

# Resposta espectral de circuitos RC, RL, RLC

Gustavo de Noraes Furtado (150653)      Guilherme Hasse Urel (157946)  
João Pedro de Amorim (176131)      Rodrigo Seiji Piubeli Hirao (186837)

5 de Setembro de 2017

## Resumo

Através do seguinte experimento envolvendo circuitos RC E RLC, foram observados filtros de circuitos elétricos tipo passa-baixa e tipo passa-banda, respectivamente. E com a análise dos dados, obtidos com o auxílio do osciloscópio, pode-se gerar os Diagramas de Bode, relacionando a transmitância e a fase do circuito em função da frequência.

## 1 Introdução

Muitos dispositivos atuais fazem o uso de circuitos elétricos formados por elementos simples como resistores, indutores e capacitores. Tais elementos possibilitam a determinação de grandezas físicas básicas como a carga elétrica e suas derivadas: corrente elétrica e derivada da corrente elétrica. Devido às características dos elementos constituintes e seu arranjo, tais circuitos apresentam comportamentos de grande interesse, devido às inúmeras aplicações tecnológicas possíveis. Ao analisarmos circuitos RLC (formados por resistores, indutores e capacitores) excitados por uma fonte de corrente alternada, podemos observar a grande dependência que o sinal de saída tem com relação a frequência de excitação. Por essa característica específica tais circuitos são empregados comumente como filtros de frequência, barrando ou não determinados sinais de acordo com a frequência dos mesmos. Visando explorar o funcionamento desses filtros, suas peculiaridades e também o aprofundamento nos conceitos que regem tais fenômenos, alguns problemas foram propostos para solução através do emprego de tais circuitos. A familiarização com os circuitos de corrente alternada de uma forma geral e alguns conceitos empregados para a sua análise também se deram através da solução desses casos. A análise de resposta em frequência apresenta-se então como uma poderosa ferramenta nesse contexto, para a caracterização dos parâmetros de interesse desses sistemas.

## 2 Materiais e métodos

Neste experimento, para a montagem dos filtros do tipo passa-baixa (a partir de um circuito RC) e passa-banda (a partir de um circuito RLC), utilizamos:

### 2.1 Componentes do circuito passa-baixa e equipamentos:

- **Resistor** – Valor nominal: 1 k $\Omega$
- **Capacitor** – Valor nominal: 0,22  $\mu F$
- **Osciloscópio**
- **Gerador de Ondas**
- **Cabo BNC-banana**

### 2.2 Componentes do circuito passa-banda e equipamentos:

- **Indutor** – Valor nominal: 48,6 mH
- **Capacitor** – Valor nominal: 0,44  $\mu F$
- **Osciloscópio**

- Gerador de Ondas
- Cabo BNC-banana

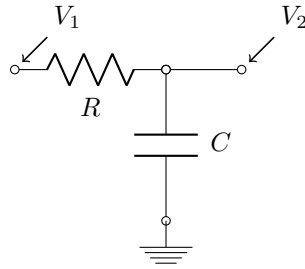


Figura 1: Circuito RC para o filtro passa-baixa

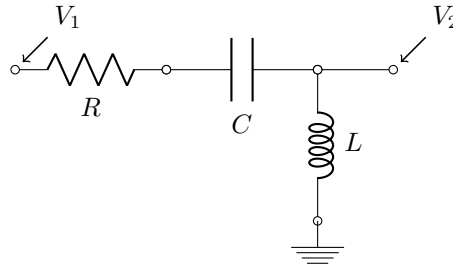


Figura 2: Circuito RLC para o filtro passa-banda

## 2.3 Cálculo

### 2.3.1 Circuito RC (Passa-Baixa)

Para o cálculo de  $T_{dB}$  foi usado a equação:

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$T_{dB} = 20\log|H(\omega)| = 20\log\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1 - (\omega RC)^2}}\right) = -10\log(1 - (\omega RC)^2)$$

E para o cálculo da fase ( $\Theta$ ) foi usado a equação:

$$\Theta = -\arg(H(\omega)) = -\arctg(\omega RC) = -\arctg(j(1 - \frac{V_1}{V_2}))$$

Com suas respectivas propagações de erros

$$\sigma_{T_{dB}} = \pm \sqrt{\left(-\frac{V_2}{V_1^2}\right)^2 \sigma_{V_1}^2 + \left(\frac{1}{V_1}\right)^2 \sigma_{V_2}^2}$$

$$\sigma_{\Theta} = \pm \sqrt{\left(\frac{V_2}{2V_2V_1 - V_1}\right)^2 \sigma_{V_1}^2 + \left(\frac{1}{V_2 - 2V_1}\right)^2 \sigma_{V_2}^2}$$

### 2.3.2 Circuito RLC (Passa-Banda)

Para o cálculo de  $T_{dB}$  foi usado a equação:

$$H(\omega) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{j\omega RC}{1 + \omega^2 LC - j\omega RC} = \frac{1}{1 - j\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC}}$$

$$T_{dB} = 20 \log |H(\omega)| = 20 \log \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC} \right)^2}} \right)$$

E para o cálculo da fase ( $\Theta$ ) foi usado a equação:

$$\Theta = -\arctg\left(\frac{1 - \omega^2 LC}{\omega RC}\right)$$

Com suas respectivas propagações de erros

$$\sigma_{T_{dB}} = \pm \sqrt{\left(-\frac{V_2}{V_1^2}\right)^2 \sigma_{V_1}^2 + \left(\frac{1}{V_1}\right)^2 \sigma_{V_2}^2}$$

$$\sigma_{\Theta} = \pm \sqrt{\left(\frac{V_2}{2V_2V_1 - V_1}\right)^2 \sigma_{V_1}^2 + \left(\frac{1}{V_2 - 2V_1}\right)^2 \sigma_{V_2}^2}$$

### 3 Resultados

$f[Hz]$	$V_1[V]$	$\sigma_{V_1}[V]$	$V_2[V]$	$\sigma_{V_2}[V]$	$T[dB]$	$\sigma_T[dB]$	$\Theta$	$\sigma_{\Theta}$
100	1	$5 \cdot 10^{-2}$	1	$5 \cdot 10^{-2}$	-0.1	0.6	-8.28	$7.07 \cdot 10^{-2}$
168.6	1.01	$5 \cdot 10^{-2}$	0.97	$5 \cdot 10^{-2}$	-0.4	0.6	-14.32	$6.98 \cdot 10^{-2}$
284.27	1	$5 \cdot 10^{-2}$	0.91	$4 \cdot 10^{-2}$	-0.8	0.6	-23.32	$6.65 \cdot 10^{-2}$
479.28	0.99	$5 \cdot 10^{-2}$	0.81	$4 \cdot 10^{-2}$	-1.7	0.6	-35.55	$7.43 \cdot 10^{-2}$
808.08	0.97	$5 \cdot 10^{-2}$	0.62	$3 \cdot 10^{-2}$	-3.9	0.6	-49.47	0.14
1,362.44	0.96	$5 \cdot 10^{-2}$	0.43	$2 \cdot 10^{-2}$	-7	0.6	-63.27	0.16
2,297.11	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	0.27	$1 \cdot 10^{-2}$	-11.1	0.6	-73.72	$3.05 \cdot 10^{-2}$
3,872.98	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	0.17	$9 \cdot 10^{-3}$	-15.4	0.6	-79.41	$1.36 \cdot 10^{-2}$
6,529.94	0.97	$5 \cdot 10^{-2}$	0.1	$6 \cdot 10^{-3}$	-19.7	0.6	-83.66	$7.29 \cdot 10^{-3}$
11,009.64	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	-24.2	0.7	-84.85	$4.07 \cdot 10^{-3}$
18,562.51	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	$3.6 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	-28.7	0.8	-87.8	$2.52 \cdot 10^{-3}$
31,296.82	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	$2.2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	-33.1	0.9	-88.31	$1.56 \cdot 10^{-3}$
52,767.19	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	$1.3 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	-37	1	-88.67	$1.23 \cdot 10^{-3}$
88,966.72	0.99	$5 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	-42	2	-88.4	$6.52 \cdot 10^{-4}$
$1.5 \cdot 10^5$	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	-46	2	-86.38	$5.73 \cdot 10^{-4}$

Figura 3: Tabela do circuito passa baixa

$f[Hz]$	$V_1[V]$	$\sigma_{V_1}[V]$	$V_2[V]$	$\sigma_{V_2}[V]$	$T[dB]$	$\sigma_T[dB]$	$\Theta$	$\sigma_{\Theta}$
16.84	1.02	$5 \cdot 10^{-2}$	$2.8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	-31.2	0.8	90.85	$8.75 \cdot 10^{-3}$
28.36	1.02	$5 \cdot 10^{-2}$	$4.5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	-27.2	0.7	90.41	$1.15 \cdot 10^{-2}$
47.77	1.01	$5 \cdot 10^{-2}$	$7.7 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	-22.4	0.7	86.39	$1.64 \cdot 10^{-2}$
80.44	1.01	$5 \cdot 10^{-2}$	0.12	$7 \cdot 10^{-3}$	-18.3	0.6	83.41	$2.33 \cdot 10^{-2}$
135.47	1.01	$5 \cdot 10^{-2}$	0.2	$1 \cdot 10^{-2}$	-13.9	0.6	78.29	$3.73 \cdot 10^{-2}$
228.15	1	$5 \cdot 10^{-2}$	0.33	$2 \cdot 10^{-2}$	-9.5	0.6	69.96	$8.53 \cdot 10^{-2}$
384.23	0.99	$5 \cdot 10^{-2}$	0.52	$3 \cdot 10^{-2}$	-5.7	0.6	57	0.91
647.08	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	0.73	$3 \cdot 10^{-2}$	-2.6	0.6	38.94	$9.79 \cdot 10^{-2}$
1,089.76	0.97	$5 \cdot 10^{-2}$	0.89	$4 \cdot 10^{-2}$	-0.8	0.6	14.53	$7.31 \cdot 10^{-2}$
1,835.27	0.98	$5 \cdot 10^{-2}$	0.92	$4 \cdot 10^{-2}$	-0.5	0.6	-10.08	$6.98 \cdot 10^{-2}$
3,090.79	0.99	$5 \cdot 10^{-2}$	0.78	$4 \cdot 10^{-2}$	-2.1	0.6	-32.93	$8.63 \cdot 10^{-2}$
5,205.23	1.01	$5 \cdot 10^{-2}$	0.56	$3 \cdot 10^{-2}$	-5.1	0.6	-54	0.31
8,766.17	1.02	$5 \cdot 10^{-2}$	0.36	$2 \cdot 10^{-2}$	-9	0.6	-68.09	0.11
14,763.18	1.02	$5 \cdot 10^{-2}$	0.22	$1 \cdot 10^{-2}$	-13.4	0.6	-77.44	$4.14 \cdot 10^{-2}$
24,862.8	1.02	$5 \cdot 10^{-2}$	0.13	$7 \cdot 10^{-3}$	-18.3	0.6	-83.38	$2.34 \cdot 10^{-2}$
41,871.64	1.03	$5 \cdot 10^{-2}$	$6.4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$	-24.2	0.7	-86.16	$1.42 \cdot 10^{-2}$

Figura 4: Tabela do circuito passa banda

### 3.1 Diagramas de Bode

Para cada filtro, por meio do script em Python disponibilizado em laboratório, foi possível obter os gráficos da Transmitância (medida em decibéis) e da resposta em fase do circuito (medida em graus) (Diagrama de Bode). Para ambos os gráficos, coletamos 15 pontos.

