

## Tentamen CT2031

### ConstructieMechanica 3

23 Januari 2012 van 14:00 – 17:00 uur

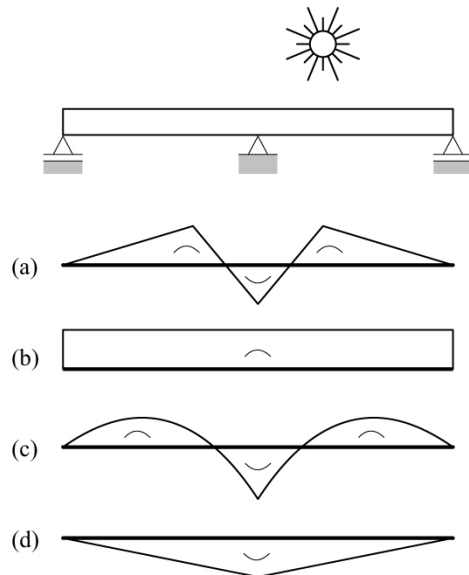
Als de kandidaat niet voldoet aan de voorwaarden tot deelname wordt het tentamenwerk niet beoordeeld.

- Dit tentamen bestaat uit **5 vraagstukken**.
- Werk elk vraagstuk uit op een **afzonderlijk blad**.
- Vermeld op elk blad rechtsboven uw **naam** en **studienummer**
- In de beoordeling van het werk wordt ook de **netheid** van de presentatie betrokken
- GSM toestellen, PDA's en andere gadgets met al dan niet UMTS en/of bluetooth-verbinding mogen niet aan staan tijdens het tentamen en ook niet op de tafels liggen
- Maak gebruik van de bijgeleverde formulebladen
- Gebruik geen rode pen of rood potlood
- Het gebruik van woordenboeken en (grafische) rekenmachines is toegestaan

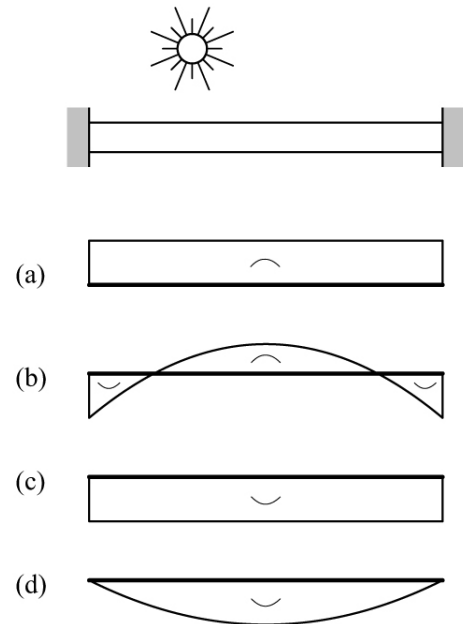
**VRAAGSTUK 1 : Theorie, statisch onbepaald****( ca 15 min )**

Van een statisch onbepaalde ligger worden hieronder drie situaties geschetst waar de bovenzijde van de ligger door zonbestraling warmer wordt. Gevraagd wordt naar de juiste momentenlijn voor iedere getekende situatie. Omcirkel de juiste oplossing (a), (b), (c) of (d).

