Aula 8: Campo Magnético

F 328: Física Geral III

2º semestre 2017

Instituto de Física Gleb Wataghin

Diferenças campos magnéticos e elétricos

Campo elétrico $\vec{E}$ → Eletrostático

- Devido a cargas elétricas*
- Carga isolada
- Linhas de campo da carga + para a carga -

Campo magnético $\vec{B}$ → Magnetostático

- Devido a correntes elétricas*
- Pares de polos (norte e sul)
- Linhas de campo do norte até o sul (fechadas)

Nunca foram observados monopolos magnéticos!

Quando se quebra um imã, cada uma das partes sempre tem dois novos polos

* Obs: Campos elétricos (magnéticos) também podem ser produzidos por campos magnéticos (elétricos) variáveis no tempo.

Desenvolvimento histórico

Há mais de 2000 anos (Grécia):

• Existência de um certo tipo de pedra (hoje chamada de magnetita) que atraía pedaços de ferro (limalhas)

1269 (Pierre de Maricourt):

• Descoberta que uma agulha liberada em vários pontos sobre um imã natural esférico orientava-se ao longo de linhas que passavam através de pontos nas extremidades diametralmente opostas da esfera

• Ele chamou esses pontos de polos do ímã

Em seguida:

• Verificações experimentais que todos os ímãs de qualquer formato possuíam dois polos, chamados de polos norte e sul.

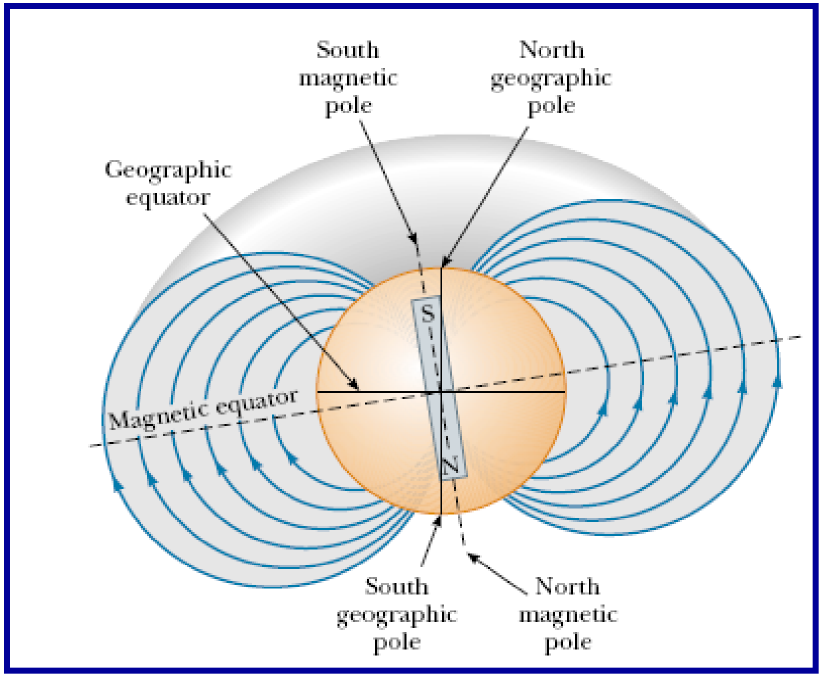
• Polos iguais de dois ímãs se repelem e polos diferentes se atraem mutuamente

Desenvolvimento histórico

1600 (William Gilbert):

• Descoberta que a Terra era um ímã natural com polos magnéticos próximos aos polos norte e sul geográficos.

• Uma vez que o polo norte de uma agulha imantada de uma bússola aponta na direção do polo sul de um ímã, o que é denominado polo norte da Terra, é na realidade, um polo sul magnético.



Campo magnético

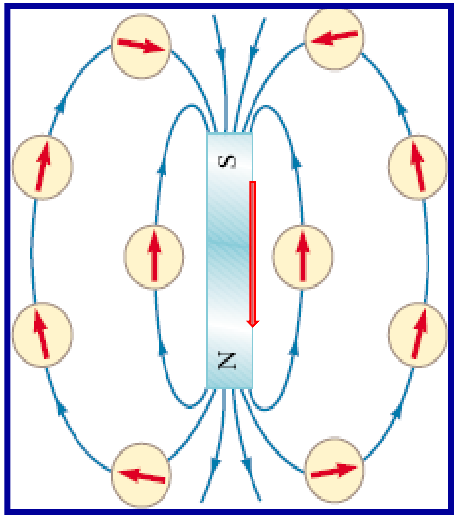
(Na verdade, $\vec{B}$ se chama vetor indução magnética)

Linhas de campo

- Não são reais
- Direção do campo tangente à linha
- Intensidade do campo ≈ densidade de linhas
- Não podem se cruzar

Como $\vec{E}$

- Formam ciclos fechados entre os polos:
  - No exterior: vão do polo norte ao polo sul
  - No material magnético: vão do sul ao norte



Unidades

- SI: Tesla (T) ➡ $\mathrm{T} \equiv \dfrac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{Cm}} = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A.m}}$

- Outra unidade usual (não SI): Gauss (G) ➡ 1 T = 10000 G

Força magnética

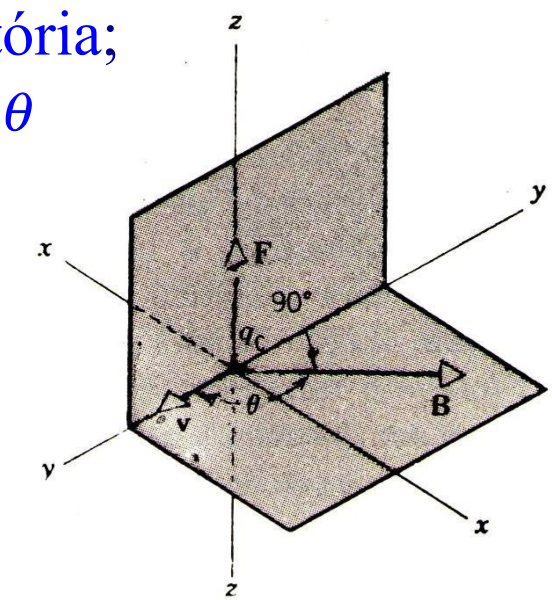
Definição do vetor indução magnética $\vec{B}$:

A existência de um campo magnético em uma dada região pode ser demonstrada com uma agulha de bússola

Quando uma partícula carregada com carga *q* e velocidade $\vec{v}$ entra em uma região onde existe um campo magnético ; $\vec{B}$

1 - na direção indicada pela agulha da bússola (*direção do Campo)* ela não sofre desvio em sua trajetória;

2 – quando a sua trajetória faz um angulo θ qualquer com a orientação da agulha da bussola ela é desviada *transversalmente* sob ação de uma força magnética que é proporcional à *carga da partícula, à sua velocidade.*



Força magnética

Definição do vetor indução magnética $\vec{B}$:

Experimentalmente o desvio *transversal* da trajetória sob ação de uma força magnética é proporcional à *carga q da partícula, à sua velocidade* $\vec{v}$*, à intensidade do campo magnético* $\vec{B}$ *e ao seno do ângulo entre a direção da velocidade da partícula e a direção do campo* é dado por

$$\Rightarrow \quad F_B = qvB\,\mathrm{sen}\,\theta$$

Surpreendente ainda é o fato de que esta força é perpendicular tanto à velocidade quanto ao campo magnético.

