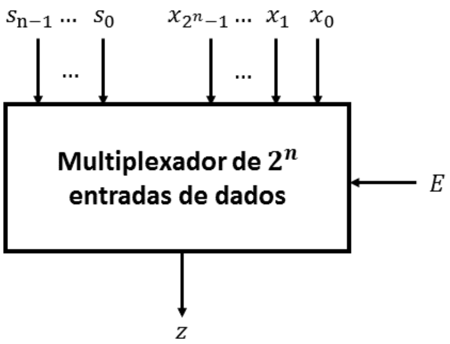
Notas da Aula 14 – Multiplexadores e Demultiplexadores

- Relembrando o que já foi dito no tópico anterior, os sistemas digitais são comumente implementados a partir de módulos- padrão, disponíveis como componentes de biblioteca de dispositivos. Neste tópico, estudaremos os multiplexadores e os demultiplexadores.

- <u>Multiplexador (seletor):</u> um multiplexador é um sistema (módulo) combinacional com 2^n entradas de dados $\underline{x} = (x_{2^n-1}, \dots, x_0)$, n entradas de controle $\underline{s} = (s_{n-1}, \dots, s_0)$, uma entrada de habilitação E e uma saída de dados z. Em cada instante, ele executa a seguinte função: a saída z exibe uma das entradas de dados selecionada pelas n entradas de controle, ou seja, os possíveis valores da entrada de controle $\underline{s}$ são interpretados como a representação binária de algum número inteiro s (entre 0 a $2^n - 1$) e a saída deve ser igual a x_s. A figura abaixo ilustra esse módulo.



- Segue uma descrição de alto nível de um multiplexador de 2^n entradas de dados:

Entradas: $\underline{x} = (x_{2^n-1}, \dots, x_0)$, $x_i \in \{0, 1\}$

$\underline{s} = (s_{n-1}, \dots, s_0)$, $s_j \in \{0, 1\}$

$E \in \{0, 1\}$

Saída: $z \in \{0, 1\}$

Função: $z = \begin{cases} x_s, & \textbf{\textit{se}}\ E = 1 \\ 0, & \textbf{\textit{se}}\ E = 0 \end{cases}$

em que $s = \sum_{j=0}^{n-1} s_j \, 2^j$

- Segue uma descrição binária de um multiplexador de 2^n entradas de dados:

Entradas: $\underline{x} = (x_{2^n-1}, \dots, x_0)$, $x_i \in \{0, 1\}$

$\underline{s} = (s_{n-1}, \dots, s_0)$, $s_j \in \{0, 1\}$

$E \in \{0, 1\}$

Saída: $z \in \{0, 1\}$

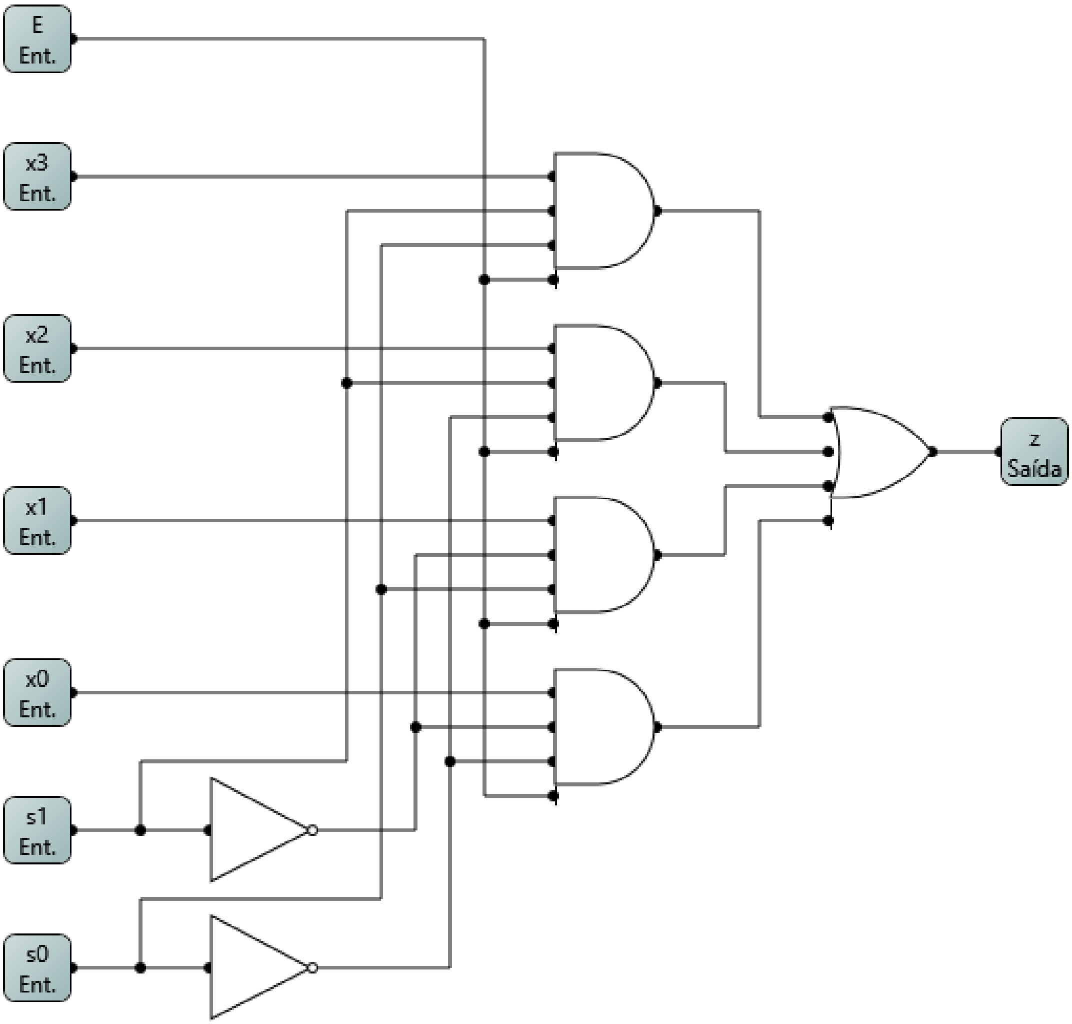
Função: $z = E \cdot \left[\sum_{i=0}^{2^n-1} x_i m_i(\underline{s})\right]$

em que $m_i(\underline{s})$ é o i-ésimo mintermo das n entradas de controle.

- Como exemplo, um multiplexador de quatro entradas é descrito na forma tabular, com a expressão de chaveamento correspondente e com a rede de portas lógicas.

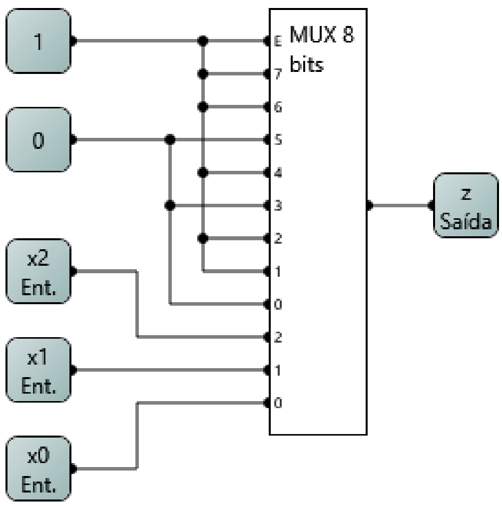
E	s_1	s_0	z
1	0	0	x_0
1	0	1	x_1
1	1	0	x_2
1	1	1	x_3
0	-	-	0

