

Schriftelijk tentamen **CTB2210**  
**ConstructieMechanica 3**  
Totaal aantal pagina's **23 pagina's excl voorblad**  
Datum en tijd **30-01-2017 van 13:30-16:30 uur**  
Verantwoordelijk docent **J.W. (Hans) Welleman**

*Alleen het op dit uitwerkformulier geschreven werk / antwoord wordt beoordeeld,  
tenzij onder 'aanvullende informatie' anders is aangegeven.*

**Tentamenvragen** (in te vullen door examiner)

Totaal aantal tentamenvragen: 5, allen open vragen

☐ alle vragen tellen even zwaar☒ de vragen hebben verschillende gewicht (het gewicht is in tijd weergegeven)**Gebruik hulpmiddelen en informatiebronnen tijdens tentamen** (in te vullen door examiner)**Niet** toegestaan:

- Nietje loshalen
- Mobiele telefoon, smart Phone of apparaten met vergelijkbare functies.
- Antwoord geschreven met rode pen of met potlood.
- Hulpmiddelen en/of informatiebronnen tenzij hieronder anders vermeld.

## Toegestaan:

- ☐ boeken ☐ aantekeningen ☐ woordenboeken ☐ dictaten  
☐ formulebladen (zie ook onder aanvullende informatie) ☒ rekenmachines ☐ computer  
☒ grafische rekenmachine ☒ tekenmaterialen waaronder een passer

**Aanvullende informatie** (eventueel in te vullen door examiner)

...

**Uiterlijke datum nakijken tentamen:** (de uiterlijke nakijktermijn is 15 werkdagen)

Elk vermoeden van fraude wordt  
gemeld bij de examencommissie.

**NIETJE NIET LOSHALEN !!**

**Mobiel UIT en  
opgeborgen in tas**

--	--	--	--	--	--	--	--

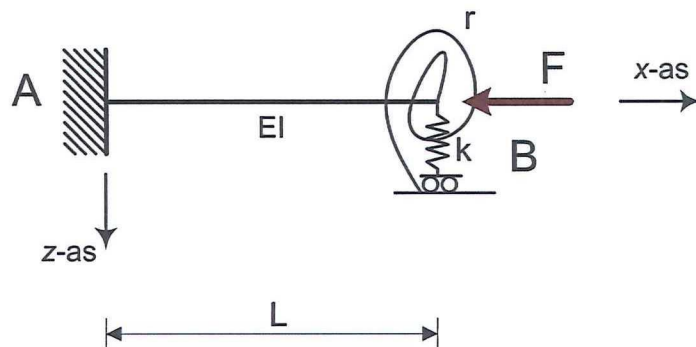
**Opgave 1: Theorie**

(ongeveer 40 minuten)

**Onderdeel 1 : Stabiliteit**

( ca 20 min)

In de onderstaande figuur is een deels ingeklemde ligger gegeven die op druk wordt belast. In A is de ligger ingeklemd en in B verend ondersteund en verend ingeklemd met een translatieveer  $k$  en een rotatieveer  $r$ .



Vragen:

- a) Geef kort aan uit welke stappen de bepaling van de kniklast bestaat en wat u op voorhand daarbij weet/aanneemt.

→ DV voor buigingsknik gebruiken, als model  $EI w'''' + F w'' = 0$

→ Randvoorwaarden opstellen (4 stuks)

→ Er ontstaat een homogeen stelsel vergelijkingen

→ Niet-triviale oplossing als de determinant van het stelsel 0 is.

→ Transcendente vergelijking voor kniklast

→ Iteratief de kniklast bepalen of een passende benaderingsformule zoeken → ingenieursformule

→ Vorm kan worden bepaald, maar niet de uitwijking

→ Kniklast kan worden gevonden.

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►

- b) Stel de bijbehorende vergelijking(en) op en geef aan welke onbekende(n) daarmee kunnen worden bepaald.

4 onbekenden: integratie constanten en de kniklast.

