TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
19 april 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |

NAAM

Antwoordformulier

CTB2210 Constructiemechanica 3

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.
Het nietje mag niet verwijderd worden.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Aantal opgaven: 5.
De opgaven hebben verschillende weging. Het gewicht is in tijd weergegeven.

Relevante **formulebladen** zijn bijgevoegd.

Toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Rekenmachine, grafische rekenmachine, tekenmaterialen waaronder passer.

Niet toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Boeken, dictaten, aantekeningen, andere formulebladen, woordenboeken, computer, mobiele telefoon, smart phone of apparaten met vergelijkbare functies.

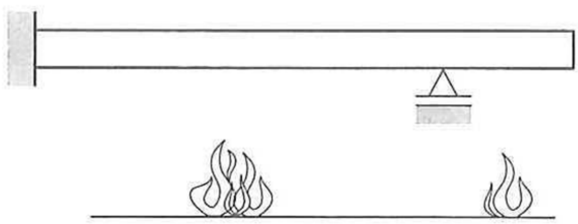
Mobiel UIT en opbergen in tas.
Elk vermoeden van fraude wordt gemeld bij de examencommissie.

STUDIENUMMER
NAAM

Opgave 1: Statisch onbepaalde constructie (ongeveer 15 minuten)

Gegeven: Een balk met een inklemming en een roloplegging, als aangegeven. In de ruimte onder de balk breekt een brandje uit, waardoor de balk onder warmer wordt dan boven.

Gevraagd: Schets de momentenlijn, met buigteken(s).
Beredeneer hoe u tot deze momentenlijn komt, met één of enkele schetsjes en maximaal 5 regels tekst.



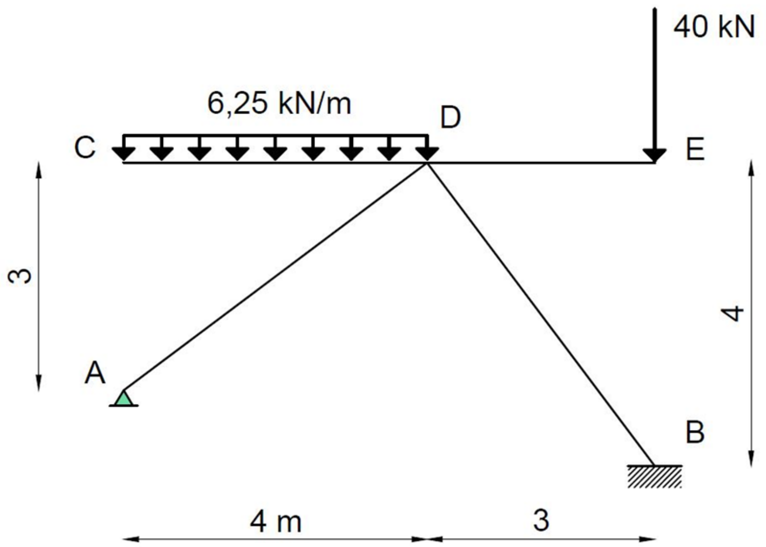
TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
19 april 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructies (ongeveer 50 minuten)

Gegeven: Onderstaand raamwerk waarvan de vier staven in D momentvast met elkaar verbonden zijn. Alle staven hebben dezelfde buigstijfheid EI = 10000 kN/m^2. Het raamwerk wordt belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op CD en een puntlast in E. Het raamwerk is ingeklemd in B en scharnierend ondersteund in A. Opleggingen, maten en belastingen zijn aangegeven. Normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



Gevraagd:

a. Bepaal de graad van statisch onbepaaldheid en schets het model dat u hanteert om de krachtsverdeling op te lossen met behulp van de krachtenmethode. Laat duidelijk zien welke onbekende(n) u kiest.

STUDIENUMMER

NAAM

b. Stel de noodzakelijke vergelijkingen op en los de door u aangenomen onbekende(n) op. Maak gebruik van de vergeet-mij-nietjes op het formuleblad dat is toegevoegd aan dit antwoordformulier.

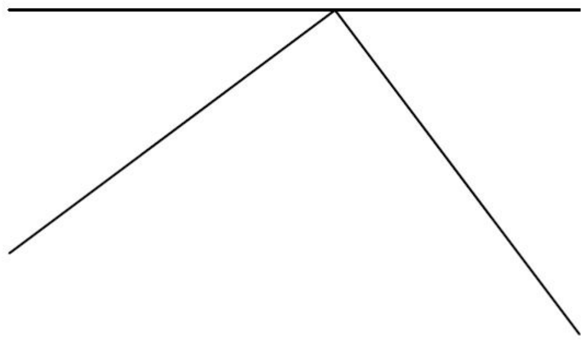
STUDIENUMMER

NAAM

STUDIENUMMER

NAAM

c. Teken voor de gehele constructie de momentenlijn, met de buigtekens. Zet op karakteristieke punten de waarden erbij.



d. Bepaal de oplegreacties in A, zowel grootte als richting.

e. Bepaal de rotatie in D, zowel grootte als richting (linksom of rechtsom).