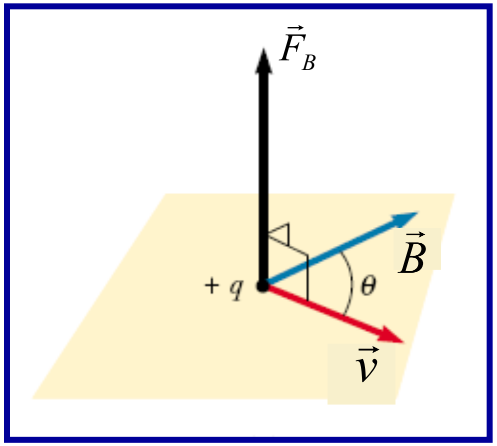
Vetorialmente: $$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Força magnética

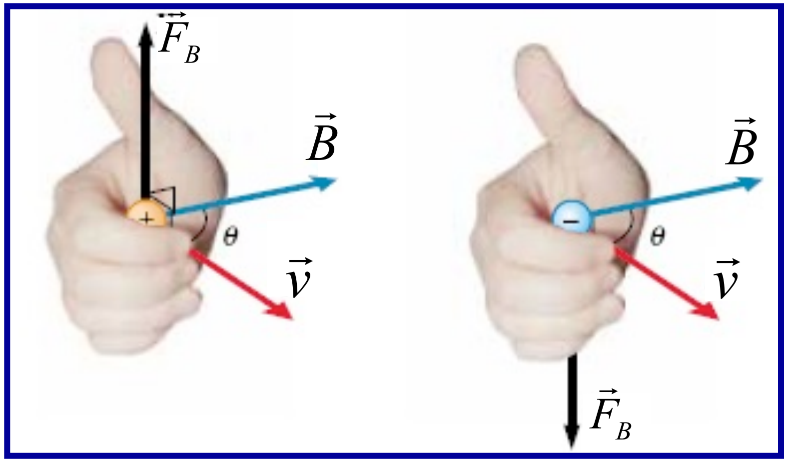
Módulo de F_B: $$F_B = |q| v B \,\mathrm{sen}\,\theta$$

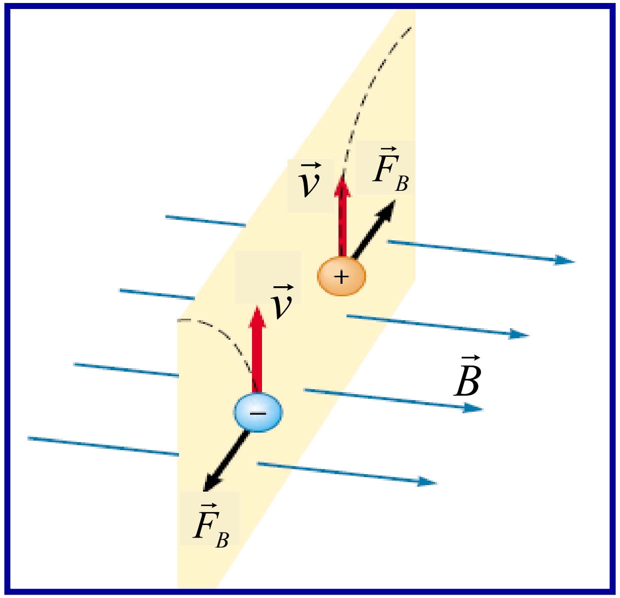
Módulo do vetor indução magnética:

$$B = \frac{F_B}{|q| v \,\mathrm{sen}\,\theta}$$



Regra da mão direita





Trabalho feito pela força magnética

Força sobre a partícula de carga q: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

Trabalho feito por $\vec{F}_B$:

$$W = \int_C \vec{F}_B \cdot d\vec{l} = \int_C q\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_C -q\vec{B} \cdot \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times d\vec{l}\right) = 0$$

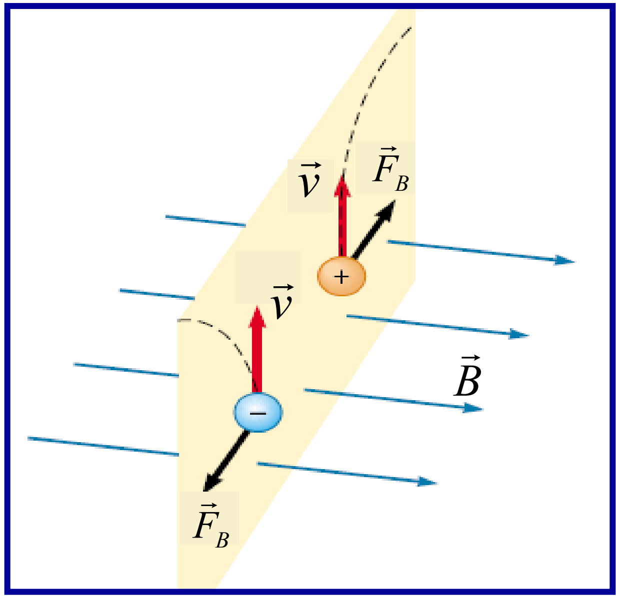
Trabalho feito por $\vec{F}_B$ é nulo

$\Downarrow$

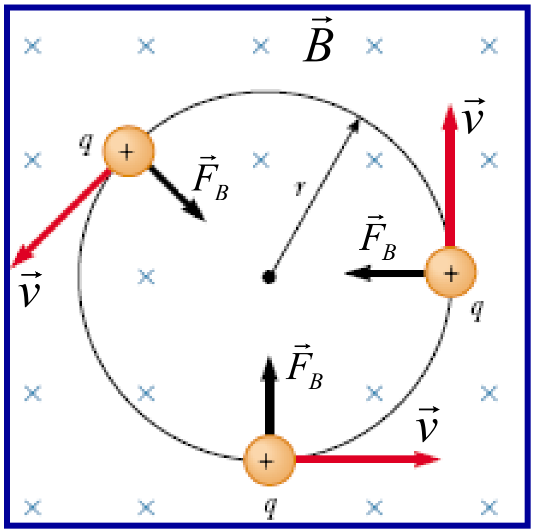
Não há variação do módulo de $\vec{v}$

$\Downarrow$

$\vec{F}_B$ altera somente a direção de propagação da partícula



Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme $(\vec{v} \perp \vec{B})$



Movimento circular de raio r:

Como $\vec{F}_B \perp \vec{v}$ ➡ $|B| = \text{constante}$ ➡ MCU

$$F_B = m\,a_c \;\Rightarrow\; qvB = m\,\frac{v^2}{r} \;\Rightarrow\; r = \frac{mv}{qB}$$

O período T do movimento circular é o tempo para se percorrer uma volta:

$$\Rightarrow\; T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$

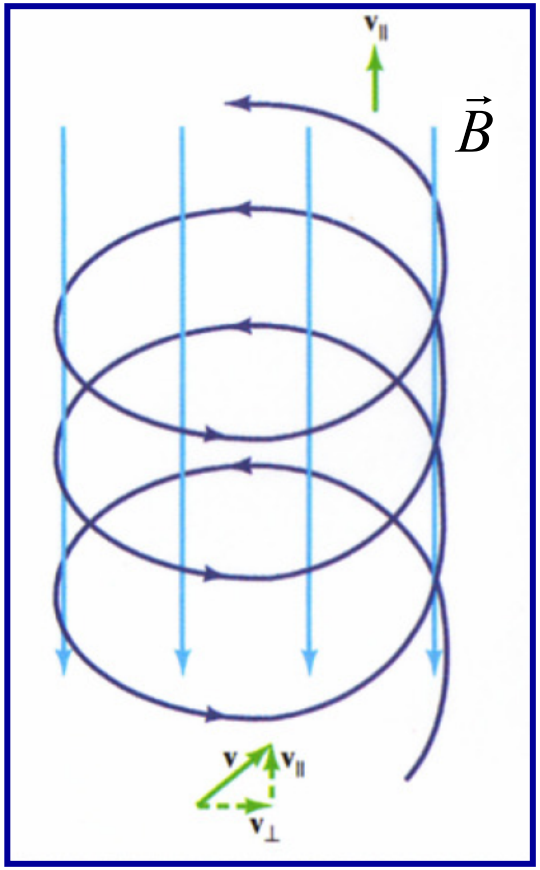
Frequência de cíclotron ω:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \;\Rightarrow\; \omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}$$

T e f são independentes de v.