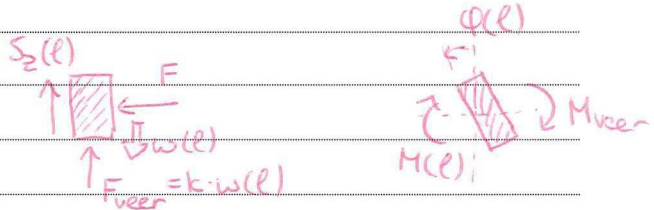
1 integratie constante blijft onbekend.

$x=0: w(0)=0$

$\varphi(0)=0$

$x=l: S_2(l) + k \cdot w(l) = 0$

$M(l) + r \cdot \varphi(l) = 0$



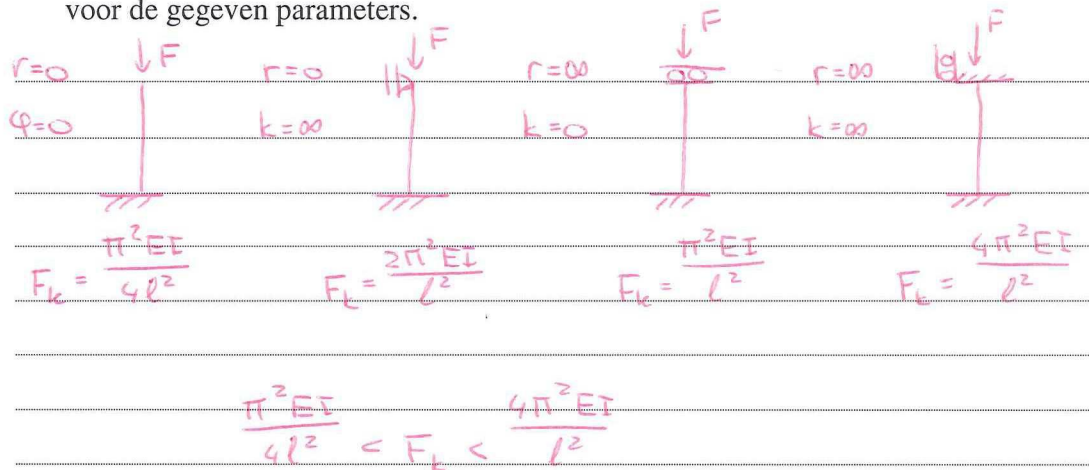
met:

$w(x) = C_1 \cos(\alpha x) + C_2 \sin(\alpha x) + C_3 x + C_4$  en  $\alpha^2 = \frac{F}{EI}$

$\varphi(x) = -w'(x)$

$S_2(x) = -F \cdot C_2$

- c) Geef een afschatting van de grenzen waarbinnen de kniklast zich moet bevinden voor de gegeven parameters.

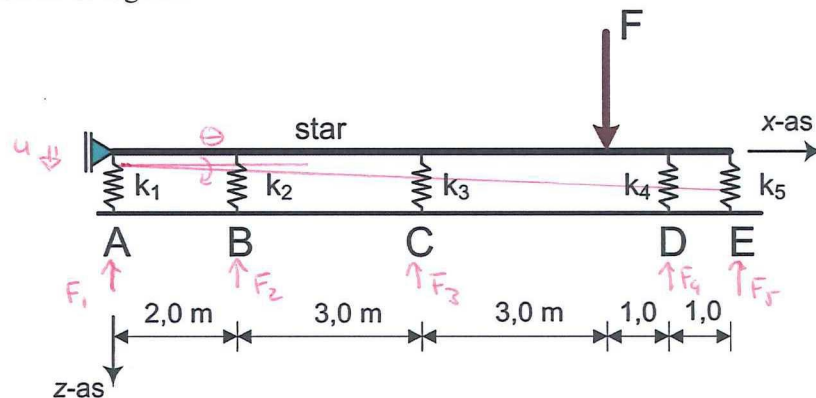


--	--	--	--	--	--	--

Onderdeel 2 : Verplaatsingenmethode

( ca 20 min)

De onderstaande starre ligger wordt ondersteund met 5 translatieveren. Aan de linker zijde is de ligger opgelegd door middel van een verticale roloplegging. De belasting is aangegeven in de figuur.



