

UNIVERSITEIT GENT

FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE

ACADEMIEJAAR 2013 – 2014

EEN CLASSIFICATIE VAN SPORT SCHEDULING PROBLEMEN

Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van

Master of Science in de
Toegepaste Economische Wetenschappen: Handelsingenieur

Sarah Inghelbrecht

onder leiding van

Prof. Dries Goossens

UNIVERSITEIT GENT

FACULTEIT ECONOMIE EN BEDRIJFSKUNDE

ACADEMIEJAAR 2013 – 2014

EEN CLASSIFICATIE VAN SPORT SCHEDULING PROBLEMEN

Masterproef voorgedragen tot het bekomen van de graad van

Master of Science in de
Toegepaste Economische Wetenschappen: Handelsingenieur

Sarah Inghelbrecht

onder leiding van

Prof. Dries Goossens

Ondergetekende verklaart dat de inhoud van deze masterproef mag geraadpleegd en/of gereproduceerd worden, mits bronvermelding.

Sarah Inghelbrecht

Woord vooraf

Deze thesis vormt het sluitstuk van mijn opleiding Master in de Toegepast Economische Wetenschappen – Handelsingenieur met als afstudeerrichting Operations Research aan de Universiteit Gent. Het tot stand komen van deze classificatie van sport scheduling problemen zou zonder de vaardigheden en kennis die ik tijdens mijn opleiding heb verworven niet mogelijk zijn geweest. Van november 2013 tot en met mei 2015 heb ik aan een literatuurstudie, het verwerken van de gegevens en het schrijven van deze thesis gewerkt.

Deze thesis is echter niet door het werk van slechts één persoon tot stand gekomen. Daarom wil ik mijn oprechte dank betuigen aan iedereen die een bijdrage aan de totstandkoming van deze classificatie gebracht hebben. De persoon die ongetwijfeld de grootste bijdrage aan het opstellen van de thesis heeft geleverd, is mijn promotor professor Dries Goossens. Ten eerste wil ik hem bedanken voor het aanbieden van een aantrekkelijke set van onderzoeksonderwerpen. Mijn keuze ging uit naar de classificatie van sport scheduling problemen, een onderwerp dat me tijdens het hele proces geboeid heeft. Ik wil professor Goossens bedanken voor het ontdekken van een onderzoek dat een enorme meerwaarde voor het sport scheduling gebied zou bieden en om mij de verantwoordelijkheid voor het uitvoeren van deze belangrijke en uitdagende taak toe te vertrouwen. Ten tweede wil ik hem bedanken, omdat hij mij gestuurd heeft bij het zo goed mogelijk beantwoorden van de onderzoeksvraag. Daarbij heeft hij mijn progressie opgevolgd, deskundige raadgevingen bij problemen gegeven en de tekst nagelezen. Bovendien heeft hij me een kritische blik bijgebracht.

Verder wil ik ook familie, Mieke Leeman en andere vrienden bedanken om met goede raad voor me klaar te staan en luisterbereid te zijn. Ze hebben geholpen bij het nalezen van de tekst en vooral bij mijn jongere broer kon ik altijd met vragen, van welke aard dan ook, terecht. Zonder hun steun en hulp zou de weg naar mijn diploma een stuk moeilijker zijn geweest.

Ik wens u veel leesplezier toe.

Sarah Inghelbrecht, Gent, 18-05-2015

Inhoud

Woord vooraf	I
Inhoud	II
Lijst van figuren.....	III
Lijst van tabellen.....	IV
1 Inleiding	1
2 Terminologie.....	4
2.1 Round robin toernooi.....	4
2.2 Ronde.....	5
2.3 Home-away patroon en break.....	5
2.4 Timetable.....	7
2.5 Schema.....	7
2.6 Spelmodus	10
2.7 Groepering van teams	13
3 Graph theory	14
4 Beperkingen en doelfunctie.....	23
4.1 Doelfunctie	23
4.2 Beperkingen.....	30
5 Classificatie.....	46
5.1 Veld α : toernooi formaat	48
5.2 Veld β : doelfunctie	50
5.3 Veld γ : beperkingen.....	51
6 Gebruik van het classificatieschema.....	53
7 Conclusie	70
8 Bronnenlijst.....	I

Lijst van figuren

Figuur 1: Een gebalanceerde en complementaire set van home-away patronen voor een compact 2RR tornooi met zes teams	6
Figuur 2: Een timetable voor een compact 2RR tornooi met zes teams	7
Figuur 3: Een schema voor een compact 2RR tornooi met zes teams (Rasmussen, 2008)	8
Figuur 4: Overzicht van de spelmodi (met n = aantal teams)	11
Figuur 5: Een compact mirrored 2RR tornooi met zes teams	11
Figuur 6: Een compact 2RR tornooi met zes teams en met het inverse systeem als spelmodus	12
Figuur 7: Een compact 2RR tornooi met zes teams en met het Engelse systeem als spelmodus	12
Figuur 8: Een compact 2RR tornooi met zes teams en met het Franse systeem als spelmodus	12
Figuur 9: Een complete graph met vier nodes en zes edges.....	15
Figuur 10: Een oriented coloring (a) complete graph K (b) \vec{F}_1 , (c) \vec{F}_2 , (d) \vec{F}_3	15
Figuur 11: Een oriented coloring van K_4	16
Figuur 12: Een home-away (HAP) patroon	17
Figuur 13: Basis veelhoek voor een liga met n teams.....	18
Figuur 14: Een heptagon als basis voor een liga met zeven teams	18
Figuur 15: Ronde 1 voorgesteld op een heptagon voor zeven teams.....	19
Figuur 16: (a) Ronde 2, (b) Ronde 3, (c) Ronde 4, (d) Ronde 5, (e) Ronde 6, (f) Ronde 7.....	19
Figuur 17: Timetable van een single round robin tornooi met behulp van de polygon methode voor een oneven aantal teams opgesteld	20
Figuur 18: Een heptagon als basis voor een liga met acht teams	20
Figuur 19: Ronde 1 voorgesteld op een heptagon voor acht teams	21
Figuur 20: (a) Ronde 2, (b) Ronde 3, (c) Ronde 4, (d) Ronde 5, (e) Ronde 6, (f) Ronde 7.....	21
Figuur 21: Timetable van een single round robin tornooi met behulp van de polygon methode voor een even aantal teams opgesteld	22
Figuur 22: (a) Een timetable voor een single round robin tornooi met zes teams (b) de corresponderende carry-over effecten matrix (Russell, 1980)	28
Figuur 23: De categorieën van Nurmi et al. (2010) als basis voor de nieuwe categorieën.....	43
Figuur 24: Procentueel voorkomen van de beperkingen in de zeventien bestudeerde praktische cases	67

Lijst van tabellen

Tabel 1: Place constraints.....	33
Tabel 2: Group constraints	35
Tabel 3: Break constraints.....	36
Tabel 4: Game constraints.....	37
Tabel 5: Geographical constraints.....	38
Tabel 6: Tournament quality constraints.....	39
Tabel 7: Separation constraints	40
Tabel 8: Overzicht van de beperkingen.....	41
Tabel 9: Overzicht van de beperkingen van Nurmi et al. (2010).....	42
Tabel 10: Overzicht van parameter γ en de beperkingen	51
Tabel 11: Overzicht van de classificatie parameters	54
Tabel 12: Classificatie van artificiële testinstanties voor het minimum break probleem	56
Tabel 13: Classificatie van artificiële testinstanties voor het travelling tournament probleem.....	58
Tabel 14: Overzicht van de liga's waarvoor praktische testinstanties beschikbaar zijn	61
Tabel 15: Classificatie van praktische testinstanties	61
Tabel 16: Overzicht van een aantal liga's waarvan round robin tornooien in de literatuur beschreven worden.....	63
Tabel 17: Classificatie van de praktische cases	64

1 Inleiding

Het sport scheduling probleem bestaat erin de wedstrijden van een sporttoernooi te plannen, zodat die voldoen aan een aantal eisen opgelegd door de organisatoren van het toernooi, de deelnemers, de televisienetwerken, de fans, de overheid en andere belanghebbenden. In een groot aantal sporten worden de wedstrijden in een round robin toernooi formaat gepland. Een round robin toernooi is een competitie waarbij elk team alle andere teams een vast aantal keer ontmoet. Naast het plannen van wanneer welke teams tegen elkaar spelen, moet ook bepaald worden in welke locatie dit gebeurt. Een sleutelaspect van sportevenementen is het opstellen van kalenders die logistieke problemen optimaliseren en door iedereen die er belang bij heeft als eerlijk worden aanzien. Sport heeft een wereldwijde omvang en men realiseert zich dat een goed schema essentieel is voor het succes van een sportliga. Geen enkele houder van televisierechten wilt grote sommen geld betalen om enkel wedstrijden van niet aantrekkelijke teams in prime time te kunnen uitzenden. Teams willen hun grote investeringen in spelers en infrastructuur niet door slechte toernooikalenders ondermijnd zien. Ook de fans, die voor het inkomen van de liga zorgen, hechten veel belang aan de kalenders van de toernooien. Bij de planning van de wedstrijden van een sporttoernooi moeten er dus vaak al dan niet tegenstrijdige afwegingen van economische, sportieve en veiligheidselementen afkomstig van verschillende belanghebbenden gemaakt worden. Het opstellen van de planning van een wedstrijdkalender voor een sporttoernooi die zoveel mogelijk eisen en wensen van alle belanghebbenden in rekening brengt is een combinatorisch probleem. Een set van uitvoerbare kalenders zou gegenereerd kunnen worden en daaruit kan de beste kalender gekozen worden. Dit blijkt echter voor toernooien met een klein aantal teams onmogelijk.

