TU Delft
Subfaculteit Civiele Techniek
Constructiemechanica

Vermeld op bladen van uw werk:
STUDIENUMMER :
NAAM :

Tentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

21 Januari 2013 van 14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **4 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1 : Theorie (ca 45 min)

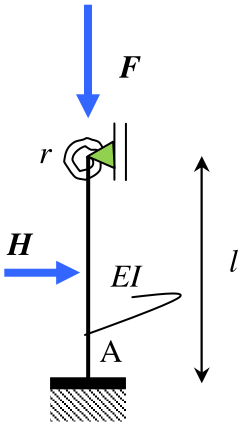
Onderdeel 1

Van een homogene vlakspanningstoestand worden m.b.v. rekstrookjes rekken gemeten in de richting van de rekstrookjes. Van het te onderzoeken materiaal is de elasticiteitsmodulus en de dwarscontractie coëfficiënt bekend.

a) Wat is het minimum aantal rekstrookjes dat nodig is om de spanningstensor te kunnen bepalen?
b) Hoe worden de rekstrookjes ten opzichte van elkaar geplaatst?

Onderdeel 2

Van een buigzame op druk belaste staaf is hieronder de schematisatie weergegeven. De staaf is aan een zijde volledig ingeklemd en aan de andere zijde verend ingeklemd d.m.v. een rotatieveer.



c) Geef de grenzen aan waartussen de kniklengte van de op druk belaste buigzame staaf moet liggen.

d) Wat is uw oordeel over de onderstaande stellingen en motiveer uw antwoord in één of twee zinnen:

1) Het 2^e orde inklemmingsmoment kan exact worden bepaald m.b.v. de vergrotingsfactor en het 1^e orde inklemmingsmoment.

2) Er is voor dit probleem een gesloten uitdrukking te bepalen voor de kniklast.

Onderdeel 3

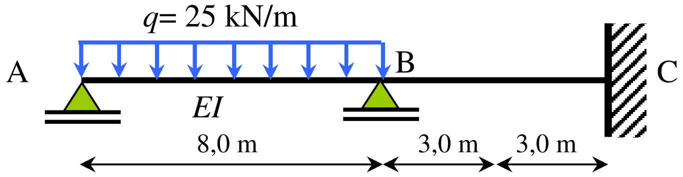
Een doorgaande vloer van een parkeerdek in een parkeergarage wordt belast door een temperatuurbelasting vanwege een brand op het onderliggende parkeerdek. We gaan er gemakshalve van uit dat de temperatuurbelasting gelijkmatig verdeeld is voor de gehele doorgaande ligger.

e) Laat zien m.b.v. een schets voor een aantal velden (meer dan 3) hoe de vrije vervorming van de vloer wordt verhinderd.
f) Laat duidelijk zien welke momenten hierdoor ontstaan en schets op basis hiervan de momentenlijn voor uw doorgaande ligger.

Onderdeel 4

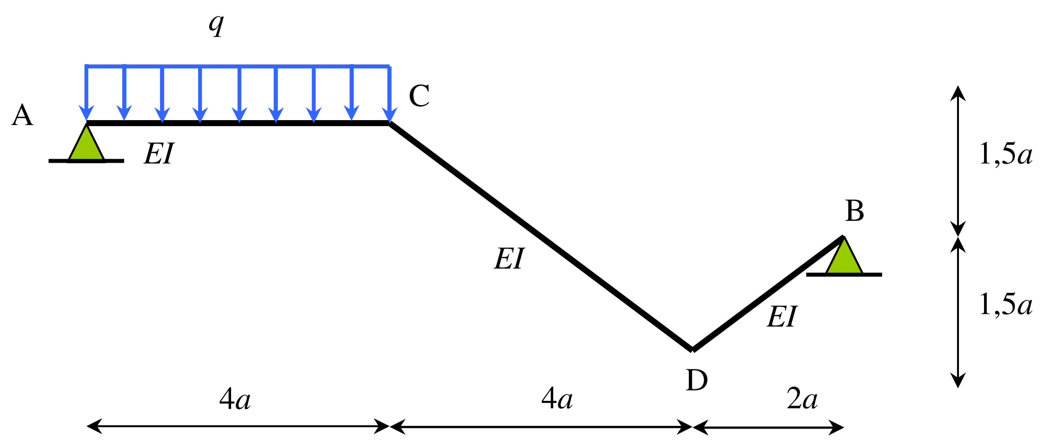
Analyseer de statisch onbepaalde ligger met buigstijfheid *EI.*

g) Bepaal de plaats en de grootte van het maximale veldmoment in veld AB.



VRAAGSTUK 2 : Statisch onbepaalde constructies (ca 45 min)

Een raamwerkconstructie wordt over het deel AC belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q. Alle staven hebben een gelijke buigstijfheid zoals in de figuur is aangegeven. In C en D zijn de aansluitende staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkracht-vervorming mag worden verwaarloosd. De krachtsverdeling in de constructie moet worden bepaald met behulp van de hybride krachtenmethode.



Gegevens : a = 1 m; q = 41 kN/m; EI = 10000 kNm^2

Vragen:

a) Analyseer de constructie en beschrijf kort hoe u de krachtsverdeling gaat bepalen. Ondersteun uw betoog met schetsjes waaruit duidelijk blijkt wat uw (positieve) aannamen zijn.

b) Stel alle noodzakelijke voorwaarden op en bepaal uw onbekenden. U mag gebruik maken van de GR om het probleem zo snel mogelijk op te lossen. Geef dan wel overzichtelijk weer welke vergelijkingen er worden opgelost en wat het antwoord uit de GR is.

c) Teken de M- en V-lijn inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.

☺ Ter controle :
- Het grootste moment in staaf CD is in absolute zin gelijk aan 208 kNm.
- Het grootste moment in staaf BD is in absolute zin 32 kNm.

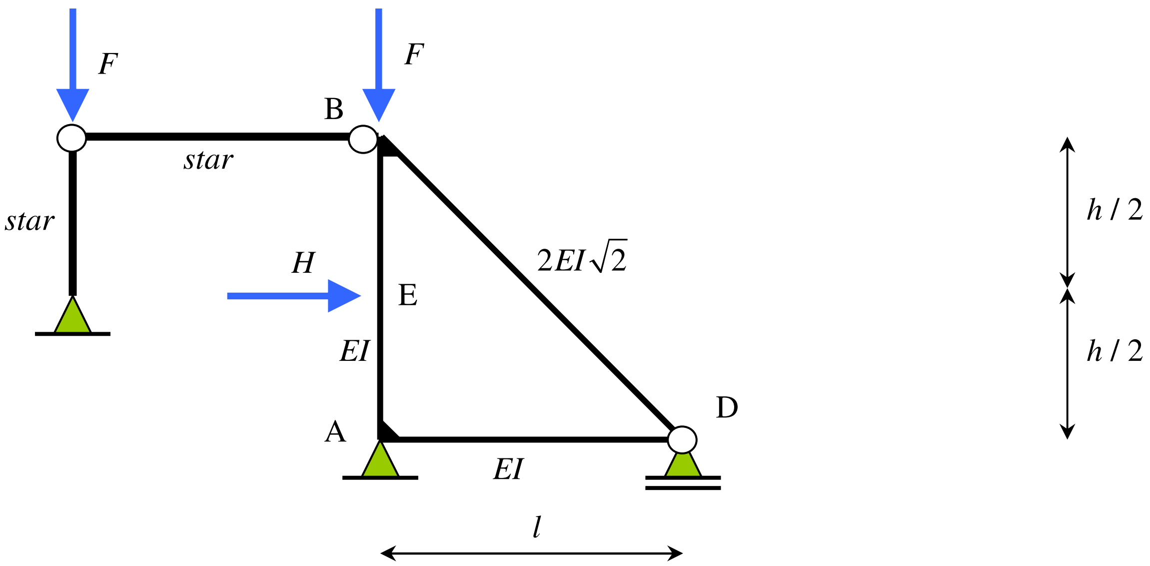
d) Bepaal de oplegreacties in B.

e) Hoe groot is de horizontale verplaatsing van punt D?

Opmerking: Deze constructie werd bij de opzet van het oude vak opgelost met de ‘hybride methode’, welke gebruikt maak van virtuele arbeid. Deze methode maakt geen deel meer uit van het vak, en is een methode om constructies met één verplaatsbare knoop op te lossen. Deze som is dus geen onderdeel meer van het vak.

VRAAGSTUK 3 : Stabiliteit (ca 45 min)

Van de onderstaande (educatieve) constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Let op de aangegeven buigstijfheden van de afzonderlijke staven en de positionering van de scharnieren. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De kracht H is een constante kracht, de verticale puntlast F kan variëren. Ons onderzoek is gericht op met name staaf AB.



Gegevens : $EI = 1000$ kNm^2; $h = 4$ m; $l = 4$ m; $F = 100$ kN; $H = 88$ kN

TIP : Maak zo nodig gebruik van de formules op het formuleblad.

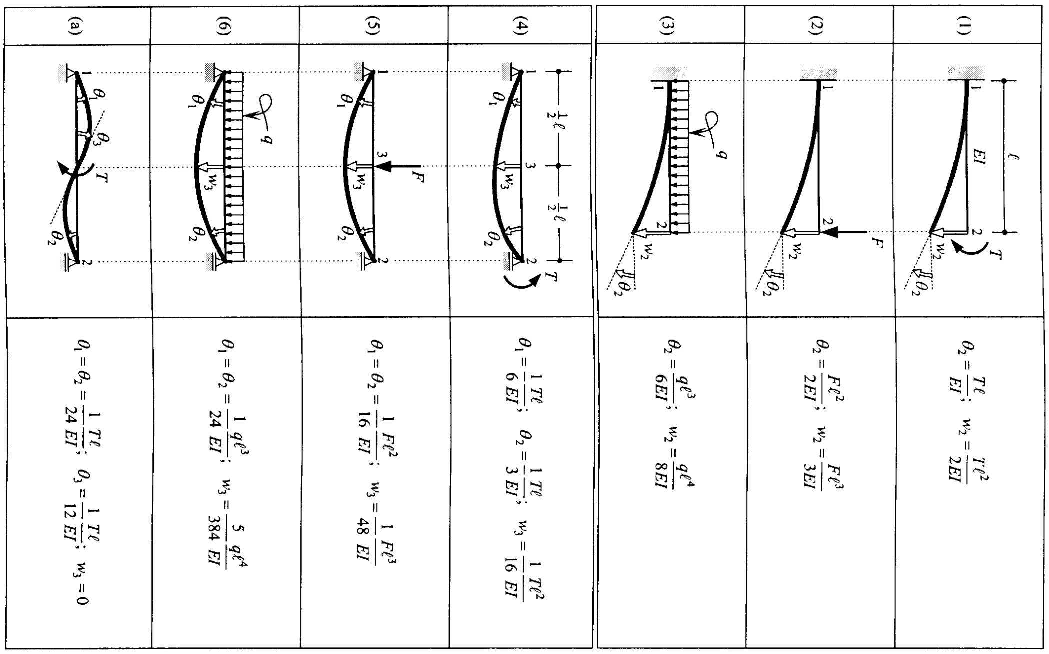
Vragen:

a) Bepaal van deze constructie de 1^e orde momentenverdeling en toon daarbij aan dat voor het moment in E, in absolute zin, geldt:

$$M_E = 58 \text{ kNm}$$

b) Bepaal de 1^e orde verplaatsing in E.
c) Bepaal de 1^e orde dwarskracht in staaf BD.
d) Geef het model weer waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.
e) Bepaal de kniklast F_k van deze constructie.
f) Geef een afschatting van de tweede orde uitbuiging van deze constructie in E.
g) Bepaal de 2^e orde dwarskracht in staaf BD.

FORMULEBLAD



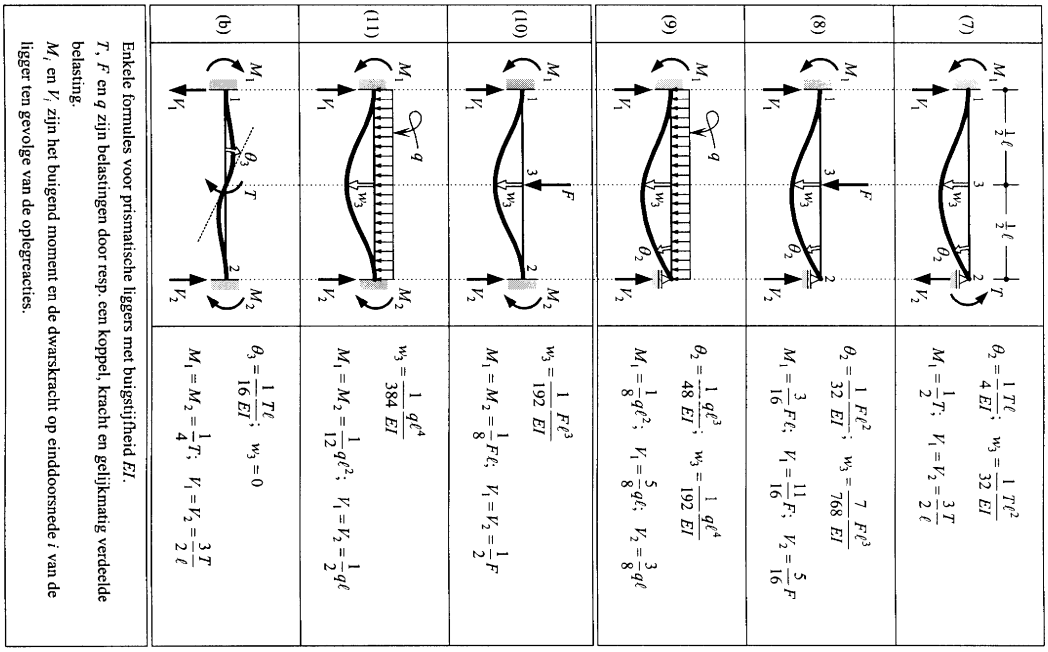
(1)	$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}$; $w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
(2)	$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}$; $w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)	$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}$; $w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)	$\theta_1 = \frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI}$; $\theta_2 = \frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{16}\frac{T\ell^2}{EI}$
(5)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16}\frac{F\ell^2}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{48}\frac{F\ell^3}{EI}$
(6)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24}\frac{q\ell^3}{EI}$; $w_3 = \frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$
(a)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24}\frac{T\ell}{EI}$; $\theta_3 = \frac{1}{12}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) — (4), (5), (6), (a)

vergeet-mij-nietjes — (1), (2), (3)

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) — (10), (11), (b)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd) — (7), (8), (9)



(7)	$\theta_2 = \frac{1}{4}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{32}\frac{T\ell^2}{EI}$; $M_1 = \frac{1}{2}T$; $V_1 = V_2 = \frac{3}{2}\frac{T}{\ell}$
(8)	$\theta_2 = \frac{1}{32}\frac{F\ell^2}{EI}$; $w_3 = \frac{7}{768}\frac{F\ell^3}{EI}$; $M_1 = \frac{3}{16}F\ell$; $V_1 = \frac{11}{16}F$; $V_2 = \frac{5}{16}F$
(9)	$\theta_2 = \frac{1}{48}\frac{q\ell^3}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{192}\frac{q\ell^4}{EI}$; $M_1 = \frac{1}{8}q\ell^2$; $V_1 = \frac{5}{8}q\ell$; $V_2 = \frac{3}{8}q\ell$
(10)	$w_3 = \frac{1}{192}\frac{F\ell^3}{EI}$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{8}F\ell$; $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}F$
(11)	$w_3 = \frac{1}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{12}q\ell^2$; $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}q\ell$
(b)	$\theta_3 = \frac{1}{16}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = 0$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{4}T$; $V_1 = V_2 = \frac{3}{2}\frac{T}{\ell}$

Enkele formules voor prismatische liggers met buigstijfheid EI.
T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}\right) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}\right) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \text{ of } \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}\right) \\ \sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \end{cases} \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}\right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\tfrac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right] \le \tfrac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_\text{k}} = \frac{1}{\frac{r}{l}} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \quad \Rightarrow \quad l_\text{k} = l\sqrt{4 + \frac{10}{\rho}} \quad \text{met}: \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \qquad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \qquad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

en $S_z(x) = M' - Fw'$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3\alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times \left[C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x \right]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_\text{k} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met}: \quad \begin{array}{l} \eta_1 = 4 + \dfrac{10}{\rho_1}; \ \rho_1 = \dfrac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 = 4 + \dfrac{10}{\rho_2}; \ \rho_2 = \dfrac{r_2 l}{EI} \end{array}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met}: \quad \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

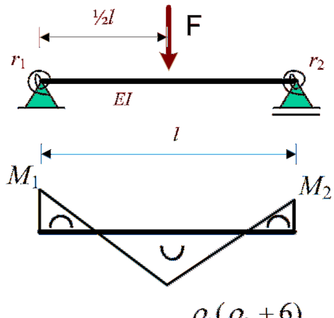
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

"Vrije" kromming t.g.v lineair temperatuurs-verloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$$\rho_1 = \frac{r_1 l}{EI}; \qquad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI};$$

$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} Fl$$