ANTWOORDEN OPGAVE 1

a) Vervang de inklemmingen door scharnieren met nog onbekende momenten en pas symmetrie toe (d.w.z. $M_A = M_B$). Er kan nu worden volstaan met één hoekveranderingsvergelijking ($\varphi_A = 0$). Uitwerken leidt tot:

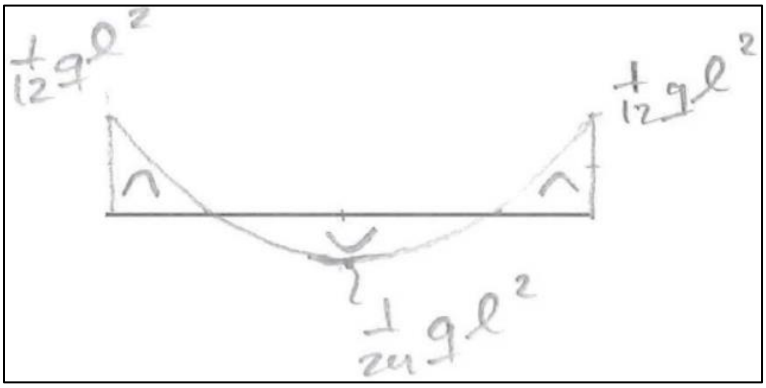
$$\varphi_A = \frac{M_A L}{3EI} + \frac{M_A L}{6EI} - \frac{qL^3}{24EI} = 0$$

$$M_A = \frac{qL^2}{12}$$ $$M_A = \frac{qL^2}{12}$$

Het maximale veldmoment wordt gevonden in het midden van de balk en is gelijk aan:

$$M_{Veld} = \frac{qL^2}{12} - \frac{qL^2}{8} = \left|\frac{qL^2}{24EI}\right|$$

De M-lijn:




b) Door de steunpuntszetting wil de balk roteren; er wil een gaping ontstaan bij de uiteinden. Bij een statisch bepaalde constructie kan deze gaping vrij optreden: er ontstaan dus geen spanningen, krachten, momenten. Bij een statisch onbepaalde constructie kan deze rotatie/gaping niet optreden. De gaping moet dichtgedrukt worden. Dit resulteert in inklemmingsmomenten.

Oplossingsstrategie: stel twee hoekveranderingsvergelijkingen op:

$$\varphi_A = -\frac{M_A L}{3EI} + \frac{M_b L}{6EI} + \theta = 0$$

$$\varphi_B = \frac{M_A L}{6EI} - \frac{M_B L}{3EI} + \theta = 0$$

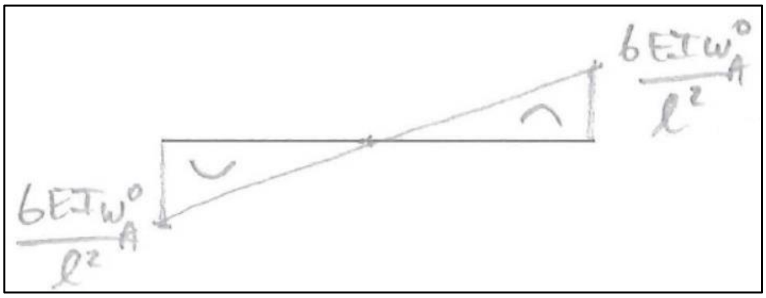
Vermenigvuldig de bovenste vergelijking met x2 en tel ze op. Je krijgt:

$$-\frac{M_A L}{2EI} = -3\theta \text{ met } \theta = \frac{w_A^0}{L}$$

Uitwerken levert:

$$M = \frac{6EI w_A^0}{L^2}$$

De M-lijn:




c) Het steunpuntsmoment kan gevonden worden met hoekveranderingsvergelijkingen

$$\varphi_A = 0 \text{ en } \varphi_C^{(AC)} = \varphi_C^{(CB)}$$

Uitwerken van de eerste hoekveranderingsvergelijking levert

$$\varphi_A = \frac{M_A L}{3EI} + \frac{M_c L}{6EI} - \frac{qL^3}{24EI} = 0$$

En voor de tweede:

$$-\frac{M_A L}{6EI} - \frac{M_c L}{3EI} + \frac{qL^3}{24EI} = \frac{M_c L}{3EI}$$

Oplossen voor $M_c$ levert:

$$M_c = \frac{qL^2}{28}$$

ANTWOORDEN OPGAVE 3

a) Starre kolom AE levert maximale kniklast. Vervang de regel DEC door een rotatieveer met veerstijfheid $r$ t.p.v. E. Er ontstaat het basisgeval van de starre knikstaaf die verend is ingeklemd.

$$r = \frac{3EI_2}{3} + \frac{3EI_2}{4} = \frac{21EI_2}{12} = \frac{21\times 3000}{12} = 5250 \text{ kNm/rad}$$

$$F_{k-star} = \frac{r}{l} = \frac{5250}{5} = 1050 \text{ kN}$$

b) Voor een kolom AE met eindige buigstijfheid kan deze worden gemodelleerd als een ongeschoorde verend ingeklemde staaf. De kniklast kan worden bepaald met of de reciproke formule of de eta-formule. Hier wordt de laatste toegepast.

$$F_k = \frac{1}{\eta}\frac{\pi^2 EI_1}{5^2} \quad \text{met: } \rho = \frac{5250\times 5}{EI_1} \quad \text{en} \quad \eta = 4 + \tfrac{10}{\rho}$$

$$F_k = \frac{\pi^2 EI_1}{25\left(4 + \frac{EI_1}{2625}\right)}$$

Deze gevonden kniklast moet 54,6 % zijn van de eerder gevonden 1050 kN. Dit levert de waarde voor de buigstijfheid $EI_1$ van de kolom AE:

$$\frac{\pi^2 EI_1}{25\left(4 + \frac{EI_1}{2625}\right)} = 0,546\times 1050 \quad \Rightarrow \quad EI_1 = 13001 \text{ kNm}^2$$

c) De $mF$ werkt als aanpendelende belasting en zorgt daarom voor een verhoging van de werkelijke belasting op de kolom in de verplaatste stand. Dit effect mag worden afgeschat met de vereenvoudigde aanpak volgens:

$$F_{tot}^{\text{AE}} = F + mF\frac{l^{\text{AE}}}{l^{\text{BD}}} = \left(1 + m\times\frac{5}{2,5}\right)F = (1+2m)F$$

d) De maximale waarde van F volgt uit de eis dat de totale drukkracht in kolom AE kleiner moet zijn dan de kniklast.

$$1,5F \le 0,546\times 1050 \quad \Rightarrow \quad F_{\text{max}} = 383,2 \text{ kN}$$

e) De 1$^{e}$ orde verplaatsing van E volgt uit een lineaire berekening:

$$u_1^{\text{E}} = \frac{H\times 5^3}{3\times 13001} + \frac{(H\times 5)}{5250}\times 5 = 0,04 \text{ m}$$

f) De 2$^{e}$ orde verplaatsing van E volgt uit:

$$u_2^{\text{E}} = \frac{n}{n-1}u_1^{\text{E}} \quad \text{met: } n = \frac{382,2}{1,5\times 50} = 5,096$$

$u_2^{\text{E}} = 1,244\, u_1^{\text{E}} = 0,05 \text{ m}$ Merk op: De vergrotingsfactor van 1,244 is erg groot!