TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
29 januari 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

Antwoordformulier

CTB2210 Constructiemechanica 3

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.
Het nietje mag niet verwijderd worden.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Aantal opgaven: 4.
De opgaven hebben verschillende weging. Het gewicht is in tijd weergegeven.

Relevante **formulebladen** zijn bijgevoegd. Een paar vergeet-me-nietjes zijn weggepoetst, omdat u geacht wordt deze af te leiden bij vraag 1.

Toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Rekenmachine, grafische rekenmachine, tekenmaterialen waaronder passer.

Niet toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Boeken, dictaten, aantekeningen, andere formulebladen, woordenboeken, computer, mobiele telefoon, smart phone of apparaten met vergelijkbare functies.

Mobiel UIT en opbergen in tas.
Elk vermoeden van fraude wordt gemeld bij de examencommissie.

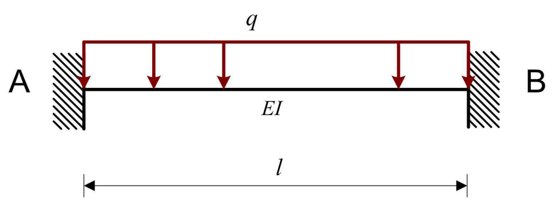
TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
29 januari 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

Opgave 1: Statisch onbepaald – basiskennis (ongeveer 45 minuten)

a. Gegeven: onderstaande ligger.
Gevraagd: bepaal de inklemmingsmomenten M_A en M_B. Schets vervolgens de momentenlijn met vervormingstekens; zet ook de waarde van het veldmoment erbij. Het bijbehorende vergeet-me-nietje is weggepoetst op het antwoordformulier. U dient het antwoord zelf af te leiden.

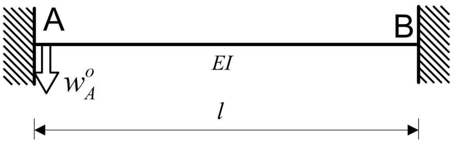


M-lijn:

STUDIENUMMER

NAAM

b. Gegeven: onderstaande ligger, waarbij de linker-inklemming een zetting w^0_A ondergaat.



Eerst: Omschrijf – zonder te rekenen – waarom een steunpuntzetting bij statisch onbepaalde constructies de krachtsverdeling beïnvloedt. Gebruik niet meer dan 6 regels tekst. Illustreer uw redenering met een schets, voor dit geval.

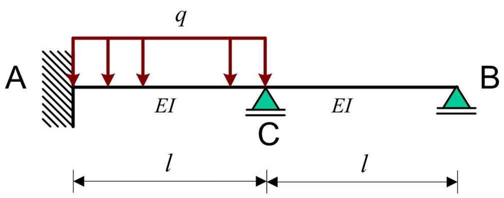
Vervolgens: Bepaal de inklemmingsmomenten M_A en M_B uitgedrukt in w^0_A, l en EI. Schets de momentenlijn met vervormingstekens. Het bijbehorende vergeet-me-nietje is weggepoetst op het antwoordformulier. U dient het antwoord zelf af te leiden.

M-lijn:

STUDIENUMMER

NAAM

c. Gegeven: onderstaande doorgaande ligger.



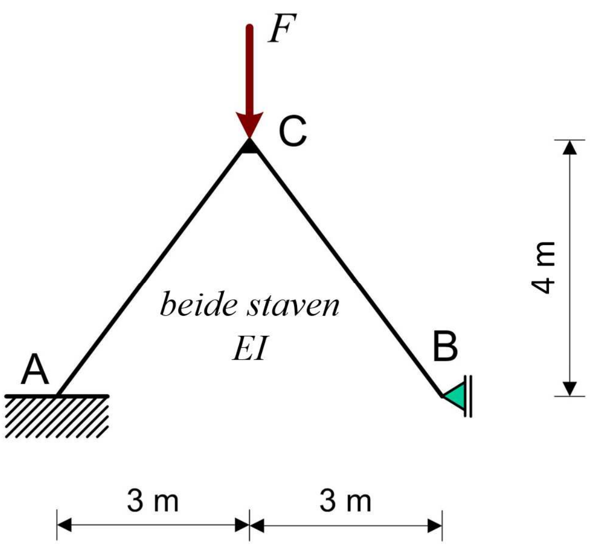
Gevraagd: Bepaal het steunpuntsmoment M_C . Geef erbij aan of er trek aan de onder- danwel bovenzijde zit.

STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies (ongeveer 45 minuten)

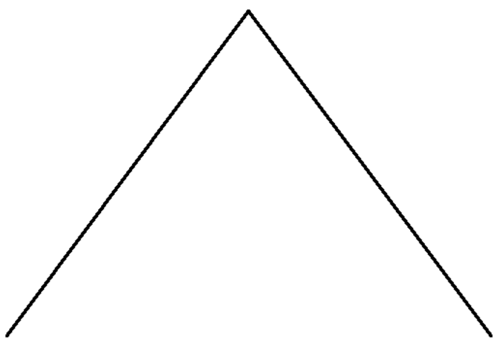
Gegeven: Onderstaande constructie wordt belast door de aangegeven puntlast in C. De constructie is in A ingeklemd en in B opgelegd op een rol. De invloed van normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd. Deze opgave dient te worden uitgewerkt met de hybride methode.
Houd voor de berekening aan: F = 10 kN en EI = 10000 kNm^2.



Gevraagd:

a. Geef onderstaand met een schets aan hoe het model er uit ziet waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald. Laat duidelijk zien welke onbekenden u kiest.

Opmerking: Deze constructie werd bij de opzet van het oude vak opgelost met de 'hybride methode', welke gebruikt maak van virtuele arbeid. Deze methode maakt geen deel meer uit van het vak. Deze som kan nog worden gemaakt door de standaard krachtenmethode te gebruiken, dus zonder een mechanisme te schematiseren.



b. Stel de vergelijkingen op waarmee de onbekenden kunnen worden bepaald.

c. Los de vergelijkingen op, bereken de onbekenden. Het is handig om dit eerst symbolisch te doen en daarna de getalswaarden in te vullen voor de gegeven *F* en *EI*.

d. Schets onderstaand de momentenlijn. Zet de waarden en buigtekens erbij.

e. Schets onderstaand de dwarskrachtenlijn. Zet de waarden en vervormingstekens erbij.

STUDIENUMMER

NAAM

f. Bepaal de verticale verplaatsing van C.

g. Bepaal de normaalkracht in BC.

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
29 januari 2018 van 13.30-16.30 uur

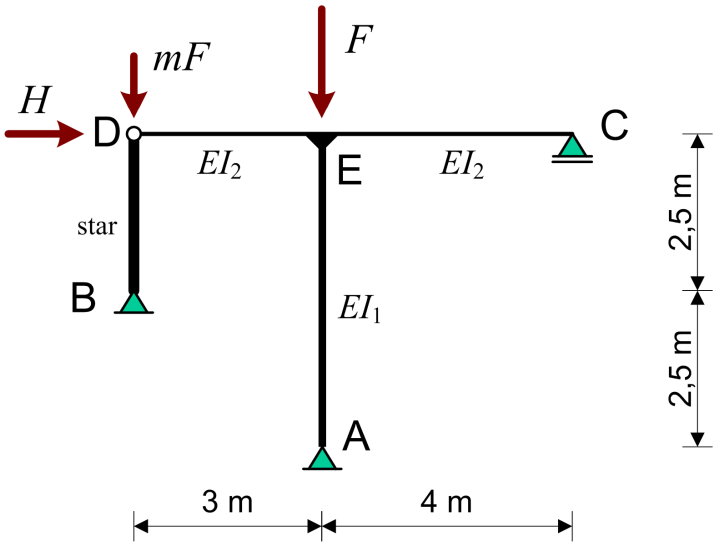
STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 3: Stabiliteit (ongeveer 50 minuten)

Van de onderstaande constructie is de buigstijfheid EI_1 van de kolom AE nog onbekend. De pendelkolom BD is star. De regel DEC, met buigstijfheid EI_2, is in E momentvast verbonden met de kolom AE. De belasting F en mF zijn aangebracht op resp. de kolommen AE en BD.

Let op : De oplegging in C is een horizontale roloplegging.



Gegeven: $EI_2 = 3000 \text{ kNm}^2$;

Vragen:

a) Teken de knikvorm voor $m = 0$ en $H = 0$ die hoort bij de maximale kniklast F_k en bepaal deze kniklast.

b) Bepaal voor $m = 0$ en $H = 0$, de waarde van de buigstijfheid EI_1 van de kolom AE zodanig dat deze 54,6 % haalt van de maximale kniklast zoals gevonden onder a). Geef een duidelijke schets van de bijbehorende knikvorm.

Houd, in het geval U geen antwoord onder b) heeft gevonden, bij de vervolgvragen aan : $EI_1 = 10000$ kNm^2. (dit is overigens niet de juiste waarde)

c) Leg uit wat de invloed is van een eventuele last mF op kolom BD op de grootte van F en hoe de maximale waarde van F kan worden afgeschat.