De planning van de kalender volgt echter na het kiezen van een toernooi formaat. Deze thesis focust enkel op round robin toernooien. De keuzes die voor het toernooi formaat van een round robin toernooi onder andere gemaakt moeten worden zijn het aantal deelnemende teams, het aantal onderlinge ontmoetingen tussen de teams, het implementeren van een strikte of ruime tijdsbeperking voor de planningshorizon, de gebruikte spelmodus, ... Dit zijn beslissingen die een grote invloed op de spankracht en de uitkomst van het toernooi kunnen uitoefenen en

bijgevolg worden deze factoren in de classificatie opgenomen. De definitie van deze begrippen wordt verder in de tekst uitgelegd. Verder zijn er nog een aantal factoren die niet in de classificatie voorkomen, maar eveneens een invloed op het verloop van het toernooi kunnen hebben. Dit zijn bijvoorbeeld de beslissing om al dan niet additionele wedstrijden naast de reguliere competitie te spelen, de verdeling van de teams in subgroepen, het aantal degradanten, enzovoort.

Het is opmerkelijk dat het aantal papers in het gebied van sport scheduling de laatste jaren sterk is gestegen, waaruit af te leiden is dat sport scheduling een onderzoeksgebied is dat de laatste jaren sterk opgang maakt. De academische interesse is groeiend en dit zorgt voor ontwikkelingen in het onderzoeksdomein. Redenen voor deze groeiende interesse zijn de introductie van het travelling tournament probleem, de ontwikkeling van krachtige computers, de ontwikkeling van nieuwe efficiënte algoritmen en het meer professioneel organiseren van sportliga's. De focus beweegt van theoretische resultaten naar praktische toepassingen en de oplossingsmethodes worden steeds beter. Sport scheduling is niet enkel gelimiteerd tot het vastleggen van de wedstrijden, maar het gaat ook over andere aspecten zoals het toewijzen van officials aan wedstrijden.

Binnen de wetenschappelijke publicaties in dit domein ontbreekt het echter aan een overzicht. Dit geldt voor zowel de terminologie als de problemen en de oplossingsmethodes. In deze thesis stellen we een classificatie van sport scheduling problemen op die klaarheid in de gebruikte toernooi formaten, beperkingen en doelfuncties schept. De verschillen en gelijkenissen tussen de problemen en de link met de verschillende sporten worden onder de loep genomen. In deze classificatie is er een bewuste woordkeuze en hiermee willen we bereiken dat in de toekomst onderzoekers van deze geünificeerde terminologie gebruik gaan maken. Dankzij deze classificatie krijgen we een inzicht in het praktische gebruik van alle benodigde elementen om een round robin toernooi te definiëren en in de gelijkenissen en verschillen tussen deze sport scheduling problemen.

Om de thesis binnen redelijke grootte te houden, hebben we onszelf beperkt tot papers over round robin toernooien. Enkele van de belangrijkste theoretische resultaten kunnen in Schreuder (1980, 1992), de Werra (1981, 1988, 1990), Easton et al. (2001), Elf et al. (2003), Urrutia en Ribeiro (2004) en Dinitz et al. (2007) gevonden worden. Een uitgebreide samenvatting van de theoretische resultaten kan in Rasmussen en Trick (2008) gevonden

worden. Ruime overzichten van publicaties binnen het sport scheduling domein kunnen gevonden worden in Kendall (2010) en in Knust (online) (2005). Er zijn al een aantal papers die proberen om de sport scheduling problemen te classificeren. Bartsch et al. (2001) geven een samenvatting van een aantal sport scheduling problemen die in de literatuur voorkomen en geven een indicatie over de beperkingen die erin voorkomen. Een meer uitgebreide classificatie van de verscheidene beperkingen wordt door Nurmi et al. (2010) verschaft. Deze auteurs stellen een framework voor sport scheduling problemen met 36 types van beperkingen voor. Deze beperkingen werden uit verscheidene professionele sportliga's afgeleid en het framework bevat een set van artificiële en praktische instanties en de best gevonden oplossingen ervoor. De classificatie in deze thesis voorgesteld gaat echter verder dan die van Nurmi et al. (2010), omdat de classificatie meer essentiële elementen dan een lijst beperkingen bevat. De lijst beperkingen door Nurmi et al. (2010) opgesteld werd hervormd en uitgebreid en als onderdeel van de classificatie opgenomen. Daarnaast bevat de classificatie de andere nodige elementen om een round robin tornooi te definiëren. Daarom kan deze classificatie als basis voor vergelijkingen tussen verschillende problemen of sporten gebruikt worden. Daarna kan de link met complexiteit van problemen en oplossingsmethodes gelegd worden. Verder is de classificatie ook nuttig voor het opsporen van gebieden waarnaar nog weinig theoretisch onderzoek geleverd is of gebieden die in de praktijk veelvuldig of zeldzaam voorkomen.

De rest van de thesis is als volgt georganiseerd: in sectie 2 wordt de sport scheduling terminologie uitgebreid uitgelegd en in sectie 3 komt de link tussen sport scheduling en graph theory aan bod. In sectie 4 worden de verschillende doelfuncties en beperkingen en de praktische toepassingen ervan voorgesteld. In sectie 5 volgt de classificatie van sport scheduling problemen waar de classificatieparameters uiteengezet worden. Tenslotte wordt in de laatste sectie 6 het gebruik van de classificatie in de praktijk en een eerste aanzet tot het vergelijken van de kenmerken van verschillende problemen en sporten uitgelegd.

2 Terminologie

In deze sectie definiëren we de sport scheduling terminologie. Het is belangrijk om te benadrukken dat de in de literatuur gehanteerde terminologie verre van consistent is. Er bestaan verschillende begrippen voor één bepaald concept of enkele veelvuldig gebruikte begrippen hebben verschillende betekenissen. Dankzij het presenteren van een coherente uitleg over de verschillende begrippen hopen we dat deze thesis zal helpen om een geünificeerde terminologie te bereiken. Ondanks het feit dat de auteurs van de bronnen naar dewelke in deze tekst verwezen wordt een andere terminologie hanteren, zullen in het vervolg van de tekst steeds de begrippen uit deze sectie gebruikt worden.

2.1 Round robin toernooi

Een **round robin toernooi (RR)** is een competitie waarbij elke speler alle andere spelers een vast aantal keer ontmoet. In een single round robin (1RR of SRR) schema speelt elke deelnemer één keer tegen elke andere deelnemer. Deze vorm komt vaak voor in grote sportevenementen zoals de FIFA wereldbeker vooraleer de play-off ronde start. Als elke deelnemer twee keer tegen alle andere deelnemers speelt, wordt dit een double round robin (2RR of DRR) schema genoemd. De double round robin toernooien overheersen in professionele sportliga's. Er bestaan nog round robin toernooien waarbij de deelnemers vaker tegen elkaar spelen, zoals triple (3RR) of quadruple (4RR) round robin toernooien, maar de double round robin is de meest frequent voorkomende.

2.2 Ronde

Bij het opstellen van een schema voor een toernooi moeten de wedstrijden aan een aantal **rondes** toegewezen worden, zodat elk team ten hoogste één wedstrijd per ronde speelt. In de literatuur worden evenals de termen speeldag, wedstrijddag, kalenderdag, slot, ... angewend. Het is niet noodzakelijk dat een ronde op een vast tijdstip doorgaat. Zo kan een ronde bijvoorbeeld een volledig weekend bevatten. Indien het aantal deelnemers n even is, dan zijn minstens $(n-1)$ rondes vereist en indien het aantal deelnemende teams oneven is, dan zijn minstens n rondes nodig om een single round robin toernooi op te stellen. Als het aantal rondes gelijk is aan deze ondergrens, wordt het toernooi **compact** genoemd en indien meer rondes beschikbaar zijn, wordt het toernooi **relaxed** genoemd. Zo is het bijvoorbeeld opvallend dat de meeste voetbaltoernooien compacte schema's hebben waarbij elk team exact één keer per ronde speelt en waarbij de wedstrijden dikwijls tijdens weekends plaatsvinden. In tegenstelling bestaan de meeste basketbaltoernooien uit relaxte schema's waarbij de wedstrijden op eender welke dag van de week plaats kunnen vinden en waarbij het concept van een ronde minder gevestigd is.