Elétrons num campo magnético

Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme $\left(\vec{v}\,\cancel{\perp}\,\vec{B}\right)$



Velocidade: $\vec{v} = \vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp$ (em relação a $\vec{B}$)

$\vec{v}_\perp$ ➡ Movimento circular

$\vec{v}_\parallel$ ➡ Constante (força magnética nula)

Resultado: Trajetória *helicoidal* da partícula

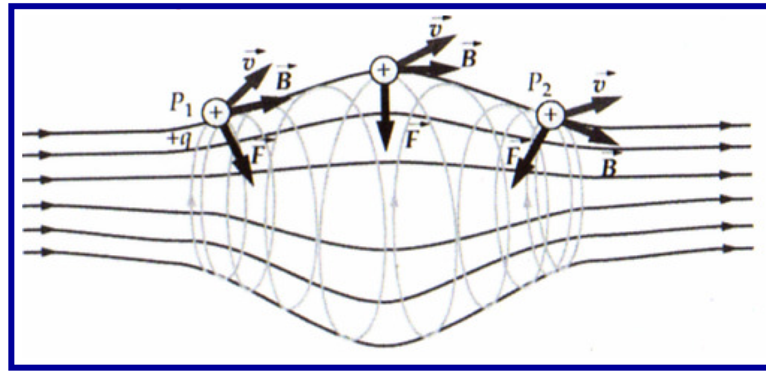
Passo: $$d = v_\parallel T = v_\parallel \frac{2\pi m}{|q|B}$$

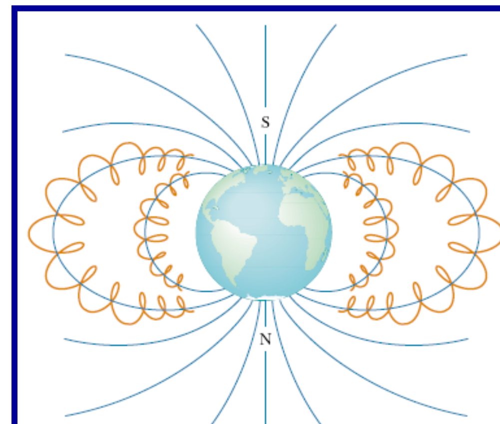
Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético não uniforme

Garrafa Magnética:

Quando uma partícula carregada se move em espiral em um campo magnético não uniforme, que é mais forte em ambas as extremidades e mais fraco no meio, ela fica aprisionada e se desloca para frente e para trás em uma trajetória espiral em torno das linhas de campo.

Desta maneira, elétrons e prótons ficam aprisionados pelo campo magnético terrestre não-uniforme, formando *os cinturões de radiação de Van Allen.*





Cinturões de radiação de Van Allen

Força de Lorentz

Que força age sobre uma carga que está numa região onde existem um campo elétrico e uma campo magnético?

→ Força total = soma das forças elétrica e magnética

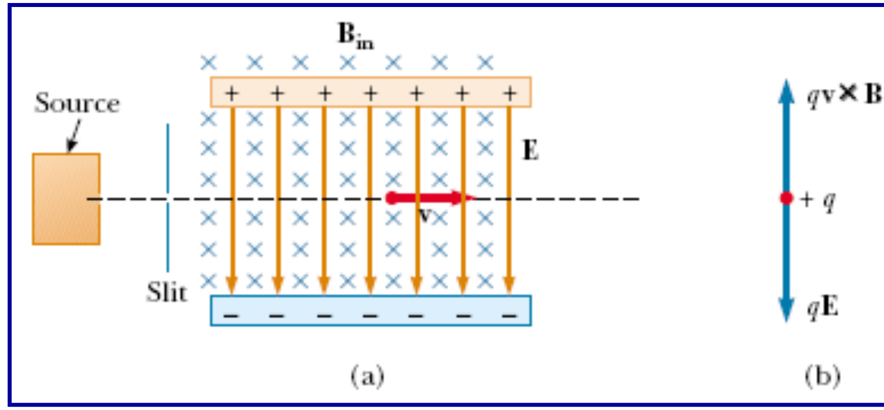
Força de Lorentz: $$\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

Aplicações →

- Filtro de velocidades
- Espectrômetro de massa
- Efeito Hall

Combinação de campos elétricos e magnéticos

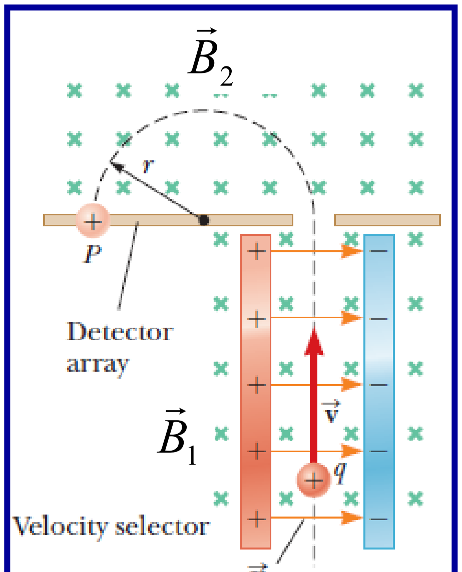
Filtro de velocidades



- Região do espaço com $\vec{B}\perp\vec{E}$
- Equilíbrio entre as duas forças (a partícula não sofre desvio) se:

$$qE = qvB$$

Velocidade das partículas saindo ➡ $v = \dfrac{E}{B}$



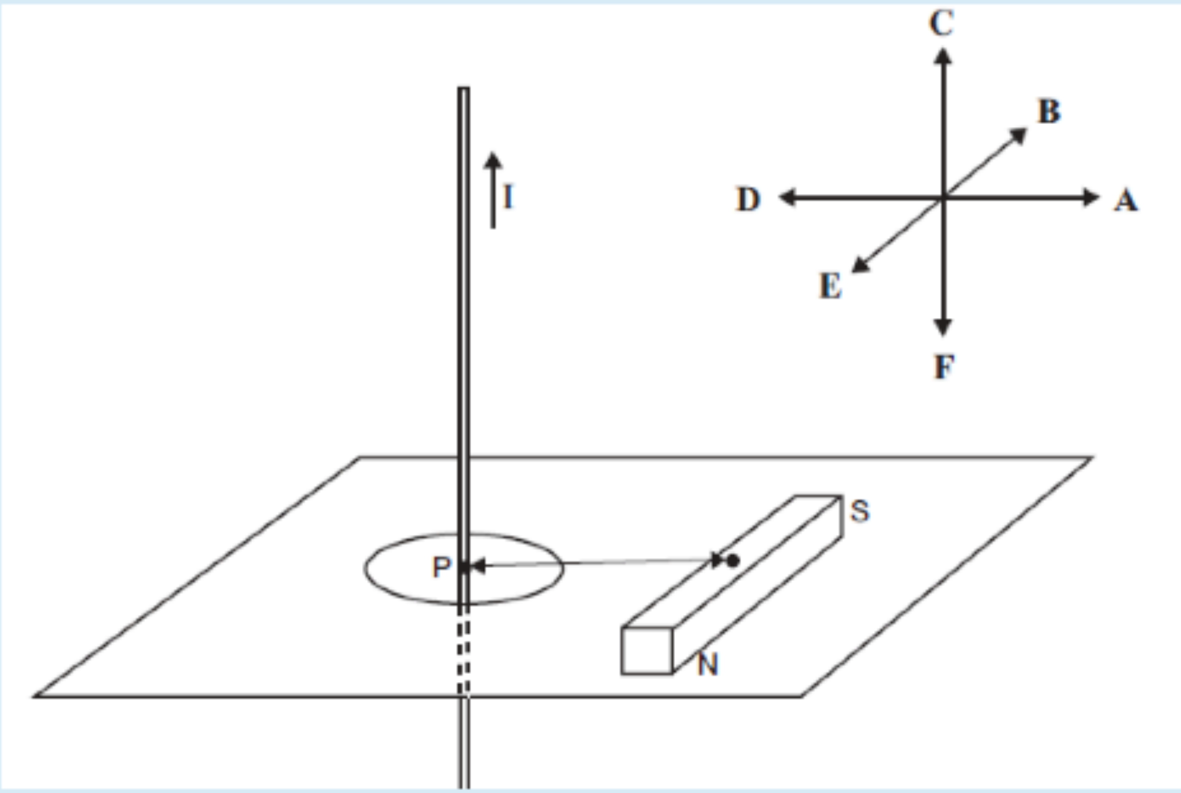
Espectrômetro de massa

- Filtro de velocidades (E, B_1) seguido de apenas um campo magnético B_2
- Separa as partículas carregadas seguindo $m/|q|$

➡ $$\frac{m}{|q|} = \frac{B_1 B_2}{E} r$$ (separação de isótopos)

Questão #1

Um fio vertical conduzindo uma corrente I é colocado na mediatriz de uma barra imantada, como mostrado na figura. Qual das setas (de A a F) representa melhor a orientação da força magnética sobre o fio no ponto P?



- a. B
- b. A
- c. E
- d. D
- e. C

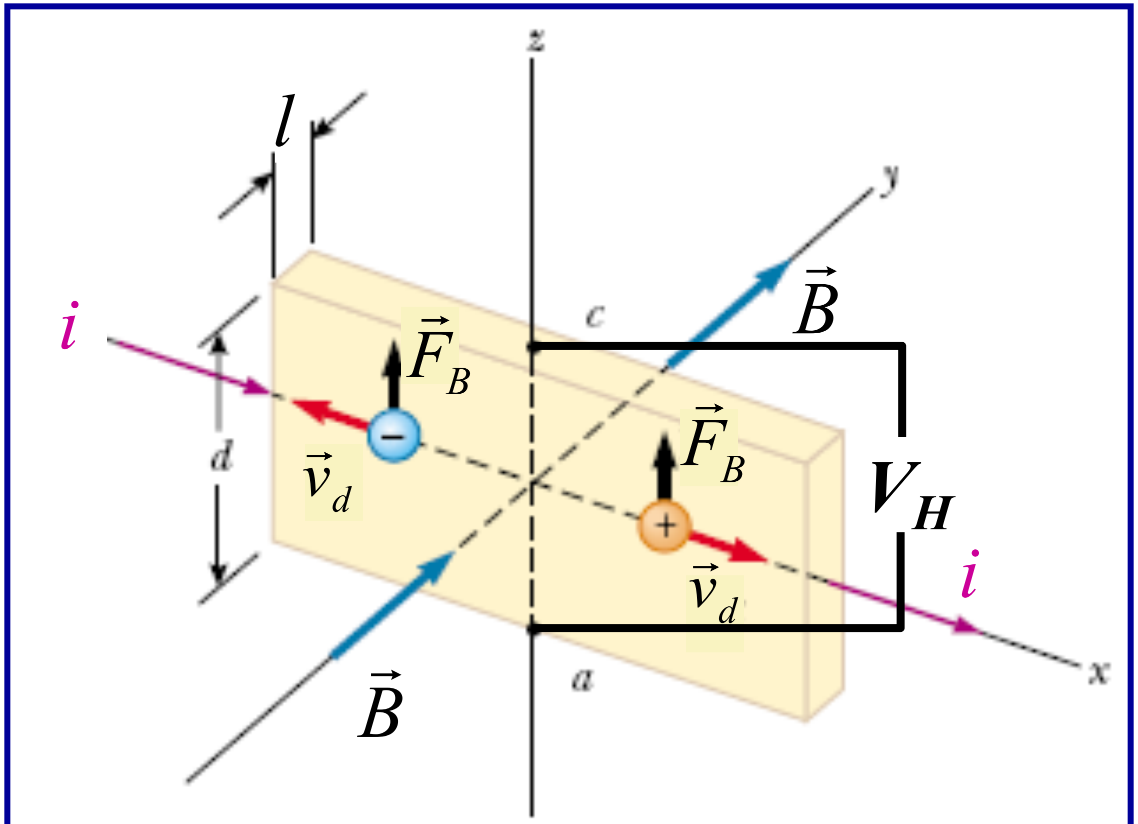
Resp.: D

Efeito Hall

Um condutor achatado que é:

- Atravessado por uma corrente i na direção x
- Sob a ação de um campo magnético na direção y

→ Acumulo de cargas acima



Medida da diferença de potencial V_H criada (direção z)

↓

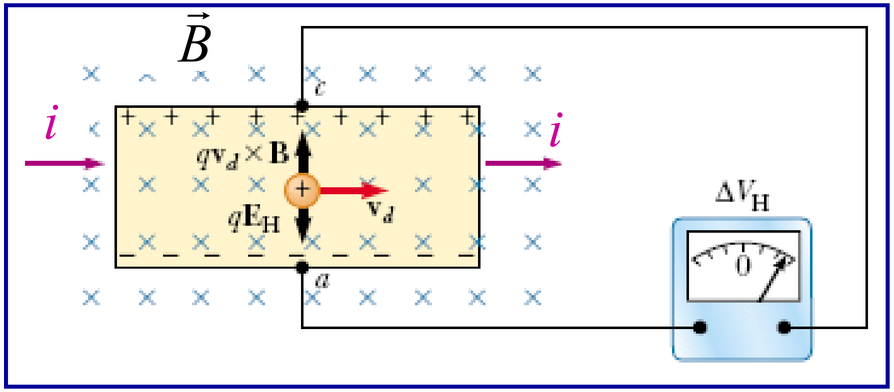
Informação sobre i (sinal e densidade volumétrica dos portadores de i)