Gegeven :  $F = 2580 \text{ kN}$ ;  $k_1 = 100 \text{ kN/m}$ ;  $k_2 = 2k_1$ ;  $k_3 = 3k_1$ ;  $k_4 = 4k_1$ ;  $k_5 = 5k_1$ ;

- d) Welke onbekende(n) kiest U om de krachtsverdeling in de veren te bepalen met behulp van de verplaatsingenmethode?

Kies  $u$  en  $\theta$  (2 dof's)

$$F_1 = k_1 u$$

$$F_4 = k_4 (u + 9\theta)$$

$$F_2 = k_2 (u + 2\theta)$$

$$F_5 = k_5 (u + 10\theta)$$

$$F_3 = k_3 (u + 5\theta)$$

Voor vervolg opgave 1 zie volgend blad ►



--	--	--	--	--	--	--	--

- e) Stel de noodzakelijke vergelijking(en) op waarmee deze onbekenden kunnen worden opgelost.

$$\textcircled{1} \sum F_v = 0 \rightarrow F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 - F = 0$$

$$\textcircled{2} \sum T_A = 0 \rightarrow F_2 \cdot 2 + F_3 \cdot 5 + F_4 \cdot 9 + F_5 \cdot 10 - F \cdot d = 0$$

Invullen:

$$\textcircled{1} 100 \cdot u + 200(u + 2\theta) + 300(u + 5\theta) + 400(u + 9\theta) + 500(u + 10\theta) - F = 0$$

$$\Rightarrow 1500u + 10500\theta - 2500 = 0$$

$$\textcircled{2} 200(u + 2\theta) \cdot 2 + 300(u + 5\theta) \cdot 5 + 400(u + 9\theta) \cdot 9 + 500(u + 10\theta) \cdot 10 - dF = 0$$

$$\Rightarrow 10500u + 90700\theta - 20640 = 0$$

- f) Los de onbekende(n) op.

$$\theta = \frac{3}{20} = 0,15$$

$$u = \frac{67}{100} = 0,67$$

- g) Bepaal de grootte van de kracht in veer 1 en 5 en geef aan of het hier om een trek of een drukkracht gaat.

$$F_1 = k_1 \cdot u = 100 \cdot \frac{67}{100} = 67 \text{ kN} \quad \text{druk}$$

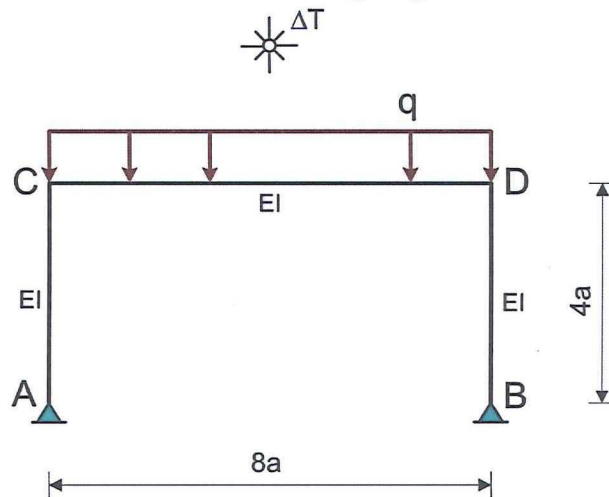
$$F_5 = k_5 (u + 10\theta) = 1005 \text{ kN} \quad \text{druk}$$

--	--	--	--	--	--	--

**Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies**

(ongeveer 40 minuten)

