TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
28 januari 2019 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER | | | | | | | |
NAAM

Antwoordformulier

CTB2210 Constructiemechanica 3

Maak alle opgaven op dit antwoordformulier. Lever dit formulier in.
Kladpapier wordt niet ingenomen.
Het nietje mag niet verwijderd worden.

Zet op alle bladen uw naam en studienummer.
Bladen zonder naam en studienummer worden niet geaccepteerd.

Relevante berekeningen vermelden.
Antwoorden zonder berekening/motivering worden niet gehonoreerd.
Gebruik zo nodig de onbedrukte zijden van het antwoordformulier.

Aantal opgaven: 5.
De opgaven hebben verschillende weging. Het gewicht is in tijd weergegeven.

Relevante **formulebladen** zijn bijgevoegd.

Toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Rekenmachine, grafische rekenmachine, tekenmaterialen waaronder passer.

Niet toegestane hulpmiddelen en bronnen tijdens tentamen:
Boeken, dictaten, aantekeningen, andere formulebladen, woordenboeken, computer, mobiele telefoon, smart phone of apparaten met vergelijkbare functies.

Mobiel UIT en opbergen in tas.
Elk vermoeden van fraude wordt gemeld bij de examencommissie.

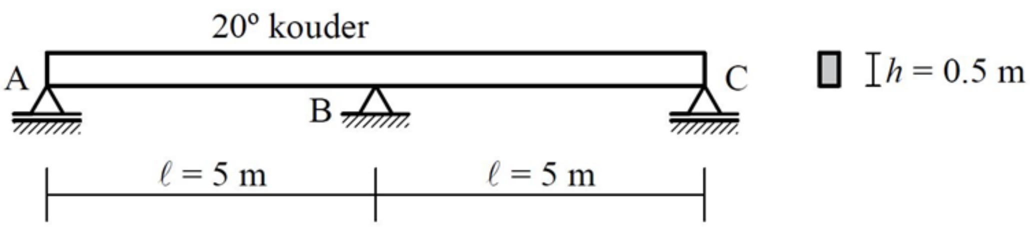
TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
28 januari 2019 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 1: Statisch onbepaalde constructie (ongeveer 35 minuten)

Gegeven: Een doorgaande ligger, als aangegeven. In een koude januarimaand wordt de bovenzijde van de ligger 20˚ kouder dan de onderzijde. De hoogte *h* van de ligger en de lengtematen *l* zijn aangegeven. Verder is de buigstijfheid EI = 10^4 kNm^2 en de uitzettingscoëfficiënt $\alpha = 10^{-5}$ per Kelvin.



Gevraagd:

a. Schets onderstaand de momentenlijn met buigtekens, zonder te rekenen. Beredeneer hoe u tot deze momentenlijn komt, in maximaal 5 regels tekst desgewenst ondersteund met schetsje(s).

STUDIENUMMER

NAAM

b. Bereken het moment boven steunpunt B.
Aanwijzing: het formuleblad bevat een formule voor kromming t.g.v. temperatuur.

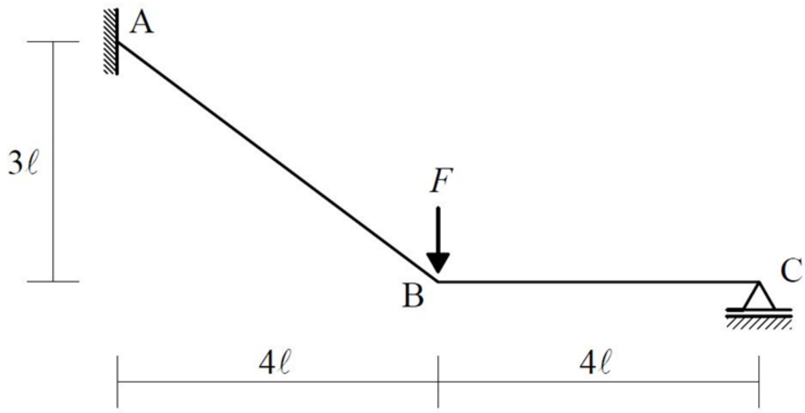
c. Schets onderstaand het krommingsverloop ten gevolge van temperatuur κ^T , het krommingsverloop ten gevolge van de buigende momenten κ^M , het verloop van de totale kromming κ^{tot} , en vervolgens het verloop van de doorbuiging w van de balk. Schrijf buigtekens en waarden van krommingen erbij.
Opmerking: mocht u bij vraag b) het spoor bijster zijn geraakt, dan kunt u deze vraag toch beantwoorden, in kwalitatieve zin.

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
28 januari 2019 van 13.30-16.30 uur

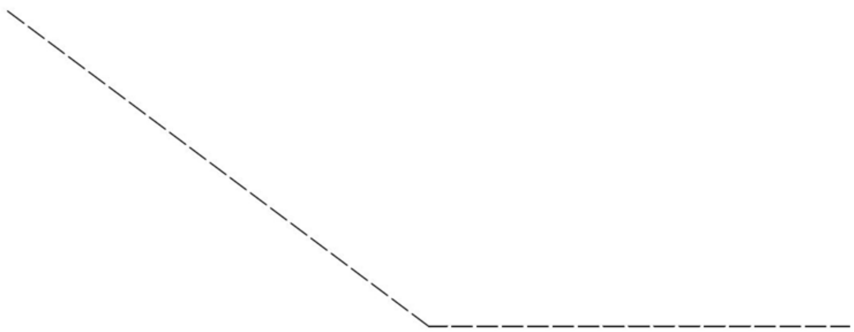
STUDIENUMMER
NAAM

Opgave 2: Statisch onbepaalde constructie (ongeveer 40 minuten)

Gegeven: Onderstaande constructie is ingeklemd in A en op een rol opgelegd in C. De constructie wordt belast door de aangegeven puntlast in B. De invloed van normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd. Deze opgave dient te worden uitgewerkt met de hybride methode.
Houd voor de berekening aan: l = 1 m, F = 109 kN en EI = 155 MNm^2.



Gevraagd:
a. Geef onderstaand een schets van het model waarmee de krachtsverdeling in deze constructie kan worden bepaald. Laat duidelijk zien welke onbekenden u kiest.

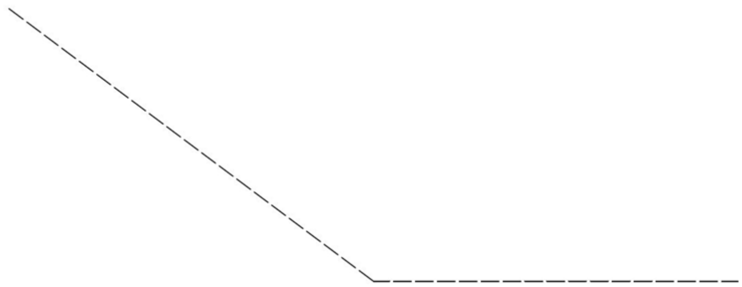


Opmerking: Deze constructie werd bij de opzet van het oude vak opgelost met de 'hybride methode', welke gebruikt maak van virtuele arbeid. Deze methode maakt geen deel meer uit van het vak. Deze som kan nog worden gemaakt door de standaard krachtenmethode te gebruiken, dus zonder een mechanisme te schematiseren.

b. Stel de vergelijkingen op waarmee de onbekenden kunnen worden bepaald.

c. Los de vergelijkingen op, bereken de onbekenden. U mag de grafische rekenmachine gebruiken of analytisch te werk gaan.

d. Schets onderstaand de momentenlijn. Zet de waarden en buigtekens erbij.



e. Bepaal de verticale verplaatsing van B.

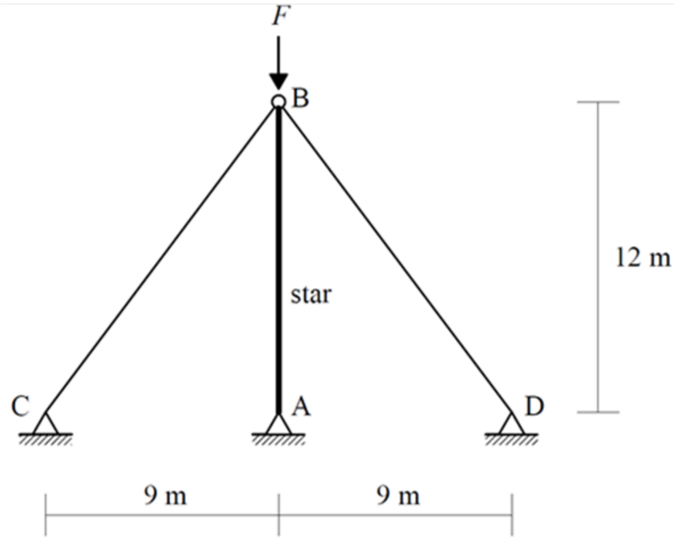
TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
28 januari 2019 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 3: Stabiliteit (ongeveer 25 minuten)

Gegeven: een oneindig buigstijve en oneindig rekstijve mast AB is afgetuid met twee draden, BC en BD. De draden hebben een rekstijfheid $EA = 2500$ kN. De mast heeft een hoogte $h = 12$ m. De draden hebben een lengte $l = 15$ m. In verticale stand van AB staan beide draden strak maar zijn verder spanningsloos. De invloed van eigen gewicht van mast en draden wordt buiten beschouwing gelaten. De constructie is onderstaand weergegeven.



Gevraagd:

a. De knikkracht F_k. Aanwijzing: als u een verplaatsing aanbrengt, neem dan aan dat deze dermate klein is ten opzichte van de lengteafmetingen dat de richtingsverandering van de draad/draden mag worden verwaarloosd, d.w.z. normaalkracht en lengteverandering in de draad/draden werken in de 3:4 richting.

STUDIENUMMER

NAAM

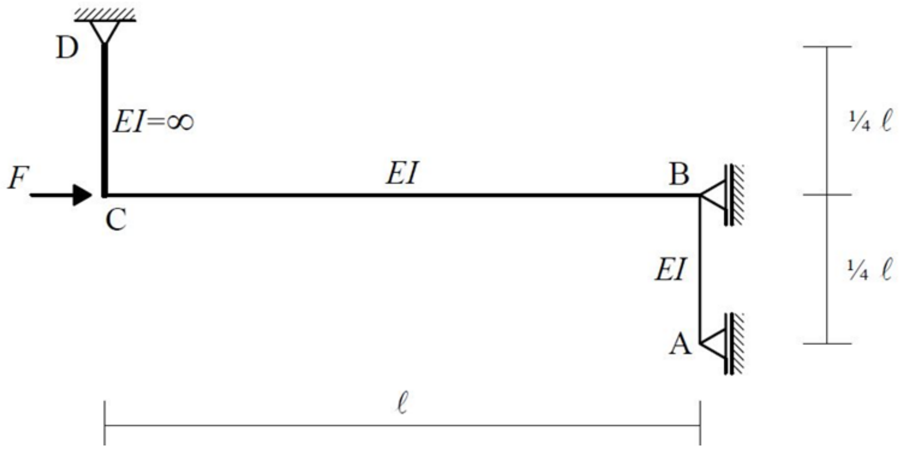
b. Stel: de mast is niet meer oneindig buigstijf maar heeft nu een buigstijfheid EI = 10000 kNm^2. De rekstijfheid EA van de mast blijft oneindig. De draden hebben dezelfde rekstijfheid als bij vraag a.
Gevraagd: Bepaal opnieuw de knikkracht F_k. Maak uw aanpak duidelijk. Mocht u bij vraag a zijn vastgelopen, dan kunt u hier alsnog de aanpak omschrijven en een deelantwoord geven.

STUDIENUMMER

NAAM

Opgave 4: Stabiliteit (ongeveer 35 minuten)

Gegeven: onderstaande constructie ABCD met opleggingen en puntlast als aangegeven. De buigstijfheid van deel CD is oneindig. De overige delen hebben buigstijfheid *EI*. De lengtematen zijn aangegeven en uitgedrukt in *l*. Normaalkrachtvervorming wordt verwaarloosd.



Gevraagd:

a) Bepaal de grenzen waarbinnen de kniklengte zal liggen, uitgedrukt in *EI* en *l*.

b) Bepaal de grenzen waarbinnen de kniklast zal liggen, uitgedrukt in EI en l.

c) Geef een schets van het model met rotatieveren waarmee de kniklast van deze constructie kan worden bepaald.

STUDIENUMMER

NAAM

d) Bepaal de kniklast F_k van deze constructie, uitgedrukt in EI en l.

e) Bepaal de kniklengte l_k van deze constructie, uitgedrukt in EI en l.

f) Controleer of de kniklast en kniklengte inderdaad tussen de vooraf aangegeven grenzen liggen.

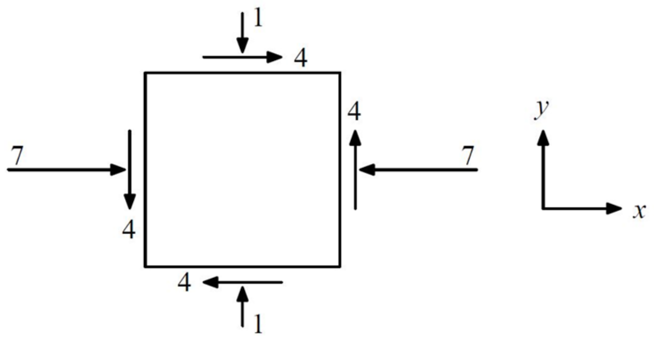
g) Schets onderstaand de knikvorm van deze constructie.

TU Delft
Faculteit CiTG
Tentamen CTB2210 Constructiemechanica 3
28 januari 2019 van 13.30-16.30 uur

STUDIENUMMER
NAAM

Opgave 5: Spanningsleer (ongeveer 45 minuten)

Gegeven: de homogene vlakke spanningstoestand volgens onderstaande figuur, met spanningen in N/mm^2.



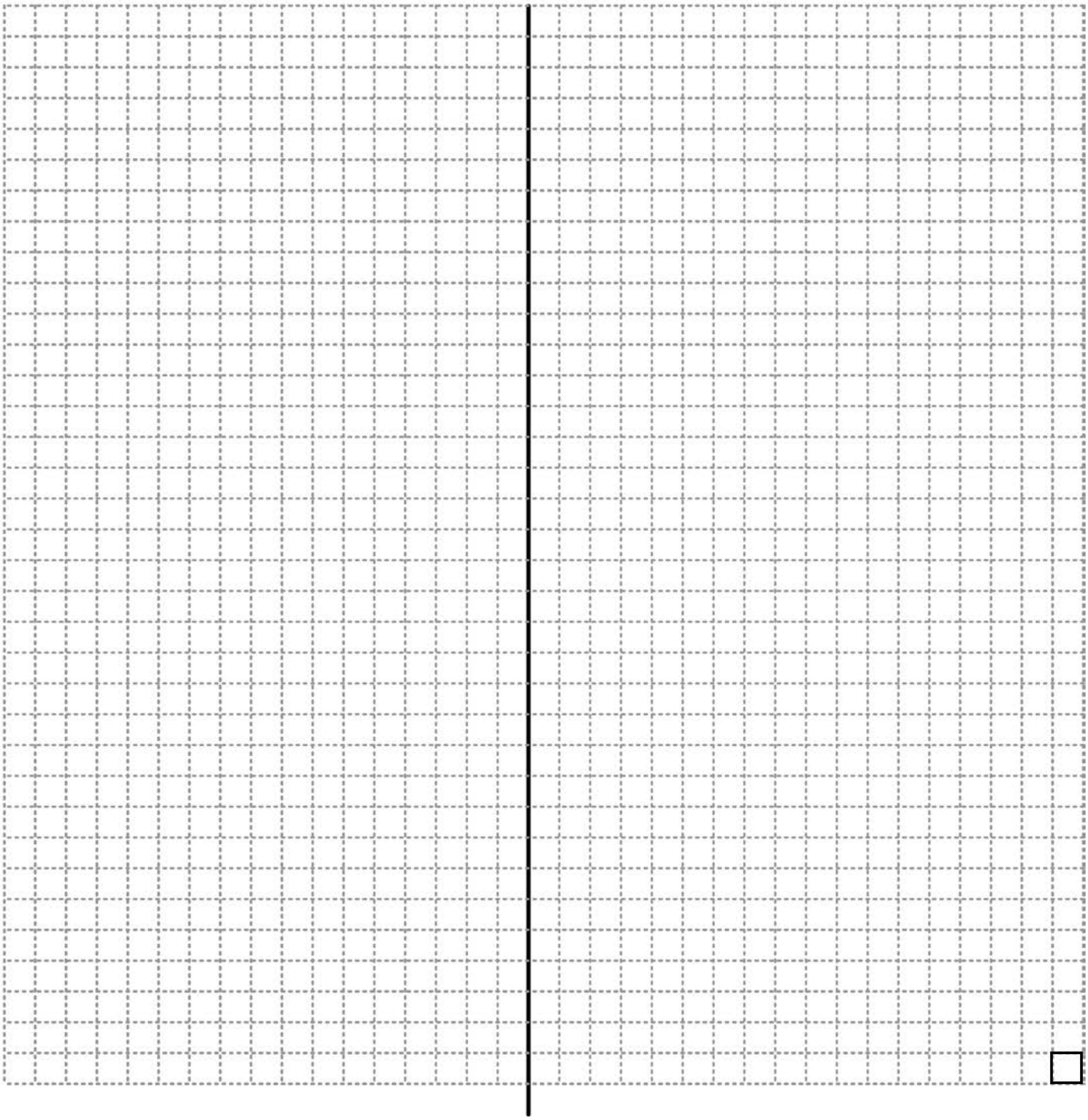
Gevraagd:

a) Teken de cirkel van Mohr voor de spanningen en geef duidelijk het richtingencentrum en de hoofdrichtingen aan. Gebruik het ruitjespapier op de volgende bladzijde. Draai dat blad linksom.

Opmerking: De cirkel van Mohr is geen onderdeel meer van het vak. Maak daarom gebruik van de formules voor spanningstransformaties om deze opgave op te lossen.

STUDIENUMMER

NAAM



Cirkel van Mohr voor de spanningen in N/mm^2

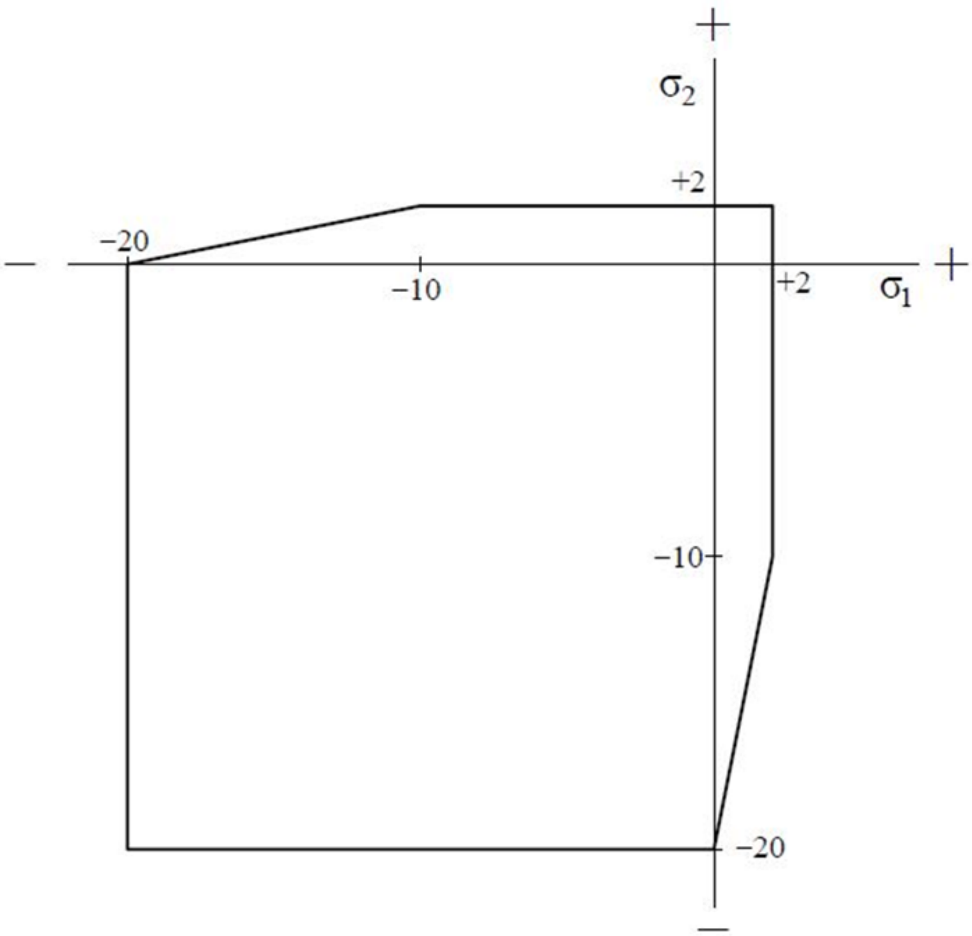
Schaal: 1 hokje = 0,5 N/mm^2

STUDIENUMMER

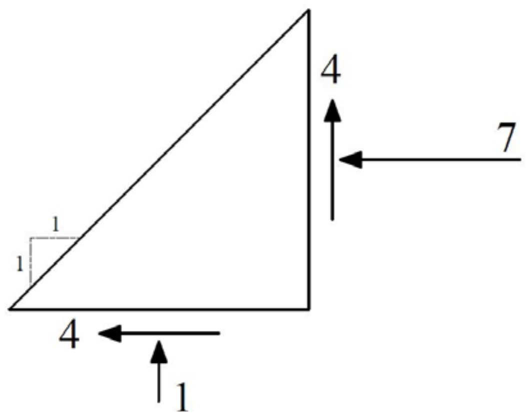
NAAM

b) Bepaal uit de cirkel van Mohr de hoofdspanningen en geef deze onderstaand weer in een schets van een vierkant elementje met de juiste oriëntatie (elementje tekenen in de richting van de hoofdspanningen en hoofdspanningen aangeven op de zijden).

c) Stel: het materiaal is beton met een bezwijkcontour in de 2D hoofdspanningsruimte als onderstaand aangegeven.
Gevraagd: bepaal de marge van de spanningstoestand ten opzichte van bezwijken. Druk dit uit in een factor of percentage. Neem daarbij aan dat de spanningstoestand proportioneel toeneemt, d.w.z alle spanningen in het materiaalpunt nemen evenredig toe tot bezwijken. U mag grafisch te werk gaan, een nauwkeurigheid van circa 5% is voldoende.

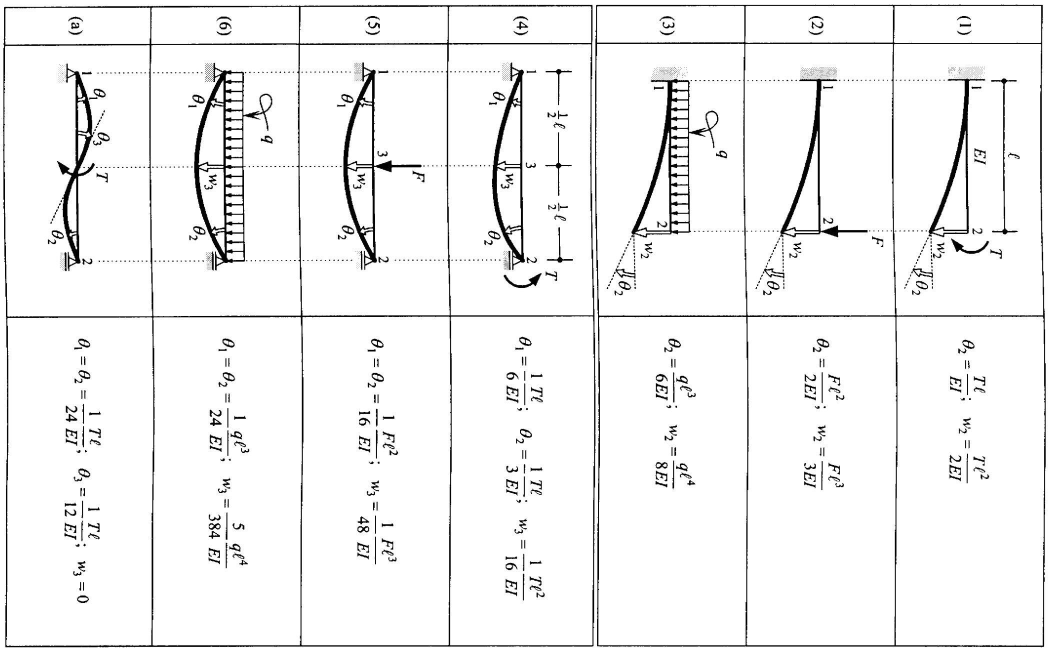


d) Bepaal met behulp van de cirkel van Mohr de ontbrekende spanningen op onderstaand elementje, waarvan de schuine zijde onder 45˚ loopt. Teken deze spanningen, schrijf de waarden erbij.



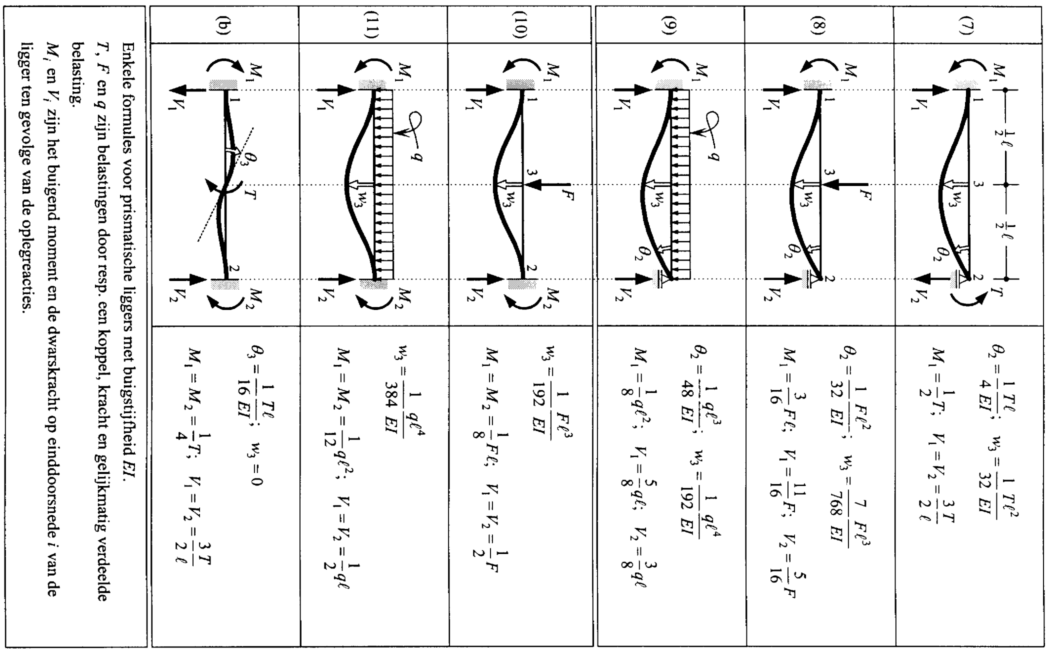
e) Controleer het krachtenevenwicht van het elementje uit de vorige deelvraag d.

FORMULEBLAD
(scheur dit deel los van het werk)



vrij opgelegde ligger (statisch bepaald) *vergeet-mij-nietjes*

statisch onbepaalde ligger (tweezijdig ingeklemd) *statisch onbepaalde ligger (enkelzijdig ingeklemd)*



Spanningen en rekken :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \dfrac{1}{E}\left(\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}\right) \\ \varepsilon_{yy} = \dfrac{1}{E}\left(\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}\right) \\ \varepsilon_{xy} = \dfrac{\sigma_{xy}}{2G} \end{cases} \quad \text{of} \quad \begin{cases} \sigma_{xx} = \dfrac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{xx} + \nu\varepsilon_{yy}\right) \\ \sigma_{yy} = \dfrac{E}{1-\nu^2}\left(\varepsilon_{yy} + \nu\varepsilon_{xx}\right) \\ \sigma_{xy} = G\gamma_{xy} \end{cases} \quad \text{met} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i}\right) \quad \text{voor } i, j = x, y$$

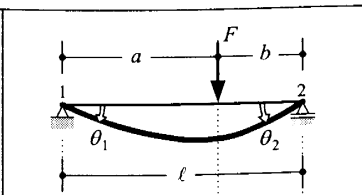
$$\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$$

von Mises : $\tfrac{1}{6}\left[\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)^2 + \left(\sigma_2 - \sigma_3\right)^2 + \left(\sigma_3 - \sigma_1\right)^2\right] \le \tfrac{1}{3} f_y^2$

Tresca : straal van de maatgevende cirkel van Mohr is bepalend

FORMULEBLAD (vervolg)

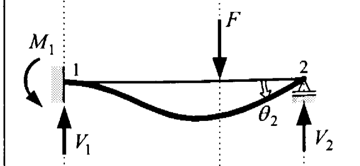
(c)



$$\theta_1 = \frac{Fab(\ell+b)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI}\left(2\frac{a}{\ell} - 3\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$\theta_2 = \frac{Fab(\ell+a)}{6EI\ell} = \frac{F\ell^2}{6EI}\left(\frac{a}{\ell} - \frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

(d)



$$M_1 = \frac{Fb(\ell^2-b^2)}{2\ell^2} = F\ell\left(\frac{a}{\ell} - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

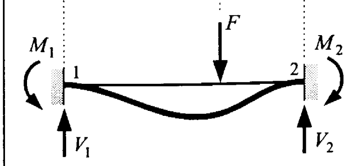
$$V_1 = \frac{Fb(3\ell^2-b^2)}{2\ell^3} = F\left(1 - \frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$V_2 = \frac{Fa^2(3\ell-a)}{2\ell^3} = F\left(\frac{3}{2}\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{1}{2}\frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$\theta_2 = \frac{Fa^2b}{4EI\ell} = \frac{F\ell^2}{4EI}\left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

drie bij-de handjes

(e)



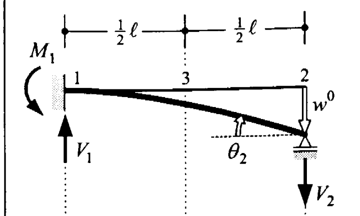
$$M_1 = \frac{Fab^2}{\ell^2} = F\ell\left(\frac{a}{\ell} - 2\frac{a^2}{\ell^2} + \frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$V_1 = \frac{Fb^2(\ell+2a)}{\ell^3} = F\left(1 - 3\frac{a^2}{\ell^2} + 2\frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$M_2 = \frac{Fa^2b}{\ell^2} = F\ell\left(\frac{a^2}{\ell^2} - \frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

$$V_2 = \frac{Fa^2(\ell+2b)}{\ell^3} = F\ell\left(3\frac{a^2}{\ell^2} - 2\frac{a^3}{\ell^3}\right)$$

(f)



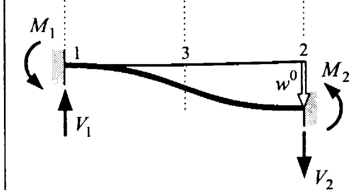
$$M_1 = \frac{3EI}{\ell^2}w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{3EI}{\ell^3}w^0$$

$$\theta_2 = \frac{3}{2}\frac{w^0}{\ell}$$

$$\theta_3 = \frac{9}{8}\frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{5}{16}w^0$$

zettingen

(g)



$$M_1 = M_2 = \frac{6EI}{\ell^2}w^0; \quad V_1 = V_2 = \frac{12EI}{\ell^3}w^0$$

$$\theta_3 = \frac{3}{2}\frac{w^0}{\ell}; \quad w_3 = \frac{1}{2}w^0$$

Tensortransformatie formules in *x*-*y* assenstelsel:

$$k_{\overline{xx}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) + \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha + k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{yy}} = \tfrac{1}{2}(k_{xx}+k_{yy}) - \tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\cos 2\alpha - k_{xy}\sin 2\alpha$$

$$k_{\overline{xy}} = -\tfrac{1}{2}(k_{xx}-k_{yy})\sin 2\alpha + k_{xy}\cos 2\alpha$$

Hoofdwaarden en hoofdrichtingen:

$$\tan 2\alpha = \frac{2k_{xy}}{(k_{xx}-k_{yy})}; \quad k_1, k_2 = \tfrac{1}{2}\left(k_{xx}+k_{yy}\right) \pm \sqrt{\left[\tfrac{1}{2}\left(k_{xx}-k_{yy}\right)\right]^2 + k_{xy}^2}$$

FORMULEBLAD (vervolg)

Eulerse knikvergelijking:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2}$$

Enkelzijdig verend ingeklemde knikstaaf:

$$\frac{1}{F_\text{k}} = \frac{1}{\frac{r}{l}} + \frac{1}{\frac{\pi^2 EI}{4l^2}} \quad \Rightarrow \quad l_\text{k} = l\sqrt{4+\frac{10}{\rho}}$$

$$\text{met:}\ \rho = \frac{rl}{EI}$$

Mechanica relaties:

$$\varphi = -\frac{dw}{dx} \quad \kappa = \frac{d\varphi}{dx} \quad M = EI\kappa$$

Differentiaalvergelijkingen:

$$w'' + \alpha^2 w = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 \cos\alpha x + C_2 \sin\alpha x$$

Of :

$$w'''' + \alpha^2 w'' = 0 \quad \text{met: } \alpha^2 = \frac{F}{EI}$$

en $S_z(x) = M' - Fw'$

algemene oplossing:

$$w(x) = C_1 + C_2 x + C_3 \cos\alpha x + C_4 \sin\alpha x$$

dus:

$$\varphi(x) = -C_2 + C_3\alpha \sin\alpha x - C_4\alpha \cos\alpha x$$

$$M(x) = EI \times \left[C_3\alpha^2 \cos\alpha x + C_4\alpha^2 \sin\alpha x\right]$$

$$S_z(x) = -F \times C_2$$

η-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_\text{k} = \frac{(\eta_1+\eta_2)^2}{\eta_1\eta_2(\eta_1+\eta_2-4)} \times \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{met}: \begin{array}{l} \eta_1 = 4 + \dfrac{10}{\rho_1}\ ;\ \rho_1 = \dfrac{r_1 l}{EI} \\ \eta_2 = 4 + \dfrac{10}{\rho_2}\ ;\ \rho_2 = \dfrac{r_2 l}{EI} \end{array}$$

ρ-formule : twee zijden verend ingeklemde knikstaaf

$$F_k = \frac{(5+2\rho_1)(5+2\rho_2)}{(5+\rho_1)(5+\rho_2)} . \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\text{met}: \quad \rho_1 = \frac{r_1 l}{EI} \quad \rho_2 = \frac{r_2 l}{EI}$$

Regel van Merchant:

$$\frac{F_c}{F_k} + \frac{H_c}{H_p} = 1$$

Kromming t.g.v temperatuursgradient:

"Vrije" kromming t.g.v lineair temperatuurs-verloop over de hoogte *h* van de doorsnede:

$$\kappa^T = \frac{\alpha \Delta T}{h}$$