F-328 – Física Geral III

Aula Exploratória – Cap. 22
UNICAMP – IFGW

O Campo Elétrico

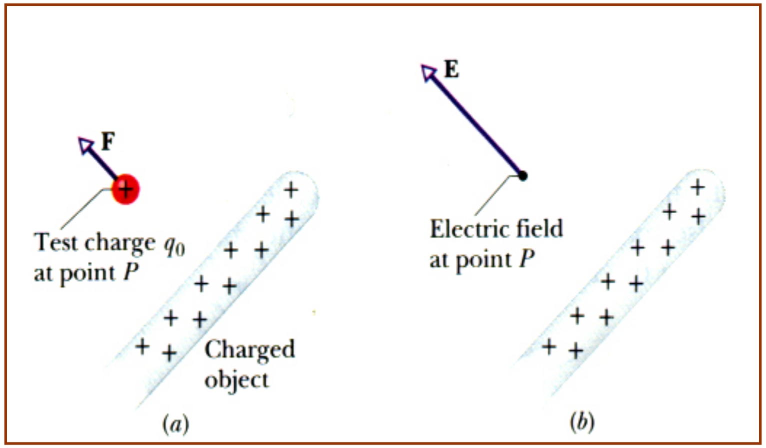
O *campo elétrico* devido a uma distribuição discreta de cargas $q_1, q_2,..., q_n$ em um dado ponto $\vec{r}_0$ é dado por:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

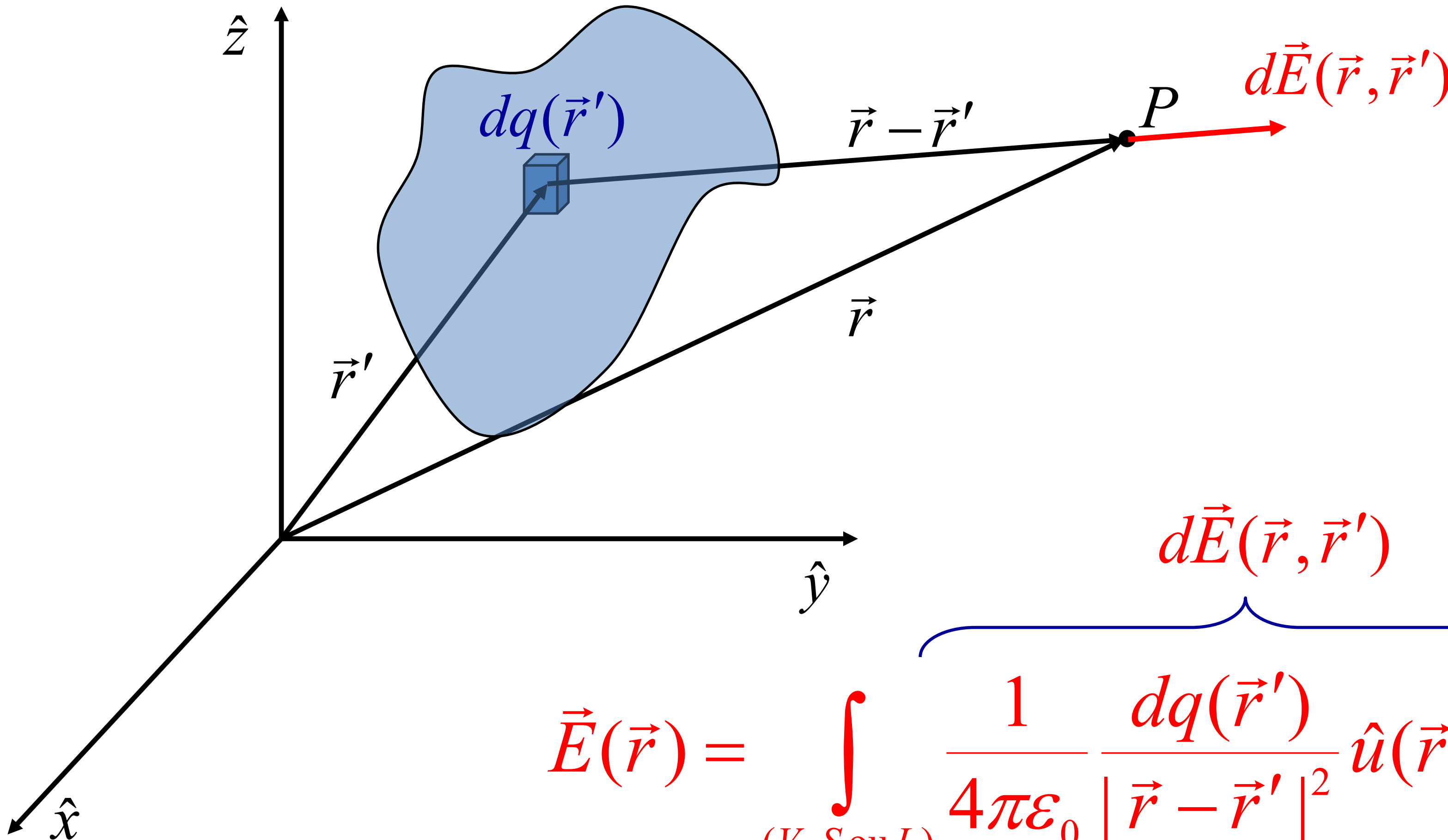
Para medir o campo devido à distribuição de cargas, devemos medir a força exercida por esse conjunto de cargas sobre uma carga de prova q_0 e dividir pelo próprio valor de q_0. Para que não haja influência da carga de prova sobre a distribuição de cargas, devemos a carga q_0 deve ser a menor possível.