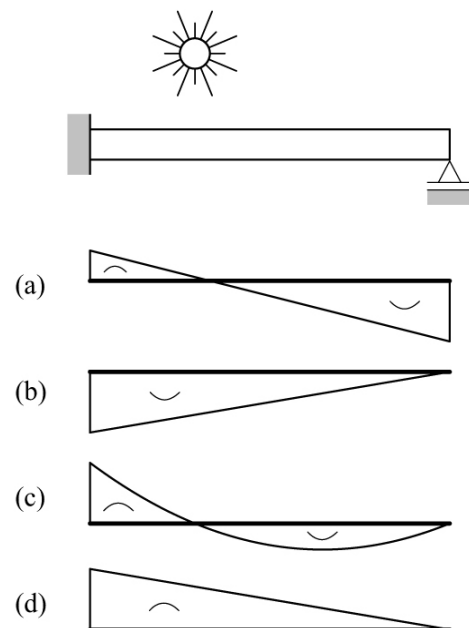
Situatie 1



Situatie 2



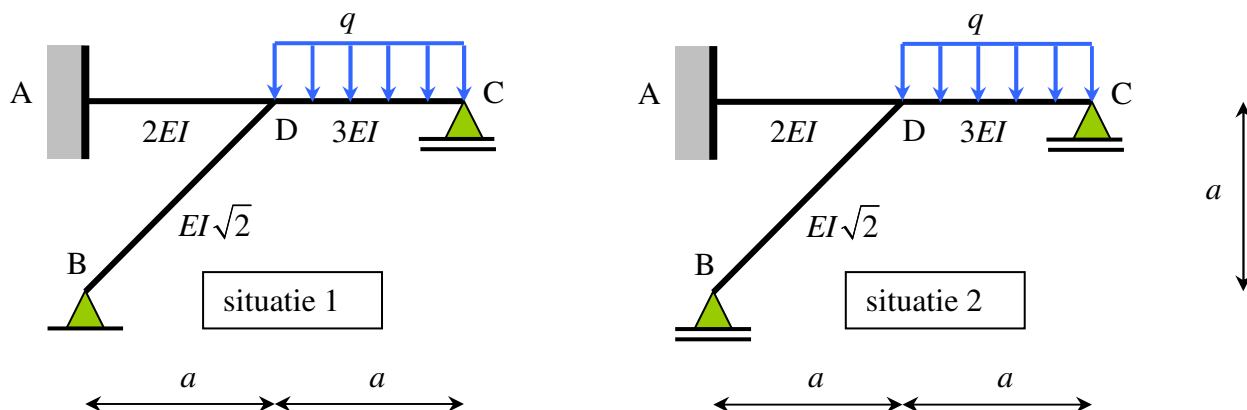
Situatie 3





**VRAAGSTUK 3 : Statisch onbepaalde constructies****( ca 60 min )**

Een raamwerkconstructie in **situatie 1** wordt op de overspanning DC belast met een gelijkmatig verdeelde belasting  $q$ . Alle staven hebben een afwijkende buigstijfheid zoals in de figuur is aangegeven. In D zijn de aansluitende staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd. De krachtsverdeling in de constructie moet worden bepaald met behulp van de krachtenmethode.



**!!! LET OP DE BUIGSTIJFHEDEN VAN DE STAVEN !!!**

**Gegevens :**  $a = 4 \text{ m}$ ;  $q = 1140 \text{ kN/m}$ ;  $EI = 150000 \text{ kNm}^2$

**Vragen:**

- Schets de vervormde constructie van situatie 1 en geef aan hoeveel voudig statisch onbepaald deze constructie is. Bepaal een statisch bepaald hoofdsysteem en geef uw statisch onbepaalden aan in een schets waardoor duidelijk wordt wat de door U gekozen positieve richtingen zijn van de statisch onbepaalden.
- Stel de vormveranderingsvoorwaarde(n) op en bepaal de statisch onbepaalde(n). U mag gebruik maken van alle mogelijke handigheidjes om het probleem zo snel mogelijk op te lossen, dus ook de GR!
- Teken de  $M$ -lijn voor dit belastingsgeval inclusief de vervormingstekens en zet de karakteristieke waarden erbij.

De constructie wordt vervolgens gemodificeerd, oplegging B verandert in een horizontale roloplegging. Zie hiervoor de constructie van **situatie 2**.