STUDIENUMMER

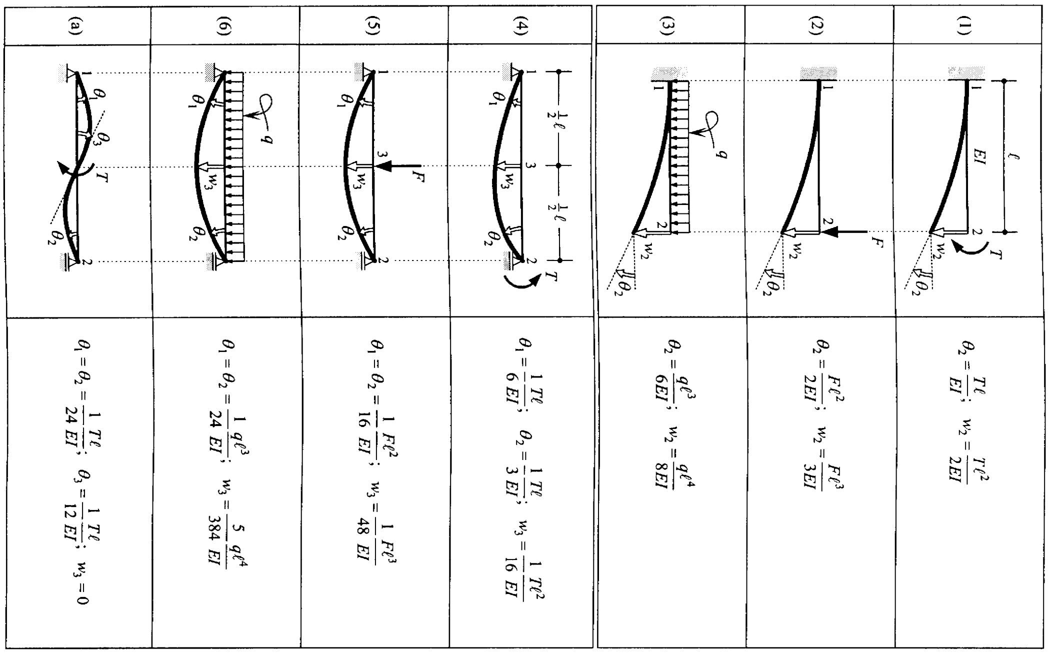
NAAM

d) Bepaal de maximale grootte van F voor de gevonden buigstijfheid EI_1 en een m van 0,25.

e) Bepaal de 1^e orde verplaatsing van punt E voor $H = 5$ kN.

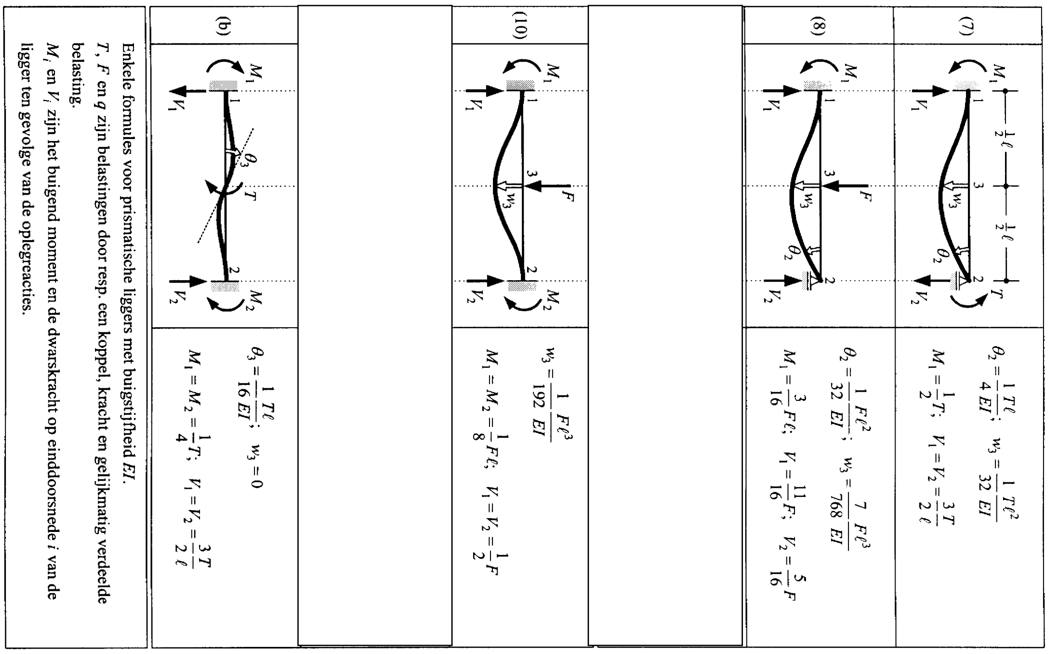
f) Bepaal de 2^e orde verplaatsing van punt E voor $m = 0{,}25$, $F = 50$ kN en $H = 5$ kN.