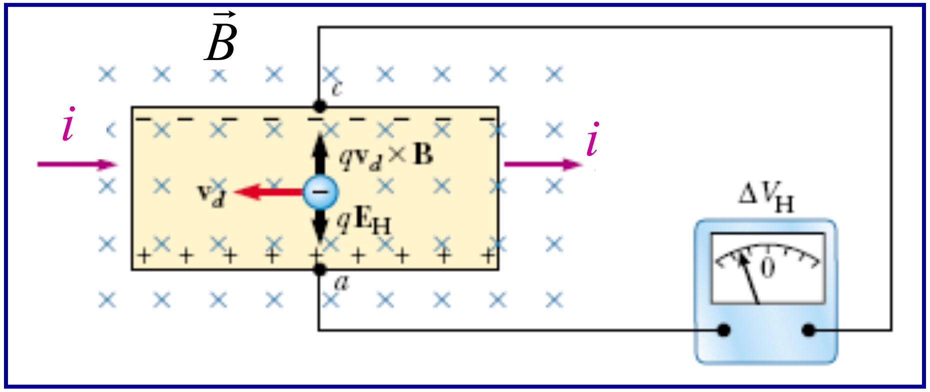
Efeito Hall

A corrente i pode ser devida tanto a:

Portadores **positivos**:
movendo-se para direita
acumulando-se acima
V_H positiva

Portadores **negativos**:
movendo-se para a esquerda
acumulando-se acima
V_H negativa





Os portadores são desviados para cima ($\vec{F}_B$), criando um campo elétrico. Depois de um momento, há equilíbrio das forças magnéticas e elétricas:

$$F_B = qv_d B = F_E = qE_H \quad \Rightarrow \quad v_d B = E_H$$

Efeito Hall

Medindo-se a ddp de Hall (V_H), pode-se determinar o sinal e a densidade volumétrica dos portadores da corrente.

- Densidade de corrente: $J = nqv_d$
- Equilíbrio das forças: $v_d B = E_H$

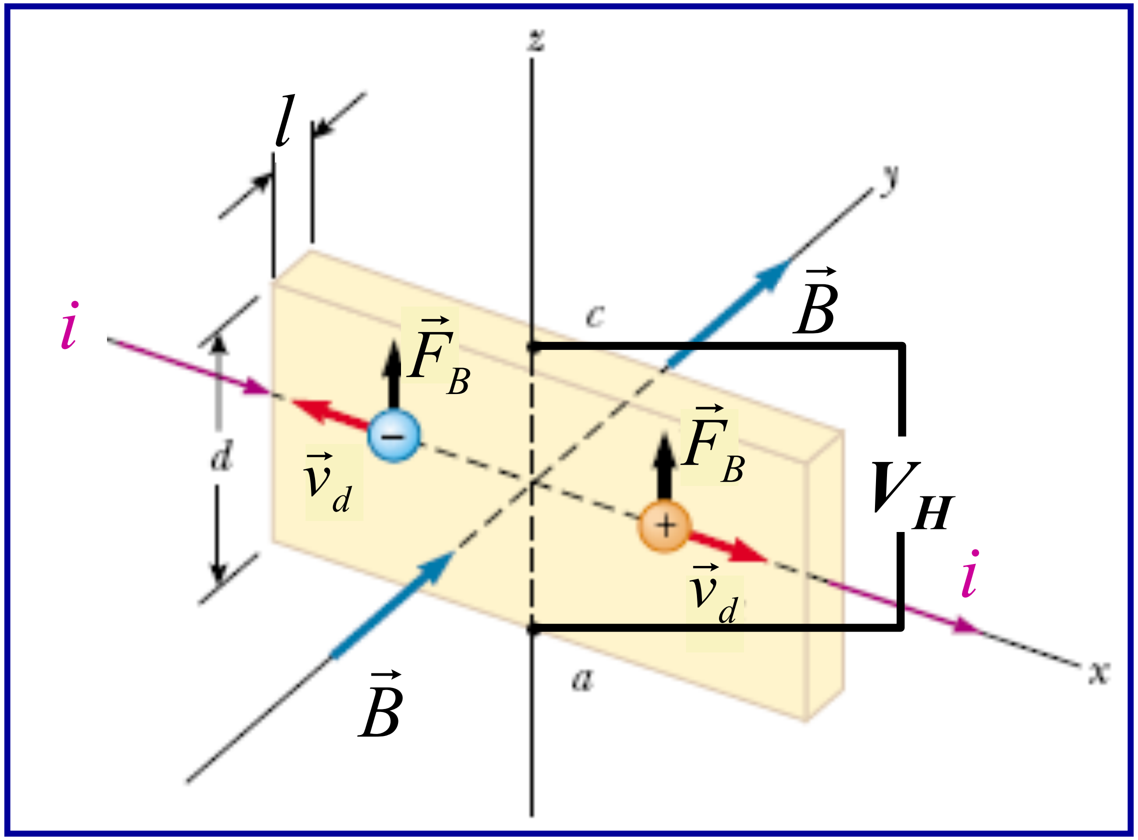
Densidade volumétrica n:

$$n = \frac{JB}{E_H q}$$

$$= \frac{iB}{E_H q A}$$

$$= \frac{iB}{E_H q l d} \qquad (A = ld)$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{iB}{V_H q l}$$



Exemplo 1

Por uma placa de prata com espessura de 1 mm passa uma corrente de 2,5 A em uma região na qual existe campo magnético uniforme de módulo 1,25 T perpendicular à mesma. A tensão Hall é medida como 0,334 μV. Calcule:

a) a densidade de portadores;

b) compare a resposta anterior com a densidade de portadores na prata, que possui uma massa específica ρ = 10,5 g/cm³ e massa molar M = 107,9 g/mol.

Solução:

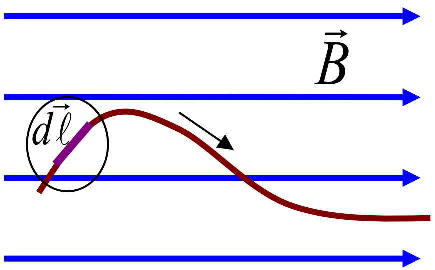
a) $$n = \frac{iB}{qV_H l} = \frac{(2{,}5\text{A})(1{,}25\text{T})}{(1{,}6\times10^{-19}\text{C})(3{,}34\times10^{-7}\text{V})(0{,}001\text{m})} = 5{,}85\times10^{28}\,\text{elétrons/m}^3$$

b) $$n_a = \rho\frac{N_A}{M} = (10{,}5\text{g/cm}^3)\frac{6{,}02\times10^{23}\,\text{átomos/mol}}{107{,}9\text{ g/mol}} = 5{,}86\times10^{28}\,\text{átomos/m}^3$$

$$n_a = (5{,}85 + 0{,}01)\times10^{28}\,\text{átomos/m}^3$$

Esses resultados indicam que o número de portadores de carga na prata é muito próximo de um por átomo.