- Wat verandert er aan de oplossingsstrategie door deze ingreep? Geef dit kort en bondig weer!
- Schets de vervormde constructie en laat duidelijk zien waar de invloed van het veranderde statische systeem, tot uitdrukking komt.
- Stel de noodzakelijke vergelijkingen op waarmee de krachtsverdeling kan worden gevonden. Ondersteun het antwoord zonedig met duidelijke schetsjes.
- Los de onbekende op en teken de  $M$ -lijn. Gebruik indien nodig de GR!

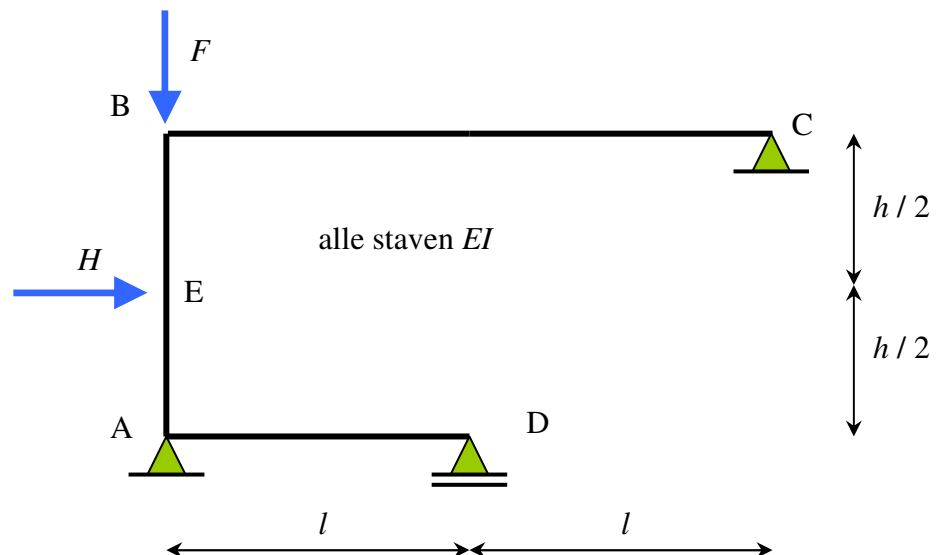
© Ter controle :

- Het grootste moment in staaf BD is in absolute zin gelijk aan  $400 \text{ kNm}$ .
- Het aansluitmoment in D van staaf DC is in absolute zin  $2880 \text{ kNm}$ .

- Hoe groot is de horizontale verplaatsing van roloplegging B?

**VRAAGSTUK 4 : Stabiliteit****( ca 40 min )**

Van de onderstaande (educatieve) constructie wordt gevraagd een stabiliteitsonderzoek te verrichten. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid  $EI$  en zijn star met elkaar verbonden. De invloed van de normaalkrachtvervorming en de invloed van de dwarskrachten op het evenwicht in de vervormde stand, mogen worden verwaarloosd. De kracht  $H$  is een constante kracht, de verticale puntlast  $F$  kan variëren. Ons onderzoek is gericht op met name staaf AB.



**Gegevens :**  $EI = 1000 \text{ kNm}^2$ ;  $h = 4 \text{ m}$ ;  $l = 4 \text{ m}$ ;  $F = 300 \text{ kN}$ ;  $H = 92 \text{ kN}$


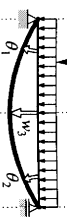
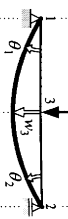
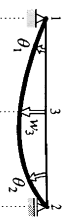


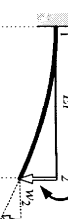
**Vragen:**

- a) Bepaal van deze constructie de 1<sup>e</sup> orde momentenverdeling en toon daarbij aan dat voor het moment in E, in absolute zin, geldt:

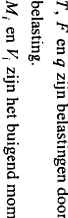



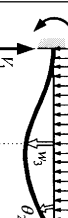


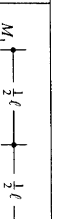
$$M_E = 68 \text{ kNm}$$

- b) Bepaal de 1<sup>e</sup> orde horizontale oplegreactie in C.  
 c) Bepaal de 1<sup>e</sup> orde verplaatsing in E.  
 d) Geef het model weer waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.  
 e) Bepaal de kniklast  $F_k$  van deze constructie.  
 f) Geef een afchatting van de tweede orde uitbuiging van deze constructie in E.  
 g) Hoe groot zal het 2<sup>e</sup> orde moment in E zijn?  
 h) Heeft U nog aanvullende opmerkingen?