Ou seja:

$$\vec{E} \equiv \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$



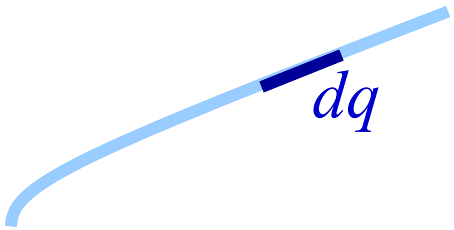
Distribuição Contínua de Cargas



$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{(V,S\,\mathrm{ou}\,L)} \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\,\hat{u}(\vec{r},\vec{r}\,')}^{d\vec{E}(\vec{r},\vec{r}\,')}$$

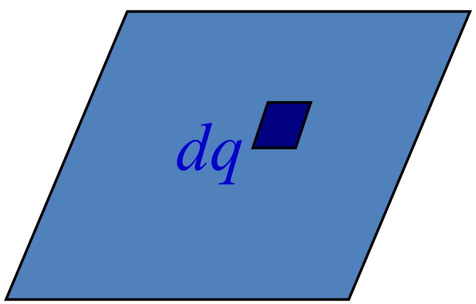
onde $\hat{u}(\vec{r},\vec{r}\,') \equiv \dfrac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$

Distribuição Contínua de Cargas



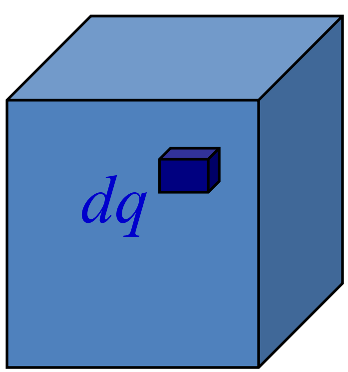
$$\text{densidade linear}: \lambda = \frac{dq}{dl}$$