Força magnética sobre um fio com corrente

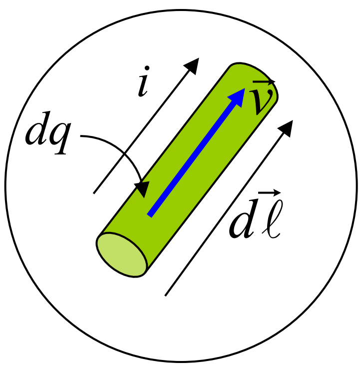


Corrente = fluxo de cargas, então:

$$d\vec{F} = dq\,\vec{v}\times\vec{B} = i\,dt\left(\frac{d\vec{l}}{dt}\times\vec{B}\right) \Rightarrow d\vec{F} = i\,d\vec{l}\times\vec{B}$$

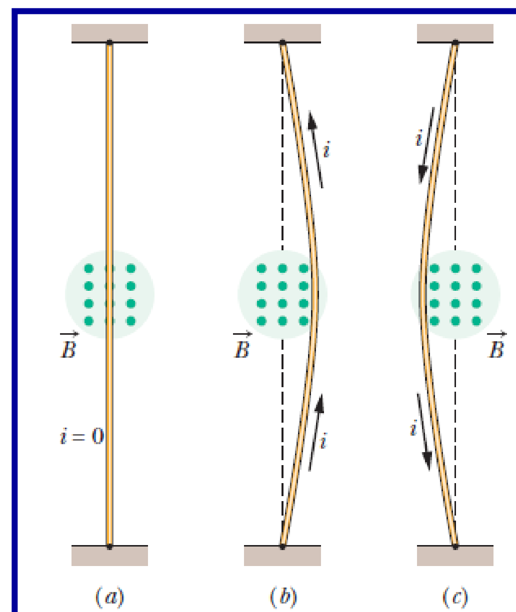
A força infinitesimal pode ser escrita como: $dF = i\,dl\,B\,\mathrm{sen}\,\theta$

onde θ é o ângulo entre a direção do segmento do fio $\vec{l}$ (direção da corrente) e a direção do campo magnético $\vec{B}$



A força sobre o fio é:

$$\vec{F} = \int_{fio} d\vec{F} = \int_{fio} i\,d\vec{l}\times\vec{B}$$



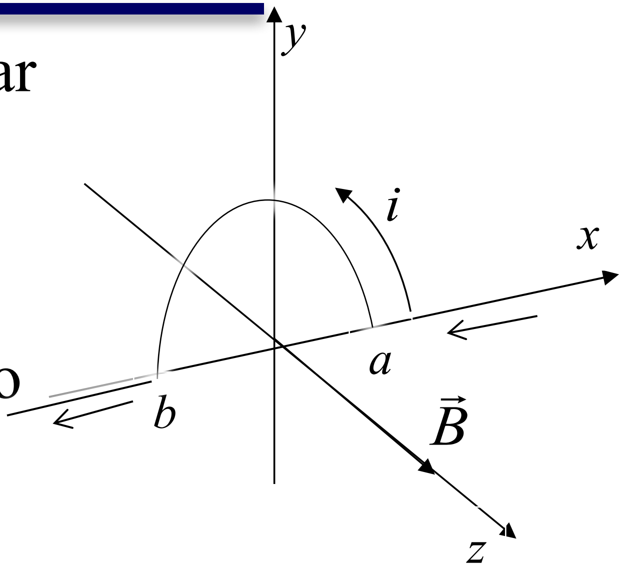
Para fios finitos e $\vec{B}$ uniforme: $\vec{F} = i\,\vec{L}\times\vec{B}$

Num caminho fechado:

$\vec{F} = \oint i\,d\vec{l}\times\vec{B}$ e se $\vec{B}$ é uniforme $\Rightarrow$ $\vec{F} = \vec{0}$

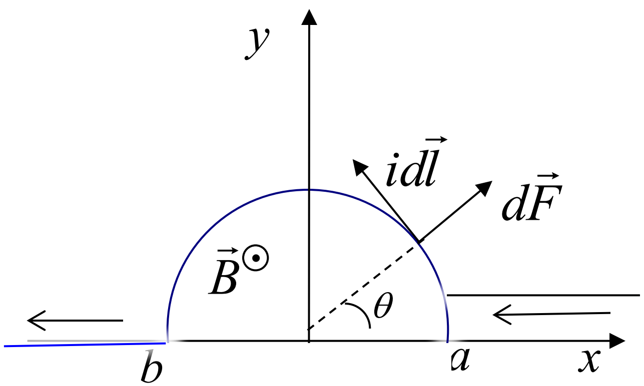
Exemplo 2

Um fio curvo na forma de uma espira semicircular de raio R está em repouso no plano xy. Por ele passa uma corrente i de um ponto a até um ponto b, como mostra figura. Existe um campo magnético uniforme $\vec{B}=B\hat{k}$, perpendicular ao plano da espira. Encontre a força que atua sobre a parte do fio na forma de espira semicircular.



$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B}$$

As componentes de $d\vec{F}$ paralelas ao eixo x cancelam-se. Então:

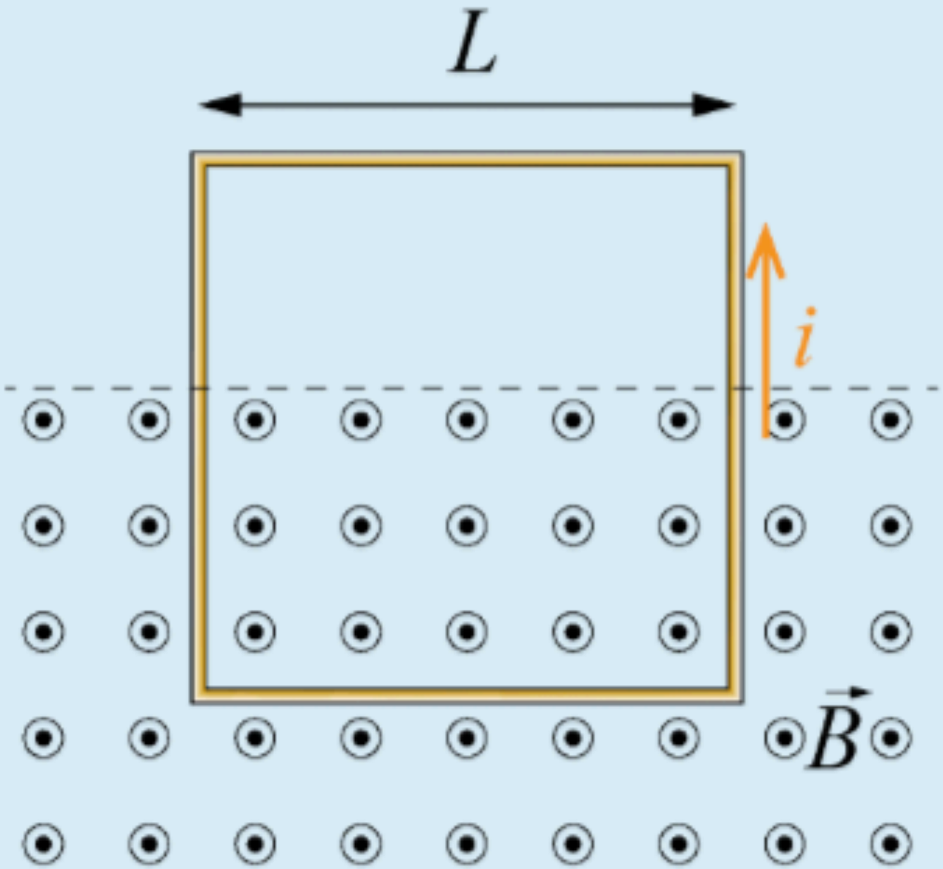


$$F = F_y = \int_0^{\pi} i\,dl\,B\,\mathrm{sen}\,\theta = \int_0^{\pi} iBR\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta = 2iBR$$

Vetorialmente: $\vec{F} = 2iBR\,\hat{y}$

Questão #2

Uma espira quadrada de lado L transporta uma corrente I no sentido anti-horário. Metade da espira está em uma região onde há um campo magnético uniforme que aponta para "fora" da página, como mostrado. O sentido da força magnética que age sobre a espira é:



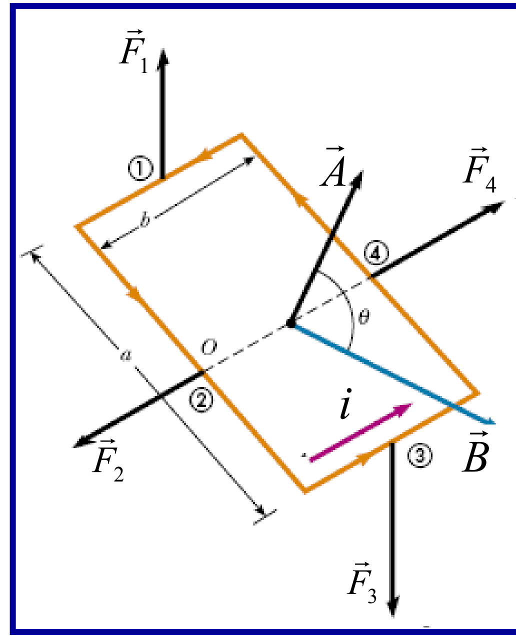
Escolha uma:

- a. nenhuma resposta está correta;
- b. para baixo;
- c. para dentro da página;
- d. para cima;
- e. para fora da página;

Resp.: ?

Torque em espira com corrente

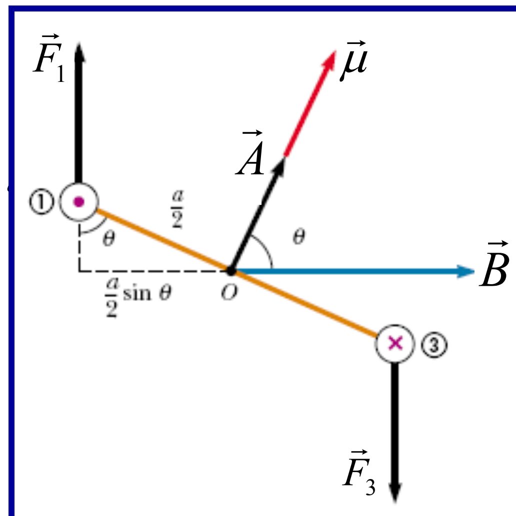
- Uma espira transportando uma corrente em um campo magnético uniforme sofre a ação de um torque que tende a girá-la.
- As forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$ formam um binário, de tal modo que o *torque é o mesmo em torno de qualquer ponto*.



Temos:

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_2 \ \text{(e têm mesma linha de ação)}$$

$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \ e\ (F_1 = F_3 = ibB)$$



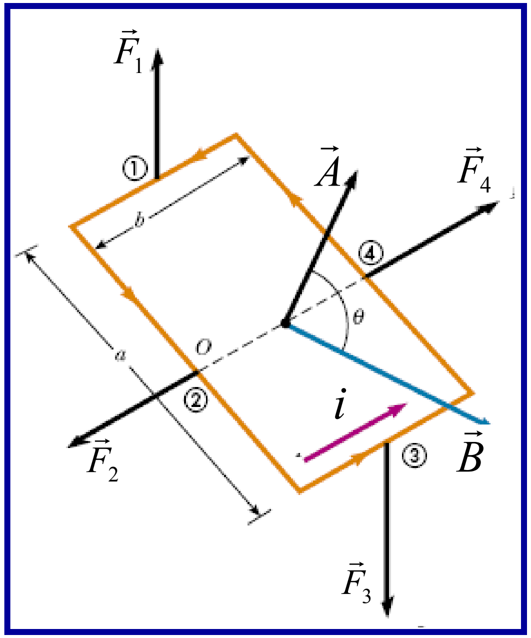
➡ A força líquida sobre a espira é nula

Torque em espira com corrente

Torque em relação ao ponto O

$$\tau = 2F_1 \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta$$
$$= iaBb \operatorname{sen}\theta$$
$$= NiAB \operatorname{sen}\theta$$

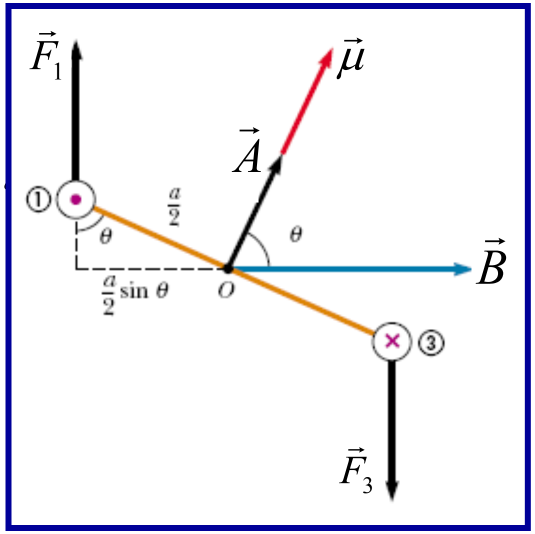
$$\begin{cases} A = ab \\ N \text{ voltas} \end{cases}$$



Momento de dipolo magnético da espira

$$\vec{\mu} = NiA\hat{n}$$

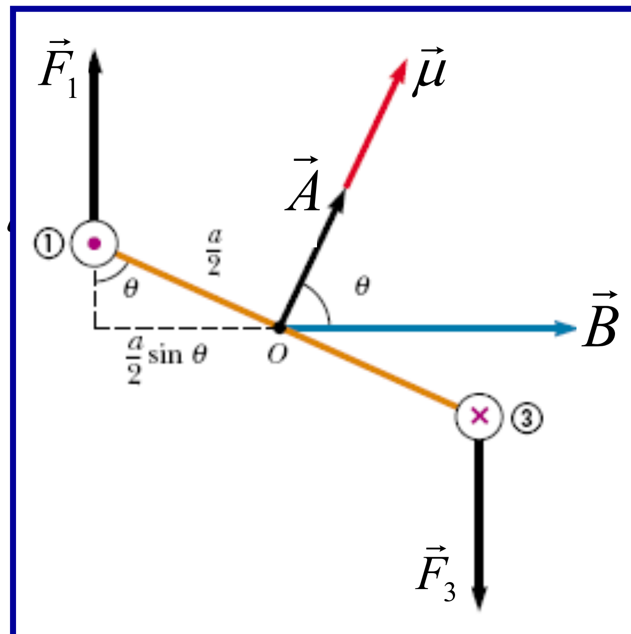
$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Energia potencial de um dipolo magnético em um campo magnético

Quando um dipolo magnético gira de um ângulo $d\theta$ a partir de uma dada orientação num campo magnético, um trabalho dW é realizado sobre o dipolo pelo campo magnético:

$$\boxed{\begin{aligned} &dW_{\text{ext}} = \tau d\theta = \mu B \sin\theta d\theta \\ &dU = dW_{\text{ext}} = \mu B \sin\theta d\theta \therefore \\ &U = -\mu B\left(\cos\theta - \cos\theta_0\right) \end{aligned}}$$

