TU Delft Subfaculteit Civiele Techniek
Constructiemechanica

Vermeld op bladen van uw werk:
STUDIENUMMER :
NAAM :

Hertentamen CT2031

ConstructieMechanica 3

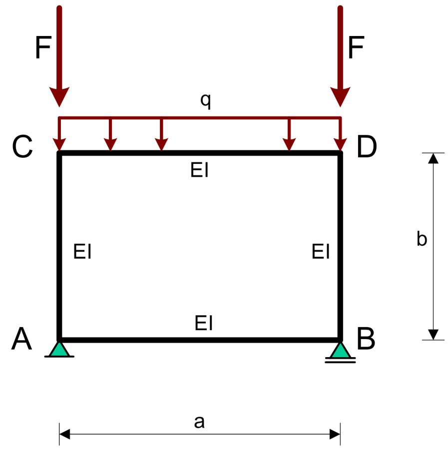
15 April 2013
14:00 – 17:00 uur

Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **4** vraagstukken
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

VRAAGSTUK 1: Statisch onbepaalde constructies en knik (ca 60 min)

Onderstaande symmetrische raamwerkconstructie wordt symmetrisch belast met twee puntlasten en een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenregel. Alle buigstijfheden zijn *EI*. De staven zijn momentvast met elkaar verbonden. De vragen hebben betrekking op zowel de krachtsverdeling als knik.



$$Gegeven: a = 6,0 \text{ m}; \quad b = 6,0 \text{ m}; \quad q = 8 \text{ kN/m}; \quad F = 15,0 \text{ kN}; \quad EI = 1000 \text{ kNm}^2$$

Vragen:

a) Beschrijf de oplossingsstrategie die U kiest om de krachtsverdeling in deze constructie te bepalen.

TIP:
U mag daarbij van alle handigheidjes en vooraf voor u bekende inzichten gebruik maken, zodat het aantal onbekenden zoveel mogelijk gereduceerd wordt.

b) Welke invloed hebben de puntlasten op de momentenverdeling?
c) Werk de door U gekozen methode uit en los de onbekenden op.
d) Teken de momentenlijn en dwarskrachtenlijn voor de gehele constructie.
e) Schets hoe de momentenlijn verandert afhankelijk van de *a/b* verhouding.

TIP:
Neem de *a* als vaste waarde en laat *b* variëren, ga niet rekenen maar laat kwalitatief zien wat de invloed is op de momentenlijn m.b.v. schetsjes.

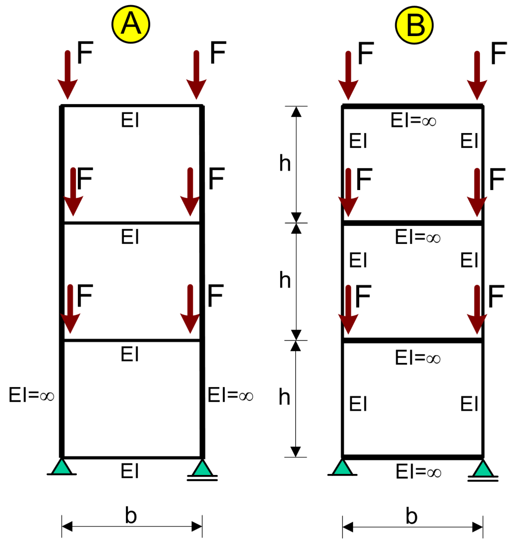
f) Hoe groot kan het moment in de bovenregel maximaal worden t.p.v. de knopen als de *b* waarde variabel is?
g) Leg kort in woorden uit wat er verandert in uw aanpak indien er alleen één puntlast op 1/3 van de overspanning *a* op de bovenregel aangrijpt?

Er wordt gekozen voor een vierkant raamwerk met *a* = *b* = 6,0 m.

h) Schets de knikvorm en bepaal de kniklast en kniklengte van de linker kolom.
i) Bepaal de maximale grootte van de puntlast als de kniklast van de kolom maatgevend is.
j) Hoe groot is de vergrotingsfactor?

VRAAGSTUK 2: Stabiliteit (ca 30 min)

Van de twee onderstaande (educatieve) constructies A en B worden de kolommen per verdieping centrisch belast met de aangegeven puntlasten *F*. Gevraagd wordt een stabiliteitsonderzoek te verrichten. In geval A zijn de kolommen oneindig stijf en hebben de regels een buigstijfheid *EI*. Voor constructie B is dit precies omgekeerd. Alle kolom-regel aansluitingen zijn volkomen stijf uitgevoerd.



