

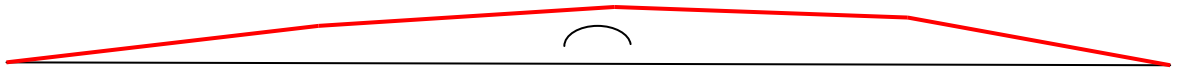
## UITWERKING MET ANTWOORDEN

### Opgave 1

- a) Drie rekstrookjes
- b) Onder hoeken van 45 graden
- c) Tussen  $0,5l$  en  $0,7l$  (basisgevallen van Euler)
- d) (1) : Nee de vergrotingsfactor is niet exact voor buigzame staven, wel een goede benadering  
 (2) : De transcendente vergelijking waarmee de kniklast kan worden bepaald is geen gesloten uitdrukking. Een goede benadering levert wel een bruikbare gesloten formule op, de zogenaamde rho-formule van Newmark.
- e) Teken de vervormde ligger, let op de temperatuur wordt aan de onderzijde verhoogd. De liggerdelen moeten boven de steunpunten zonder knikken aansluiten. Hiervoor zijn de getekende overgangsmomenten noodzakelijk. De richting van deze momenten kunnen worden gebruikt om de M-lijn te schetsen.



- f) De momentenlijn t.g.v. alleen de temperatuurbelasting bestaat uit louter rechte stukken.



- g) Bepaal eerst het steunpuntmoment in B:

$$\frac{ql_1^3}{24EI} - \frac{M_B l_1}{3EI} = \frac{M_B l_2}{3EI} - \frac{\frac{1}{2} M_B l_2}{6EI} \Leftrightarrow M_B = \frac{25l_1^3}{2(4l_1 + 3l_2)} = 128 \text{ kNm}$$

Bepaal de oplegreactie in A:

$$A_v = \frac{1}{2} ql_1 - \frac{M_B}{l} = 84 \text{ kN} \uparrow$$

Hieruit volgt (gebruik oppervlak V-lijn) :

$$M_{\text{max - veld AB}} = \frac{1}{2} A_v \left( \frac{A_v}{q} \right) = 141,12 \text{ kNm}$$

**Opgave 3**

- a) De constructie is tweevoudig statisch onbepaald en het betreft een constructie met niet-verplaatsbare knopen (geschoord). Een eerste orde berekening houdt geen rekening met de invloed van de vervormde stand op het evenwicht. De verticale puntlasten kunnen daarom achterwege worden gelaten. Staaf AB is in feite verend ingeklemd in de staven AD en BD. Oplossen kan m.b.v. twee vormveranderingsvergelijkingen maar er kan ook gekozen worden om gebruik te maken van een *vergeet-mij-nietje* voor een statisch onbepaalde ligger zoals weergegeven op het laatste formuleblad. De rotatieveren zijn te vinden uit de verende werking van de delen BD en AD.

$$r_1 = \frac{3EI}{l}; \quad \rho_1 = \frac{r_1 h}{EI}; \quad \Rightarrow \quad \rho_1 = 3;$$

$$r_2 = \frac{3(2EI\sqrt{2})}{l\sqrt{2}}; \quad \rho_2 = \frac{r_2 h}{EI}; \quad \Rightarrow \quad \rho_2 = 6;$$

$$M_A = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} \times Hh = \frac{3 \times 12}{8 \times 3 \times 10 + 32 \times 9} \times 88 \times 4 = 36 \text{ kNm}$$

$$M_B = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} \times Hh = \frac{6 \times 9}{8 \times 6 \times 7 + 32 \times 6} \times 88 \times 4 = 24 \text{ kNm}$$

Het moment t.p.v. de horizontale puntlast van 88 kN wordt hiermee:

$$M_E = \left| \frac{36 + 24}{2} - \frac{1}{4} \times 88 \times 4 \right| = 58 \text{ kNm} \quad (\text{los dit grafisch op m.b.v. de } M\text{-lijn})$$

- b) De eerste orde verplaatsing in E levert alleen een horizontale verplaatsing op. Met behulp van de gegeven *vergeet-mij-nietjes* volgt hiervoor:

$$u = \frac{88 \times 4^3}{48EI} - \frac{36 \times 4^2}{16EI} - \frac{24 \times 4^2}{16EI} = 0,0573 \text{ m} \quad (\rightarrow)$$

- c) De 1<sup>e</sup> orde dwarskracht van staaf BD volgt uit de helling van de M-lijn, deze is:

$$V = \frac{24}{4\sqrt{2}} = 4,24 \text{ kN} \quad (\text{de } V \text{ van de andere steunende staaf werd ook goedgekeurd})$$

- d) De bokconstructie is geschoord aangezien de invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. Staaf AB is daarom een geschoorde, aan twee zijden, verend ingeklemde staaf. De rho-formule is het model voor het bepalen van de kniklast.
- e) De kniklast volgt uit:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \frac{\pi^2 EI}{h^2} = \frac{17}{8} \frac{\pi^2 EI}{h^2} = 1310 \text{ kN} \quad (\pi^2 = 10 \Rightarrow 1328 \text{ kN})$$

- f) De 2<sup>e</sup> orde uitbuiging mag worden afgeschat met de vergrotingsfactor. Hiervoor is de verticale belasting van belang die op de kolom AB werkt. Als punt B horizontaal zou kunnen verplaatsen moet de aanpendelende belasting in rekening worden gebracht. Echter er is gesteld dat de invloed van de normaalkrachtvervorming niet in beschouwing hoeft te worden genomen. De bokconstructie is vormvast en alle hoekpunten blijven daarom op een plaats. Dat betekent dat de starre kolom niet scheef kan gaan staan en waardoor de puntlast op deze starre kolom niet een horizontale kracht kan genereren die moet worden

opgenomen in de vorm van extra verticale belasting op AB (de zgn aanpendelende belasting) . De vergrotingsfactor is daarom:

$$n = \frac{F_k}{F} = \frac{1300}{100} = 13 \Rightarrow \frac{n}{n-1} = \frac{13}{12} = 1,083$$

$$u_2 = \frac{n}{n-1} u_1 = 1,083 \times 0,057 = 0,062 \text{ m}$$

Fouten met de aanpendelende belasting werden door de vingers gezien aangezien dit aspect in deze toepassing redelijk verstopt was.

g) Hoewel niet exact, kan hier worden volstaan met:

$$V_{BD-2} = V_{BD-1} \times \frac{n}{n-1} = 4,59 \text{ kN}$$