$$\text{ou}: dq = \lambda\, dl$$



$$\text{densidade superficial}: \sigma = \frac{dq}{dA}$$

$$\text{ou}: dq = \sigma\, dA$$



$$\text{densidade volumétrica}: \rho = \frac{dq}{dV}$$

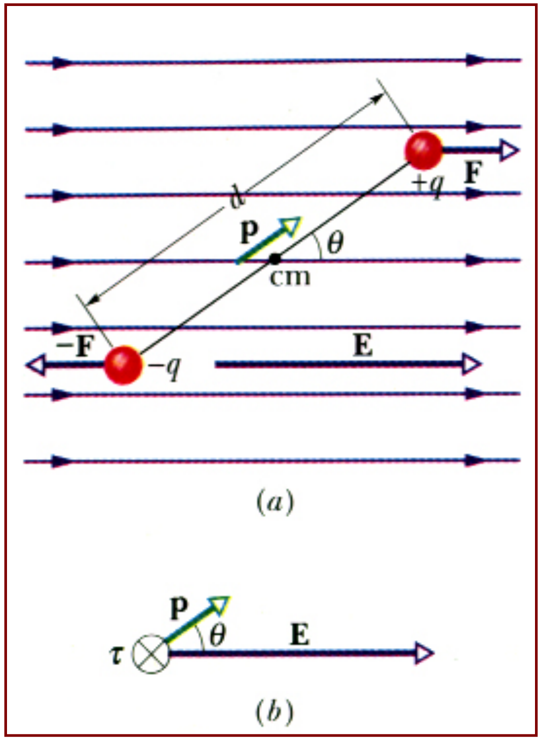
$$\text{ou}: dq = \rho\, dV$$

Dipolo num campo elétrico uniforme

Torque

$$\vec{\tau} = \vec{F} \cdot \vec{r} \leftrightarrow \tau = Fd\sin\theta = qEd\sin\theta = pE\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$



Energia potencial

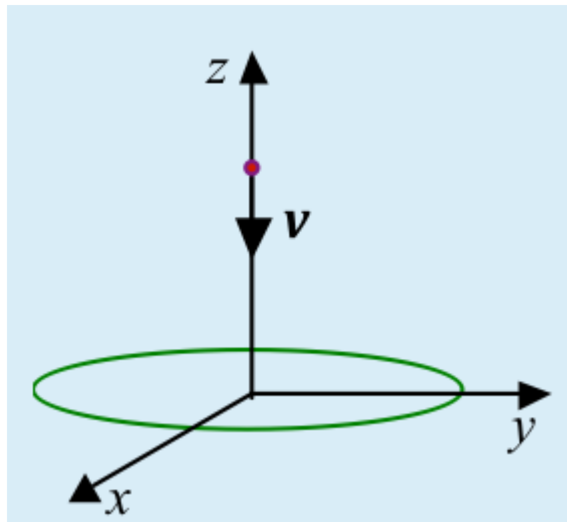
$$U(\theta) - U(\theta_0) = W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau \, d\theta = -pE(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

Se escolhermos $\theta_0 = \dfrac{\pi}{2}$:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

Questão 01

Um anel, com densidade de carga negativa uniforme, é colocado no plano (x, y) com seu centro na origem. Uma partícula com carga positiva move-se ao longo do eixo z em direção ao centro do anel, como se vê na figura. No instante em que a partícula passa pelo centro do anel:



a) sua velocidade e sua aceleração alcançam seus valores máximos;

b)sua velocidade e sua aceleração são ambas nulas;

c)sua velocidade e sua aceleração são diferentes de zero, mas não estão em seus valores máximos;

d)sua velocidade é zero e sua aceleração é máxima;

e)sua velocidade é máxima e sua aceleração é zero;

Questão 02

Duas cargas Q_1 e Q_2 são colocadas a uma distância d uma da outra. O campo elétrico é nulo a uma distância $3d/2$ de Q_1 e $d/2$ de Q_2, ao longo da reta que as une. Então a relação entre Q_1 e Q_2 é:

a) $Q_1 = 9Q_2$;

b) $Q_1 = -Q_2/9$;

c) $Q_1 = Q_2/3$;

d) $Q_1 = -3Q_2$

e) $Q_1 = -9Q_2$;

Resposta: Letra e)

