

--	--	--	--	--	--	--	--

Uitwerkingen

Antwoordformulier

CTB2210 Constructiemechanica 3

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.

Kladpapier wordt niet ingenomen.
Het nietje mag niet verwijderd worden.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.

Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.

Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Aantal opgaven: 5.

De opgaven hebben verschillende weging. Het gewicht is in tijd weergegeven.

Relevante **formulebladen** zijn bijgevoegd.

Toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:

Rekenmachine, grafische rekenmachine, tekenmaterialen waaronder passer.

Niet toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:

Boeken, dictaten, aantekeningen, andere formulebladen, woordenboeken, computer, mobiele telefoon, smart phone of apparaten met vergelijkbare functies.

Mobiel UIT en opbergen in tas.

Elk vermoeden van fraude wordt gemeld bij de examencommissie.

--	--	--	--	--	--	--	--

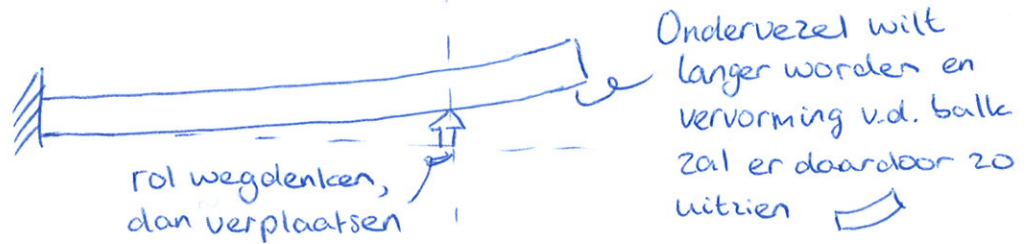
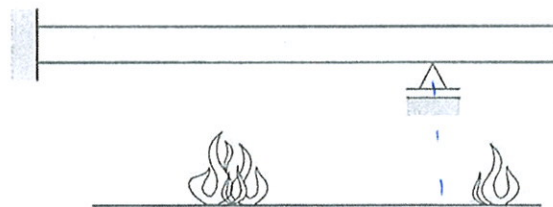
Opgave 1: Statisch onbepaalde constructie

(ongeveer 15 minuten)

Gegeven: Een balk met een inklemming en een roloplegging, als aangegeven. In de ruimte onder de balk breekt een brandje uit, waardoor de balk onder warmer wordt dan boven.

Gevraagd: Schets de momentenlijn, met buigteken(s).

Beredeneer hoe u tot deze momentenlijn komt, met één of enkele schetsjes en maximaal 5 regels tekst.



dus reactiekracht naar beneden die verplaatsing tegen werkt.



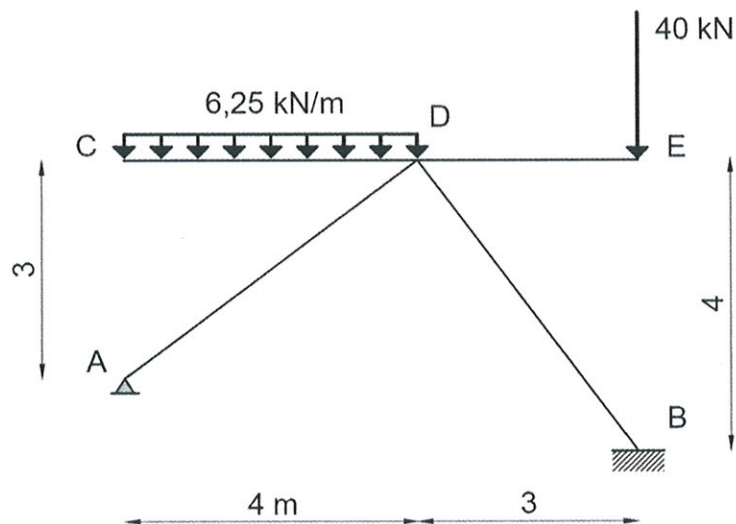
vrije kromming mogelijk in uithaging : $M=0$

--	--	--	--	--	--	--	--

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies

(ongeveer 50 minuten)

Gegeven: Onderstaand raamwerk waarvan de vier staven in D momentvast met elkaar verbonden zijn. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid $EI = 10000 \text{ kN/m}^2$. Het raamwerk wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op CD en een puntlast in E. Het raamwerk is ingeklemd in B en scharnierend ondersteund in A. Opleggingen, maten en belastingen zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