# FORMULEBLAD

 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$	 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$	 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$
--	---	--	--	---	---	--

vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) vergeet-mij-nietjes

<p style="text-align: center;">statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd)</p>		<p style="text-align: center;">statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)</p>	
 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_3 = \frac{1}{12} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = 0$		 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{24} \frac{q \ell^3}{EI}; \quad w_3 = \frac{5}{384} \frac{q \ell^4}{EI}$	
 $\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{16} \frac{F \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{48} \frac{F \ell^3}{EI}$		 $\theta_1 = \frac{1}{6} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad \theta_2 = \frac{1}{3} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_3 = \frac{1}{16} \frac{T \ell^3}{EI}$	
 $\theta_2 = \frac{q \ell^3}{6EI}; \quad w_2 = \frac{q \ell^4}{8EI}$		 $\theta_2 = \frac{F \ell^2}{2EI}; \quad w_2 = \frac{F \ell^3}{3EI}$	
 $\theta_2 = \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{T \ell^3}{2EI}$		 $\theta_2 = \frac{1}{4} \frac{T \ell^2}{EI}; \quad w_2 = \frac{1}{32} \frac{T \ell^3}{EI}$	

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)

Enkele formules voor prismaïsche liggers met buigstijfheid  $EI$ .  
 $T$ ,  $F$  en  $q$  zijn belastingen door resp. een koppel, kracht en gelijkmatig verdeelde belasting.  
 $M_i$  en  $V_i$  zijn het buigend moment en de dwarskracht op einddoorsnede  $i$  van de ligger ten gevolge van de oplegkrachten.

## Spanningen en rekken :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{array} \right. \text{ of } \left\{ \begin{array}{l} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{yy} + \nu \varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = 2G \varepsilon_{xy} \end{array} \right. \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

von Mises :  $\frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

## FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_k = l \sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

met:  $\rho = \frac{rl}{EI}$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x$$

Of:

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

$$\text{en } S_z(x) = M' - Fw'$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3 \alpha \sin \alpha x - C_4 \alpha \cos \alpha x$$

$$M(x) = EI \times [C_3 \alpha^2 \cos \alpha x + C_4 \alpha^2 \sin \alpha x]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

Ongeschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1 \eta_2 (\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met: } \begin{aligned} \eta_1 &= 4 + \frac{10}{\rho_1}; \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 &= 4 + \frac{10}{\rho_2}; \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{aligned}$$

Geschoorde aan twee zijden verend ingeklemde knikstaaf:

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met: } \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

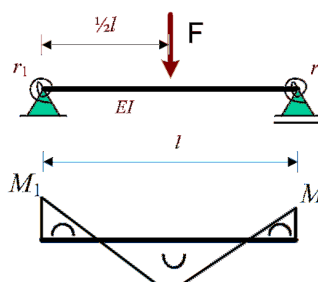
Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

“Vrije” kromming t.g.v lineair temperatuursverloop over de hoogte  $h$  van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$

VGN voor verend ingeklemde statisch onbepaalde ligger



$$\rho_1 = \frac{r_1 l}{EI}; \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI};$$

$$M_1 = \frac{\rho_1(\rho_2 + 6)}{8\rho_1(\rho_2 + 4) + 32(\rho_2 + 3)} Fl$$

$$M_2 = \frac{\rho_2(\rho_1 + 6)}{8\rho_2(\rho_1 + 4) + 32(\rho_1 + 3)} Fl$$