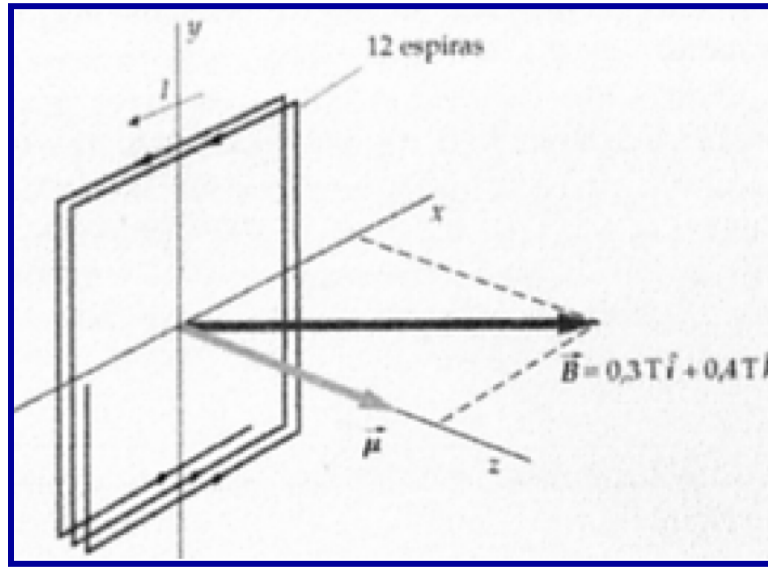


Tomando $\theta_0 = \pi/2$,
teremos que $U_0 = \mu B\cos\theta_0 = 0$, portanto:

$$\boxed{U = -\mu B\cos\theta = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}}$$

Exemplo 3

Em um enrolamento quadrado de 12 voltas, de lado igual a 40 cm, passa uma corrente de 3 A. Ele repousa no plano *xy* na presença de um campo magnético uniforme $\vec{B} = 0{,}3\text{T}\,\hat{i} + 0{,}4\text{T}\,\hat{k}$.



Encontre:

a) O momento dipolo magnético do enrolamento;

b) O torque exercido sobre o enrolamento;

c) A energia potencial do enrolamento.

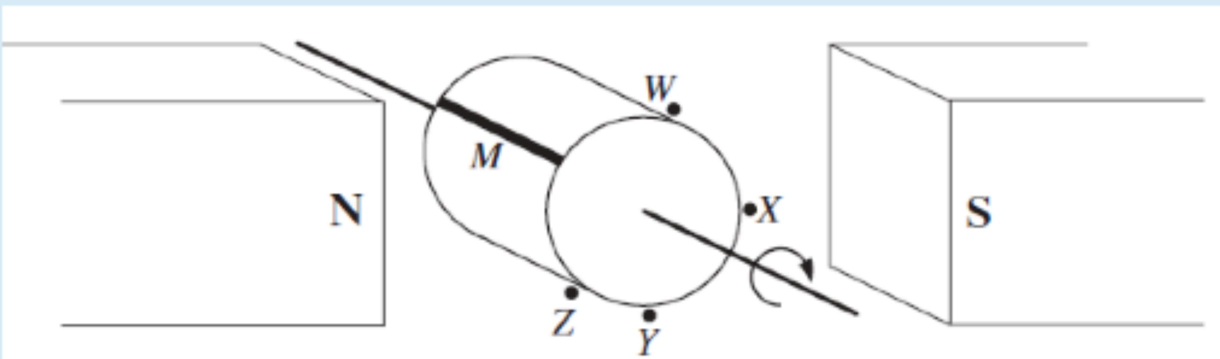
a) $\vec{\mu} = NiA\hat{k} = (12)(3\text{A})(0{,}4^2\,\text{m}^2)\hat{k} = 5{,}76\,\text{A.m}^2\,\hat{k}$

b) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (5{,}76\,\text{A.m}^2\,\hat{k}) \times (0{,}3\text{T}\,\hat{i} + 0{,}4\text{T}\,\hat{k}) = 1{,}73\,\text{N.m}\,\hat{j}$

c) $U = -\vec{\mu}.\vec{B} = -(5{,}76\,\text{A.m}^2\hat{k}).(0{,}3\text{T}\hat{i} + 0{,}4\text{T}\hat{k}) = -2{,}30\text{J}$

Questão #3

Um cilindro de plástico, com uma tira metálica M sobre sua superfície, gira com velocidade constante em um campo magnético uniforme. Durante cada rotação, a tira M passa pelas posições W, X, Y e Z mostradas. A diferença de potencial através da tira é a maior quando ela passa por:



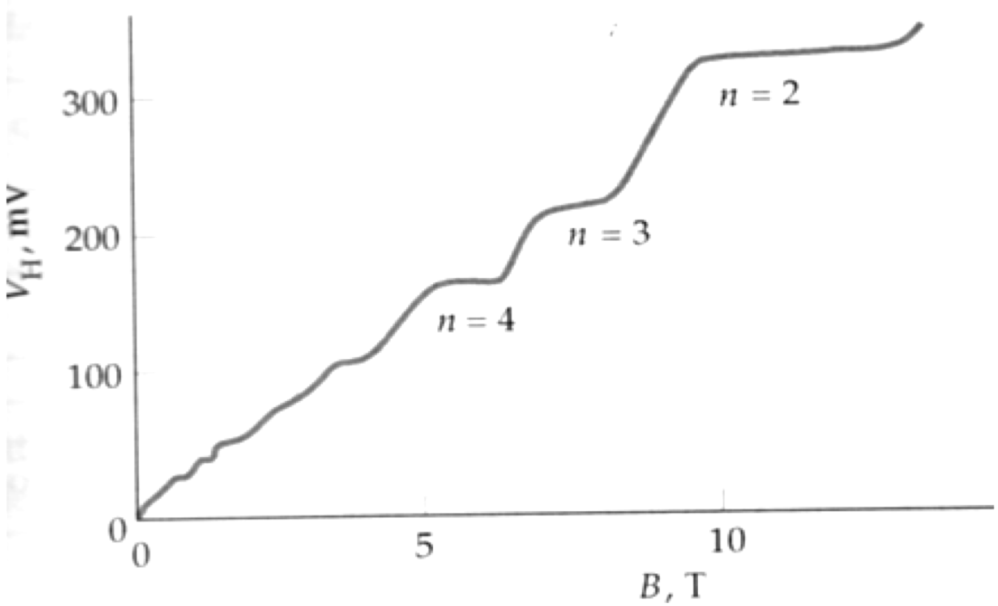
Escolha uma:

- a. Y;
- b. W;
- c. X;
- d. Z;
- e. A diferença de potencial é constante;

Resp.: X

Curiosidade: Efeito Hall quântico

O efeito Hall quântico (Prêmio Nobel de 1985) é observado em estruturas semicondutoras especiais, geralmente com altos valores de mobilidade e a baixas temperaturas. No efeito Hall clássico a variação da tensão Hall (V_H) com o campo magnético é linear, enquanto que no quântico esta variação resulta numa série de patamares como ilustra a figura abaixo.



Na teoria do efeito Hall quântico, a resistência R_H é definida como:

$$R_H = \frac{V_H}{i} = \frac{R_K}{n};\ n = 1,2,3,\ldots$$

$R_K = 25.812,807\Omega$ (Constante de von Klitzing)

Resumo

- Força magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \text{Sobre uma carga}$$

$$\vec{F}_B = i\vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow \text{Sobre um fio com corrente}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow \text{Força de Lorentz}$$

- Movimento das partículas carregadas num campo magnético uniforme

$$\left(\vec{v} \perp \vec{B}\right) \Rightarrow \text{Circular} \qquad \left(\vec{v} \not\perp \vec{B}\right) \Rightarrow \text{Helicoidal}$$

- Espira com corrente:

Torque $\Rightarrow$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ Momento de dipolo $\Rightarrow$ $\vec{\mu} = NiA\hat{n}$

Lista de exercícios do capítulo 28

- Informações complementares

Os exercícios pares do Livro texto capítulo Campo Magnético:
Consultar:
https://www.ggte.unicamp.br/ea

Aulas gravadas:

Youtube JA Roversi (Prof. Roversi)
ou
UnivespTV e Youtube (Prof. Luiz Marco Brescansin)