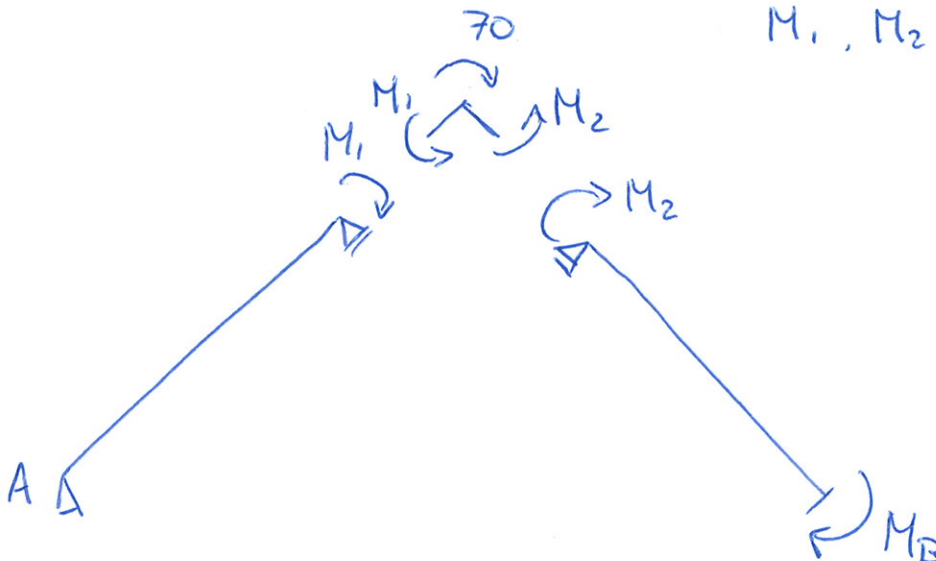
Gevraagd:

- Bepaal de graad van statisch onbepaaldheid en schets het model dat u hanteert om de krachtsverdeling op te lossen met behulp van de krachtenmethode. Laat duidelijk zien welke onbekende(n) u kiest.

$n = 2$

3 onbekenden:

M_1 , M_2 en M_B



--	--	--	--	--	--	--	--

- b. Stel de noodzakelijke vergelijkingen op en los de door u aangenomen onbekende(n) op. Maak gebruik van de vergeet-mij-nietjes op het formuleblad dat is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

2⁺

$$\textcircled{1} M_1 + M_2 = 70$$

$$\textcircled{2} \varphi_B = 0 \Rightarrow +\frac{1}{3} \frac{M_B \cdot 5}{EI} - \frac{1}{6} \frac{M_2 \cdot 5}{EI} = 0$$

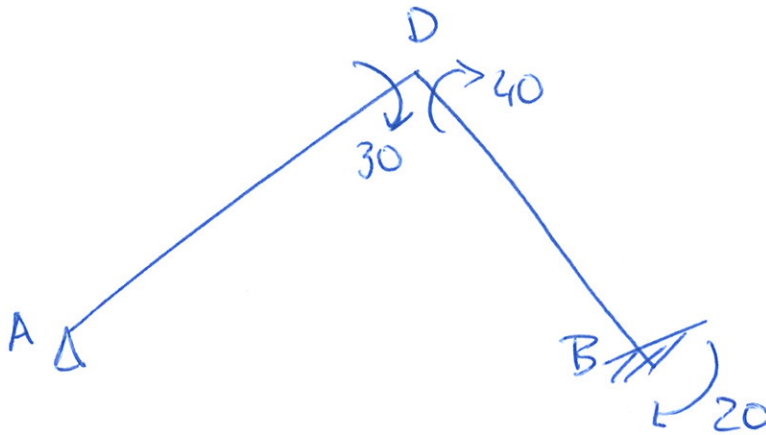
(of in één keer vgn $M_B = \frac{1}{2} M_2$)

$$\textcircled{3} \varphi_D^{AD} = \varphi_D^{BD} \Rightarrow +\frac{1}{3} \frac{M_1 \cdot 5}{EI} = -\frac{1}{6} \frac{M_B \cdot 5}{EI} + \frac{1}{3} \frac{M_2 \cdot 5}{EI}$$

Uitwerken levert:

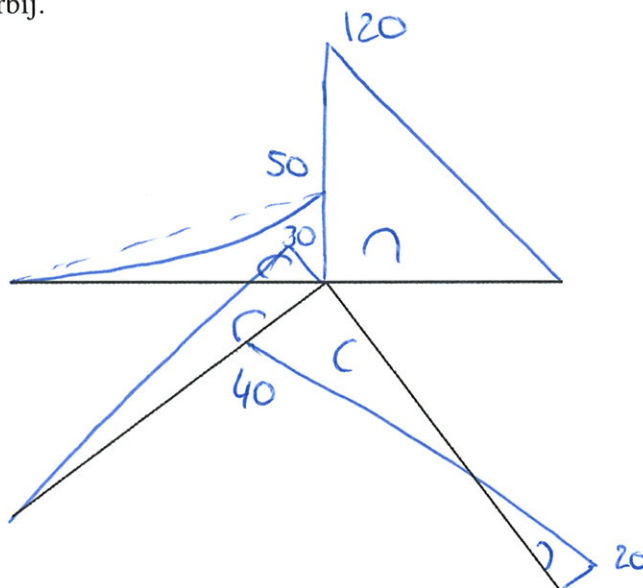
$$M_B = +20 \text{ kNm}$$
$$M_1 = +40 \text{ kNm}$$
$$M_2 = +30 \text{ kNm}$$

--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--

- c. Teken voor de gehele constructie de momentenlijn, met de buigtekens. Zet op karakteristieke punten de waarden erbij.