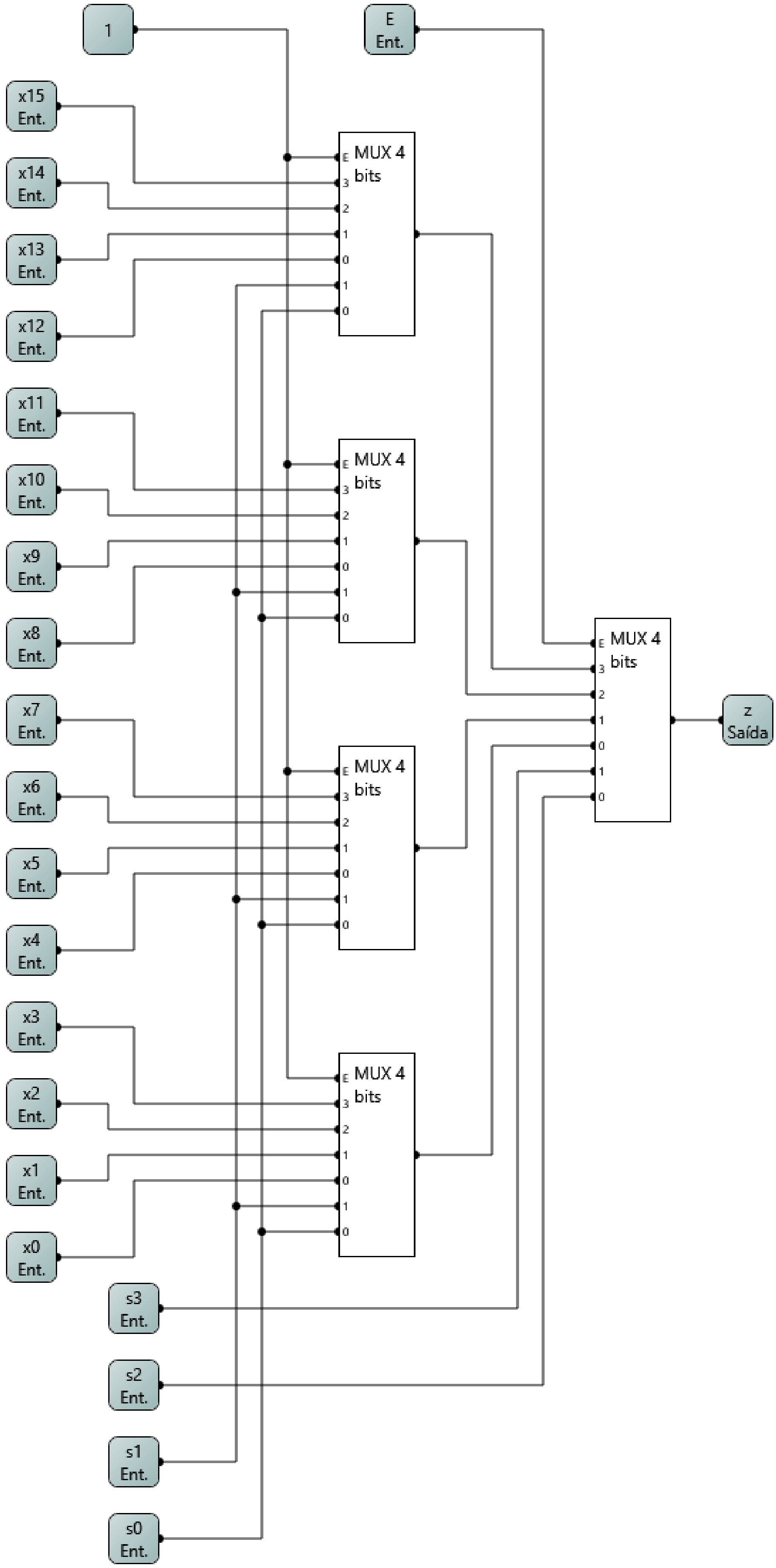
$$\mathrm{z} = E \cdot (x_0 m_0 + x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3)$$
$$= E \cdot (x_0 s'_1 s'_0 + x_1 s'_1 s_0 + x_2 s_1 s'_0 + x_3 s_1 s_0)$$



