F-128 – Física Geral I

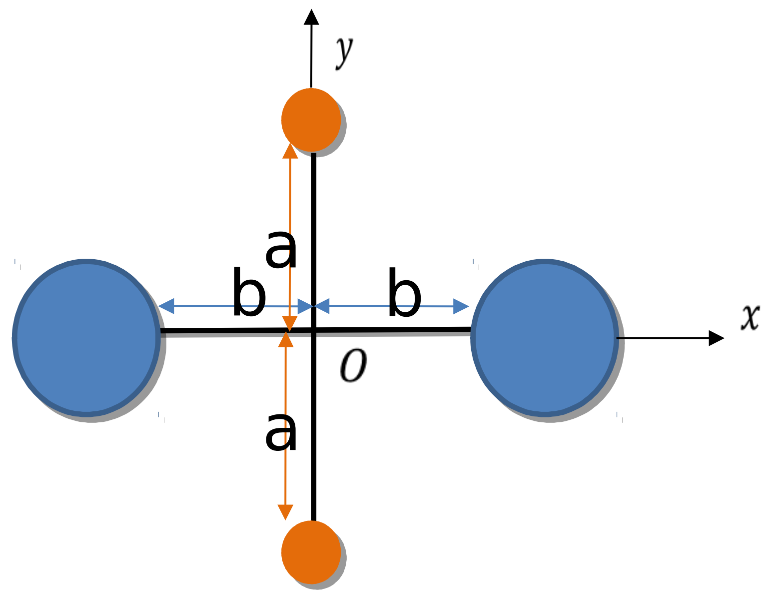
Aula exploratória-11

UNICAMP – IFGW

Exercício 1

Quatro esferas pequenas(Esferas laranjas de massa m e raio r e esferas azuis de massa M e raio R), ambas com massas distribuídas uniformemente, estão presas às extremidades de uma estrutura de massa desprezível no plano .

a) Se a rotação do sistema ocorre ao redor do eixo y com velocidade angular ω, encontre o momento de inércia e a energia cinética rotacional ao redor desse eixo.
b) Suponha agora que o sistema gire no plano , ou seja, ao redor do eixo z. Calcule o momento de inércia e a energia rotacional.



Exercício 1 - Respostas

a) O momento de inércia da esfera azuil, pode ser calculado pelo teorema dos eixos paralelo

$$I_{y,\,azul} = I_{CM.\ azul} + M(b+R)^2 = \left(\frac{2}{5}R^2 + (b+R)^2\right)M$$

As esferas laranjas giram em torno do seu próprio eixo e portanto possuem momento de inércia

$$I_{y,\,laranjas} = \frac{2}{5}mr^2$$

Logo, o momento de inércia total do sistema será

$$2I_{y,azul} + 2I_{y,laranja} = \frac{1}{5}mr^2 + \left(\frac{1}{5}R^2 + \frac{(b+R)^2}{2}\right)M$$

Logo a energia de rotação é

$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left[M\left(\frac{1}{5}R^2 + \frac{(b+R)^2}{2}\right) + \frac{1}{5}mr^2\right]\omega^2$$

Exercício 02

Em um brinquedo de parque de diversões cadeiras são penduradas por uma corrente de tamanho l em uma estrutura circular de raio R. Quando em funcionamento, esta estrutura roda a uma velocidade angular ω.

a) Faça um diagrama de forças atuando em uma pessoa sentada em uma das cadeiras.
b) Encontre uma expressão que relacione o ângulo que a corrente que liga a cadeira à estrutura circular faz com a vertical com as demais variáveis do problema. Correntes de tamanhos diferentes definem ângulos diferentes?
c) Caso a corrente arrebente, qual a velocidade inicial da pessoa que cai? Desenhe a trajetória de queda dessa pessoa.

Exercício 03

A definição de força centrípeta, ao contrário das Forças Normal, Peso, Tração e força de atrito, não se refere às propriedades intrínsecas dessa força, mas ao papel que essa força desempenha na dinâmica do problema. Ilustre quatro situações distintas onde cada uma das forças Normal, Peso, Tração e força de atrito funcionam como força centrípeta.