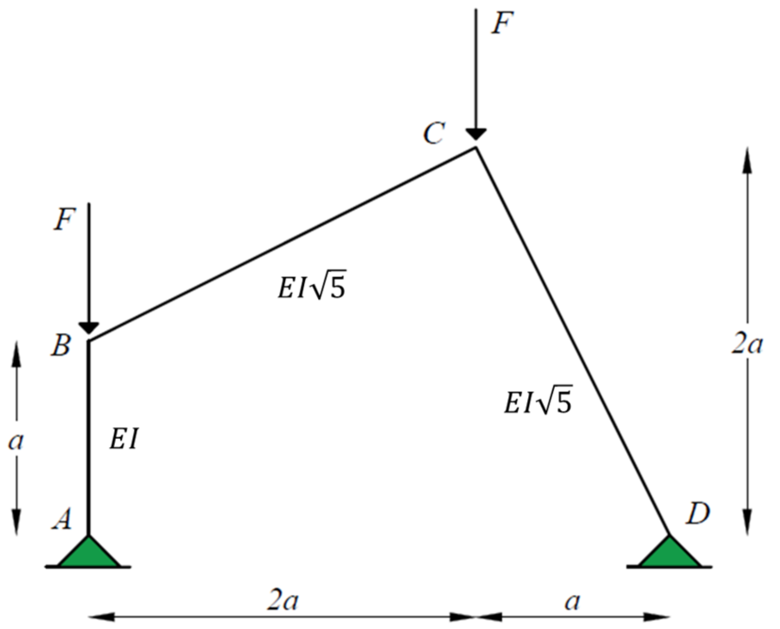
f. Bepaal de verticale verplaatsing van C, zowel grootte als richting.

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
19 april 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER
NAAM

Opgave 3: Statisch onbepaalde constructies (ongeveer 30 minuten)

Gegeven: Onderstaand raamwerk wordt in B en C verticaal belast met twee puntlasten *F*. De staven hebben verschillende buigstijfheid, zoals in de figuur aangegeven; let daar op. In B en C zijn de staven momentvast met elkaar verbonden. De invloed van normaalkrachtvervorming mag worden verwaarloosd.



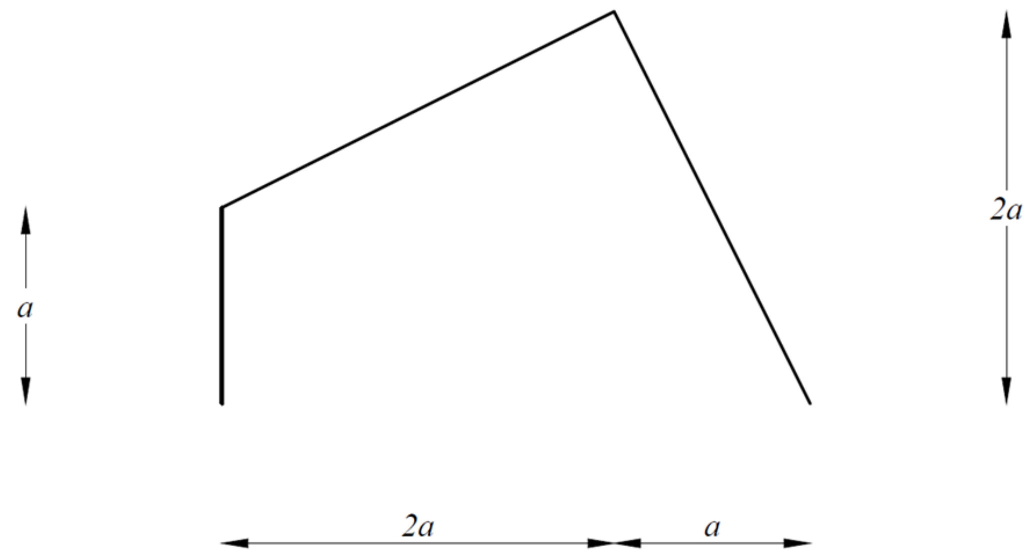
Gevraagd:
a. Geef aan of dit een constructie is met verplaatsbare of niet-verplaatsbare knopen.