#### 3.1.1 Passa Baixa

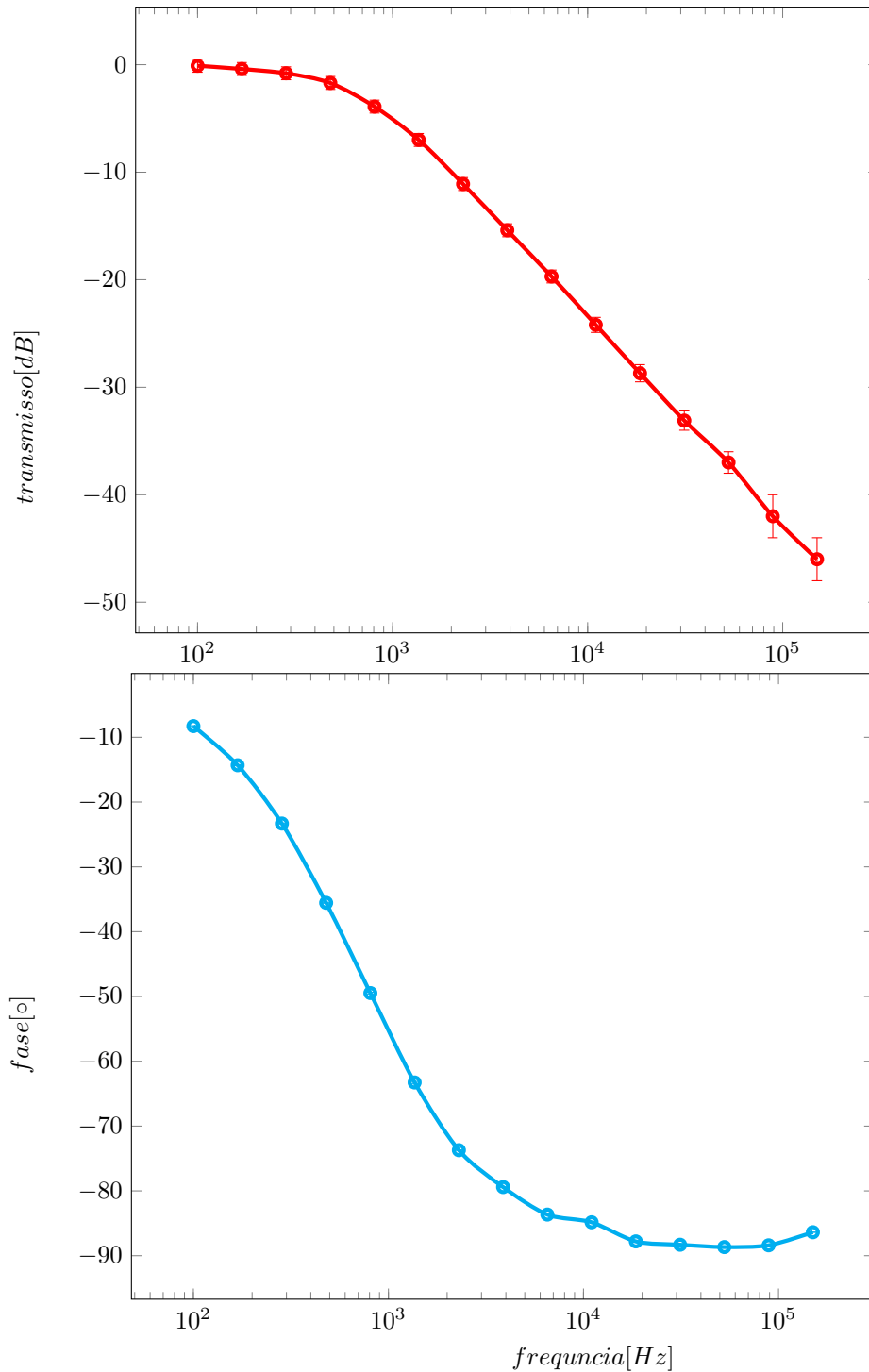


Figura 5: Gráfico de Bode do circuito passa-baixa

### 3.1.2 Passa Banda

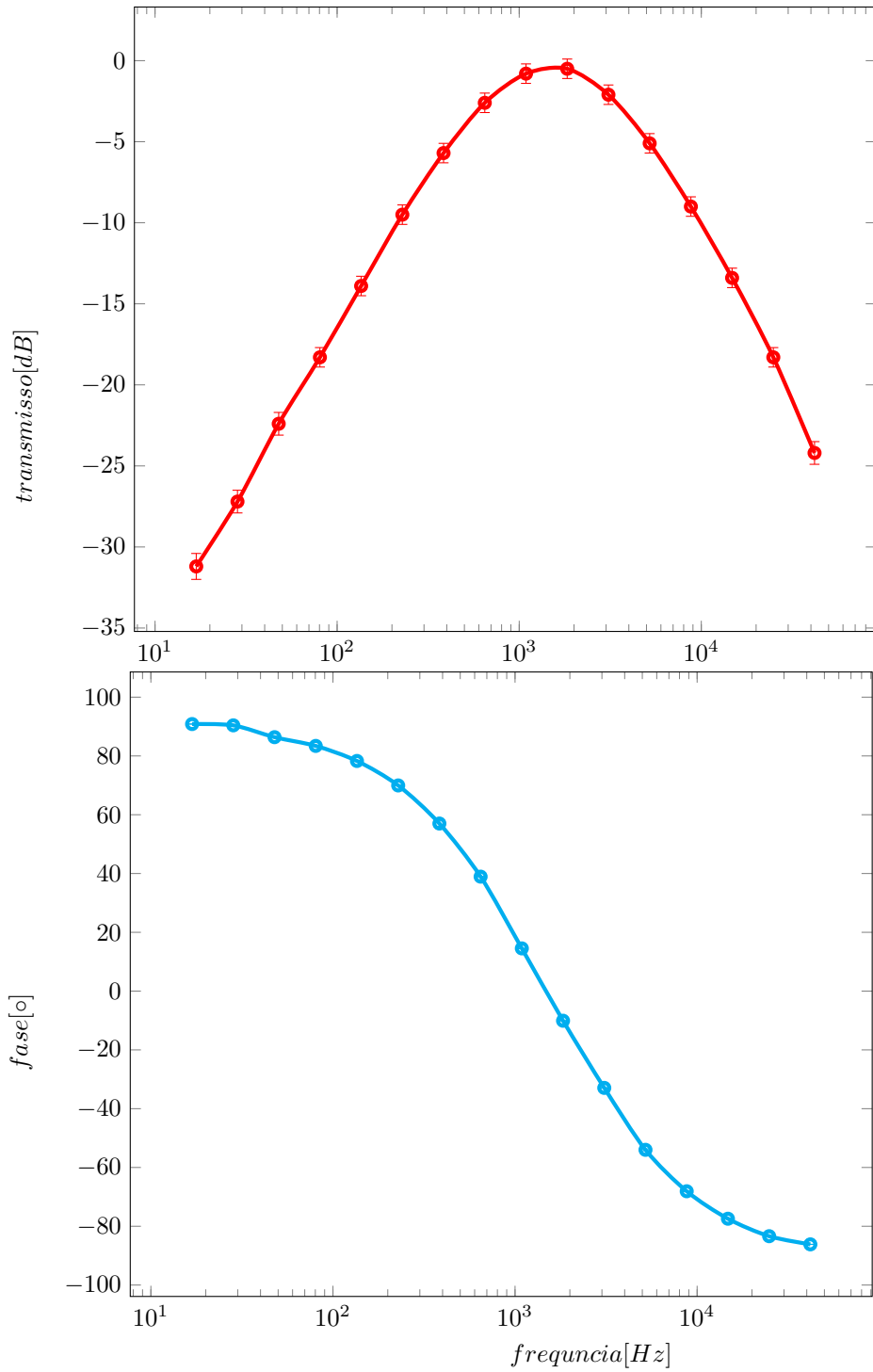


Figura 6: Gráfico de Bode do circuito passa-banda

## 4 Discussão

### 4.1 Passa-baixa RC

O filtro passa-baixa RC possui, como função de transferência ( $H(w)$ ), a seguinte expressão:  $H(w) = \frac{1}{1-jwRC}$ . Assim, a transmitância, em dB, é dada por  $T = 20 \log(\frac{1}{\sqrt{1+(wRC)^2}})$ . A fase, por sua vez, é dada por  $\theta = -\arctg(wRC)$  e a frequência de corte, dada por  $f_c = \frac{1}{RC}$ . A partir dessas expressões, é possível significar o