Exercício extra

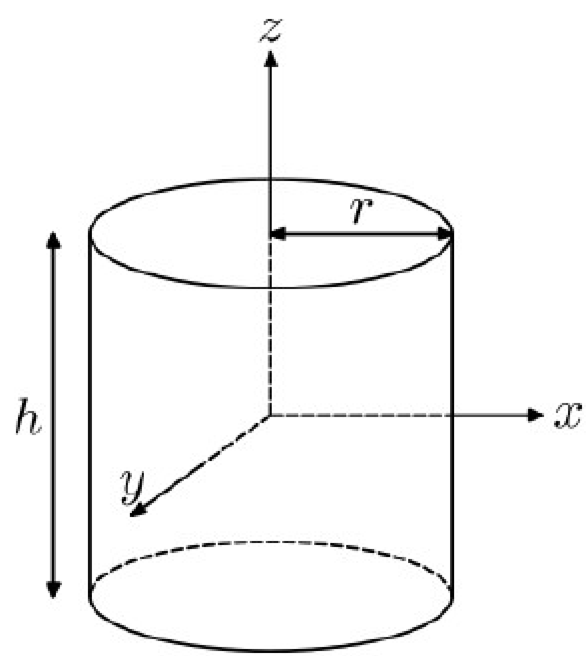
Dado um cilindro de raio R, massa M, e comprimento h.

a) Calcule seu momento de inércia ao redor de seu eixo central, supondo uma distribuição uniforme de massa.

b) Determinado que a densidade deste cilindro é dada por

$$\rho(r) = \lambda r^2$$

Recalcule o momento de inércia deste cilindro ao redor do seu eixo central.



Exercício extra - Respostas

a)

$$I = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV$$

Para um cilindro

$$V = \pi r^2 h \rightarrow dV = 2\pi r h dr$$

Logo,

$$I = 2\rho\pi h \int_0^R r^3 dr = 2\pi h \left(\frac{M}{\pi R^2 h}\right) \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2} M R^2$$

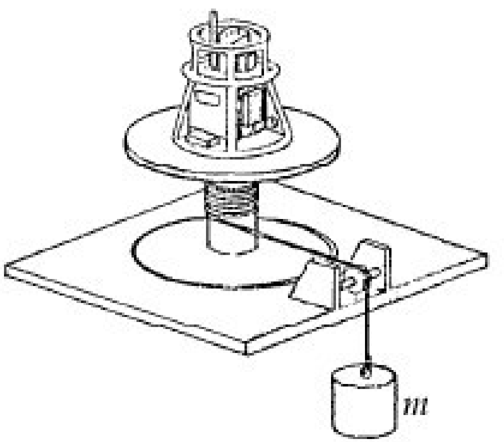
b) Análogo ao item a)

$$I = 2\pi h \int_0^R \rho r^3 dr = 2\pi h \lambda \int_0^R r^5 dr = \frac{2\lambda\pi h R^6}{6}$$

Exercício extra

Este problema descreve um método experimental para determinar o momento de inércia de um corpo com forma irregular tal como a carga útil para um satélite. A figura mostra um cilindro de massa m suspensa por uma corda que está enrolada ao redor de um carretel de raio R apoiando o corpo. Quando o cilindro é solto do repouso, ele desce uma distância h, adquirindo uma velocidade v. Mostre que o momento de inércia I do equipamento (incluindo a plataforma giratória) é

$$I = mR^2\left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right)$$



Exercício extra – Resposta

Considerando a conservação de energia:

$$\frac{1}{2}I\,\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$
$$\frac{1}{2}I\left(\frac{v}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}mv^2 = mgh$$
$$\left(\frac{I}{R^2} + m\right)v^2 = 2mgh$$
$$\left(\frac{I}{mR^2} + 1\right)v^2 = 2gh$$
$$\frac{I}{mR^2} = \frac{2gh}{v^2} - 1$$

Logo,

$$I = mR^2\left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right)$$

Exercício extra

Um skatista desliza por uma rampa em formato de semi-círculo. Em um instante de sua trajetória, a linha que une o skatista ao centro do semi-círculo define um ângulo θ com a vertical.

a) Faça o diagrama de forças atuando na pessoa neste instante.

b) Calcule neste instante a aceleração tangencial e aceleração centrípeta da pessoa. Qual o valor da normal atuando na pessoa?

c) Em que momento a Normal é máxima? Justifique.