De onderstaande spantconstructie wordt aan de buitenzijde opgewarmd. Het spant wordt tevens belast op de bovenregel CD met een gelijkmatig verdeelde belasting  $q$  zoals aangegeven in de figuur. Alle staven hebben dezelfde materiaal eigenschappen en doorsnede  $b \times h$ . De doorsnede is zo geplaatst dat deze op buiging om de sterke as wordt belast. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegeven :  $\Delta T = 30^\circ$ ;  $\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ;  $q = 8 \text{ kN/m}$ ;  
 $a = 1,0 \text{ m}$ ;  $h = 0,6 \text{ m}$ ;  $EI = 32000 \text{ kNm}^2$ ;

Vragen:

- a) Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de gelijkmatig verdeelde belasting  $q$ .

Niet verplaatsbaar i.v.m. symmetrie  
 1 onb.  $\rightarrow$  1 vergelijking (symmetrie)

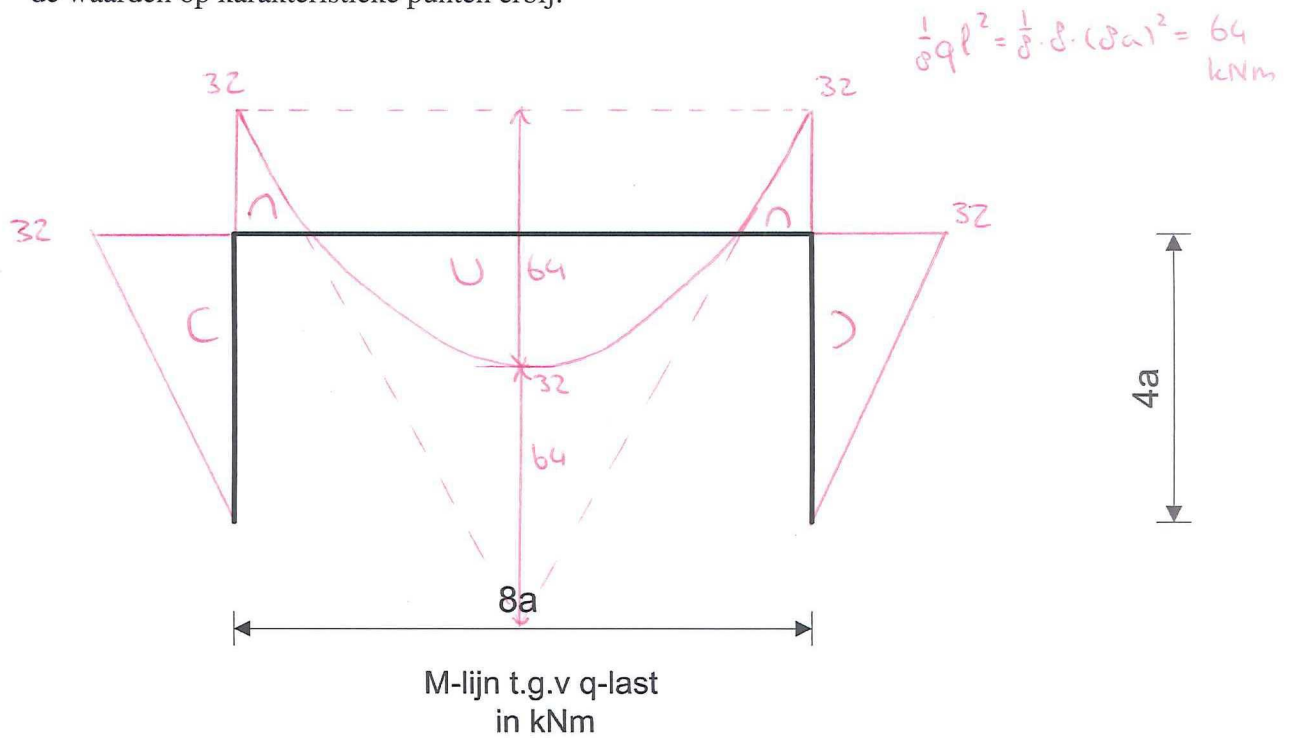
$$\varphi_{AC} = \varphi_{CD} - \frac{M \cdot 4a}{3EI} = \frac{M \cdot 8a}{3EI} + \frac{M \cdot 4a}{6EI} - \frac{q \cdot (4a)^3}{24EI}$$