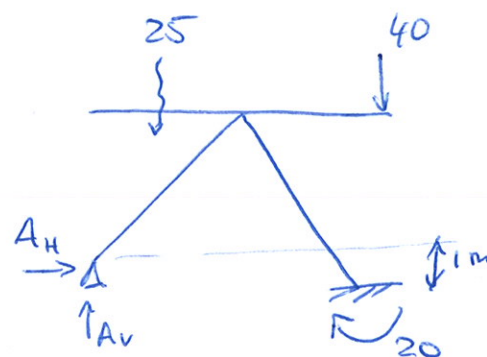


- d. Bepaal de oplegreacties in A, zowel grootte als richting.

$$\sum T/B \text{ (gehele constructie)} = 0 :$$

$$\Rightarrow 20 - 6,25 \cdot 4 \cdot 5 + A_H + 7A_V = 0$$

$$\Rightarrow A_H + 7A_V = 105 \quad (1)$$

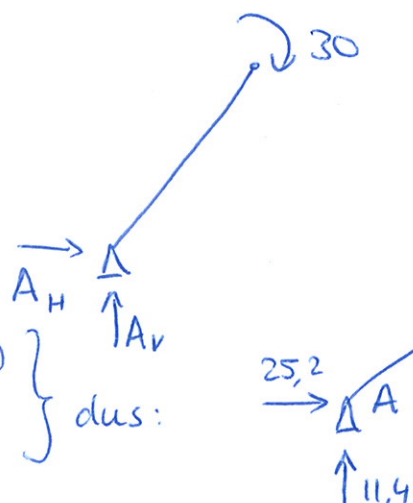


$$\sum T/D, AD = 0 :$$

$$\Rightarrow 30 + 4 \cdot A_V - 3 \cdot A_H = 0$$

$$\Rightarrow -3A_H + 4A_V = -30 \quad (2)$$

uit (1) en (2) volgt: $A_H = 25,2 \text{ kN (+)}$
 $A_V = 11,4 \text{ kN (+)}$ } dus:



--	--	--	--	--	--	--	--

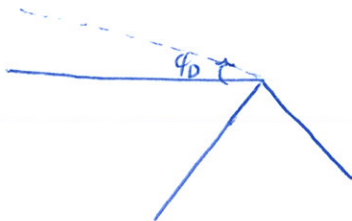
e. Bepaal de rotatie in D, zowel grootte als richting (linksom of rechtsom).

Van antwoord bij vraag b) $\Delta +$

$$\varphi_D = + \frac{1}{3} \frac{M_1 \cdot S}{EI} = + \frac{1}{3} \cdot \frac{30 \cdot 5}{10000} = + 0,005 \text{ rad } \Delta$$

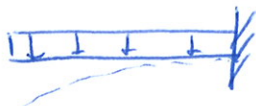
f. Bepaal de verticale verplaatsing van C, zowel grootte als richting.

kwispel:



+

q-last:



$$w_C = -\varphi_D \cdot 4 + \frac{1}{8} \frac{q l^4}{EI}$$

$$= -0,005 \cdot 4 + \frac{1}{8} \frac{6,25 \cdot 4^4}{10000}$$

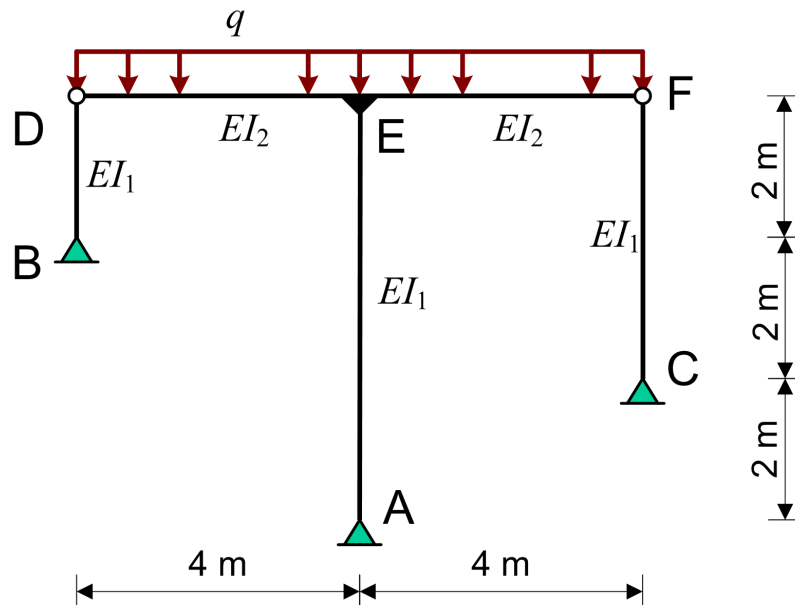
$$= -0,02 + 0,02$$

$$= 0 \text{ mm}$$

Opgave 1: Stabiliteit

(ongeveer 40 minuten)

In het onderstaande raamwerk hebben de kolommen een buigstijfheid EI_1 . De doorgaande ligger DEF, met buigstijfheid EI_2 , is in E momentvast verbonden met de kolom AE, de kolommen BD en CF zijn pendels. De regel DEF wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q . De afmetingen en de buigstijfheden zijn in de figuur aangegeven.



Gegeven: $EI_1 = 4000 \text{ kNm}^2$; $EI_2 = 3000 \text{ kNm}^2$;

Vragen:

- Teken de mogelijke knikvormen en schat de daarbij behorende kniklengte af uit uw schets.
- Bepaal voor de middenkolom de maximale normaalkracht, voor het geval deze maatgevend is voor knik.
- Bepaal op basis van antwoord b) de maximale belasting q die op de constructie mag aangrijpen m.b.t. knik.

Naast de aangegeven q -last wordt de constructie in D ook belast met een horizontale kracht H . Uit een 1^e orde berekening volgt dat de verplaatsing van D 30 mm bedraagt in de richting van de horizontale kracht H .

- Bepaal de 1^e orde momentenlijn in kolom AE.
- De ligger wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting van 5 kN/m. Bepaal het maximale 2^e orde moment in kolom AE.

ANTWOORDEN OPGAVE STABILITEIT

- a) Schetsen gevraagd met nette knikvormen. Afstand tussen de buigpunten is de kniklengte. Partiele knikvormen voor de buitenkolommen, globale knikvorm voor middenkolom. Afschatten voldoet.
- b) Kolom AE is maatgevend en levert “de” kniklast. De stabiliteit van het evenwicht wordt geleverd door kolom AE. Vervang de ligger DEC door een rotatieveer met veerstijfheid r t.p.v. E. Er ontstaat het basisgeval van de starre knikstaaf die verend is ingeklemd.

$$r = \frac{3EI_2}{4} + \frac{3EI_2}{4} = 4500 \text{ kNm/rad}$$

$$F_k = \frac{1}{\eta} \frac{\pi^2 EI_1}{6^2} \quad \text{met: } \rho = \frac{4500 \times 6}{4000} = \frac{27}{4} = 6,75 \quad \text{en} \quad \eta = 4 + \frac{10}{\rho} = \frac{148}{27} = 5,48$$

$$F_k = \frac{750\pi^2}{37} = 200 \text{ kN}$$

- c) Kolom AE is het stabiliserende onderdeel in de constructie. In de belasting op kolom AE moet de aanpendelende belasting worden verwerkt. Voor de ligger DEC kan gebruik worden gemaakt van de bekende oplegreacties voor een statisch onbepaalde ligger. Een 1^e orde berekening levert:

$$N^{BD} = -\frac{3}{8}ql; \quad N^{AE} = -\frac{10}{8}ql; \quad N^{CF} = -\frac{3}{8}ql;$$

De totale belasting op de kolom inclusief de aanpendelende belasting die voor knik in rekening moet worden gebracht wordt hiermee:

$$F^{AE} = \frac{10}{8}ql + \frac{3}{8}ql \times \frac{h}{\frac{1}{3}h} + \frac{3}{8}ql \times \frac{h}{\frac{2}{3}h} = \frac{47}{16}ql = 2,94ql$$

Deze belasting op kolom AE moet kleiner zijn dan de kniklast:

$$\frac{47}{16}q_k \times 4 \leq 200 \quad \Leftrightarrow \quad q_k = 17 \text{ kN/m}$$

- d) De 1^e orde uitbuiging is gegeven. De kolom is verend ingeklemd waaruit volgt:

$$u = \frac{M_1 h}{r} + \frac{H h^3}{3EI_1} \quad \text{met: } M_1 = Hh$$

Hieruit volgt:

$$H = \frac{15}{13} = 1,15 \text{ kN}; \quad M_1 = \frac{90}{13} = 6,9 \text{ kNm}$$

Schets M-lijn, lineair verloop, 0 aan de voet en 6,9 kNm bovenaan met juiste vervormingsteken!