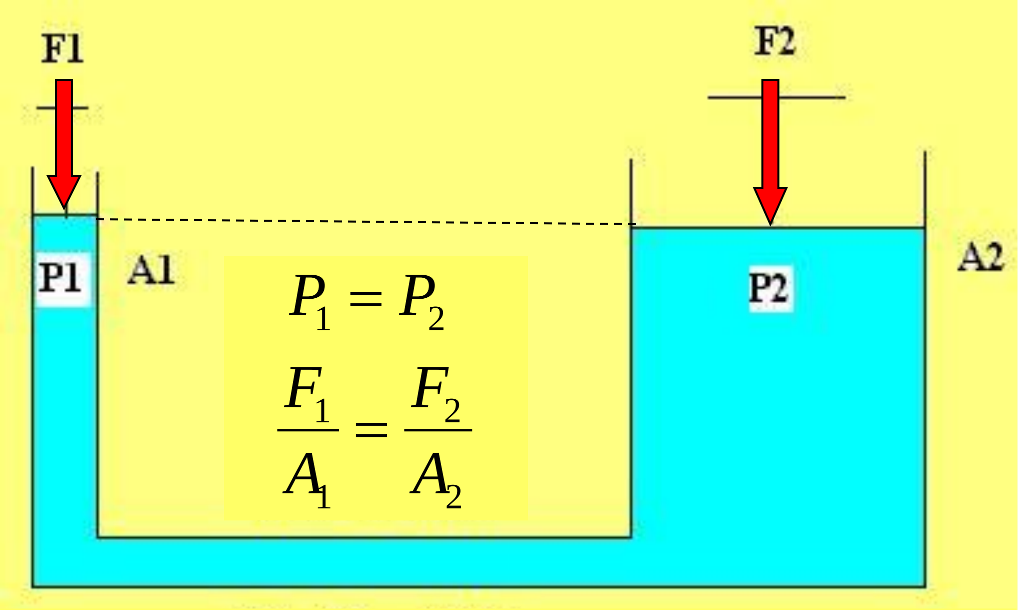
$$F = \int_0^H \rho g w y dy = \frac{1}{2}\rho g w H^2$$