Invullen:  $M = \frac{32}{45} \text{ kNm}$

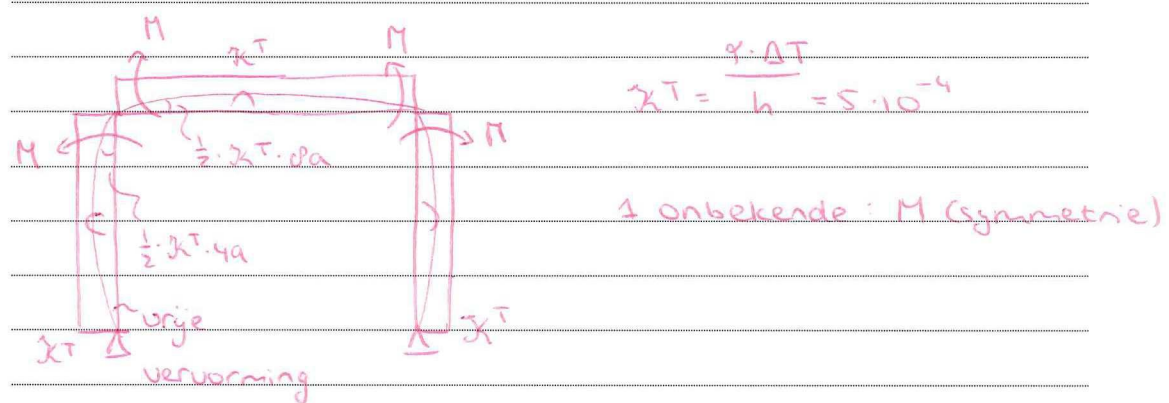
Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

- b) Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.



- c) Bepaal de momentenverdeling t.g.v. alleen de temperatuursbelasting.



$$\frac{M \cdot 4a}{3EI} - \frac{1}{2} \cdot X_T \cdot 4a = - \frac{M \cdot 8a}{3EI} + \frac{1}{2} \cdot X_T \cdot 8a - \frac{M \cdot 8a}{6EI}$$

Invoeren:  $M = 10 \text{ kNm}$

Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--	--

---

---

---

---

---

---

---

---

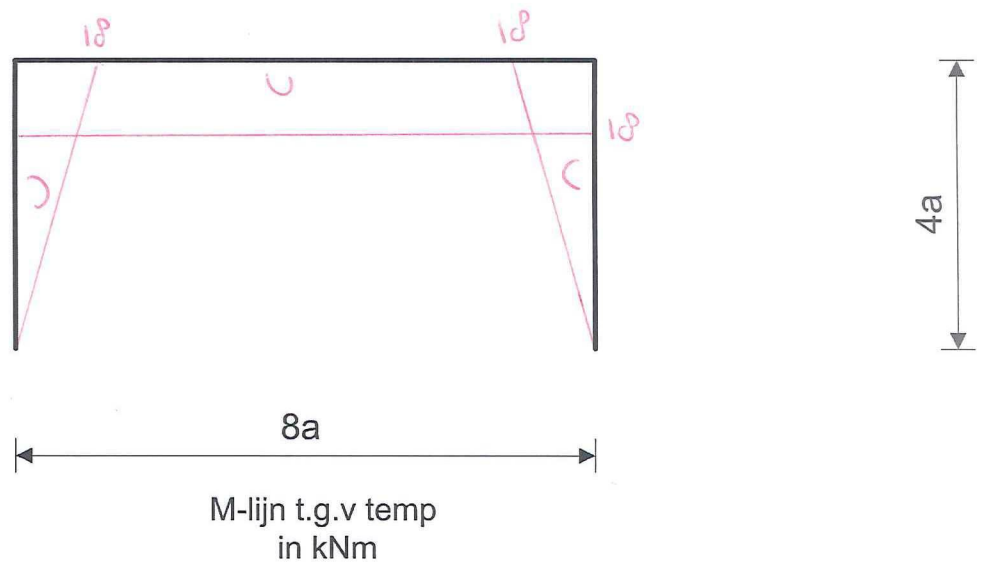
---

---

---

---

- d) Teken de momentenlijn voor deze belasting inclusief vervormingstekens en schrijf de waarden op karakteristieke punten erbij.



Voor vervolg opgave 2 zie volgend blad ►



--	--	--	--	--	--	--	--

e) Welke uitspraken zijn correct?

[markeer indien correct]

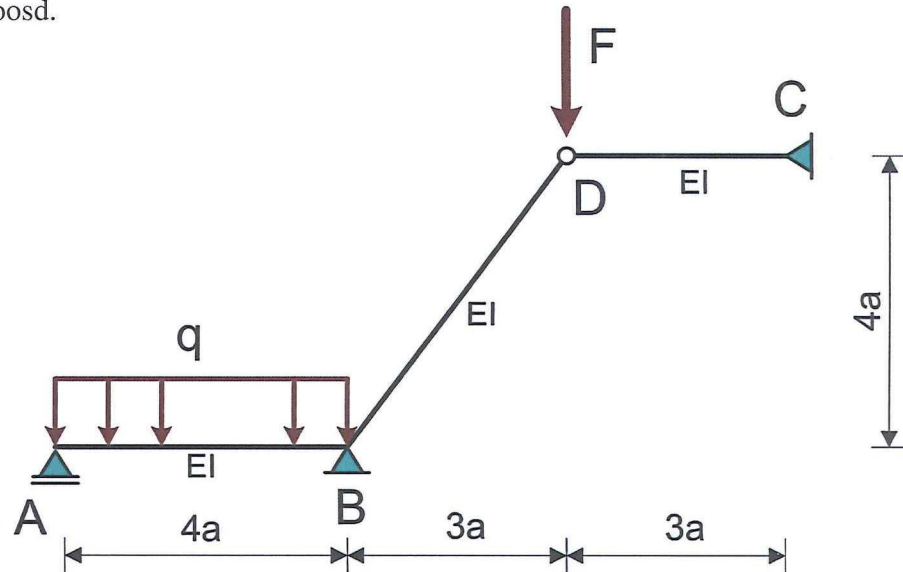
- ☒ Het moment in C t.g.v. alleen  $q$  is afhankelijk van  $a$
- ☐ Het moment in C t.g.v. alleen de temperatuurslast is afhankelijk van  $a$
- ☐ Het superpositie beginsel geldt niet voor de genoemde belastingen.

--	--	--	--	--	--	--	--

**Opgave 4 : Stabiliteit**

(ongeveer 30 minuten)

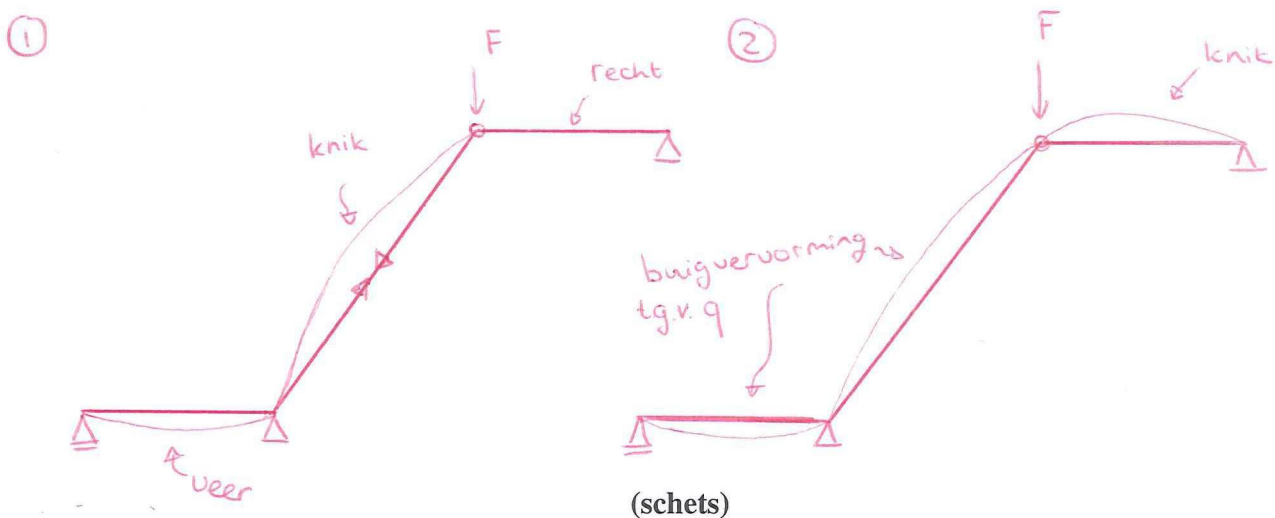
De onderstaande constructie bestaat uit een schuine kolom BD die in D gesteund wordt door een horizontale *pendelstaaf* en in B momentvast verbonden is met de ligger AB. Alle buigstijfheden zijn gelijk. De gelijkmatig verdeelde belasting  $q$  op veld AB is permanent aanwezig. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gegevens:  $a = 1,0 \text{ m}$ ;  $EI = 1000 \text{ kNm}^2$ ;  $q = 36 \text{ kN/m}$ ;  $F = 100 \text{ kN}$ ;

Vragen:

- a) Teken de knikvorm(en) van deze constructie. Geef duidelijk aan welke delen mogelijk uitknikken en welke delen alleen buigen.



Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

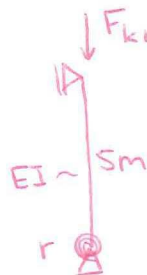
--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier van het tentamen :

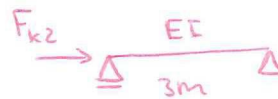
CM3, 30 jan 2017

- b) Geef een schets van de rekenmodel(len) om de bijbehorende knikkracht van deze delen te bepalen en bepaal alle noodzakelijke parameters in uw model(len) en geef deze aan in de schets.

① Geschoord (verend)



② Geschoord (Euler)



Knikkracht van de elementen BD en CD (niet gelijk aan de uitwendige belasting!)

$$r = \frac{3EI}{4a} \quad \rho = \frac{r \cdot 5}{EI} = \frac{15}{4}$$

- c) Bepaal met uw model de maatgevende kniklast voor  $F$ , maak zo nodig gebruik van het formuleblad.

$$F_{k1} = \frac{(5+2\rho) \cdot 5}{(5+\rho) \cdot 5} \cdot \frac{\pi^2 EI}{5^2} = 564 \text{ kN} \quad (571 \text{ met } \pi^2 = 10)$$

$$F_{k2} = \frac{\pi^2 EI}{(3a)^2} = 1097 \text{ kN} \quad (1111 \text{ kN met } \pi^2 = 10)$$

Normaalkracht bepalen in BD en CD  
(let op: S.O. constructie)

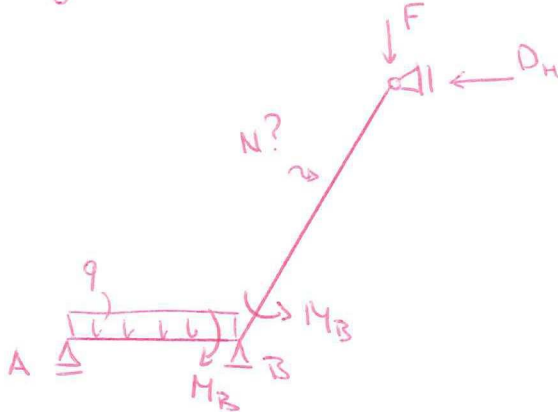
Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►

--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier van het tentamen :

CM3, 30 jan 2017

Geschoord (niet-verplaatsbaar)



Puntlast F op niet-verplaatsbare knoop komt niet in v.v.v. o

Dus levert geen momentbijdrage, wel moment kracht!

$$\varphi_B^{BA} = \varphi_B^{BD} \quad - \frac{M_B \cdot 4}{3EI} + \frac{q \cdot 4^3}{24EI} = \frac{M_B \cdot 5}{3EI} \quad \Rightarrow M_B = 32 \text{ kNm}$$

$$D_H = \frac{3}{4}F - \frac{M_B}{4} = 67 \text{ kN} \quad (\text{momenten om B})$$

$$N = -\frac{5}{4}F + \frac{3}{5} \cdot 8 = -120,2 \text{ kN} \quad (-125 \text{ kN wordt ook goed gerekend})$$

Controle (toets):

$$67 \text{ kN} < 1097 \text{ of } 1111 \text{ kN} \rightarrow \text{OK}$$

$$120,2 < 564 \text{ of } 571 \text{ kN} \rightarrow \text{OK}$$

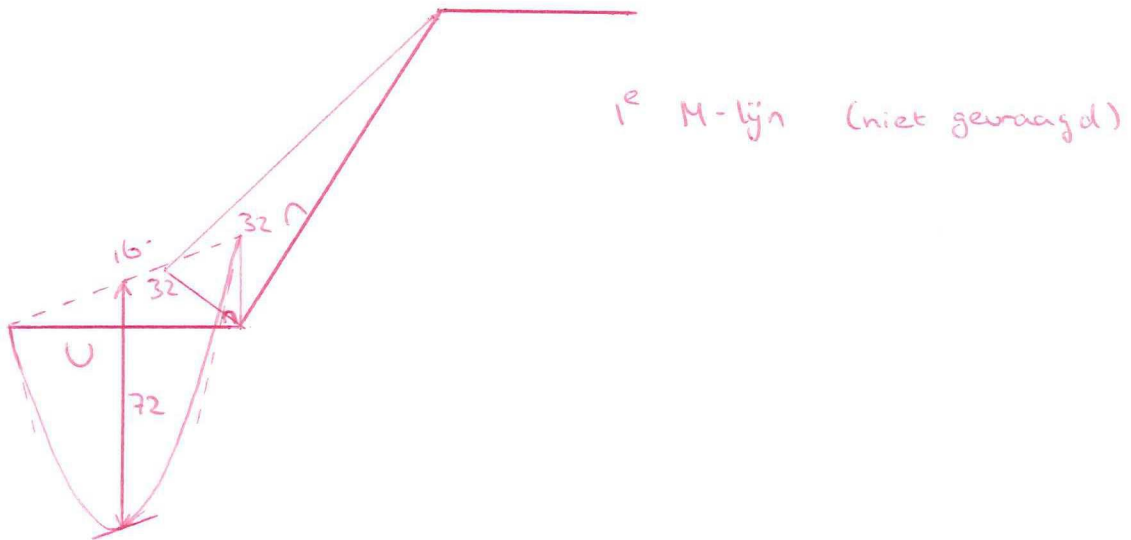
Voor vervolg opgave 4 zie volgend blad ►



--	--	--	--	--	--	--

d) Bepaal het 1<sup>e</sup> orde moment in B.

$$\frac{1}{8}ql^2 = 72 \text{ kNm}$$



$$M_{B1} = 32 \text{ kNm}$$

e) Bepaal het 2<sup>e</sup> orde moment in B (mag een goede afchatting zijn).

Doorrekenfouten worden hier meegenomen.

$$n = \frac{F_k}{F} = \frac{1111}{1202} = 0,924 \quad \frac{n}{n-1} = 1,12$$

$$M_{B2} = 1,12 \cdot M_{B1} = 35,8 \text{ kNm}$$