

Notas da Aula 3 – Aritmética Binária

- Você se lembra das suas aulas do ensino fundamental em que aprendeu a somar, subtrair, multiplicar e dividir números decimais?
- Bem, de certa forma, o assunto desse tópico é uma breve extensão desse assunto; o que muda é o sistema de representação numérica.
- Como os números binários são amplamente utilizados em sistemas digitais, é conveniente saber realizar as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com o uso dessa representação.
- Os procedimentos básicos para executar cada operação são os mesmos que foram aprendidos no ensino fundamental, apenas com o cuidado de adotar o sistema binário durante a realização dos cálculos.
- Para auxiliar as contas é importante ter em mente as operações fundamentais associadas aos dígitos binários, como mostra a tabela abaixo. Observe que V1 é o “vai 1” e E1 é o “empresta 1”.

<i>Bits</i>		<i>Soma</i>		<i>Diferença</i>		<i>Produto</i>
<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a + b</i>	V1	<i>a – b</i>	E1	<i>a · b</i>
0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1

- Adição: é realizada de forma similar a adição em decimal, ou seja, os dígitos correspondentes a cada potência da base 2 são somados e, caso a soma produza um “vai 1”, então este é sinalizado acima do próximo dígito à esquerda para lembrar de somá-lo ao mesmo. Exemplos:

$$\begin{array}{r}
 111100 \\
 1111,01 \\
 + 0111,10 \\
 \hline
 10110,11
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 10111100 \\
 10111110 \\
 + 10001101 \\
 \hline
 101001011
 \end{array}$$

- Subtração: também é realizada de maneira similar a subtração em decimal, ou seja, os dígitos correspondentes a cada potência da base 2 são subtraídos e, caso seja necessário o “empréstimo de 1”, este é sinalizado acima do próximo dígito à esquerda para lembrar de subtraí-lo do mesmo. Cuidado, na subtração o minuendo sempre vem primeiro, inclusive na hora de descontar o “empresta 1”. Exemplos:

$$\begin{array}{r}
 110000 \\
 10010,11 \\
 - 01100,10 \\
 \hline
 00110,01
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0111110 \\
 11100101 \\
 - 00101110 \\
 \hline
 10110111
 \end{array}$$

- Multiplicação: equivalente a multiplicação com números decimais. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 11001,1 \\
 \times \quad 110,1 \\
 \hline
 110011 \\
 + 000000 \\
 \hline
 0110011 \\
 + 110011 \\
 \hline
 11111111 \\
 + 110011 \\
 \hline
 10100101,11
 \end{array}$$

- Divisão: também equivalente a divisão com os números decimais. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 1000100110 \quad | \underline{11001} \\
 - \quad \underline{11001} \quad 10110 \\
 \hline
 00100101 \\
 - \quad \underline{11001} \\
 \hline
 000011001 \\
 - \quad \underline{11001} \\
 \hline
 0000000000
 \end{array}$$

- Adição em hexadecimal: para você se convencer que a representação pouco importa para realizar as operações numéricas clássicas, mostraremos um exemplo de adição em hexadecimal. No final das contas, basta que você aprenda a reconhecer os números no sistema de interesse. O “vai 1” sempre ocorre quando se atinge o maior inteiro representado por um dígito da base em questão e “o empresta 1” sempre quando o inteiro do subtraendo é maior que o do minuendo. Só não esqueça que o peso do “vai 1” ou do “empresta 1” sempre está vinculado ao valor da base. Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 110 \\
 19B9 \\
 + \underline{C7E6} \\
 \hline
 E19F
 \end{array}$$

- Nota cultural: as pessoas costumam dar importância para os aniversários decenais (10, 20, 30, 40, 50, ...), mas em geral não há nenhum significado fundamental nessas datas que as distingam das demais. Tradição por tradição, mudanças mais significativas ocorrem em nossa vida diária nos aniversários associados com as potências de dois: 2, 4, 8, 16, 32 e 64. Afinal vivemos na era digital e, nesses anos, particularmente, sempre é necessário a introdução de um dígito mais significativo para representar, em bits, nossos anos vividos. Ora, exceto se você cometer a façanha de chegar aos 128 anos, aos 64 você irá receber o último bit mais significativo da sua vida. Quando chegar esse momento, comemore-o, então!

- Pergunta pertinente: o que você acha que os Beatles queriam dizer ao compor uma música com o nome “When I’m sixty-four”?

- Exercício proposto: dados os números binários $a = 1010,1$; $b = 101,01$ e $c = 1001,1$; realize as seguintes operações:

(a) $a + c$

(b) $a - b$

(c) $a \cdot c$

(d) $a \div b$

- Exercício proposto: cada uma das seguintes operações está correta em ao menos um sistema numérico. Determine as bases possíveis de cada operação.

(a) $1234 + 5432 = 6666$

(b) $41 \div 3 = 13$

(c) $302 \div 20 = 12,1$

(d) $\sqrt{41} = 5$