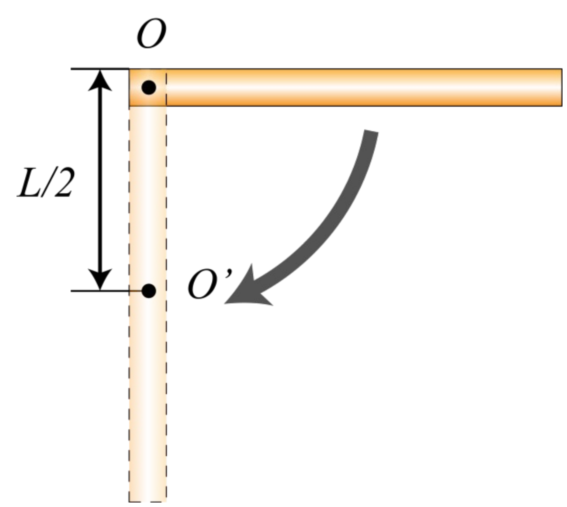
Exercício extra

Uma barra uniforme de comprimentob L e massa M pode girar livremente através de um pino que está localizado em uma de suas extremidades (conforme figura). A barra está inicialmente em repouso.

a) Calcule o momento de inércia da barra em relação ao eixo do pino.

b) Calcule a energia potencial gravitacional da barra quando ela atingir a sua posição mais baixa em relação a sua posição inicial.

c) Usando conservação de energia mecânica, calcule a velocidade angular da barra quando ela atingir a sua posição mais baixa.



Exercício extra

Uma criança de massa m brinca em um balanço de parque, de comprimento L e de massa desprezível. O ângulo máximo que o balanço faz com a vertical é θ_{max}.

Calcule:

a) A aceleração centrípeta como função do ângulo θ com a vertical.

b) A aceleração tangencial como função do ângulo θ com a vertical.

c) Desenhe a aceleração em $\theta = \theta_{max}$, $\theta = 0$ e em um valor intermediário. Qual a sensação da criança nesses pontos?

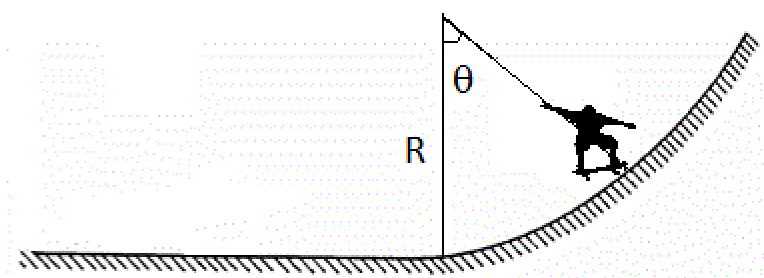
Exercício extra

Um skatista desliza subindo uma rampa em formato de semi-circunferência. Em um instante de sua trajetória, a linha que une o skatista ao centro do semi-círculo define um ângulo
θ com a
vertical.

a) Faça o diagrama de forças atuando na pessoa neste instante.

b) Calcule neste instante a aceleração tangencial e aceleração centrípeta da pessoa. Qual o valor da normal atuando na pessoa?

c) Em que momento a Normal é máxima? Justifique.



Exercício extra

Um inventor propôs a construção de um pêndulo usando um peso de massa 1 kg preso na extremidade de um fio de comprimento L. Em vez de oscilar para a frente e para trás, a massa se move num círculo horizontal de raio R com velocidade escalar constante v = 3 m/s e o fio faz um ângulo b constante com a direção vertical. Supondo que o tempo t para uma revolução seja 1,5 s, encontre a tensão no fio, o ângulo b e o raio R deste pêndulo cônico.