2.3 Home-away patroon en break

In de literatuur hebben teams dikwijls een **thuisbasis**. Wanneer een team in zijn thuisbasis speelt, wordt de wedstrijd voor dit team een **home game of thuiswedstrijd** genoemd en wanneer het team in de thuisbasis van een opponent speelt, wordt de wedstrijd voor dit team een **away game of wedstrijd op verplaatsing** genoemd. Indien er in een bepaalde ronde geen wedstrijd gespeeld wordt, heeft dit team een **bye**. Er kan dus een assumptie opgesteld worden dat telkens wanneer twee teams tegen elkaar spelen het ene team een home game speelt, terwijl het concurrerende team een away game speelt. Deze veronderstelling wordt echter weerlegd wanneer een toernooi in een bepaalde neutrale locatie doorgaat, zoals bijvoorbeeld het bij wereldkampioenschap voetbal het geval is. De opeenvolging van home games, away games en byes voor elk team is gekend als een **home-away patroon (HAP)**. Het vinden van een home-away patroon van een team bestaat uit het vinden van een reeks H's (home), A's (away) en B's (bye) met lengte $n-1$ die correspondeert met de home en away volgorde van een

team (met n het aantal teams). In een compact tornooi komen er logischerwijze geen byes voor, tenzij het aantal teams oneven is. Een andere notatie zou het gebruik van respectievelijk de cijfers één en nul of respectievelijk de tekens plus en min in combinatie met lege vakjes voor byes kunnen zijn. De combinatie van alle reeksen van home en away aanduidingen voor alle teams die aan het tornooi deelnemen resulteert in een **set van home-away patronen (HAP set)**. Een set van patronen is **equilibrated of gebalanceerd** indien het aantal thuiswedstrijden voor elk team met niet meer dan één varieert. Twee patronen zijn **complementair** indien het eerste patroon een thuiswedstrijd aanduidt wanneer het tweede patroon een wedstrijd op verplaatsing aanduidt en omgekeerd. Een voorbeeld van een gebalanceerde en complementaire set van home-away patronen voor een tornooi met zes teams wordt in onderstaande Figuur 1 getoond.

Team 1	HAHAHAHAHA
Team 2	HAAHAAHHAH
Team 3	AHHAHHAAHA
Team 4	HAHAAAHAHH
Team 5	AHAHHHAHAA
Team 6	AHAHAHAHAH

Figuur 1: Een gebalanceerde en complementaire set van home-away patronen voor een compact 2RR tornooi met zes teams

In veel tornooien is het gewenst om een alternerend patroon van home en away wedstrijden te hebben. Wanneer een team twee opeenvolgende thuiswedstrijden of wedstrijden op verplaatsing speelt, wordt dit een **break** genoemd. Indien alle teams hetzelfde aantal breaks in hun HAP hebben, wordt over een **equitable of onpartijdige** set van patronen gesproken. In bovenstaande Figuur 1 valt het op dat team 1 en team 6 de enige teams zonder breaks zijn. Dit betekent dat het aantal breaks per team verschillend is en de HAP set in Figuur 1 bijgevolg niet onpartijdig is. Er werd veel onderzoek naar breaks gedaan en voor meer informatie wordt naar sectie 4.1.1 verwezen. De meeste liga's streven naar een minimaal of laag aantal breaks, maar soms kan het voor bepaalde teams toch gewenst zijn om opeenvolgende wedstrijden op verplaatsing te spelen (Urrutia en Ribeiro, 2006). Dit is in het geval dat de thuisbasissen van de opponenten ver van de eigen thuisbasis afliggen en dan kan het minimaliseren van de reisafstanden van de teams een objectief zijn. De opeenvolging van wedstrijden op

verplaatsing wordt dan een **road trip** genoemd. Meer informatie over dit objectief kan in sectie 4.1.2 teruggevonden worden.

2.4 Timetable

Het toewijzen van wedstrijden aan rondes kan als een **timetable** voorgesteld worden. Elke rij van de timetable stemt met een team overeen en elke kolom komt met een ronde overeen. Een opeenvolging van wedstrijden op verplaatsing wordt een **road trip** genoemd en een opeenvolging van thuiswedstrijden een **home stand**. Een gehele rij uit een timetable definieert een **tour** voor een bepaald team. Onderstaande Figuur 2 toont een timetable voor een tornooi met zes teams. Team 1 zal bijvoorbeeld in ronde 1 tegen team 6 spelen, in ronde 2 tegen team 3 enzovoort.

Rondes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Team 1	6	3	5	2	4	6	3	5	2	4
Team 2	5	6	4	1	3	5	6	4	1	3
Team 3	4	1	6	5	2	4	1	6	5	2
Team 4	3	5	2	6	1	3	5	2	6	1
Team 5	2	4	1	3	6	2	4	1	3	6
Team 6	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5

Figuur 2: Een timetable voor een compact 2RR tornooi met zes teams

2.5 Schema

Een HAP set waarvoor een corresponderende timetable bestaat is **feasible of uitvoerbaar**. De combinatie van een set van home-away patronen en een bijhorende timetable resulteert in een **schema** voor een tornooi. In Figuur 3 worden de set van home-away patronen uit Figuur 1 en

de timetable uit Figuur 2 tot een schema van een double round robin tornooi met zes teams gecombineerd (Rasmussen, 2008). Een plusteken duidt op een thuiswedstrijd en een minteken duidt op een wedstrijd op verplaatsing. Zo speelt in Figuur 3 team 5 in de eerste ronde op verplaatsing tegen team 2, in de tweede ronde een thuiswedstrijd tegen team 4, daarna opnieuw een wedstrijd op verplaatsing tegen team 1 enzovoort. Verder in de tekst worden in Figuur 5 tot en met Figuur 8 nog schema's voor double round robin tornooien weergegeven. Figuur 3 en Figuur 5 stellen exact hetzelfde tornooi voor, maar de manier van voorstellen is verschillend.

Rondes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Team 1	+6	-3	+5	-2	+4	-6	+3	-5	+2	-4
Team 2	+5	-6	-4	+1	-3	-5	+6	+4	-1	+3
Team 3	-4	+1	+6	-5	+2	+4	-1	-6	+5	-2
Team 4	+3	-5	+2	-6	-1	-3	+5	-2	+6	+1
Team 5	-2	+4	-1	+3	+6	+2	-4	+1	-3	-6
Team 6	-1	+2	-3	+4	-5	+1	-2	+3	-4	+5

Figuur 3: Een schema voor een compact 2RR tornooi met zes teams (Rasmussen, 2008)

Een schema voor een single round robin tornooi is **onreduceerbaar** wanneer ten meeste één van de twee teams die tegen mekaar een wedstrijd spelen een break heeft. Bij het oplossen van een sport scheduling probleem kan het voordelig zijn om het toewijzen van teams aan de HAP set en aan de timetable uit te stellen tot een schema ontworpen werd. In dat geval worden in de HAP set en in de timetable **placeholders** die de teams voorstellen gebruikt (Rasmussen, 2008).

Het mag triviaal lijken om met behulp van combinatorische wiskunde een schema van een round robin tornooi op te stellen (Rasmussen, 2008). Met behulp van constructieve methodes zoals greedy algoritmes, polygon algoritmes en canonical algoritmes is het eenvoudig om geldige compacte round robin schema's op te stellen, maar in praktische omstandigheden is het echter vaak het geval dat het ontwikkelen van schema's van hoge kwaliteit vaak van bijkomende uiteenlopende beperkingen afkomstig van allerlei belanghebbenden afhangt (Lewis en Thompson, 2010). Zonder additionele beperkingen zijn de voorgaande drie

algoritmen in staat om geldige compacte round robin schema's in lineaire tijd op te lossen. Bij het greedy algoritme worden wedstrijden in een lexicografische volgorde aan de rondes toegewezen (Kirkman, 1847) (Anderson, 1997). De polygon of cirkel methode komt in het volgende hoofdstuk aan bod (cfr. infra, pp.17). Met het canonical algoritme kan een schema dat het aantal breaks minimaliseert opgesteld worden (de Werra, 1981) (Rasmussen, 2008). Wanneer additionele eisen toegevoegd worden, wordt het probleem een zeer moeilijk combinatorisch optimalisatieprobleem (Rasmussen, 2008). Zo stelt Schaerf (1999) dat zelfs eenvoudige beperkingen in de aard van 'team t_1 mag in ronde r niet tegen team t_2 spelen' het probleem moeilijk maken. Voor veel types van problemen worden instanties met meer dan twintig teams als grote schaal beschouwd en vaak zijn heuristische oplossingsmethoden noodzakelijk om goede schema's te vinden (Rasmussen, 2008). In de literatuur komen er methoden die gaan van pure combinatorische aanpakken tot elk aspect van discrete optimalisatie met o.a. integer programming (IP), constraint programming (CP), evolutionaire algoritmen, metaheuristische benaderingen, ant algoritmen, simulated annealing, tabu search en verschillende combinaties hiervan voor. De oplossingsmethoden zijn door de tijd heen geëvolueerd en vandaag de dag bestaan er methodes die in staat zijn om goede benaderingen van optimale oplossingen voor deze NP-moeilijke praktische problemen te vinden.

Naast de theoretische winsten van het ontwikkelen van efficiënte oplossingsmethodes die in staat zijn om praktische toepassingen op te lossen, heeft het opstellen van goede schema's ook een belangrijk economisch aspect. Professionele sporten zijn big business en de inkomsten van een sportliga worden door de kwaliteit van het schema beïnvloed, omdat een substantieel deel van de inkomsten vaak van televisienetwerken afkomstig is. De televisienetwerken kopen de rechten om de wedstrijden uit te zenden en in ruil daarvoor willen ze dat de meest attractieve wedstrijden op bepaalde momenten geschematiseerd worden. Daarnaast komen al dan niet monetaire voordelen ook van vele andere factoren: een verhoogd aantal toeschouwers in stadia, verminderde reiskosten voor teams, interessantere toernooien voor media en sportfanaten en een eerlijker toernooi voor de ploegen.