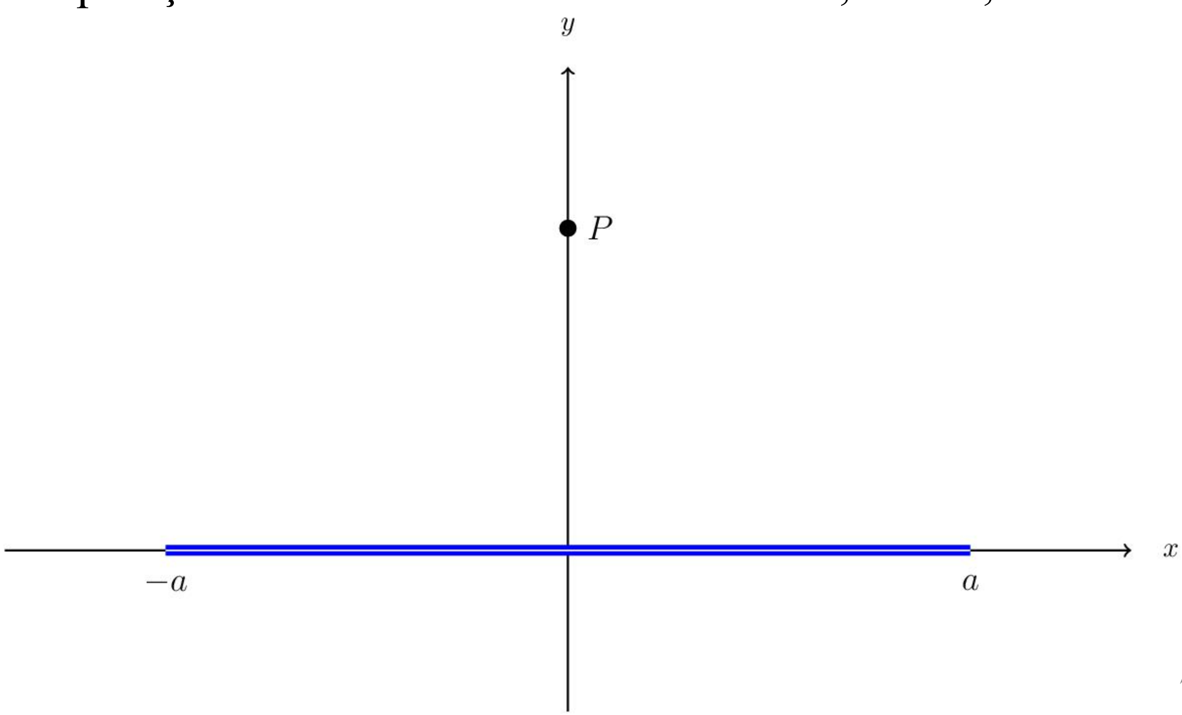
Exercício Exploratório 1

Uma barra de comprimento $2a$ carregada eletricamente com uma densidade linear de carga **<u>não uniforme</u>** dada por $\lambda(x)=Q_0\,|x|/a^2$, aonde Q_0 é uma constante positiva, está sobre o eixo x e com o seu centro na origem, conforme mostra a figura abaixo .

a) Calcule a carga total da barra.

b)Encontre o módulo e a orientação do campo elétrico produzido por esta barra no ponto P, de coordenadas $(0, y)$.

c)Obtenha o comportamento do campo elétrico no limite em que o comprimento da barra é desprezível em comparação com a distância de P à barra, isto é, no limite $y \gg a$.



Exercício Exploratório 2

a) Considere um anel circular de raio a carregado com um distribuição discreta de carga elétrica conforme mostrado na figura 1; as 12 partes enumeradas de 1 até 12 possuem tamanhos idênticos mas diferentes densidades de carga dadas por $\lambda_n = n\lambda_0$ (n =1, 2, 3, ... 12). Determine o campo elétrico resultante no centro do anel (ponto P)?

b) Considere agora um segundo anel (figura 2) com mesmo raio a cuja densidade linear de carga, λ, varia continuamente da seguinte forma:

$$\lambda(\theta) = 12\lambda_0 \, \frac{\theta}{2\pi}$$

com θ definido pela figura. Determine o campo elétrico resultante no centro do anel.

c) Discuta qual dever ser o ângulo de rotação inicial φ (figura 3) dado ao anel com distribuição de carga contínua para que o campo no ponto P seja idêntico aquele gerado pelo anel da letra a).