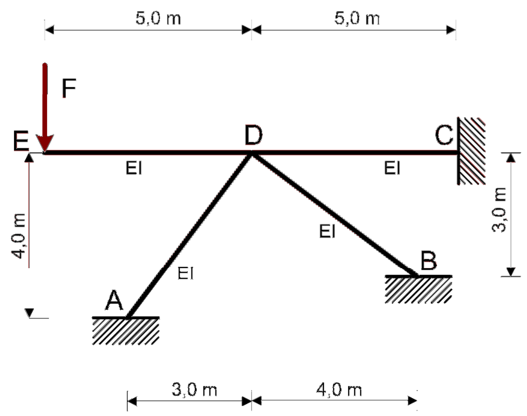
Gegevens : EI =16000 kNm^2; h = 4 m; b = 2 m;

Vragen:

a) Teken beide constructies in de verplaatste stand.
b) Bepaal voor zowel constructie A als B de kritieke last *F* waarbij het evenwicht van de constructie instabiel wordt.
c) Stel dat de onderste regel niet momentvast maar scharnierend is verbonden met de kolommen, hoe verandert dan de kritieke last voor constructie A en B?

VRAAGSTUK 3: Verplaatsingenmethode (ca 30 min)

Onderstaande raamwerkconstructie wordt belast met een puntlast in E. Alle staven met buigstijfheid *EI* zijn momentvast met elkaar verbonden in D en de invloed van de normaalkrachtvervorming kan worden verwaarloosd. Gevraagd wordt de krachtsverdeling te bepalen met behulp van de verplaatsingenmethode.

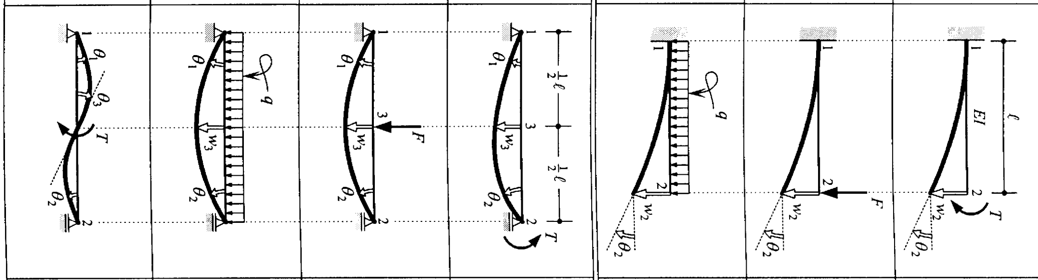


Gegeven : $F = 30,0\text{ kN}; \quad EI = 12500\text{ kNm}^2$

Vragen:

a) Beschrijf de oplossingsstrategie volgens de verplaatsingen methode en geef aan wat uw fundamentele onbekende(n) zijn.
b) Los de onbekende(n) op.
c) Teken de momentenlijn van de gehele constructie inclusief de vervormingstekens en schrijf de waarden erbij.
d) Bepaal de zakking van punt E.

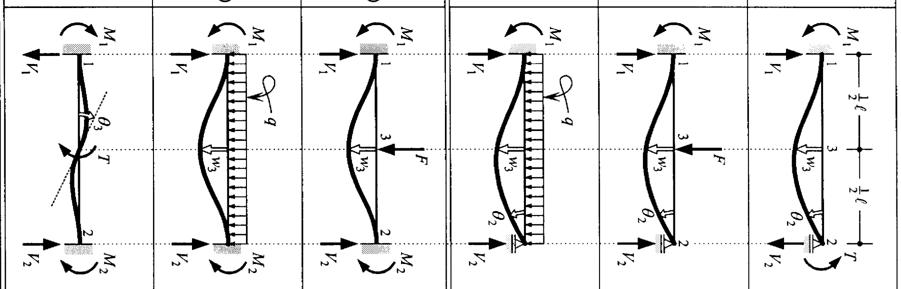
FORMULEBLAD



(1)	$\theta_2 = \frac{T\ell}{EI}$; $w_2 = \frac{T\ell^2}{2EI}$
(2)	$\theta_2 = \frac{F\ell^2}{2EI}$; $w_2 = \frac{F\ell^3}{3EI}$
(3)	$\theta_2 = \frac{q\ell^3}{6EI}$; $w_2 = \frac{q\ell^4}{8EI}$
(4)	$\theta_1 = \frac{1}{6}\frac{T\ell}{EI}$; $\theta_2 = \frac{1}{3}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{16}\frac{T\ell^2}{EI}$
(5)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16}\frac{F\ell^2}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{48}\frac{F\ell^3}{EI}$
(6)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24}\frac{q\ell^3}{EI}$; $w_3 = \frac{5}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$
(a)	$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24}\frac{T\ell}{EI}$; $\theta_3 = \frac{1}{12}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = 0$