2.6 Spelmodus

Bij een double round robin schema zijn er in de praktijk een aantal **spelmodi of game modes** die de volgorde waarin de wedstrijden in de tweede helft van het seizoen gespeeld worden bepalen. Veruit de belangrijkste is het **mirroring systeem** waarbij de wedstrijden in de tweede seizoenshelft in dezelfde volgorde als in de eerste seizoenshelft gespeeld worden en waarbij enkel de home en away status omgewisseld worden. Een andere minder voorkomende spelmodus is het **inverse systeem** waarbij de wedstrijden uit de tweede seizoenshelft in de omgekeerde volgorde van de eerste seizoenshelft voorkomen en waarbij de home en away status omgewisseld wordt. In de praktijk vinden we dit inverse systeem in de Zwitserse voetbalcompetitie terug (Goossens en Spieksma, 2012). Het tornooi van deze liga is een quadruple round robin tornooi waarbij de eerste twee round robins volgens het mirrored systeem geschematiseerd zijn en de laatste twee round robins volgens het inverse systeem geschematiseerd zijn. Een derde optie is het **Engels systeem** dat dezelfde regels als het mirrored systeem volgt, behalve voor de eerste ronde van de tweede seizoenshelft. In de eerste ronde van de tweede seizoenshelft wordt de gespiegelde wedstrijd van de laatste ronde van de eerste seizoenshelft gespeeld. Vreemd genoeg wordt het Engelse systeem niet in Engeland toegepast. Dit is wel het geval in de Oostenrijkse voetballiga waar de eerste en tweede round robin en ook de derde en vierde round robin van het quadruple round robin tornooi volgens het Engelse systeem geschematiseerd zijn (Goossens en Spieksma, 2012). Ook het **Franse systeem** is op het mirrored systeem gebaseerd, maar het verschil bestaat erin dat de laatste ronde van de tweede helft van het seizoen de spiegeling van de eerste ronde van de eerste seizoenshelft is. Naast de Franse voetballiga, implementeren ook de Luxemburgse, Russische en Tsjechische voetballiga's dit systeem (Goossens en Spieksma, 2012). De meest algemene variant is het **arbitraire systeem** waarbij de wedstrijden uit de tweede seizoenshelft in alle mogelijke volgordes georganiseerd kunnen worden. Er kunnen echter restricties voorkomen waarbij eisen betreffende het aantal rondes dat tussen de twee wedstrijden tussen twee bepaalde teams moet voorkomen gesteld worden. Onderstaande Figuur 4 geeft een overzicht van de vier eerste spelmodi. De figuur kan als volgt gelezen worden: in het Franse systeem zijn de wedstrijden in de eerste en laatste ronde van het double round robin tornooi identiek. Ook de wedstrijden in alle rondes $r+1$ en $n-1+r$ zijn identiek (met n het aantal teams). Ze worden namelijk door dezelfde opponenten gespeeld (maar de home-away status wordt wel omgewisseld).

	Eerste round robin					Tweede round robin					
Mirrored	1	2	3	...	n-1	1	2	3	...	n-2	n-1
Invers	1	2	3	...	n-1	n-1	n-2	n-3	...	2	1
Engels	1	2	3	...	n-1	n-1	1	2	...	n-3	n-2
Frans	1	2	3	...	n-1	2	3	4	...	n-1	1
Arbitrair	1	2	3	...	n-1

Figuur 4: Overzicht van de spelmodi (met n = aantal teams)

Onderstaande vier figuren (Figuur 5 tot en met Figuur 8) geven respectievelijk de schema's van een compact mirrored double round robin tornooi, een compact double round robin tornooi met het inverse systeem als spelmodus, een compact double round robin tornooi met het Engelse systeem als spelmodus en een compact double round robin tornooi met het Franse systeem als spelmodus met zes teams weer (Nurmi et al., 2010) (Professional Match Scheduling for Sports Leagues).

R1	R2	R3	R4	R5
1 – 6	3 – 1	1 – 5	2 – 1	1 – 4
2 – 5	6 – 2	2 – 4	5 – 3	3 – 2
3 – 4	5 – 4	3 – 6	6 – 4	6 – 5
R6	R7	R8	R9	R10
6 – 1	1 – 3	5 – 1	1 – 2	4 – 1
5 – 2	2 – 6	4 – 2	3 – 5	2 – 3
3 – 4	4 – 5	6 – 3	4 – 6	5 – 6

Figuur 5: Een compact mirrored 2RR tornooi met zes teams

R1	R2	R3	R4	R5
1 – 5	1 – 2	3 – 1	1 – 6	3 – 6
2 – 3	4 – 3	4 – 5	2 – 4	4 – 1
6 – 4	5 – 6	6 – 2	5 – 3	5 – 2
R6	R7	R8	R9	R10
6 – 3	6 – 1	1 – 3	2 – 1	5 – 1
1 – 4	4 – 2	5 – 4	3 – 4	3 – 2
2 – 5	3 – 5	2 – 6	6 – 5	4 – 6

Figuur 6: Een compact 2RR toernooi met zes teams en met het inverse systeem als spelmodus

R1	R2	R3	R4	R5
1 – 5	1 – 2	3 – 1	1 – 6	3 – 6
2 – 3	4 – 3	4 – 5	2 – 4	4 – 1
6 – 4	5 – 6	6 – 2	5 – 3	5 – 2
R6	R7	R8	R9	R10
6 – 3	5 – 1	2 – 1	1 – 3	6 – 1
1 – 4	3 – 2	3 – 4	5 – 4	4 – 2
2 – 5	4 – 6	6 – 5	2 – 6	3 – 5

Figuur 7: Een compact 2RR toernooi met zes teams en met het Engelse systeem als spelmodus

R1	R2	R3	R4	R5
3 – 6	1 – 3	2 – 1	1 – 6	1 – 4
4 – 2	5 – 4	3 – 5	3 – 4	2 – 3
5 – 1	6 – 2	4 – 6	5 – 2	6 – 5
R6	R7	R8	R9	R10
3 – 1	1 – 2	6 – 1	4 – 1	6 – 3
4 – 5	5 – 3	4 – 3	3 – 2	2 – 4
2 – 6	6 – 4	2 – 5	5 – 6	1 – 5

Figuur 8: Een compact 2RR toernooi met zes teams en met het Franse systeem als spelmodus

2.7 Groepering van teams

Teams kunnen in **strength groups of sterktegroepen** die op basis van de verwachte sterkte van de teams kunnen gevormd worden onderverdeeld worden. Ploegen kunnen ook op basis van de locatie van hun thuisbasis in groepen verdeeld worden of op basis van een ander criterium of een lukrake verdeling. Het objectief van het introduceren van deze groepen kan zijn om een geografische verspreiding of concentratie te verkrijgen, maar meestal is het doel om de eerlijkheid van het tornooi te verhogen. Dit leidt tot de introductie van het concept **carry-over effecten**. Wanneer een team in een bepaalde ronde tegen team t_1 speelt en in de ronde erna tegen team t_2 , zeggen we dat team t_1 een carry-over effect geeft aan team t_2 . In het geval dat team t_1 een zeer zwak of zeer sterk team is en meerdere teams spelen opeenvolgend tegen team t_1 en t_2 , dan is het mogelijk dat team t_2 respectievelijk benadeeld of bevoordeeld is vergeleken met andere teams. Daarom vereisen de eigenaars van liga's vaak een lage of zo laag mogelijke waarde voor het carry-over effect. Een meer uitgebreide uitleg rond de belangrijkheid van het minimaliseren van de carry-over effecten volgt in sectie 4.1.4.

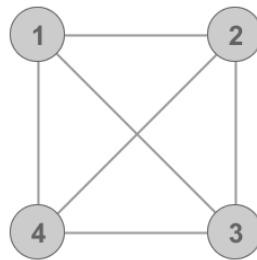
3 Graph theory

Het ontwerpen van modellen voor het schematiseren van tornooien van sportliga's zijn het onderwerp van uitgebreid onderzoek. Het opstellen van een schema van een sportliga is een probleem met vele combinatorische aspecten. Een hele stroom van papers is op de analogie tussen sport scheduling en edge coloring van complete graphs gebaseerd. Traditionele modellen om deze schema's op te stellen worden vaak in termen van **graphs of grafen** geformuleerd. Op die manier kunnen uit de **graph theory of grafentheorie** karakteristieken voor de uitvoerbare tornooischema's afgeleid worden. Voorbeelden van onderzoekers die de link tussen sport scheduling en graph theory onderzocht hebben, zijn de Werra (1980, 1981, 1982, 1985, 1988), de Werra et al. (2006) en Drexel en Knust (2007). Zowel voor minimum break problemen (cfr. infra, pp.23) als travelling tournament problemen (cfr. infra, pp.25) werden een heel aantal karakteristieken afgeleid. In deze sectie wordt op de link tussen de edge coloring van complete graphs en sport scheduling ingegaan.

Een **graph** $K = (X, E)$ bestaat uit een eindige set van X nodes en een familie van E edges. Elke **edge** $e = [t_1, t_2]$ is een ongeordend paar van verschillende **nodes** of eindpunten t_1 en t_2 . Een edge $[t_1, t_2]$ die een oriëntatie van t_1 naar t_2 heeft, wordt een **arc** (t_1, t_2) genoemd. Een **complete graph** met $2n$ nodes K_{2n} is een graph waarin alle punten onderling verbonden zijn. Een single round robin tornooi kan door een complete graph K_{2n} op $2n$ nodes gerepresenteerd worden: een liga bestaat uit $2n$ teams, elk team wordt met een node geassocieerd en een wedstrijd tussen team t_1 en team t_2 wordt door een edge $[t_1, t_2]$ voorgesteld. De oriëntatie van de edges bepaalt welke van de twee teams een thuiswedstrijd speelt. Een pijl van team t_1 naar team t_2 betekent dat team t_1 een wedstrijd op verplaatsing tegen team t_2 speelt. De begrippen nodes en teams worden door elkaar gebruikt, alsook de begrippen wedstrijden, edges en arcs.

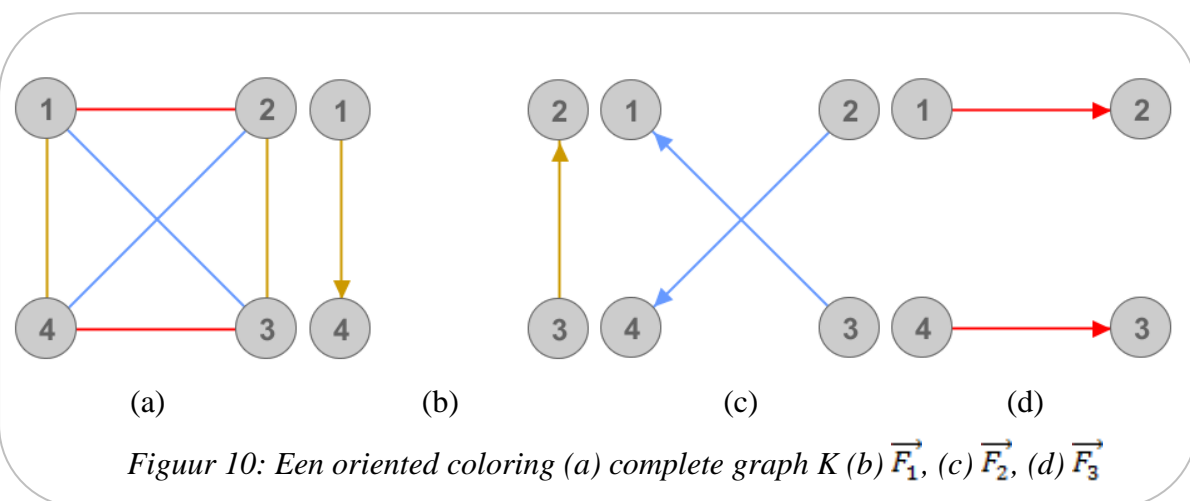
Graphs kunnen op verschillende manieren visueel voorgesteld worden. Eén van de gekende lay-outs is in de vorm van een cirkel of polygon. De nodes van de graph worden in een cirkelvorm geplaatst en daarbij wordt de volgorde van de nodes zorgvuldig gekozen. In de

onderstaande figuren worden de graphs op deze manier voorgesteld. Figuur 9 toont een complete graph met vier nodes (teams) en zes edges (wedstrijden).



Figuur 9: Een complete graph met vier nodes en zes edges

Een subfamilie F van edges in graph K heet een **matching** indien geen enkele edges in F een gemeenschappelijke node hebben. Een **edge coloring** van K is een verdeling van de familie van edges in aparte matchings. Een edge coloring is dus een toewijzing van **colors of kleuren** aan de edges van de graph, zodat geen enkele edges met een gemeenschappelijke node dezelfde kleur hebben. Indien de edges een oriëntatie hebben, wordt de term **oriented coloring** gebruikt. Een complete graph K_{2n} met $2n$ nodes kan in maximaal $2n-1$ colors gekleurd worden. Een edge coloring met $2n-1$ colors correspondeert met de geschematiseerde wedstrijden in rondes $r = 1, 2, \dots, 2n-1$. Figuur 10 (a) toont een oriented coloring met vier nodes (teams), zes edges (wedstrijden) en drie colors (rondes). Figuren 10 (b), 10 (c) en 10 (d) tonen de drie colors die de drie rondes voorstellen. In Figuur 10 (b) of in de eerste ronde speelt team 1 een wedstrijd op verplaatsing tegen team 4 en team 2 speelt een wedstrijd op verplaatsing tegen team 3.



Het minimum aantal matchings (of het kleinste aantal colors) in een coloring van K is de **chromatische index** van K . De chromatische index van de complete graph in Figuur 10 is drie. De **graad** $d_G(x)$ van node x in K is het aantal edges in K die met node x aangrenzend zijn. K is **d-regular** indien $d_G(x) = d$ voor alle nodes x . Een 1-regular matching wordt ook een **factor of een 1-factor** genoemd en elke 1-factor correspondeert met de wedstrijden in een bepaalde ronde. Figuren 10 (b), 10 (c) en 10 (d) tonen respectievelijk de 1-factors $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ en $\overrightarrow{F_3}$ van de complete graph in Figuur 10 (a).

Een schema van een tornooi wordt bijgevolg door een 1-factorization van K_{2n} gegeven: een verdeling van de edge set van K_{2n} in de 1-factors $F_1, F_2, \dots, F_{2n-1}$ (elk bestaande uit n edges die geen gemeenschappelijke nodes hebben). Bijgevolg is een oriented coloring van K_{2n} ($\overrightarrow{F_1}, \dots, \overrightarrow{F_{2n-1}}$) een 1-factorization (F_1, \dots, F_{2n-1}) van K_{2n} samen met een oriëntatie van elke edge. Een oriented coloring definieert een schema op de volgende manier: indien arc (t_1, t_2) in $\overrightarrow{F_p}$ is, dan speelt team t_1 tegen team t_2 in de thuisbasis van team t_2 in ronde p . Figuur 11 toont een oriented coloring van K_4 .

$\overrightarrow{F_1}$	$\overrightarrow{14}$	$\overrightarrow{32}$
$\overrightarrow{F_2}$	$\overrightarrow{24}$	$\overrightarrow{31}$
$\overrightarrow{F_3}$	$\overrightarrow{12}$	$\overrightarrow{43}$

Figuur 11: Een oriented coloring van K_4

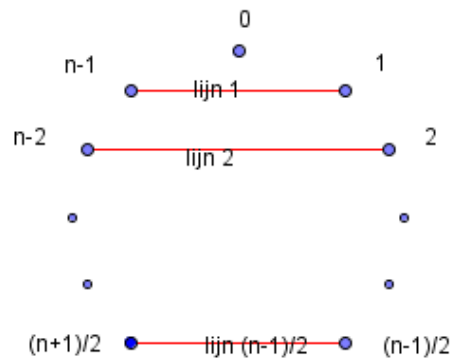
Met elk schema S associëren we een home-away patroon (HAP) aangeduid door $H(S)$: het is een $2n \times (2n-1)$ array met $2n$ rijen corresponderend met de $2n$ teams en $2n-1$ kolommen corresponderend met de $2n-1$ benodigde rondes om alle wedstrijden te schematiseren. Het **profiel** van team t is de t de rij van $H(S)$. $H_{tp}(S) = H$ (respectievelijk A) indien team t een thuiswedstrijd (respectievelijk een wedstrijd op verplaatsing) heeft in ronde p . Indien $h_{tp}(S) = h_{t,p+1}(S)$, dan heeft team t een break in ronde $p+1$. Dit is bijvoorbeeld het geval voor team 3 en team 4 in ronde 2 in de figuren 10 (c), 11 en 12. Het home-away patroon (HAP) corresponderend met Figuur 10 en Figuur 11 wordt in Figuur 12 voorgesteld.

Teams	Rondes		
Team 1	A	H	A
Team 2	H	A	H
Team 3	A	A	H
Team 4	H	H	A

Figuur 12: Een home-away (HAP) patroon

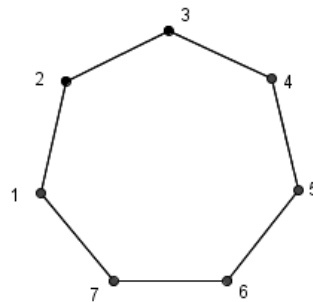
Merk op dat bij de voorgaande uitleg over edge coloring geldige schema's voor compacte round robin tornooien ontwikkeld werden. Er wordt dus niet bekeken of er beperkingen zijn die het moeilijk maken om de graphs te kleuren. Zoals eerder vermeld, kan dit ook met behulp van greedy algoritmen, polygon algoritmen en canonical algoritmen bereikt worden (Lewis en Thompson, 2010). Het canonical schema dat in de sport scheduling literatuur door de Werra (1981) geïntroduceerd werd, is op de **polygon of cirkel methode** gebaseerd. De **polygon of veelhoek** is de basistool die in de cirkel methode van Kirkman (1847) gebruikt wordt. Deze laatste methode is een simpele manier om round robin timetables te creëren. Merk dus op dat deze methode enkel bepaalt wie tegen wie speelt en niet in welke locatie.

De gebruikte veelhoek hangt af van het aantal teams dat aan het round robin tornooi deelneemt. Voor een even aantal teams n wordt een veelhoek met $n-1$ zijden gecreëerd. Een compact single round robin tornooi bestaat dan uit $n-1$ rondes. Voor een oneven aantal teams n wordt een veelhoek met n zijden gekozen. Een compact single round robin bestaat uit n rondes waarbij er elke ronde één team geen tegenstander heeft en dus een bye heeft. De methode is licht verschillend afhankelijk van het feit dat de liga uit een even of uit een oneven aantal teams bestaat. In de tekst hierna wordt eerst een voorbeeld voor het creëren van een timetable voor een liga met een oneven aantal teams gegeven en daarna voor een timetable voor een liga met een even aantal teams. Figuur 13 toont een basis veelhoek voor een liga met n teams.



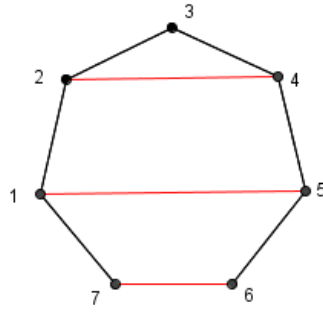
Figuur 13: Basis veelhoek voor een liga met n teams

Bij een tornooi met een oneven aantal teams worden ten eerste alle teams aan een bepaalde node toegewezen. Onderstaande Figuur 14 toont een voorbeeld van een liga met zeven teams dat op een heptagon met zeven hoekpunten of nodes voorgesteld wordt.



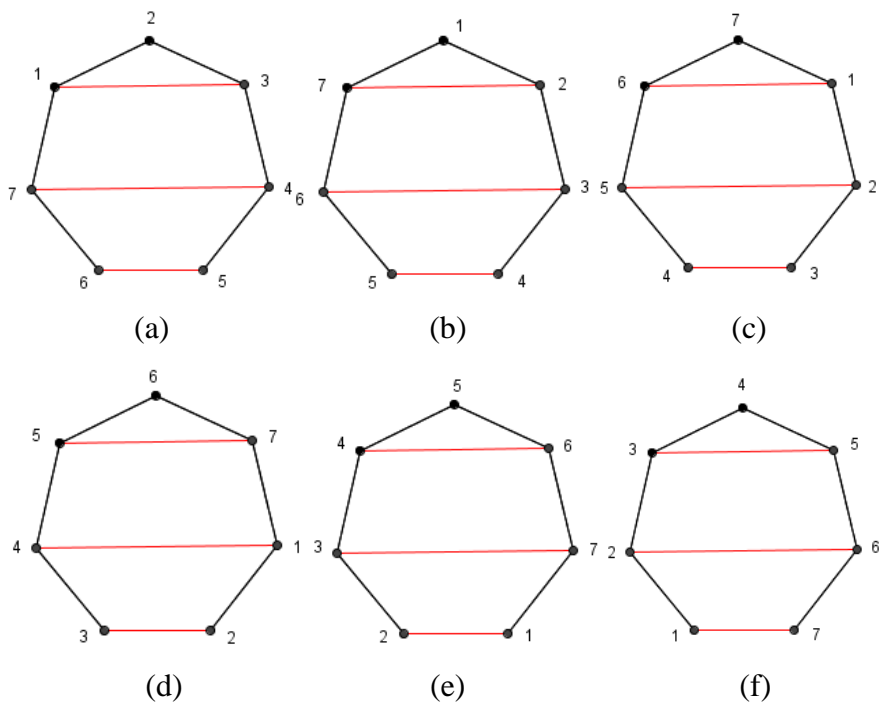
Figuur 14: Een heptagon als basis voor een liga met zeven teams

Op de veelhoek kunnen een aantal horizontale lijnen zoals in onderstaande Figuur 15 getoond getekend worden. De nodes of teams die door deze horizontale lijnen verbonden zijn, spelen een wedstrijd tegen elkaar. De node waaruit geen lijn vertrekt, duidt het team met een bye aan. Deze figuur toont de situatie voor de eerste ronde. Team 2 speelt tegen team 4, team 1 speelt tegen team 5, team 7 speelt tegen team 6 en team 3 heeft een bye.



Figuur 15: Ronde 1 voorgesteld op een heptagon voor zeven teams

Om de situatie in de tweede ronde te verkrijgen, wordt de veelhoek met $1/n^{\text{de}}$ van een cirkel geroteerd. Opnieuw stellen de eindpunten van de horizontale lijnen voor welke teams tegen elkaar spelen. Voor alle volgende rondes wordt deze rotatie herhaald tot de oorspronkelijke situatie verkregen wordt. Dit wordt op onderstaande Figuur 16 afgebeeld.



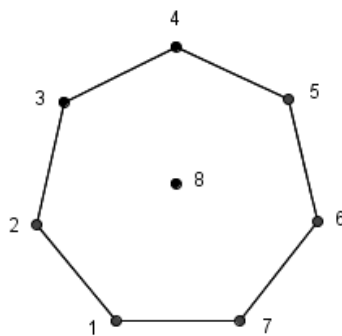
Figuur 16: (a) Ronde 2, (b) Ronde 3, (c) Ronde 4, (d) Ronde 5, (e) Ronde 6, (f) Ronde 7

De resulterende timetable wordt in Figuur 17 voorgesteld. Er wordt geen onderscheid tussen thuiswedstrijden en wedstrijden op verplaatsing gemaakt.

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
7 – 6	6 – 5	5 – 4	4 – 3	3 – 2	2 – 1	1 – 7
2 – 4	7 – 4	6 – 3	5 – 2	4 – 1	3 – 7	2 – 6
1 – 5	1 – 3	7 – 2	6 – 1	5 – 7	4 – 6	3 – 5

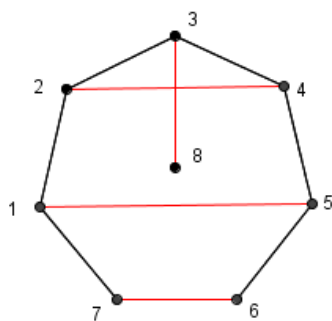
Figuur 17: Timetable van een single round robin tornooi met behulp van de polygon methode voor een oneven aantal teams opgesteld

Voor een liga met een even aantal teams worden opnieuw alle teams aan de nodes van de veelhoek toegewezen. Dan blijft er één team over dat in het centrum van de veelhoek een positie kan innemen. Het voorbeeld dat in onderstaande Figuur 18 getoond wordt, bevat acht teams en wordt op een heptagon met zeven nodes gerepresenteerd.



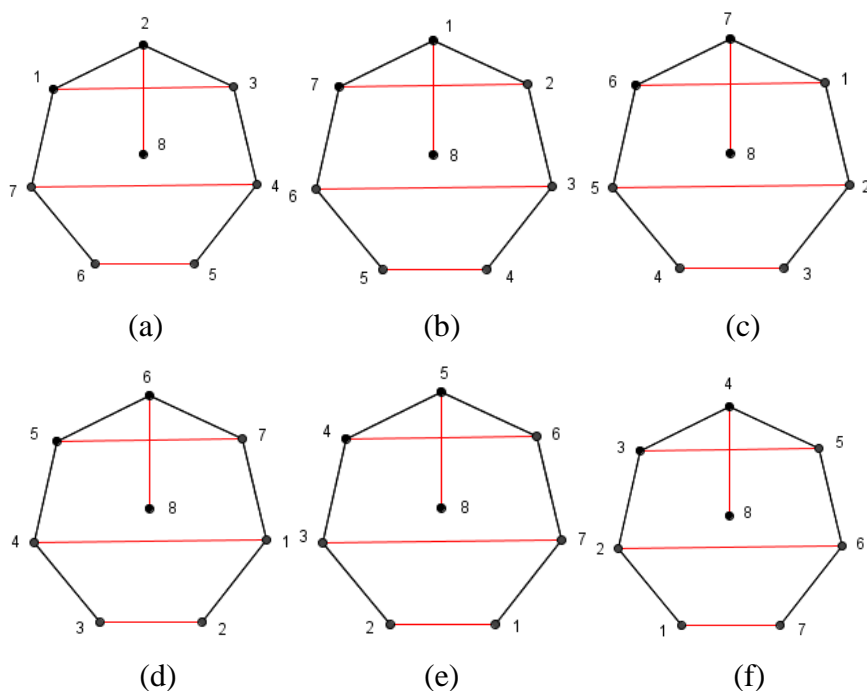
Figuur 18: Een heptagon als basis voor een liga met acht teams

Opnieuw worden horizontale lijnen tussen de nodes getrokken. De overgebleven node die niet via een horizontale lijn met een andere node verbonden kan worden, kan wel aan het team in het centrum van de veelhoek geassocieerd worden. Onderstaande Figuur 19 stelt de situatie in de eerste ronde voor en daarin speelt team 2 tegen team 4, team 1 tegen team 5, team 7 tegen team 6 en team 3 tegen team 8.



Figuur 19: Ronde 1 voorgesteld op een heptagon voor acht teams

Opnieuw wordt de veelhoek met $1/n^{\text{de}}$ van een cirkel geroteerd om de situaties in de volgende rondes te verkrijgen. Dit wordt in onderstaande Figuur 20 afgebeeld.



Figuur 20: (a) Ronde 2, (b) Ronde 3, (c) Ronde 4, (d) Ronde 5, (e) Ronde 6, (f) Ronde 7

De resulterende timetable wordt in Figuur 21 voorgesteld. Er wordt geen onderscheid tussen thuiswedstrijden en wedstrijden op verplaatsing gemaakt.

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
7 – 6	6 – 5	5 – 4	4 – 3	3 – 2	2 – 1	1 – 7
1 – 5	7 – 4	6 – 3	5 – 2	4 – 1	3 – 7	2 – 6
2 – 4	1 – 3	7 – 2	6 – 1	5 – 7	4 – 6	3 – 5
3 – 8	2 – 8	1 – 8	7 – 8	6 – 8	5 – 8	4 – 8

Figuur 21: Timetable van een single round robin tornooi met behulp van de polygon methode voor een even aantal teams opgesteld

Bij deze methode moet erop gelet worden dat een node niet met meer dan één horizontale lijn verbonden wordt om te voorkomen dat een team niet meer dan één wedstrijd per ronde speelt. Het feit dat enkel horizontale lijnen toegelaten worden is om te voorkomen dat er bij rotatie een lijn herhaald wordt, waardoor een wedstrijd tussen twee bepaalde teams meerdere keren zou kunnen voorkomen.

Westphal en Norparlik (2010) beschrijven de polygon methode op de volgende visuele manier: de methode kan als een lange tafel met alle n teams beschouwd worden. De ene helft van de teams zit langs de ene kant van de tafel en de andere helft van de teams zit recht tegenover de teams uit de eerste helft langs de andere kant van de tafel. Elk team speelt een wedstrijd tegen het team dat recht voor hem zit. De volgende ronde van het schema wordt verkregen wanneer elk team een stoel in dezelfde richting opschuift. Bij een oneven aantal teams zal er aan de kop van de tafel een team zijn dat een bye heeft. Bij een even aantal teams zal er een team zijn dat gedurende alle rondes op dezelfde plaats aan het einde van de tafel blijft zitten.

4 Beperkingen en doelfunctie

4.1 Doelfunctie

Het doel van het oplossen van een sport scheduling probleem is om een uitvoerbare oplossing die het meest acceptabel voor de eigenaar van de sportliga is te vinden. Dat is een oplossing die de doelfunctie minimaliseert of maximaliseert en geen harde beperkingen overschrijdt. Vaak is de doelfunctie van een sport scheduling probleem het minimaliseren van het aantal breaks of het minimaliseren van de totale reisafstand, maar daarnaast komen er nog andere doelfuncties voor. Naast deze twee belangrijkste categorieën, komen in deze sectie ook het minimaliseren van de kosten (of maximaliseren van de inkomsten), het minimaliseren van de carry-over effecten en het minimaliseren van de som van de penalties aan bod. Bij de vijf categorieën doelfuncties is het objectief of de manier waarop de doelfunctie opgesteld wordt telkens zeer verschillend. Maar tegelijkertijd volstaan deze vijf categorieën om alle mogelijke doelfuncties een plaats te geven. Ze zijn met andere woorden allesomvattend.

4.1.1 Minimum break (B)

Een belangrijk objectief in sport scheduling problemen – en misschien wel het meest bestudeerde aspect – is het minimaliseren van breaks. Veel organisatoren van liga's beperken hun schema's tot het hebben van een minimaal aantal breaks (bijvoorbeeld $x(n-2)$ voor een liga met een even aantal teams n en een x aantal round robins of 0 voor een liga met een oneven aantal teams n). Pionierswerk rond breaks werd door de Werra verricht (1980, 1982). Er zijn verscheidene redenen waarom men in schema's van sporttornooien een minimaal aantal breaks verkiest. Fans houden niet van lange periodes zonder thuiswedstrijden van hun favoriete ploeg (Nurmi et al., 2010), opeenvolgende thuiswedstrijden reduceren de inkomsten van tickets (Forrest en Simmons, 2006) en lange reeksen van thuiswedstrijden of wedstrijden

op verplaatsing zouden de huidige positie van een team in de ranking van een toernooi kunnen beïnvloeden (Nurmi et al., 2010).

Een variant van het minimum break probleem wordt in (1982) door de Werra geïntroduceerd: het objectief is om een minimum aantal rondes met breaks te verkrijgen. Een praktische toepassing van een minimum break doelfunctie die aan de noden van de liga aangepast is en als variant van het minimum break probleem aanzien kan worden, komt voor in de Ecuadoriaanse voetballiga (Recalde et al., 2013). De doelfunctie bestaat uit een combinatie van twee objectieven. Die twee objectieven zijn enerzijds het minimaliseren van het aantal breaks en anderzijds het maximaliseren van het aantal pseudo-breaks. Pseudo-breaks is een concept dat in het leven geroepen werd als een opeenvolging van twee wedstrijden op verplaatsing en waarbij één van beide wedstrijden in de eigen provinciale associatie gespeeld wordt.

Soms kan het toch voordelig zijn om met een groter aantal breaks te werken om bijvoorbeeld de totale reisafstanden en bijgevolg ook de reiskosten te reduceren (Urrutia en Ribeiro, 2006). Dit objectief wordt in de volgende sectie minimum reisafstand (pp. 25) besproken. Daarnaast zijn er veel liga's die voor een mirrored schema opteren, waardoor het aantal breaks tot een minimum van $3n-6$ stijgt en een minimum aantal breaks voor deze liga's bijgevolg niet het hoofddoel is (Goossens en Spieksma, 2012). Figuur 5 toonde een voorbeeld van een compact mirrored double round robin toernooi met zes teams en een minimum aantal breaks. Het schema heeft geen breaks voor teams 1 en 6, drie breaks voor teams 2 en 3, drie thuiswedstrijden op rij voor team 5 en drie opeenvolgende wedstrijden op verplaatsing voor team 4. Dit zorgt voor een totaal van twaalf breaks (of $3*6-6$). Ook wordt er soms geopteerd om het aantal breaks gelijk over de teams te verspreiden om de eerlijkheid van het toernooi te verhogen. Dit impliceert dat het totale aantal breaks voor een single round robin toernooi tot n verhoogt en voor een double round robin toernooi tot $2n$ verhoogt (de Werra, 1980). Dit type van schema met een gelijk aantal breaks voor alle teams heet een gebalanceerd schema (Goossens en Spieksma, 2012).

4.1.2 Minimum reisafstand (T)

Het travelling tournament probleem werd voor het eerst door Easton et al. (2001) geïntroduceerd. In de praktijk is het travelling tournament probleem waarbij de totale reisafstand (travel distance) van alle teams geminimaliseerd wordt zeer belangrijk. Dit geldt vooral voor toernooien waarbij de thuisbasissen van de teams over een uitgestrekt gebied verspreid zijn en waar bijgevolg reiskosten een grote rol spelen. In een travelling tournament probleem begint elk team het toernooi in zijn thuisbasis en keert elk team na de laatste wedstrijd naar zijn thuisbasis terug. De teams keren echter niet noodzakelijk na elke wedstrijd naar hun thuisbasis terug, maar reizen bij road trips soms van de thuisbasis van de ene tegenspeler naar die van de volgende tegenspeler. Lange reeksen van wedstrijden op verplaatsing of thuiswedstrijden worden echter vermeden. De kosten en inkomsten van een toernooi hangen voor een groot deel van de volgorde waarin de teams tegen elkaar spelen af. Met een gegeven aantal teams en de gekende afstand tussen de thuisbasissen van deze teams wordt een timetable waarbij de door alle teams gereisde totale afstand geminimaliseerd wordt en waarbij ook met een andere set van beperkingen rekening gehouden wordt gezocht.

Voorbeelden van varianten van het travelling tournament probleem zijn het travelling tournament probleem met op voorhand gedefinieerde thuisbasissen (Costa et al., 2008), het minimaliseren van de afstand van het meest reizende team en het minimaliseren van de kloof van reisafstand tussen het meest en het minst reizende team (Bonomo et al., 2012). Een travelling tournament probleem met op voorhand gedefinieerde thuisbasissen (TTPPV) is een single round robin toernooi met als doel het minimaliseren van de totale reisafstand en waarbij op voorhand gekend is in de thuisbasissen van welke teams de wedstrijden gespeeld worden. Bij het minimaliseren van de afstand van het meest reizende team wordt er ten koste van de totale reisafstand op het balanceren van de totale reisafstanden per team gefocust. Andere varianten van het travelling tournament probleem verschillen van elkaar vanwege het anders definiëren van de afstand waarmee gerekend wordt. Zo worden bijvoorbeeld in de Argentijnse volleyballiga afstanden tussen twee thuisbasissen groter dan 1080km verdubbeld om extreem lange busreizen te bestraffen (Bonomo et al., 2012). Vele varianten van het travelling tournament probleem kunnen naargelang de omstandigheden en de wensen van de liga ontworpen worden.