Opmerking: Deze constructie werd bij de opzet van het oude vak opgelost met de 'hybride methode', welke gebruikt maak van virtuele arbeid. Deze methode maakt geen deel meer uit van het vak, en is een methode om constructies met één verplaatsbare knoop op te lossen. Deze som is dus geen onderdeel meer van het vak.

STUDIENUMMER

NAAM

b. Geef in onderstaande schets aan welke onbekenden u kiest om de krachtsverdeling te kunnen bepalen.



STUDIENUMMER

NAAM

c. Stel de vergelijkingen op in de door u gekozen onbekenden waarmee u het probleem zou kunnen oplossen (**merk op**: los de onbekenden **niet** op, dat hoeft niet).

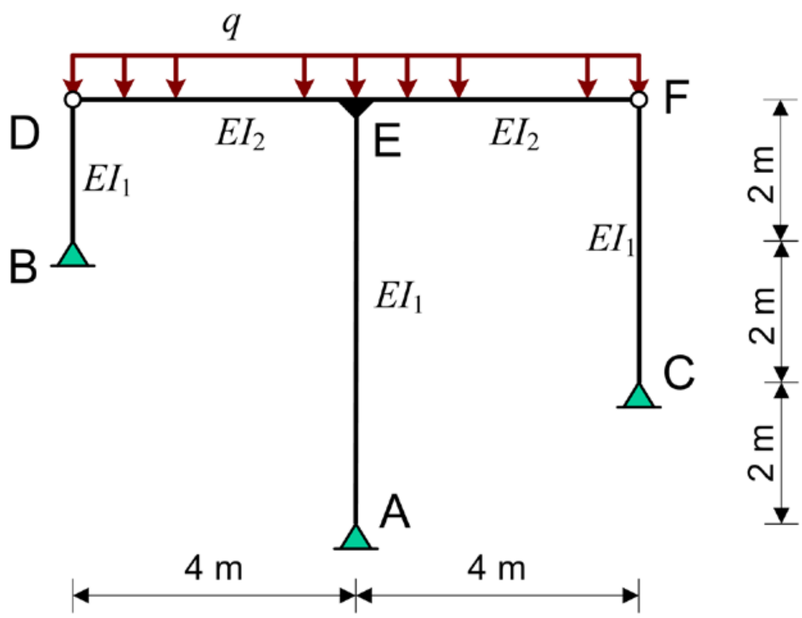
d. Hoe groot is de horizontale verplaatsing van B uitgedrukt in uw onbekende(n)?

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
19 april 2018 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER
NAAM

Opgave 4: Stabiliteit (ongeveer 45 minuten)

In het onderstaande raamwerk hebben de kolommen een buigstijfheid EI_1. De doorgaande ligger DEF, met buigstijfheid EI_2, is in E momentvast verbonden met de kolom AE. De kolommen BD en CF zijn pendels. De regel DEF wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting q. De afmetingen en de buigstijfheden zijn in de figuur aangegeven.



Gegeven: $EI_1 = 4000 \text{ kNm}^2; EI_2 = 3000 \text{ kNm}^2;$

Gevraagd:

a) Teken de mogelijke knikvormen en schat de daarbij behorende kniklengte af uit uw schets.

STUDIENUMMER

NAAM

b) Bepaal voor de middenkolom de maximale normaalkracht, voor het geval deze maatgevend is voor knik.

c) Bepaal op basis van antwoord b) de maximale belasting *q* die op de constructie mag aangrijpen m.b.t. knik. (Kijk goed: de bovenregel is een doorgaande ligger over de drie kolommen).

Naast de aangegeven *q*-last wordt de constructie in D ook belast met een horizontale kracht *H*. Uit een 1^e orde berekening volgt dat de verplaatsing van D 30 mm bedraagt in de richting van de horizontale kracht *H*.