Se $\begin{cases} H = 150 \text{ m} \\ w = 1200 \text{ m} \end{cases}$

$$F \approx 1{,}32 \times 10^{11}\ \text{N}$$

Princípio de Pascal

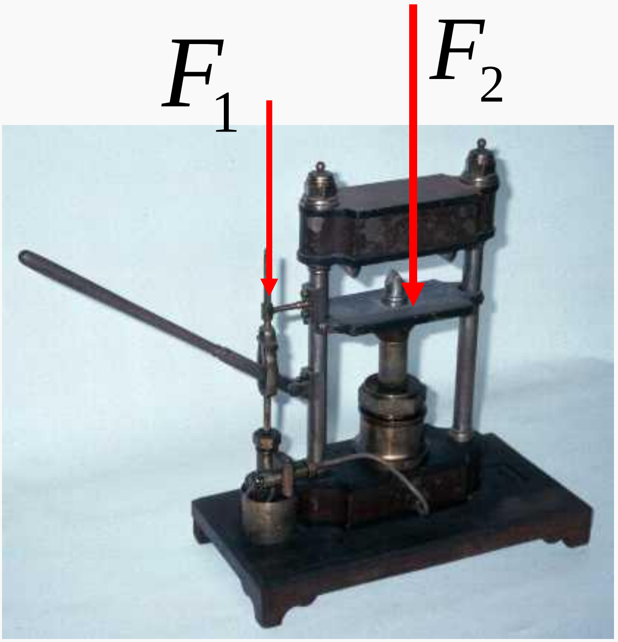
Prensa hidráulica



$$P_1 = P_2$$

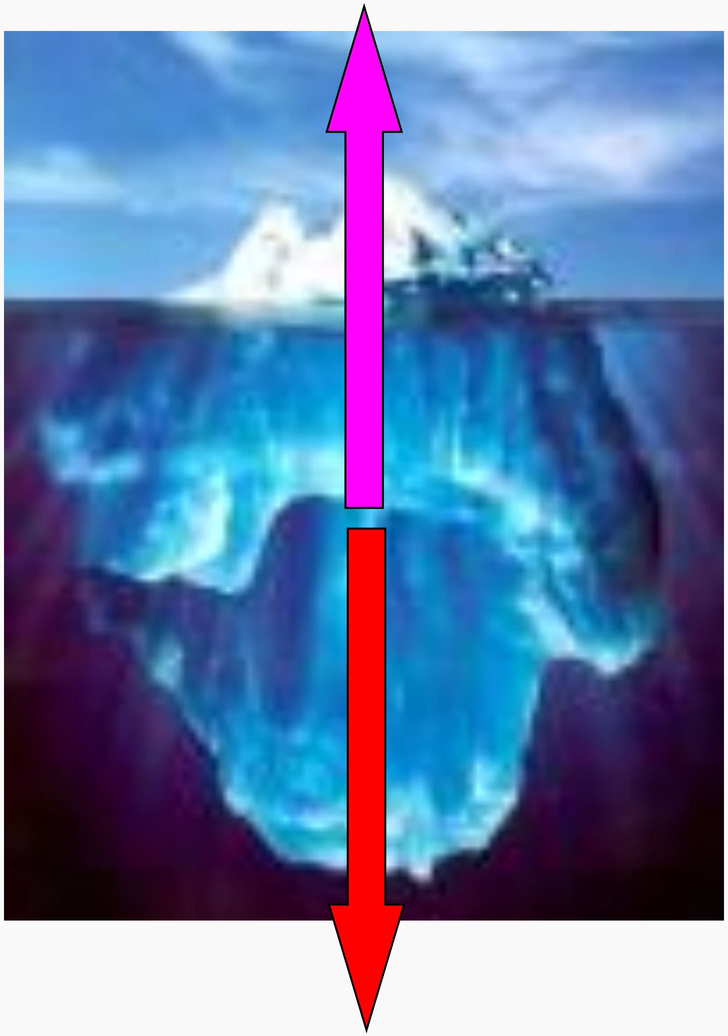
$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$