- <u>Árvores multiplexadoras:</u> um multiplexador com um número de entradas grande pode ser implementado a partir de um conjunto de multiplexadores com entradas menores. Para ilustrar isso, vamos implementar um multiplexador de 16 entradas a partir de módulos multiplexadores de 4 entradas, como mostra a figura da página seguinte. Uma rede de 16 entradas de dados necessita de 4 entradas de controle: $\underline{s} = (s_3, s_2, s_1, s_0)$. Esse vetor de controle é dividido em dois outros vetores: $\underline{s}_{esq} = (s_3, s_2)$ e $\underline{s}_{dir} = (s_1, s_0)$. O vetor $\underline{s}_{dir}$ é conectado às entradas de controle de todos os módulos na primeira camada da árvore, ou seja, a mesma posição de entrada de dados é selecionada em cada um desses módulos. O outro vetor, $\underline{s}_{esq}$, é conectado às entradas de controle do módulo na segunda camada da árvore. Com isso, é selecionada uma das 4 entradas que já foram pré-selecionadas na camada anterior. Por exemplo, se $\underline{s} = (1, 0, 0, 1)$, então $\underline{s}_{esq} = (1, 0)$ e $\underline{s}_{dir} = (0, 1)$; logo, as saídas dos multiplexadores da primeira camada são x_1, x_5, x_9, x_{13}, das quais x_9 é selecionada na segunda camada, ou seja, para $s = 9$, a saída é x_9.

- <u>Multiplexador como módulo combinacional universal:</u> um multiplexador de 2^n entradas pode ser usado para implementar qualquer função de chaveamento $z(x_{n-1}, \dots, x_0)$ de n variáveis. Para isso, basta conectar as variáveis $\underline{x}$ da função às entradas de controle do multiplexador e, depois, definir as entradas de dados do mesmo com os valores da função para as atribuições correspondentes. Por outro lado, ao usar parte das entradas de dados para uma das variáveis da função, um multiplexador 2^n entradas também pode implementar qualquer função de chaveamento $z(x_n, \dots, x_0)$ de $n+1$ variáveis. Para ilustrar as duas abordagens, consideremos a função $z(x_2, x_1, x_0) = \sum m(1, 2, 4, 6, 7)$.
- Com um multiplexador de 2^3 entradas, obtém-se:

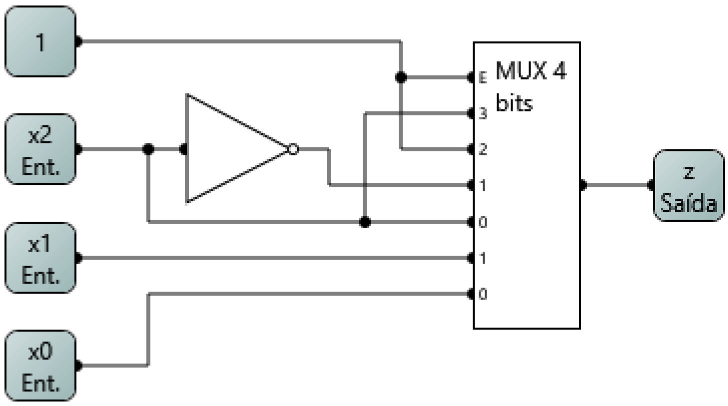



1
E
Ent.
x15
Ent.
x14
Ent.
x13
Ent.
x12
Ent.
x11
Ent.
x10
Ent.
x9
Ent.
x8
Ent.
x7
Ent.
x6
Ent.
x5
Ent.
x4
Ent.
x3
Ent.
x2
Ent.
x1
Ent.
x0
Ent.
s3
Ent.
s2
Ent.
s1
Ent.
s0
Ent.
MUX 4 bits
MUX 4 bits
MUX 4 bits
MUX 4 bits
MUX 4 bits
z
Saída

- Com um multiplexador de 2^2entradas é necessário realizar a seguinte simplificação:

$$
\begin{aligned}
z(x_2, x_1, x_0) &= \sum m(1,2,4,6,7) \\
&= x'_2 x'_1 x_0 + x'_2 x_1 x'_0 + x_2 x'_1 x'_0 + x_2 x_1 x'_0 + x_2 x_1 x_0 \\
&= x'_2(x'_1 x_0) + x'_2(x_1 x'_0) + x_2(x'_1 x'_0) + x_2(x_1 x'_0) + x_2(x_1 x_0) \\
&= x'_2 m_1 + x'_2 m_2 + x_2 m_0 + x_2 m_2 + x_2 m_3 \\
&= x_2 m_0 + x'_2 m_1 + (x'_2 + x_2) m_2 + x_2 m_3 \\
&= x_2 m_0 + x'_2 m_1 + 1 \cdot m_2 + x_2 m_3
\end{aligned}
$$