que se passa no diagrama de Bode do filtro passa baixa: Para frequências maiores que a frequência de corte ( $w \gg w_c$ ), ou seja, sinais de alta frequência o capacitor apresenta baixa reatância,  $X_C \ll R$  e seu comportamento é o de um curto-circuito. Logo, grande parte da tensão de entrada estará sobre o resistor e a tensão sobre o capacitor de saída será quase nula. Assim, o circuito impede a passagem de sinais de alta frequência - o que é perceptível pela atenuação crescente após a frequência de corte ( $f_c = \frac{1}{RC} = 0,22 \cdot 10^{-3} Hz$ ) na curva de transmitância. Por sua vez, para frequências menores que a frequência de corte, ( $w \ll w_c$ ), o capacitor apresenta alta reatância,  $X_C \gg R$  e seu comportamento é o de um circuito aberto. Desta forma, grande parte da tensão de entrada estará sobre o capacitor de saída. Logo, o circuito deixa passar sinais de baixa frequência.

## 4.2 Passa-banda RLC

O filtro passa-banda RLC possui, como função de transferência ( $H(w)$ ), a seguinte expressão  $H(w) = \frac{1}{1 - (j \frac{1-w^2 LC}{w RC})^2}$ .

A transmitância, em dB, é dada por  $T = 20 \log(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1-w^2 LC}{w RC}^2}})$ . A fase é dada por  $\theta = \arctg \frac{1-w^2 LC}{w RC}$ . No circuito passa baixa, temos duas frequências de corte e uma frequência central, dadas, respectivamente, por  $w_{c1} = \frac{-RC + \sqrt{RC^2 + 4LC}}{2LC}$   $w_{c2} = \frac{+RC + \sqrt{RC^2 + 4LC}}{2LC}$   $w_{central} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ . Traduzindo esses conceitos para o diagrama de bode, temos que para frequências menores que a frequência de corte 1 ( $w \ll w_{c1}$ ): o indutor do circuito da apresenta baixa reatância indutiva e tende a comportar-se como um curto-circuito, porém, o capacitor apresenta alta reatância capacitiva e tende a comportar-se como um circuito aberto. Desta forma, grande parte da tensão de entrada estará sobre o capacitor e a tensão sobre o resistor de saída será muito baixa, ou seja, o sinal será atenuado. Assim, o circuito impede a passagem de sinais de baixa frequência.

Para frequências maiores que a frequência de corte 2 ( $w \gg w_{c2}$ ): o capacitor apresenta baixa reatância capacitiva e comporta-se como um curto-circuito, porém, o indutor apresenta alta reatância indutiva e comporta-se como um circuito aberto. Desta forma, grande parte de tensão de entrada estará sobre o indutor e a tensão sobre o resistor de saída será muito baixa, ou seja, o sinal será atenuado. Portanto, o circuito impede a passagem de sinais de alta frequência.

Para sinais de frequências intermediárias, ou seja, sinais cujas frequências estiverem numa faixa próxima à frequência central do filtro, o indutor e o capacitor juntos apresentarão baixa reatância e tenderão a comportarem-se como um curto circuito. Desta forma, grande parte da tensão de entrada estará sobre o resistor de saída. Deste modo o circuito deixa passar sinais dentro de uma determinada faixa de frequência.

## 5 Referências

Análise de Circuitos - Teoria e Prática - Vol. 2 - Miller, Wilhelm C. / Robbins, Allan H.