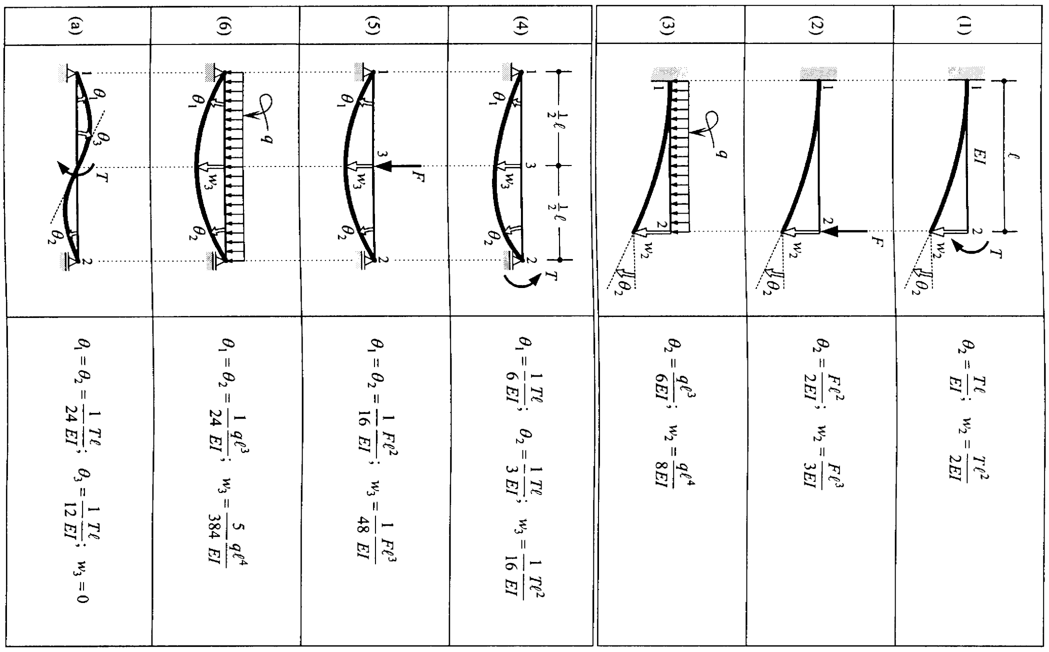
d) Bepaal de 1^e orde momentenlijn in kolom AE.

STUDIENUMMER

NAAM

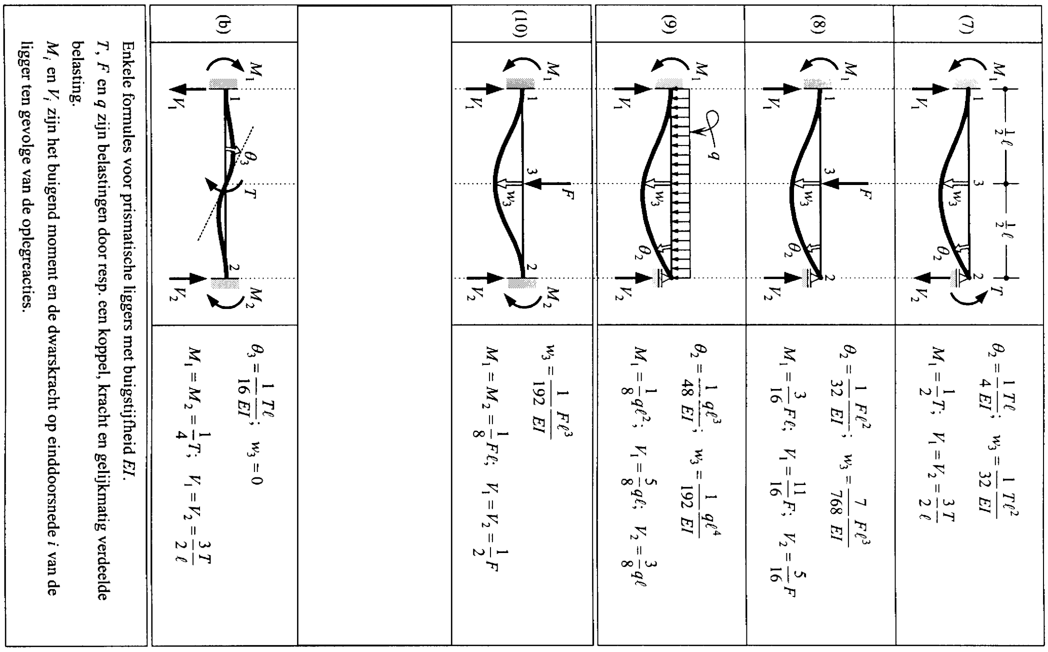
e) De ligger wordt belast met een gelijkmatig verdeelde belasting van 5 kN/m. Bepaal het maximale 2^e orde moment in kolom AE.