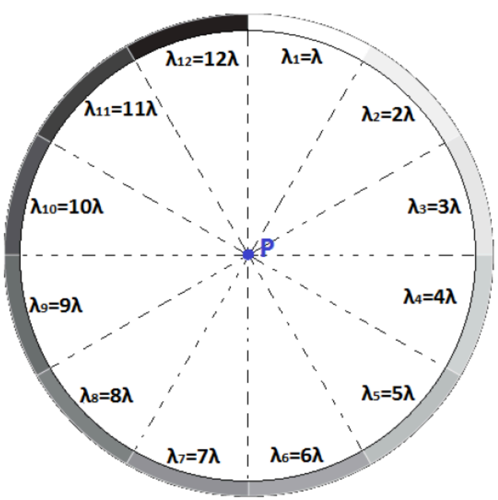


Figura 1

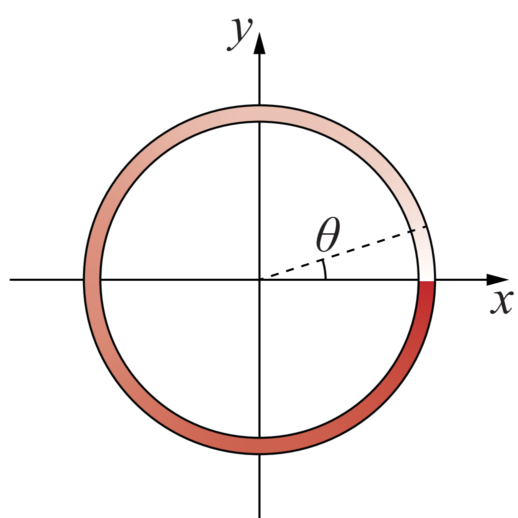


Figura 2

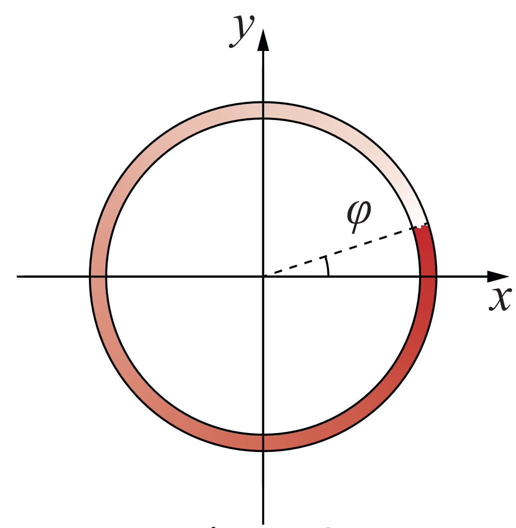
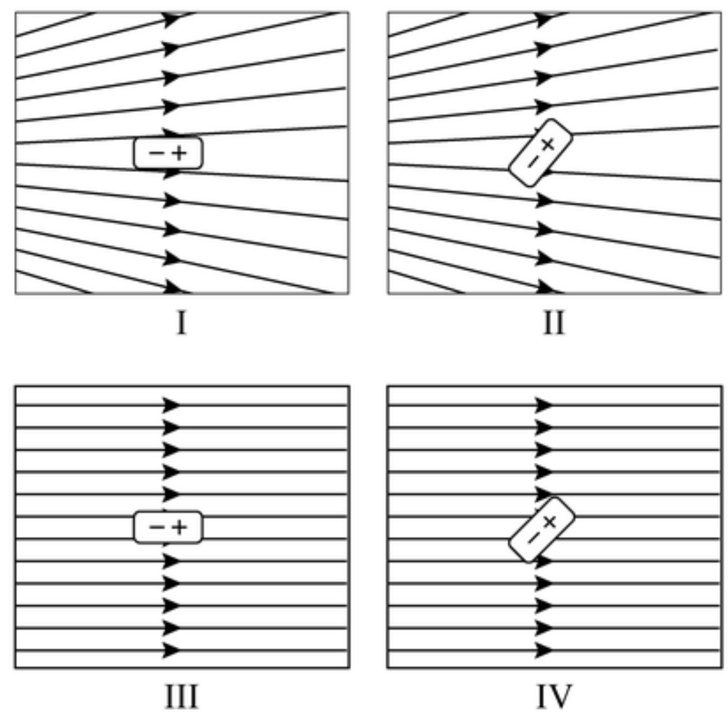