- A partir dessa decomposição, obtém-se:



- <u>Exercício proposto:</u> um demultiplexador de 2^n saídas é um sistema combinacional com n entradas de controle $\underline{s} = (s_{n-1}, \dots, s_0)$, uma entrada de dados x e 2^n saídas de dados $\underline{y} = (y_{2^n-1}, \dots, y_0)$. Esse módulo executa a função inversa de um multiplexador: ele transfere a informação da entrada de dados para uma das saídas selecionada de acordo com a entrada de controle, enquanto as outras saídas permanecem zero. Uma entrada adicional E é usada para facilitar a implementação de módulos demultiplexadores. A tabela abaixo representa a função de um demultiplexador de 4 saídas. A partir dela, forneça a expressão de chaveamento para cada saída. Desenhe a rede de portas lógicas desse demultiplexador.

E	s_1	s_0	s	y_3	y_2	y_1	y_0
1	0	0	0	0	0	0	x
1	0	1	1	0	0	x	0
1	1	0	2	0	x	0	0
1	1	1	3	x	0	0	0
0	-	-	-	0	0	0	0

- <u>Exercício proposto:</u> implemente a função $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum m(1,3,4,9,14,15)$ usando um multiplexador de 16 entradas. Agora implemente a mesma função usando um multiplexador de 8 entradas.

Resposta possível (mas não única) para o de 8 entradas: x_2, x_1, x_0 nas entradas de controle e nas entradas de dados, as variáveis de acordo com a seguinte expressão:

$$f(x_3, x_2, x_1, x_0) = 1 \cdot m_1 + x'_3 \cdot m_3 + x'_3 \cdot m_4 + x_3 \cdot m_6 + x_3 \cdot m_7$$

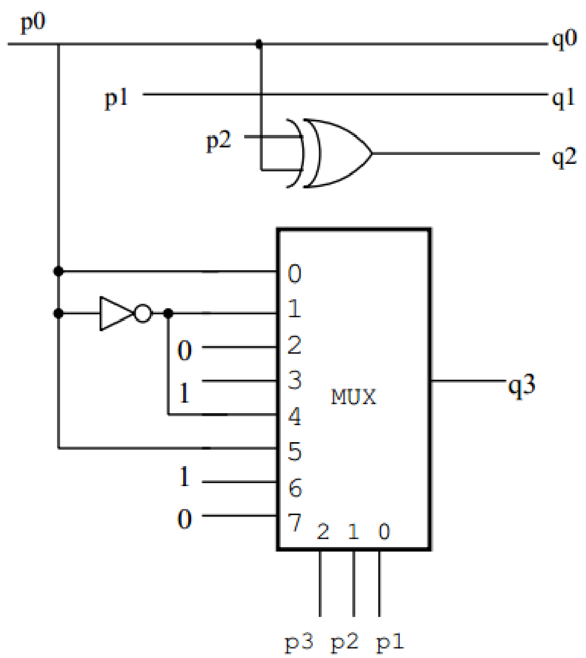
- <u>Exercício proposto (mais elaborado):</u> dois sistemas digitais, A e B, usam códigos não convencionais para representar números inteiros entre 0 e 15 da seguinte forma:

- O sistema A representa o número n como $p = 3n \, mod \, 16$, e p é representado pelo vetor $\underline{p}$ em código binário. Por exemplo, para $n = 3$, $p = 9 \, mod \, 16 = 9 = (1001)$ e para $n = 13$, $p = 39 \, mod \, 16 = 7 = (0111)$.
- Já o sistema B representa o número inteiro m como $q = 7m \, mod \, 16$, em que o código de q é binário também. Por exemplo, $m = 6$, $q = 42 \, mod \, 16 = 10 = (1010)$.

Para vincular os sistemas A e B é necessário um sistema combinacional para converter um número inteiro entre 0 e 15 no código A para o código B correspondente. Projete esse sistema usando:

(a) Um multiplexador de 8 entradas e uma porta XOR de 2 entradas;

Resp:



(b) Um decodificador de 4 entradas e um codificador de 16 entradas.

Resp: