

--	--	--	--	--	--	--

Antwoordformulier

CTB2210 Constructiemechanica 3

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.

Kladpapier wordt niet ingenomen.
Het nietje mag niet verwijderd worden.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.

Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.

Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier. Tenzij anders vermeld, wordt het eigen gewicht van een constructie buiten beschouwing gelaten.

Aantal opgaven: 6.

De opgaven hebben verschillende weging. Een schatting van het gewicht is in tijd weergegeven.

Relevante **formulebladen** zijn bijgevoegd.

Toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:

Conventionele zakrekenmachientje, eenvoudige grafische rekenmachine (geen CAS of soortgelijke systemen, geen wifi en bluetooth), tekenmaterialen waaronder passer.

Niet toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:

Boeken, dictaten, aantekeningen, andere formulebladen, oude tentamens, COZ- of andere uitwerkingen, woordenboeken, computer, mobiele telefoon, smart watch, smart phone of apparaten met vergelijkbare functies.

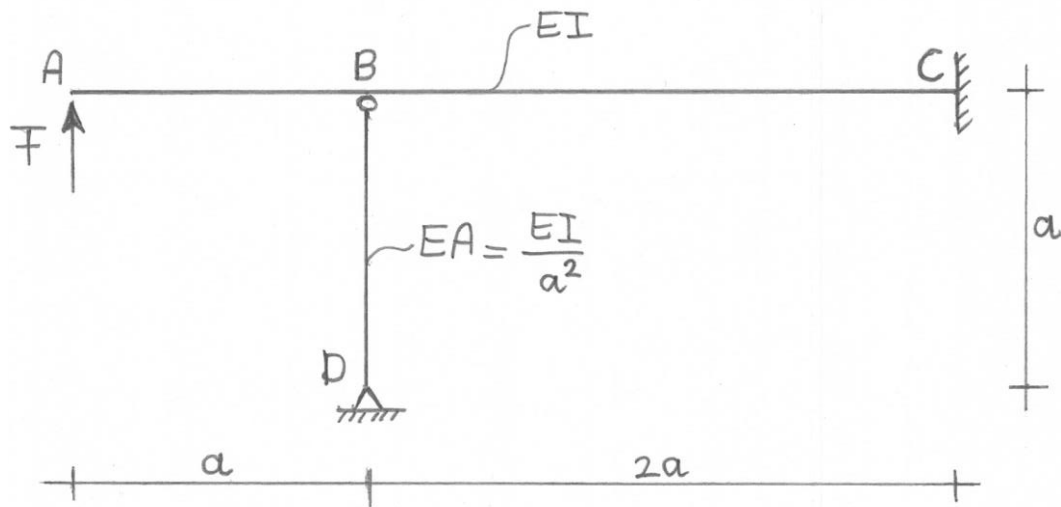
Mobiel UIT en opbergen in tas.

Elk vermoeden van fraude wordt gemeld bij de examencommissie.

--	--	--	--	--	--	--

Opgave 1 (ongeveer 35 minuten)

Gegeven: doorgaande ligger ABC is ingeklemd bij C en ondersteund door een pendelstaaf DB bij B. De ligger wordt belast door een omhoog gerichte verticale puntlast F in A. De lengtematen zijn aangegeven en uitgedrukt in a . De buigstijfheid van ABC is EI . Er is normaalkrachtvervorming in staaf DB. De rekstijfheid EA van staaf DB is EI / a^2 . Deze opgave dient symbolisch te worden uitgewerkt. Let op: mocht u met de deelvragen a), b) en c) moeite hebben, dan kunt u toch, onafhankelijk, de deelvragen d), e) en f) beantwoorden.



Gevraagd:

- Bepaal de normaalkracht N in pendelstaaf DB, uitgedrukt in F en a . Laat duidelijk alle stappen in uw uitwerking zien. Aanwijzing: EI en EA (uitgedrukt in EI en a) heb je nodig in de afleiding, maar ze komen niet voor in het antwoord.

TU Delft

Faculteit CiTG

Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3

31 januari 2024 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

--	--	--	--	--	--	--

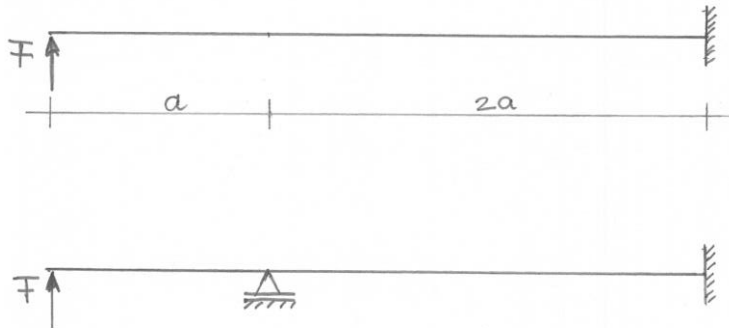
...vervolg...

b. Bepaal het inklemmingsmoment in C, uitgedrukt in F en a .

--	--	--	--	--	--	--

- c. Schets onderstaand de momentenlijn voor ABC. Geef de buigtekens aan en de waarden in A, B en C, uitgedrukt in F en a .

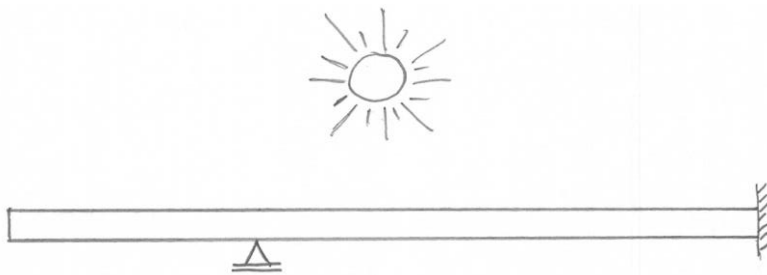
- d. Stel nu: we hebben twee alternatieve gevallen, één waarbij de pendelstaaf verwijderd is, en één waarbij de pendelstaaf vervangen is door een verticale roloplegging bij B, zoals onderstaand aangegeven. De verticale kracht in A en de inklemming bij C blijven hetzelfde. Bepaal en schets de momentenlijnen voor deze twee gevallen. Aanwijzing: een blad met allerlei vergeet-me-nietjes is toegevoegd aan dit antwoordformulier. Schets ook de bij deelvraag c) gevonden momentenlijn erbij (mocht u daar geen antwoord hebben gevonden, dan kunt u kwalitatief een momentenlijn voor dat geval schatten en erbij tekenen).



--	--	--	--	--	--	--

- e. Welk kenmerkend aspect van statisch onbepaalde constructies wordt in deelvraag d) geïllustreerd? Geef een korte beschouwing, in maximaal 5 regels tekst.

- f. Stel nu: we hebben de constructie met de verticale roloplegging bij B, en de constructie wordt belast door zonbestraling aan de bovenzijde. Gevraagd: schets onderstaand de momentenlijn, met buigteken(s) (geen waarden). Beredeneer hoe u tot deze momentenlijn komt, met één of enkele schetsjes en maximaal vijf regels tekst.

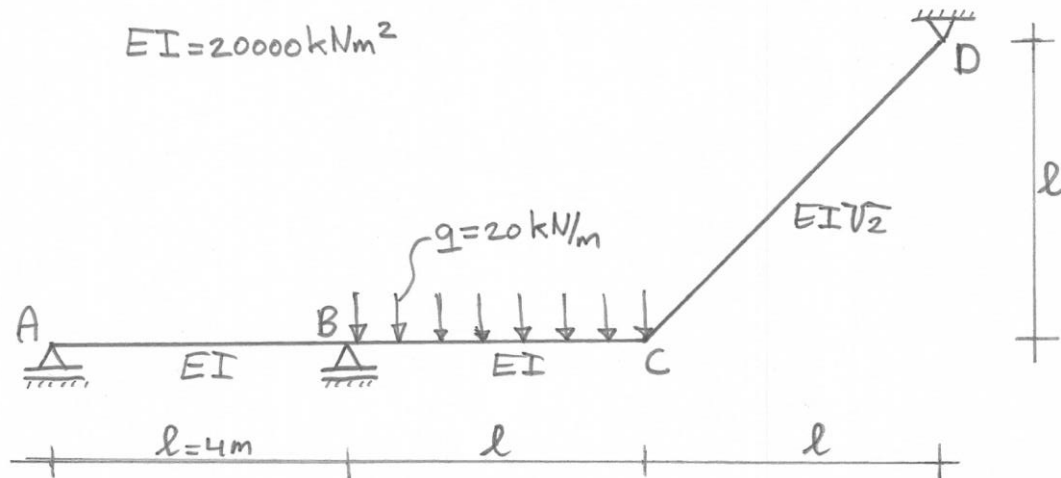


--	--	--	--	--	--	--

Opgave 2 (ongeveer 35 minuten)

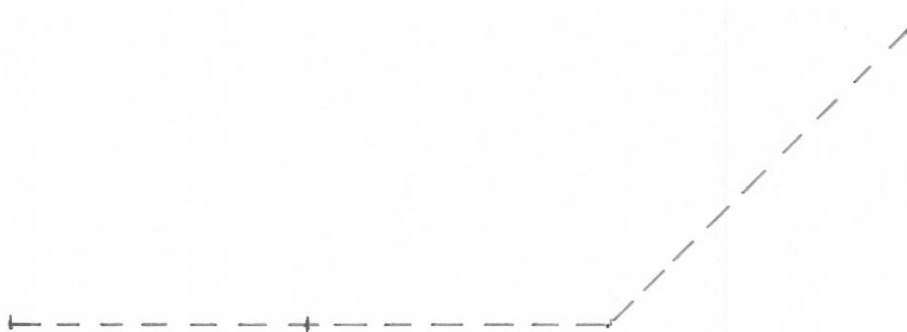
Gegeven: Onderstaande constructie ABCD, opgelegd op rollen in A en B en op een scharnier in D. De constructie wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting q op BC. De buigstijfheid EI van de schuine poot CD is $\sqrt{2}$ maal de buigstijfheid EI van de andere delen. De lengtematen zijn aangegeven, uitgedrukt in l . De invloed van normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd.

Houd voor de berekening aan: $EI = 20000 \text{ kNm}^2$, $l = 4 \text{ m}$, $q = 20 \text{ kN/m}$.



Gevraagd:

- a) Geef onderstaand een schets van het model waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald. Laat duidelijk zien welke onbekenden u kiest.



Opmerking: Deze constructie werd bij de opzet van het oude vak opgelost met de ‘hybride methode’, welke gebruikt maak van virtuele arbeid. Deze methode maakt geen deel meer uit van het vak, en is een methode om constructies met één verplaatsbare knoop op te lossen. Deze som is dus geen onderdeel meer van het vak.

--	--	--	--	--	--	--

b) Stel de vergelijkingen op waarmee de onbekenden kunnen worden bepaald.

c) Los de vergelijkingen op, bereken de onbekenden. U mag de grafische rekenmachine gebruiken of analytisch te werk gaan. U mag de vergelijkingen zo lang mogelijk symbolisch uitwerken en aan het eind de numerieke waarden invullen, of direct numeriek te werk gaan.

--	--	--	--	--	--	--

d) Teken onderstaand de momentenlijn, met buigtekens en markante waarden.



--	--	--	--	--	--	--

- e) Bereken de horizontale en verticale verplaatsing van C en geef aan of deze respectievelijk naar rechts of links of naar beneden of boven zijn.

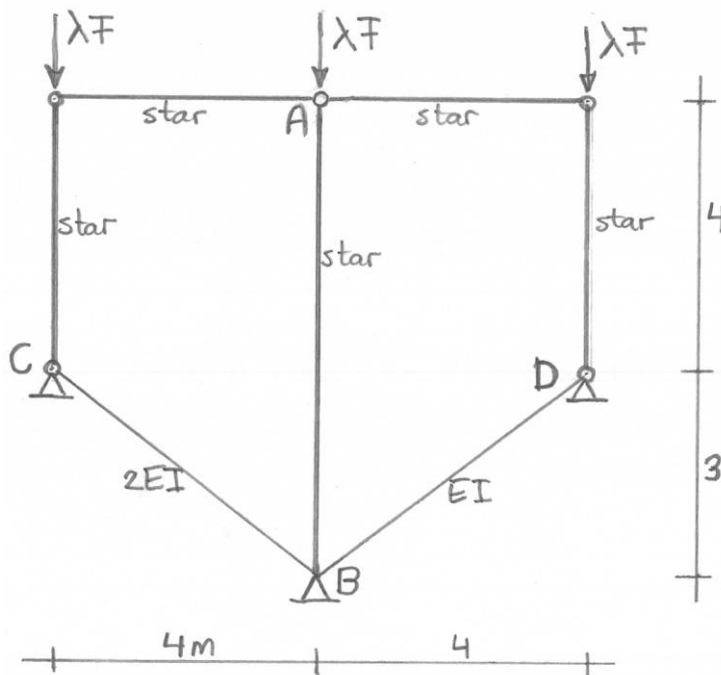
- f) Schets onderstaand het verloop van de vervormingen (w -lijn, kwalitatief, zonder waarden, maar wel met een zo goed als mogelijke weergave van de vorm).



--	--	--	--	--	--	--

Opgave 3 (ongeveer 20 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie. Van de buigzame staven BC en BD heeft BC een buigstijfheid $2EI$ en BD een buigstijfheid EI . Alle andere staven zijn oneindig stijf. AB is in B stijf (momentvast) verbonden met BC en BD. Alle andere verbindingen zijn scharnierend. De lengtematen zijn aangegeven in m. Houd voor de numeriek uitwerking aan: $F = 35 \text{ kN}$, $EI = 18 \text{ MNm}^2$.



Gevraagd:

De waarde van de belastingcoëfficiënt λ waarbij het evenwicht zijn stabiliteit verliest. Laat duidelijk alle stappen in uw aanpak zien.

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
31 januari 2024 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER
NAAM

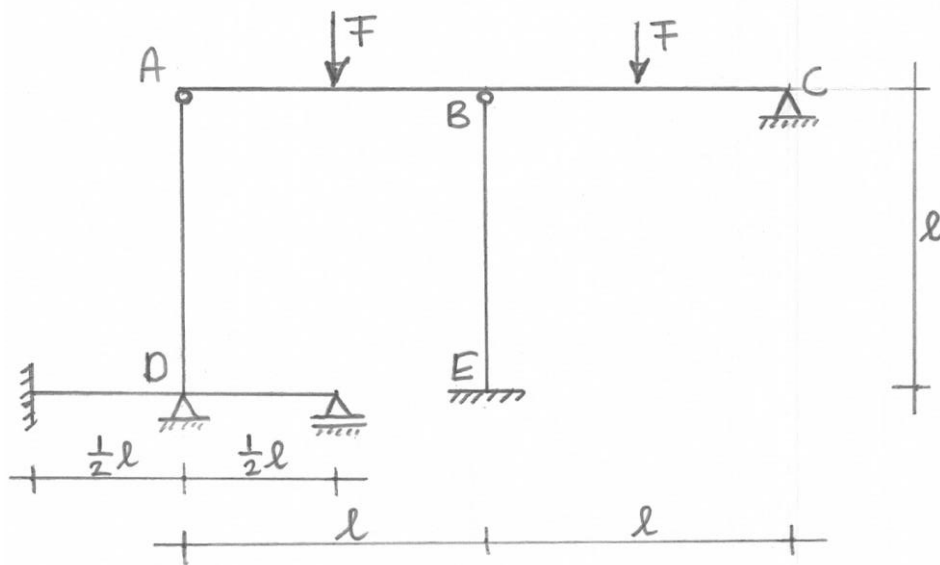
--	--	--	--	--	--	--

...vervolg...

--	--	--	--	--	--	--

Opgave 4 (ongeveer 30 minuten)

Gegeven: onderstaande doorgaande ligger ABC wordt belast door puntlasten F in de middens van de velden. De ligger is scharnierend opgelegd op de kolommen AD en BE en op een scharnier in C. De randvoorwaarden/opleggingen aan de onderzijde D van kolom AD en aan de onderzijde E van kolom BE zijn aangegeven. Normalkrachtvervorming wordt verwaarloosd. Alle delen hebben dezelfde buigstijfheid EI . Lengtematen zijn aangegeven, uitgedrukt in l . Houd voor de numerieke uitwerking in de deelvragen c) en d) aan: $l = 6$ m, $EI = 1200$ kNm²



Gevraagd:

- Bepaal het steunpuntsmoment M_B in de doorgaande ligger, uitgedrukt in F en l . Maak gebruik van de standaardmethode met hoekveranderingsvergelijkingen.

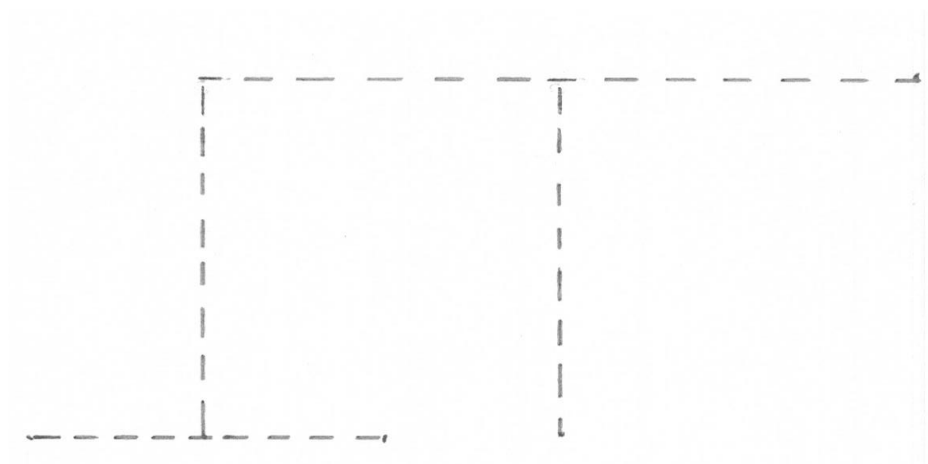
--	--	--	--	--	--	--

- b. Bepaal op basis van de vorige deelvraag en door gebruik te maken van evenwicht de normaalkracht in kolom AD, de normaalkracht in kolom BE, en de verticale oplegreactie bij C, uitgedrukt in F en l .
- c. Bepaal de waarde van de puntlasten $F = F_k$ waarbij één van de beide kolommen (de meest kritische) bezwijkt door instabiliteit. Gebruik $l = 6$ m, $EI = 1200$ kNm². Laat duidelijk alle stappen in uw aanpak zien.

--	--	--	--	--	--	--

...vervolg...

d. Schets de bijbehorende knikvorm.

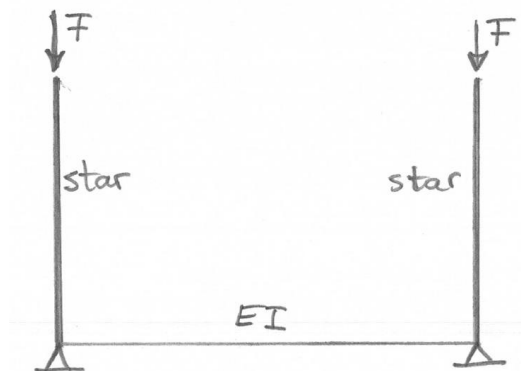


--	--	--	--	--	--	--

Opgave 5 (kort, gemengde theorie/inzicht, ongeveer 20 minuten)

- a) Omschrijf de essentie van het verschil tussen de krachtenmethode en de verplaatsingenmethode voor statisch onbepaalde constructies. Gebruik maximaal acht regels.

- b) Schets de knikvormen voor onderstaande constructie. Hoeveel basis-knikvormen zijn er? Welke is maatgevend, en leg in één regel tekst uit waarom?



FORMULEBLAD (scheur dit deel los van het werk)

(1)		$\theta_2 = \frac{TL}{EI}; w_2 = \frac{7l^2}{2EI}$
(2)		$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}; w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)		$\theta_2 = \frac{q\ell^2}{6EI}; w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)		$\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{TL}{EI}; \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{TL}{EI}; w_3 = \frac{1}{16} \frac{TL^2}{EI}$
(5)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F\ell^2}{EI}; w_3 = \frac{1}{48} \frac{F\ell^3}{EI}$
(6)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q\ell^3}{EI}; w_3 = \frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$
(a)		$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{TL}{EI}; \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{TL}{EI}; w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald)

vergeet-mij-nietjes

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

(7)		$\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{TL}{EI}; w_3 = \frac{1}{32} \frac{TL^2}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{2} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$
(8)		$\theta_2 = \frac{1}{32} \frac{F\ell^2}{EI}; w_3 = \frac{7}{768} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = \frac{3}{16} F\ell; V_1 = \frac{11}{16} F; V_2 = \frac{5}{16} F$
(9)		$\theta_2 = \frac{1}{48} \frac{q\ell^3}{EI}; w_3 = \frac{1}{192} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = \frac{1}{8} q\ell^2; V_1 = \frac{5}{8} q\ell; V_2 = \frac{3}{8} q\ell$
(10)		$w_3 = \frac{1}{192} \frac{F\ell^3}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{8} F\ell; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} F$
(11)		$w_3 = \frac{1}{384} \frac{q\ell^4}{EI}$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{12} q\ell^2; V_1 = V_2 = \frac{1}{2} q\ell$
(b)		$\theta_2 = \frac{1}{16} \frac{TL}{EI}; w_3 = 0$ $M_1 = M_2 = \frac{1}{4} T; V_1 = V_2 = \frac{3}{2} T$

Enkele formules voor prisma's met buigstijfheid EI.
T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = G \gamma_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

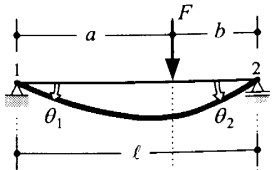
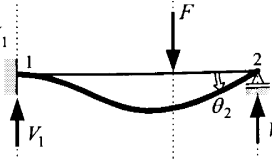
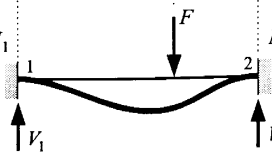
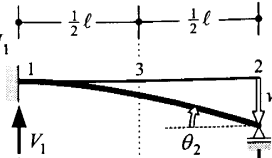
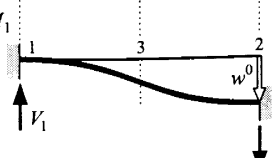
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \text{ voor } i, j = x, y$$

$$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

von Mises : $\frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

(c)		$\theta_1 = \frac{F a b (\ell + b)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(2 \frac{a}{\ell} - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a b (\ell + a)}{6 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{6 E I} \left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(d)		$M_1 = \frac{F b (\ell^2 - b^2)}{2 \ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b (3 \ell^2 - b^2)}{2 \ell^3} = F \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (3 \ell - a)}{2 \ell^3} = F \left(\frac{3}{2} \frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2} \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $\theta_2 = \frac{F a^2 b}{4 E I \ell} = \frac{F \ell^2}{4 E I} \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(e)		$M_1 = \frac{F a b^2}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a}{\ell} - 2 \frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_1 = \frac{F b^2 (\ell + 2a)}{\ell^3} = F \left(1 - 3 \frac{a^2}{\ell^2} + 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $M_2 = \frac{F a^2 b}{\ell^2} = F \ell \left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3} \right)$ $V_2 = \frac{F a^2 (\ell + 2b)}{\ell^3} = F \left(3 \frac{a^2}{\ell^2} - 2 \frac{a^3}{\ell^3} \right)$
(f)		$M_1 = \frac{3 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_2 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \frac{9}{8} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16} w^0$
(g)		$M_1 = M_2 = \frac{6 E I}{\ell^2} w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12 E I}{\ell^3} w^0$ $\theta_3 = \frac{3}{2} \frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2} w^0$

drie bij-de handjes

zettingen

Tensortransformatie formules in x-y assenstelsel:

$$k_{\bar{x}\bar{x}} = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) + \frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha + k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\bar{y}\bar{y}} = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) - \frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \cos 2\alpha - k_{xy} \sin 2\alpha$$

$$k_{\bar{x}\bar{y}} = -\frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \sin 2\alpha + k_{xy} \cos 2\alpha$$

Hoofdwwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx} - k_{yy})}; \quad k_1, k_2 = \frac{1}{2} (k_{xx} + k_{yy}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} (k_{xx} - k_{yy}) \right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}} \quad \text{met: } \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

ρ -formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v temperatuursgradient:

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$