Figura 3

Questão 03

Um dipolo eletricamente neutro é colocado em um campo externo. Em qual situação a força resultante sobre o dipolo é zero.

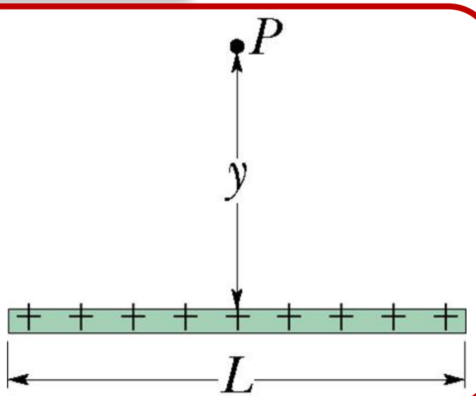
a) I e II;
b) III e IV;
c) Somente III;
d) II e III;
e) Todas as alternativas estão incorretas;



Exercícios práticos

Instituto de Física Gleb Wataghin

1) Considerando a figura ao lado calcule o campo elétrico no ponto *P*. Analise os limites de sua resposta para $y>>L$ e $y<<L$. A quais distribuições de carga tais limites se assemelham?

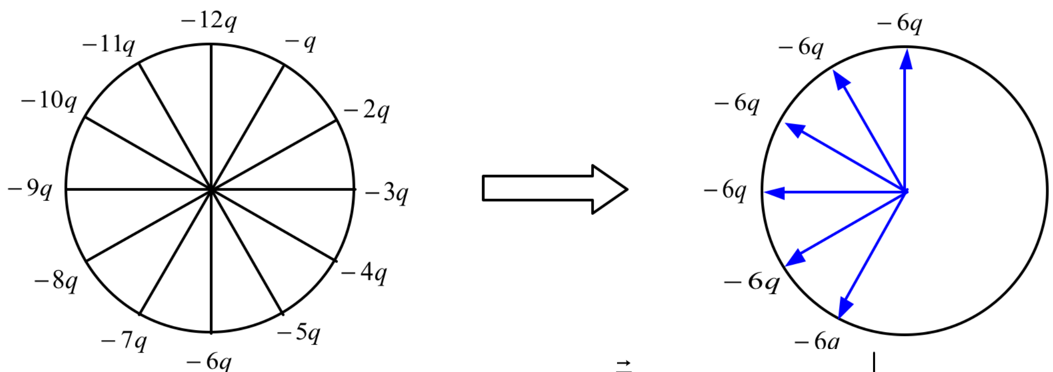


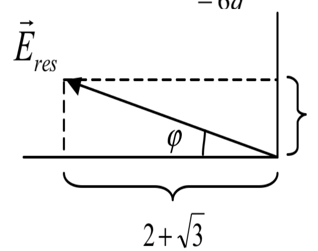
2) O mostrador de um relógio possui cargas negativas pontuais -q, -2q, -3q, ..., -12q mantidas fixas nas posições dos números correspondentes. Os ponteiros do relógio não afetam o campo produzido pelas cargas pontuais. A que horas o ponteiro das horas aponta na mesma direção que o vetor campo elétrico no centro do mostrador?