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) — (4), (5), (6), (a)

vergeet-mij-nietjes — (1), (2), (3)



(7)	$\theta_2 = \frac{1}{4}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{32}\frac{T\ell^2}{EI}$; $M_1 = \frac{1}{2}T$; $V_1 = V_2 = \frac{3}{2}\frac{T}{\ell}$
(8)	$\theta_2 = \frac{1}{32}\frac{F\ell^2}{EI}$; $w_3 = \frac{7}{768}\frac{F\ell^3}{EI}$; $M_1 = \frac{3}{16}F\ell$; $V_1 = \frac{11}{16}F$; $V_2 = \frac{5}{16}F$
(9)	$\theta_2 = \frac{1}{48}\frac{q\ell^3}{EI}$; $w_3 = \frac{1}{192}\frac{q\ell^4}{EI}$; $M_1 = \frac{1}{8}q\ell^2$; $V_1 = \frac{5}{8}q\ell$; $V_2 = \frac{3}{8}q\ell$
(10)	$w_3 = \frac{1}{192}\frac{F\ell^3}{EI}$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{8}F\ell$; $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}F$
(11)	$w_3 = \frac{1}{384}\frac{q\ell^4}{EI}$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{12}q\ell^2$; $V_1 = V_2 = \frac{1}{2}q\ell$
(b)	$\theta_3 = \frac{1}{16}\frac{T\ell}{EI}$; $w_3 = 0$; $M_1 = M_2 = \frac{1}{4}T$; $V_1 = V_2 = \frac{3}{2}\frac{T}{\ell}$

statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd) — (7), (8), (9)

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) — (10), (11), (b)

Enkele formules voor prismatische liggers met buigstijfheid EI.
T, F en q zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.
M_i en V_i zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede i van de ligger ten gevolge van de oplegreacties.

Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}\right) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}\right) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \text{ of } \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}\right) \\ \sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} \end{cases} \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}\right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises : $\frac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right] \le \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_\mathrm{k}} = \frac{1}{\frac{r}{l}} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \quad \Rightarrow \quad l_\mathrm{k} = l\sqrt{4+\frac{10}{\rho}} \quad \text{met}: \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \qquad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \qquad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos\alpha x + C_2 \sin\alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

en $S_z(x) = M' - Fw'$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos\alpha x + C_4 \sin\alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3\alpha \sin\alpha x - C_4\alpha\cos\alpha x$$

$$M(x) = EI \times \left[C_3\alpha^2 \cos\alpha x + C_4\alpha^2 \sin\alpha x \right]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_\mathrm{k} = \frac{(\eta_1+\eta_2)^2}{\eta_1\eta_2(\eta_1+\eta_2-4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met}: \quad \begin{array}{l} \eta_1 = 4 + \dfrac{10}{\rho_1};\ \rho_1 = \dfrac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 = 4 + \dfrac{10}{\rho_2};\ \rho_2 = \dfrac{r_2 l}{EI} \end{array}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5+2\rho_1)(5+2\rho_2)}{(5+\rho_1)(5+\rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met}: \quad \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \qquad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

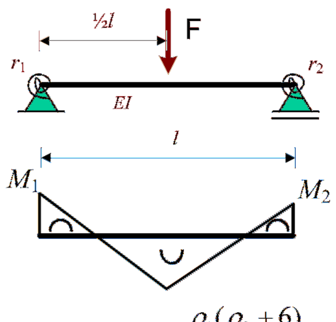
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

"Vrije" kromming t.g.v lineair temperatuurs-verloop over de hoogte h van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$$\rho_1 = \frac{r_1 l}{EI}; \qquad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI};$$

$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2+6)}{8\rho_1(\rho_2+4)+32(\rho_2+3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1+6)}{8\rho_2(\rho_1+4)+32(\rho_1+3)} Fl$$