FORMULEBLAD
(scheur dit deel los van het werk)



vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) *vergeet-mij-nietjes*

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) *statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)*



Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}) \\ \sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \end{cases} \quad \text{met} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

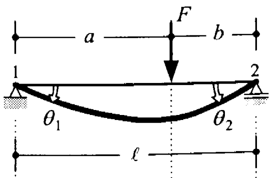
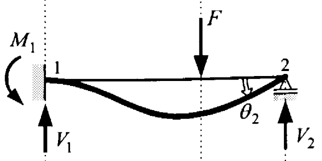
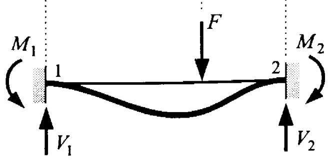
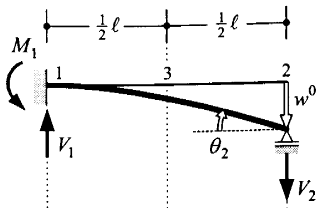
$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}\right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

$$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

von Mises : $\frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

(c)		$\theta_1 = \dfrac{Fab(\ell+b)}{6EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{6EI}\left(2\dfrac{a}{\ell} - 3\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $\theta_2 = \dfrac{Fab(\ell+a)}{6EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{6EI}\left(\dfrac{a}{\ell} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
(d)		$M_1 = \dfrac{Fb(\ell^2-b^2)}{2\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a}{\ell} - \dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $V_1 = \dfrac{Fb(3\ell^2-b^2)}{2\ell^3} = F\left(1 - \dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $V_2 = \dfrac{Fa^2(3\ell-a)}{2\ell^3} = F\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $\theta_2 = \dfrac{Fa^2b}{4EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{4EI}\left(\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
(e)		$M_1 = \dfrac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a}{\ell} - 2\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $V_1 = \dfrac{Fb^2(\ell+2a)}{\ell^3} = F\left(1 - 3\dfrac{a^2}{\ell^2} + 2\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $M_2 = \dfrac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$ $V_2 = \dfrac{Fa^2(\ell+2b)}{\ell^3} = F\ell\left(3\dfrac{a^2}{\ell^2} - 2\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
(f)		$M_1 = \dfrac{3EI}{\ell^2}w^0;\quad V_1 = V_2 = \dfrac{3EI}{\ell^3}w^0$ $\theta_2 = \dfrac{3}{2}\dfrac{w^0}{\ell}$ $\theta_3 = \dfrac{9}{8}\dfrac{w^0}{\ell};\quad w_3 = \dfrac{5}{16}w^0$

drie bij-de handjes

zettingen

Tensortransformatie formules in *x-y* assenstelsel:

$$k_{\overline{xx}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) + \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha + k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{yy}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) - \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha - k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{xy}} = -\tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\sin 2\alpha + k_{xy}\cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx}-k_{yy})};\quad k_1, k_2 = \tfrac{1}{2}\left(k_{xx}+k_{yy}\right) \pm \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\left(k_{xx}-k_{yy}\right)\right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_\mathrm{k}} = \frac{1}{\frac{r}{l}} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \Rightarrow l_\mathrm{k} = l\sqrt{4 + \frac{10}{\rho}}$$

$$\text{met:}\ \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos\alpha x + C_2 \sin\alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

en $S_z(x) = M' - Fw'$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos\alpha x + C_4 \sin\alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3\alpha \sin\alpha x - C_4\alpha\cos\alpha x$$

$$M(x) = EI \times \left[C_3\alpha^2 \cos\alpha x + C_4\alpha^2 \sin\alpha x\right]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_\mathrm{k} = \frac{(\eta_1 + \eta_2)^2}{\eta_1\eta_2(\eta_1 + \eta_2 - 4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met :} \quad \begin{array}{l} \eta_1 = 4 + \dfrac{10}{\rho_1}\ ;\ \rho_1 = \dfrac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 = 4 + \dfrac{10}{\rho_2}\ ;\ \rho_2 = \dfrac{r_2 l}{EI} \end{array}$$

ρ-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5 + 2\rho_1)(5 + 2\rho_2)}{(5 + \rho_1)(5 + \rho_2)} . \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met :} \quad \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v temperatuursgradient:

"Vrije" kromming t.g.v lineair temperatuurs-verloop over de hoogte *h* van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha\Delta T}{h}$$