3) Suponha que você desenha um aparelho em que um disco uniformemente carregado de raio *R* produz um campo elétrico. A magnitude do campo é mais importante no eixo perpendicular ao disco, em um ponto *P* a uma distância 2*R* do disco (figura (a)). Análise de custo sugere trocar o disco por um anel com o mesmo raio externo, mas raio interno *R*/2 (figura (b)). Assuma que o anel terá a mesma densidade de carga que o disco original. Fazendo esta troca, em que porcentagem o campo elétrico no ponto *P* irá diminuir?

Dados do Exercício Prático 2

O mostrador de um relógio possui cargas negativas pontuais -q, -2q, -3q, ..., -12q mantidas fixas nas posições dos números correspondentes. Os ponteiros do relógio não afetam o campo produzido pelas cargas pontuais. A que horas o ponteiro das horas aponta na mesma direção que o vetor campo elétrico no centro do mostrador?



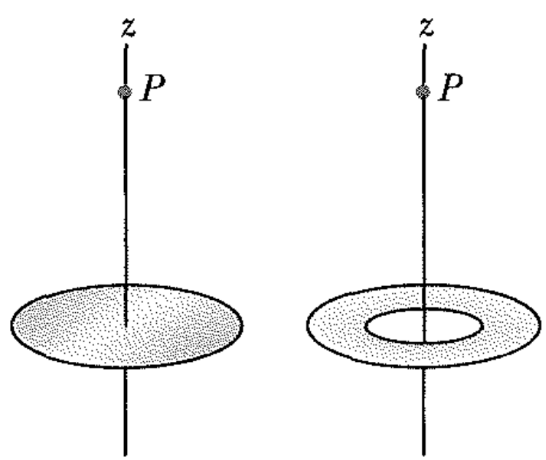


$$\vec{E}_{res} = -\frac{6q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\left[-3.73\,\hat{x}+\hat{y}\right]$$

$$\therefore \quad 9h\ 30\,\text{min}.$$

Dados do Exercício Prático 3

Suponha que você desenha um aparelho em que um disco uniformemente carregado de raio R produz um campo elétrico. A magnitude do campo é mais importante no eixo perpendicular ao disco, em um ponto P a uma distância $2R$ do disco (figura (a)). Análise de custo sugere trocar o disco por um anel com o mesmo raio externo, mas raio interno $R/2$ (figura (b)). Assuma que o anel terá a mesma densidade de carga que o disco original. Fazendo esta troca, em que porcentagem o campo elétrico no ponto P irá diminuir?



(a) (b)

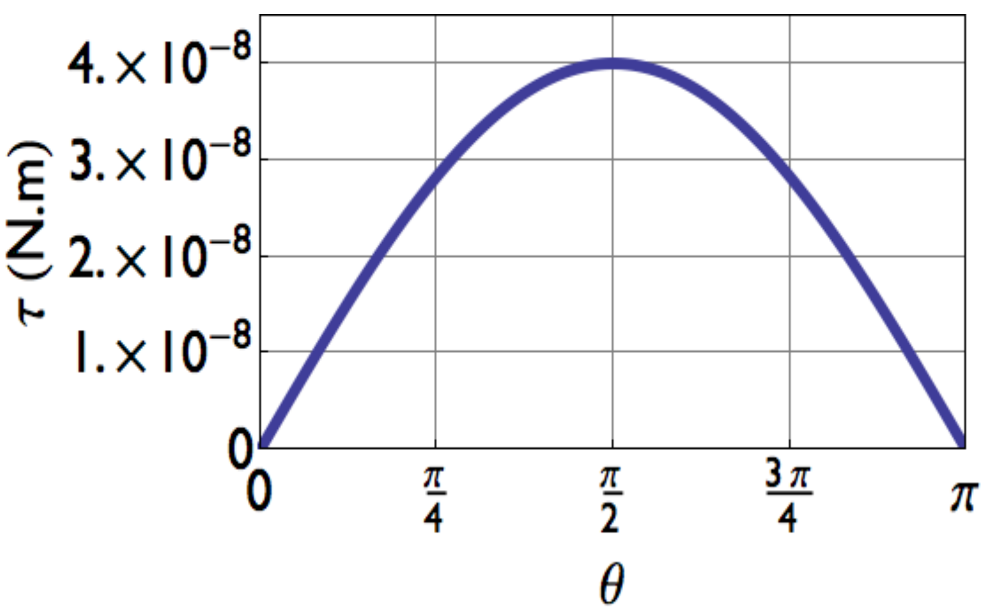
Usar principio da superposição e o resultado do campo de um disco