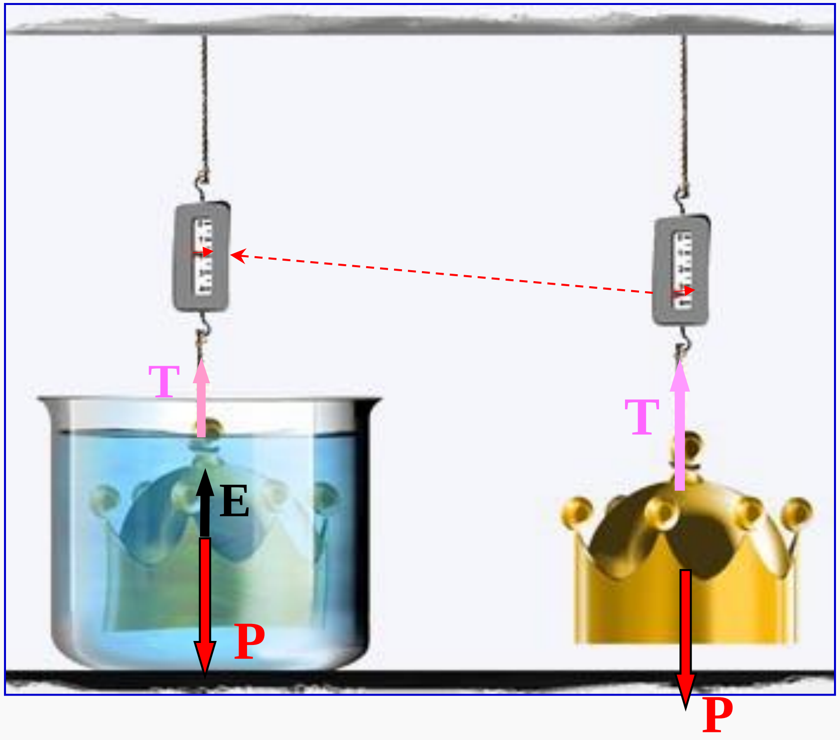
Ex.: $$\frac{A_2}{A_1} \approx 100$$

Empuxo



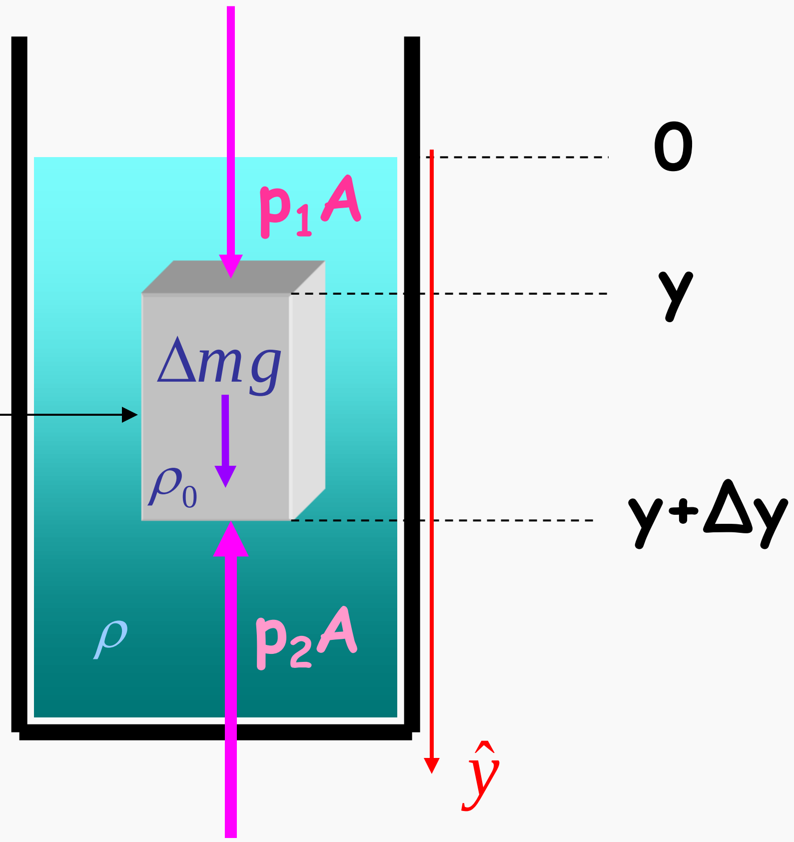
Princípio de Arquimedes

Princípio de Arquimedes



Enunciado tradicional: " O empuxo de um objeto imerso é igual ao peso do líquido deslocado "

Princípio de Arquimedes



Corpo imerso no líquido

Densidade do corpo: ρ_0

$$\Delta m = \rho_0 (A\Delta y)$$

Forças no corpo:

$$\vec{F}_\uparrow = -p_2 A\hat{y} \quad ; \quad \vec{F}_\downarrow = \left(p_1 A + \rho_0 (A\Delta y) g\right)\hat{y}$$

$$\vec{F}_\uparrow + \vec{F}_\downarrow = \left[\rho_0 (A\Delta y) g - (p_2 - p_1) A\right]\hat{y}$$

Princípio de Arquimedes

$$\vec{F}_{\uparrow}+\vec{F}_{\downarrow}=\left[\rho_0(A\Delta y)g-(p_2-p_1)A\right]\hat{y}$$

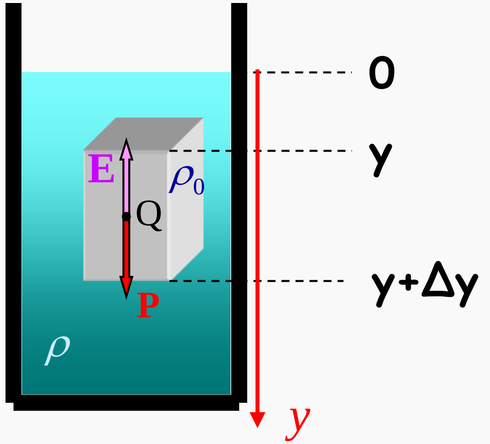
Mas: $$(p_2-p_1)=\rho\, g\, \Delta y$$

$$\vec{F}_R=\vec{F}_{\uparrow}+\vec{F}_{\downarrow}=\left(\rho_0 Vg-\rho gA\Delta y\right)\hat{y}=\left(\rho_0 Vg-\rho Vg\right)\hat{y}$$

$$\boxed{\vec{F}_R=\vec{P}+\vec{E}}$$

onde:

$$\begin{cases}\vec{P}=\rho_0 Vg\,\hat{y}=\Delta mg\,\hat{y} & \text{é o peso}\\ \vec{E}=-\rho Vg\;\hat{y} & \text{é o empuxo !}\end{cases}$$