FORMULEBLAD
(scheur dit deel los van het werk)



vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) *vergeet-mij-nietjes*

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) *statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)*



Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}\right) \\ \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}\right) \\ \varepsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \text{ of } \begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}\right) \\ \sigma_{yy} = \frac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}\right) \\ \sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \end{cases} \text{ met } G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

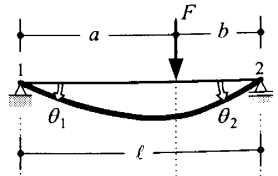
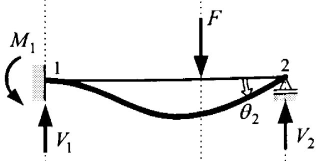
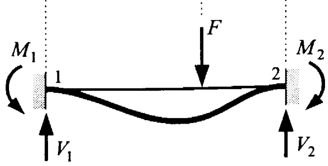
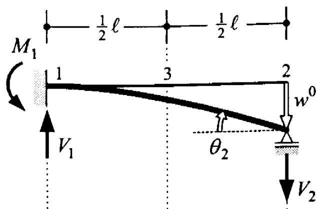
$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}\right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

$$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

von Mises : $\frac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right] \leq \frac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

<table>
<tr><td>(c)</td><td>
</td><td>$\theta_1 = \dfrac{Fab(\ell+b)}{6EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{6EI}\left(2\dfrac{a}{\ell} - 3\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$\theta_2 = \dfrac{Fab(\ell+a)}{6EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{6EI}\left(\dfrac{a}{\ell} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$</td></tr>
<tr><td>(d)</td><td>
</td><td>$M_1 = \dfrac{Fb(\ell^2-b^2)}{2\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a}{\ell} - \dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$V_1 = \dfrac{Fb(3\ell^2-b^2)}{2\ell^3} = F\left(1 - \dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$V_2 = \dfrac{Fa^2(3\ell-a)}{2\ell^3} = F\left(\dfrac{3}{2}\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{1}{2}\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$\theta_2 = \dfrac{Fa^2b}{4EI\ell} = \dfrac{F\ell^2}{4EI}\left(\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$</td></tr>
<tr><td>(e)</td><td>
</td><td>$M_1 = \dfrac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a}{\ell} - 2\dfrac{a^2}{\ell^2} + \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$V_1 = \dfrac{Fb^2(\ell+2a)}{\ell^3} = F\left(1 - 3\dfrac{a^2}{\ell^2} + 2\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$M_2 = \dfrac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell\left(\dfrac{a^2}{\ell^2} - \dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$
$V_2 = \dfrac{Fa^2(\ell+2b)}{\ell^3} = F\ell\left(3\dfrac{a^2}{\ell^2} - 2\dfrac{a^3}{\ell^3}\right)$</td></tr>
<tr><td>(f)</td><td>
</td><td>$M_1 = \dfrac{3EI}{\ell^2}w^0;\quad V_1 = V_2 = \dfrac{3EI}{\ell^3}w^0$
$\theta_2 = \dfrac{3}{2}\dfrac{w^0}{\ell}$
$\theta_3 = \dfrac{9}{8}\dfrac{w^0}{\ell};\quad w_3 = \dfrac{5}{16}w^0$</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

drie bij-de handjes

zettingen

Tensortransformatie formules in *x*-*y* assenstelsel:

$$k_{\overline{xx}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) + \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha + k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{yy}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) - \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha - k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{xy}} = -\tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\sin 2\alpha + k_{xy}\cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx}-k_{yy})};\quad k_1, k_2 = \tfrac{1}{2}\left(k_{xx}+k_{yy}\right) \pm \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\left(k_{xx}-k_{yy}\right)\right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_\mathrm{k}} = \frac{1}{\frac{r}{l}} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \quad \Rightarrow \quad l_\mathrm{k} = l\sqrt{4+\frac{10}{\rho}}$$

$$\text{met:} \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met:} \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos\alpha x + C_2 \sin\alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met:} \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

en $S_z(x) = M' - Fw'$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos\alpha x + C_4 \sin\alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3\alpha \sin\alpha x - C_4\alpha\cos\alpha x$$

$$M(x) = EI \times \left[C_3\alpha^2 \cos\alpha x + C_4\alpha^2 \sin\alpha x\right]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_\mathrm{k} = \frac{(\eta_1+\eta_2)^2}{\eta_1\eta_2(\eta_1+\eta_2-4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met:} \quad \begin{array}{l} \eta_1 = 4 + \frac{10}{\rho_1}\ ;\ \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 = 4 + \frac{10}{\rho_2}\ ;\ \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI} \end{array}$$

ρ-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5+2\rho_1)(5+2\rho_2)}{(5+\rho_1)(5+\rho_2)} \cdot \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met:} \quad \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v temperatuursgradient:

"Vrije" kromming t.g.v lineair temperatuurs-verloop over de hoogte *h* van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$