Exercício Extra 1

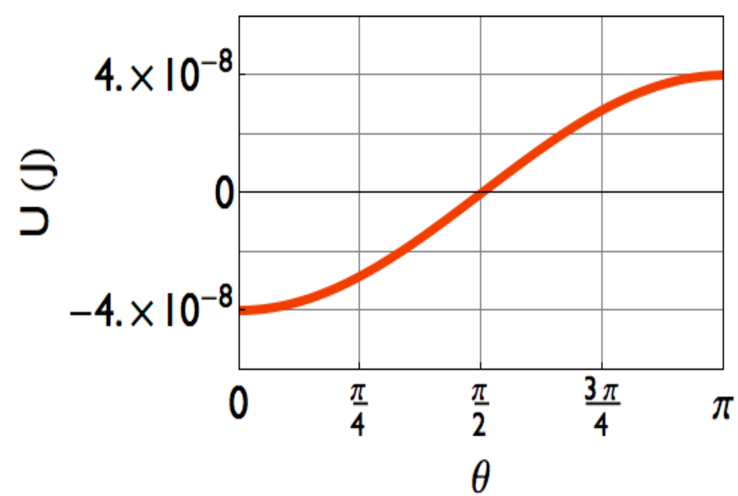
Um dipolo elétrico é submetido a um campo elétrico uniforme de módulo $E = 40$ N/C. A figura abaixo mostra o torque exercido sobre o dipolo em função do ângulo θ entre o campo elétrico e o momento dipolar.

a)Qual é o módulo do momento dipolar $\vec{p}$?

b)Esboce o gráfico da energia em função do ângulo para este dipolo.

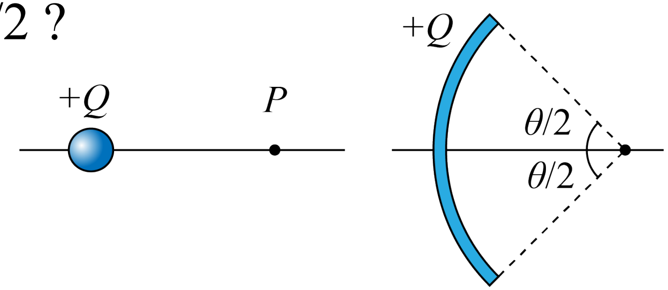


Respostas:
a) $p = 1 \times 10^{-9}$ C.m
b)



Exercício Extra 2

Na fig. a) Uma partícula de carga +Q produz um campo elétrico de módulo E_{part} no ponto P, a uma distância R da partícula. Na fig. b) a mesma carga está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de raio R, que subtende um ângulo θ. A carga do arco produz um campo elétrico E_{arco} no centro de curvatura P. Para que valor de θ teremos $E_{arco} = E_{part}/2$?



a) b)

Solução:
Encontre o campo ao longo de x para o arco e iguale com o campo da partícula puntiforme:

$$E_x^{(arco)} = k\frac{Q}{R^2}\frac{2\sin(\theta/2)}{\theta} = \left(\frac{1}{2}\right)k\frac{Q}{R^2} = \frac{1}{2}E_x^{(part)}$$

A solução gráfica desta equação está ao lado cuja solução exata é: $\theta = 217.2^o$