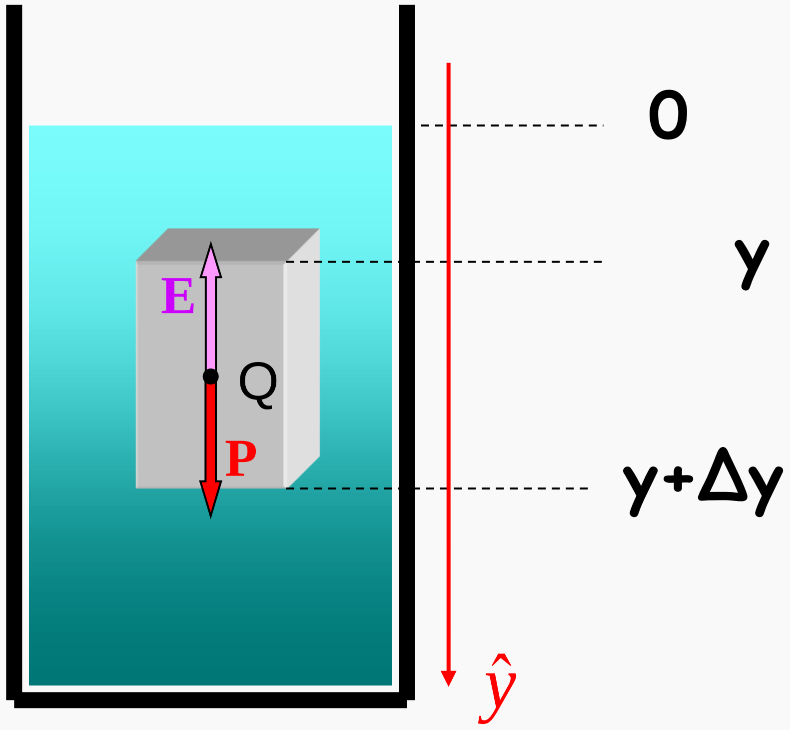


$$\vec{E} = -\rho V g\ \hat{y}$$

O empuxo é uma força para cima e depende do volume de líquido deslocado pela presença do corpo imerso.

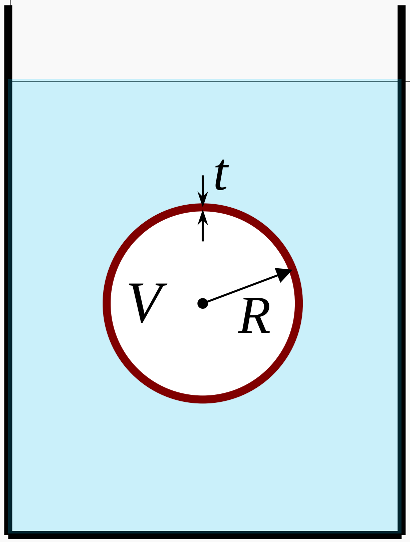
ponto Q: é o centro de empuxo...

... ou centro de massa do volume deslocado!



Exemplo

- Um balão de chumbo, com vácuo no interior, de raio médio R = 0,1 m está totalmente submerso em um tanque. Qual é a espessura t da parede do balão se esse não emerge nem afunda?



$$\rho_{água} = 10^3\, kg\, m^{-3} \qquad \rho_{Pb} = 11{,}3\times 10^3\, kg\, m^{-3}$$

$$P_{água} = \rho_a V_{balão}\, g = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_a g$$

$$P_{Pb} = mg = \rho_{Pb} V_{Pb}\, g \approx \rho_{Pb}\, g\, 4\pi R^2 t$$

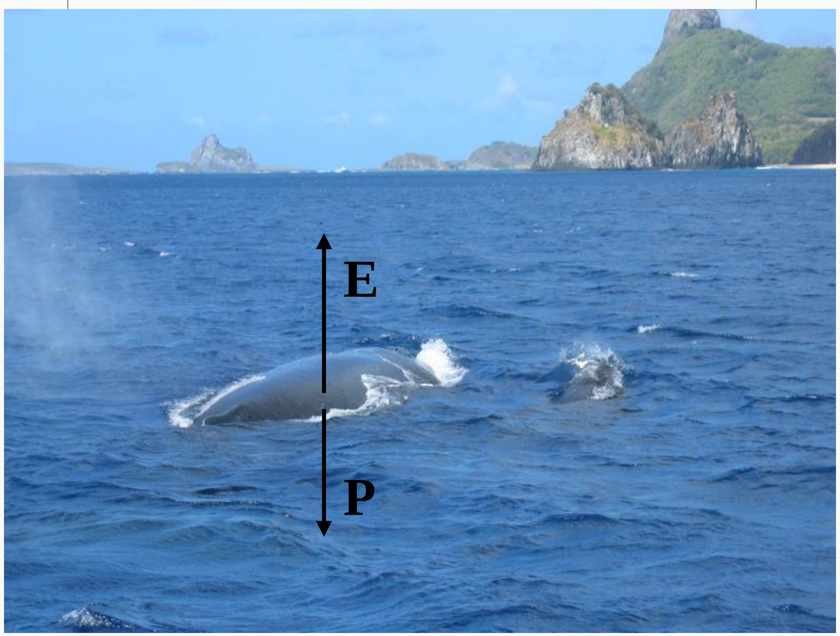
Supomos que: $t << R$ (= 100 mm)