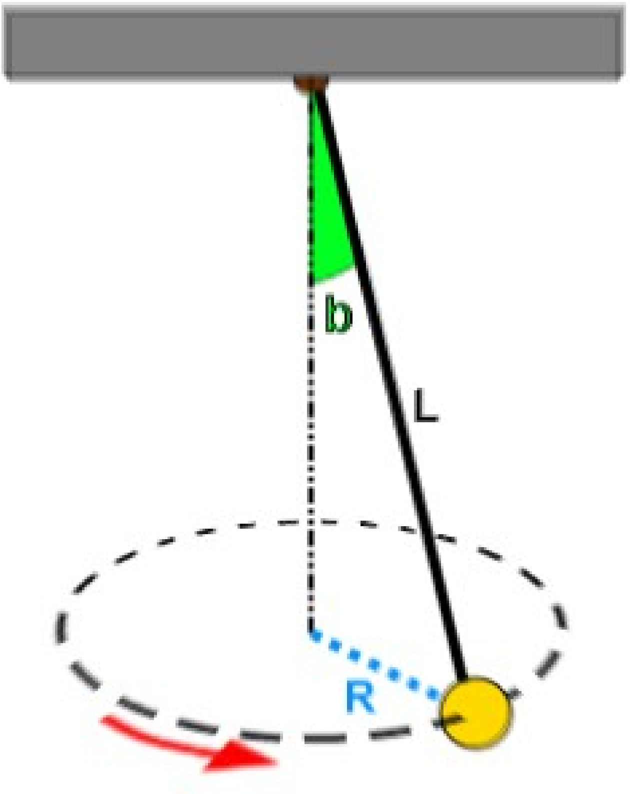
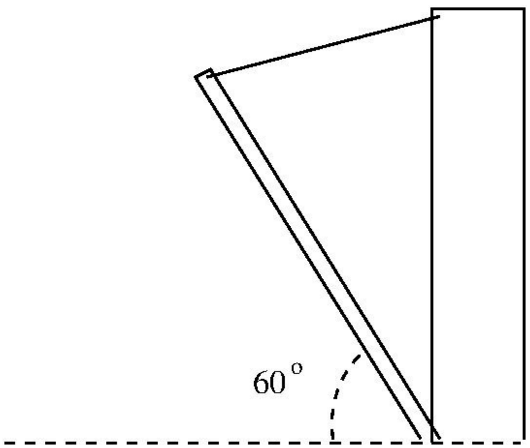


Figura 1: Ilustração do pêndulo cônico.

Exercício extra

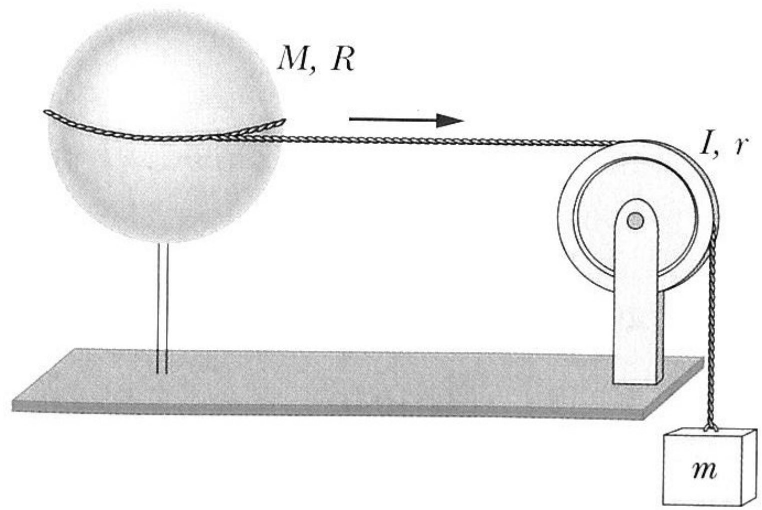
Uma ponte levadiça homogênea de *L* de comprimento está presa à estrada por uma dobradiça livre de atrito em uma das extremidades. A ponte pode ser levantada por um cabo ligando a outra extremidade a uma torre de $H = L$, conforme figura. A ponte está em repouso, suspensa a um ângulo $\theta = 60^o$ acima do plano horizontal.



a) Faça o diagrama de forças e encontre os torques associados (módulo, direção e sentido) das forças agindo na ponte.
b) Em um dado momento o cabo se rompe. Calcule a aceleração angular da ponte no instante imediatamente posterior ao rompimento do cabo.
c) Qual a velocidade angular da ponte quando ela fica na horizontal?

Exercício extra

Uma casca esférica homogênea de massa M e raio R pode girar em torno de um eixo vertical sem atrito. Uma corda de massa desprezível está enrolada no equador da casca, passa por uma polia com momento de inércia I e raio r, e está presa a um bloco de massa m. Não há atrito no eixo da polia e a corda não escorrega na casca nem na polia.



a) Encontre a expressão da aceleração do bloco quando ele é solto a partir do repouso.

b) Encontre a expressão da velocidade do bloco após este ser solto do repouso e percorrer uma distância d.

c) A partir dos resultados dos itens (a) e (b), encontre a aceleração do bloco quando ele é solto a partir do repouso e sua velocidade após percorrer uma distância d para o caso limite em que $M, I \approx 0$.