$$P_{Pb} = P_{água} \quad \rightarrow \quad t = \frac{\rho_{água}}{\rho_{Pb}} \frac{R}{3}$$

$$t \approx 2{,}95\ \text{mm}$$

Exemplo

Volume máximo de uma baleia para submergir sem esforço? [m = 150.000 kg; V (pulmão vazio) = 135 m^3]



$$E = P \quad \rightarrow \quad \rho_a V g = \rho_b V g$$

$$\rho_a = \rho_b$$

$$1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{150000\ \text{kg}}{V_{\text{max}}}$$

$$V_{\text{max}} = 150\ \text{m}^3$$

$$\Delta V = \frac{(150-135)}{150} = 0.1 \qquad (10\%)$$

Expelir do pulmão ~15 m^3 de ar !

Paradoxo Hidrostático de Galileu (~ 1600)

"O empuxo de um objeto imerso é igual ao peso do líquido deslocado"

Figura 1 – Paradoxo de Galileu: corpo flutuando em um recipiente onde não existe o volume de líquido requerido pelo enunciado tradicional da Lei de Arquimedes.

F. L. da Silveira e A. Medeiros, *Cad. Bras. Ens. de Física* **26**(2), 273-294 (2009).

Paradoxo Hidrostático de Galileu (~ 1600)

"O empuxo de um objeto imerso é igual ao peso do fluido contido em um volume idêntico ao do objeto imerso"

Figura 1 – Paradoxo de Galileu: corpo flutuando em um recipiente onde não existe o volume de líquido requerido pelo enunciado tradicional da Lei de Arquimedes.

F. L. da Silveira e A. Medeiros, *Cad. Bras. Ens. de Física* **26**(2), 273-294 (2009).

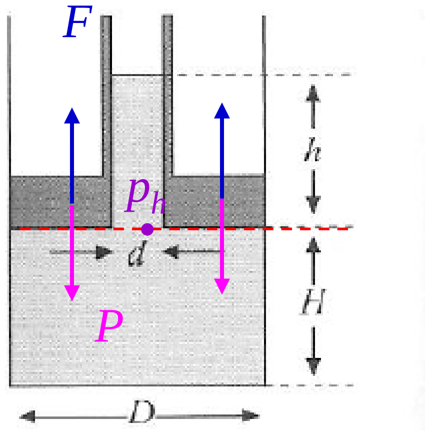
MAIS EXEMPLOS...

2) Um pistão é constituído por um disco ao qual se ajusta um tubo oco cilíndrico de diâmetro d, e está adaptado a um recipiente cilíndrico de diâmetro D, como mostra a figura abaixo. A massa do pistão com o tubo é M e ele está inicialmente no fundo do recipiente. Despeja-se então pelo tubo uma massa m de líquido de densidade ρ; em conseqüência, o pistão se eleva de uma altura H. Calcule H.

$$m = \rho\pi\left(\frac{D^2}{4}H + \frac{d^2}{4}h\right)$$

$$m = \frac{\pi\rho D^2}{4}\left(H + \frac{d^2}{D^2}h\right)$$

$$H = \frac{4}{\pi\rho D^2}m - \frac{d^2}{D^2}h$$



$$p_h = p_0 + \rho g h$$

$$F = (p_h - p_0)\times\pi\left(\frac{D^2 - d^2}{4}\right) = \pi\left(\frac{D^2 - d^2}{4}\right)\rho g h \quad ; \quad P = Mg$$

$$F = P \quad \rightarrow \quad h = \frac{4M}{\pi\left(D^2 - d^2\right)\rho}$$

$$H = \frac{4}{\pi\rho D^2}m - \frac{d^2}{D^2}\left(\frac{4M}{\pi\left(D^2 - d^2\right)\rho}\right) = \frac{4}{\pi\rho D^2}\left(m - \frac{d^2 M}{\left(D^2 - d^2\right)}\right)$$