Urrutia en Ribeiro (2004, 2006) hebben aangetoond dat het minimaliseren van de totale reisafstand en het maximaliseren van het aantal breaks equivalent is indien de afstand tussen alle thuisbasissen gelijk aan 1 genomen wordt. Deze variant heet het constant distance travelling tournament problem (CTTP). De motivatie voor het bestuderen van het maximum break probleem is dat de gevonden reisafstand bij de oplossing met een maximum aantal breaks de ondergrens voor de totale reisafstand in het tournament travelling probleem is. Het oplossen van een maximum break probleem kan dus tot doel hebben om een optimale oplossing voor een travelling tournament probleem te vinden.

4.1.3 Minimum kost of maximaliseren van de inkomsten (C)

In de literatuur wordt vaak beschreven dat een sport scheduling probleem in één van de twee bovenstaande categorieën ondergebracht kan worden, omdat de doelfunctie ofwel het minimaliseren van het aantal breaks ofwel het minimaliseren van de totale reisafstand is. Niet alle auteurs zijn het daar echter mee eens. Zo schrijven Briskorn en Drexler in (2009) dat er veel oplossingsmethodes die het mogelijk maken om een schema met een minimum aantal breaks te ontwikkelen ontworpen werden, maar dat elk methode faalt indien het minimaliseren van kosten in rekening gebracht moet worden. Deze auteurs verkiezen om het minimaliseren van de kosten als doelfunctie op te stellen en daarnaast een maximaal aantal breaks als beperking in het probleem te implementeren. Naast de categorieën minimum break en travelling tournament probleem is minimum kost (of het maximaliseren van de inkomst) een derde categorie. Deze is verschillend van de laatste categorie doelfuncties ‘minimum penalty’ die in sectie 4.1.5 (cfr. infra, pp. 29) voorgesteld wordt, omdat er met economische waarden in plaats van met fictieve penalties gewerkt wordt.

In het geval waarbij het minimaliseren van de kosten de doelfunctie is, wordt aangenomen dat alle kosten of opbrengsten afhankelijk van de ronde en afhankelijk van welke twee teams die de wedstrijd spelen gegeven zijn. Dus voor elk team en elke ronde wordt een kost die voor een thuiswedstrijd van dat team tegen een ander bepaald team in een bepaalde ronde geldt vooropgesteld. Kosten zijn bijvoorbeeld het huren van een stadion en deze huurprijs kan van het seizoen of de dag van de week afhangen enzovoort. Inkomsten zijn bijvoorbeeld de economische waarde van de verkochte ingangstickets en deze kunnen afhangen van in welke

ronde en tegen welke tegenstander de wedstrijd gespeeld wordt. Merk op dat het hierbij niet mogelijk of te omslachtig is om deze op voorhand vastgelegde waarden voor de kosten en/of opbrengsten van een wedstrijd te laten afhangen van het schema of met andere woorden van de andere wedstrijden die door de andere teams in dezelfde ronde gespeeld worden te laten afhangen.

Het maximaliseren van de opkomst supporters wordt soms als doel vooropgesteld. Dit objectief kan als de economische waarde van het aantal verkochte tickets gerepresenteerd worden en behoort dus tot deze categorie van doelfuncties. In dit geval wordt de doelfunctie gemaximaliseerd. Een andere mogelijkheid is dat de waarden voor de inkomsten negatief gemaakt worden, waardoor het een minimalisatie probleem blijft.

4.1.4 Minimaliseren van de carry-over effecten (CO)

Een schema voor een round robin tornooi heeft voor elk team een bepaalde volgorde waarin het team zijn tegenspelers ontmoet. Wanneer een team in een bepaalde ronde tegen team t_1 speelt en in de volgende ronde tegen team t_2 , zeggen we dat team t_1 een carry-over effect geeft aan team t_2 . In het geval dat team t_1 een zeer zwak of zeer sterk team is en meerdere teams spelen opeenvolgend tegen team t_1 en t_2 , dan is het mogelijk dat team t_2 respectievelijk benadeeld of bevoordeeld is vergeleken met andere teams. Dit is vooral relevant in sporten met lichaamscontact of sporten die een zware fysieke inspanning vragen. Een speler kan door vermoeidheid of blessures verzwakt zijn na een wedstrijd tegen speler t_1 , wat in het voordeel kan zijn van zijn volgende tegenspeler t_2 . Dit voordeel of nadeel kan ook in een psychologische interpretatie relevant zijn, bijvoorbeeld wanneer teams na een wedstrijd tegen een sterk team t_1 steeds het vertrouwen verliezen en daarna tegen team t_2 spelen die hierdoor een voordeel kan verkrijgen.

Om de eerlijkheid van het schema te verhogen, wordt er dus naar gestreefd om de carry-over effecten te balanceren. In een ideaal schema zou het zo zijn dat er geen enkele teams t_1 , t_2 , t_3 , t_4 ... bestaan, zodat teams t_3 en t_4 beide tegen team t_2 spelen onmiddellijk na tegen team t_1 te hebben gespeeld. Als c_{t_1,t_2} gedefinieerd wordt als het aantal carry-over effecten dat team t_1 aan team t_2 geeft, kan de zogenaamde COE waarde (carry-over effect waarde) van het schema

berekend worden als de som van alle kwadraten van alle $c_{t1,t2}$. Deze carry-over effecten worden in de carry-over effecten matrix geplaatst. Een coe-matrix is een non-negatieve matrix en voldoet aan het volgende: de som van elke rij is $n-1$, de som van elke kolom is $n-1$ en de waarde van elk diagonaal element is 0. Figuur 22 toont een voorbeeld van een timetable voor een single round robin tornooi met zes teams (a) en de corresponderende carry-over effecten matrix (b). Bijvoorbeeld, c_{DA} , het aantal keer dat team D een carry-over effect aan team A geeft, is gelijk aan drie, omdat het drie keer voorkomt dat de tegenspeler van team A in de voorgaande ronde tegen team D speelde. De waarde voor het carry-over effect voor dit schema is 60 wat in dit geval het minimum is (Russell, 1980).

Teams	Rondes				
	1	2	3	4	5
A	C	F	B	D	E
B	E	D	A	C	F
C	A	E	F	B	D
D	F	B	E	A	C
E	B	C	D	F	A
F	D	A	C	E	B

(a)

Teams	A	B	C	D	E	F
A	0	1	3	0	1	0
B	0	0	1	3	1	0
C	0	0	0	1	1	3
D	3	0	0	0	1	1
E	1	1	1	1	0	1
F	1	3	0	0	1	0

(b)

Figuur 22: (a) Een timetable voor een single round robin tornooi met zes teams (b) de corresponderende carry-over effecten matrix (Russell, 1980)

De coe-waarde van een schema van n teams en x round robins bereikt de ondergrens $xn(n-1)$ wanneer alle niet-diagonale elementen van de corresponderende coe-matrix 1 zijn. In deze ideale schema's die *gebalanceerd* zijn of die een *perfect carry-over effect* hebben, verkrijgt elk team ten hoogste één carry-over effect van elk ander team. Gebalanceerde schema's hebben typisch een groot aantal breaks, omdat het combineren van beide objectieven moeilijk is (Gallian, 2010). Ook de keuze voor een bepaalde spelmodus zoals het mirroring systeem is moeilijk met het minimaliseren van de carry-over effecten te verzoenen, omdat deze beperking de waarde van het carry-over effect aanzienlijk verhoogt.

Russell (1980) onderzocht het minimum carry-over probleem en ontwikkelde een algoritme om een gebalanceerd schema voor een liga bestaande uit n teams met n een macht van twee

op te stellen. De stelling dat er geen gebalanceerde schema's bestaan indien het aantal teams n geen macht van twee is, werd nog niet weerlegd. Anderson (1999) onderzocht de beste coe-waarden voor andere waarden van n . Een voorbeeld van een variant van het minimaliseren van de waarde van het carry-over effect is het minimaliseren van de gewogen waarde van het carry-over effect (Guedes en Ribeiro, 2009).

4.1.5 Minimum penalty (P)

In sommige gevallen is er geen objectief dat de bovenhand neemt. Er wordt naar een schema dat eerlijk is en dat met de opgelegde beperkingen rekening houdt gestreefd. Dit probleem wordt vaak het constrained sports scheduling probleem (CSSP) genoemd. In dit geval wordt er naar een schema dat aan de harde beperkingen voldoet en dat het aantal overschrijdingen van zachte beperkingen minimaliseert gezocht. Voor de zachte beperkingen worden indien deze beperkingen overschreden worden penalties geïncorporeerd. De belangrijkheid van de zachte beperkingen wordt weerspiegeld door alle zachte beperkingen verschillende gewichten te geven. De waarden van de gewichten worden op basis van onderhandelingen met de eigenaar van de liga en de teams beslist.

Een praktische toepassing van een minimum penalty probleem wordt in de Braziliaanse voetballiga waar de inkomsten uit samenwerking met televisiezenders belangrijk zijn teruggevonden. Voor het schematiseren van het tornooi van deze liga hebben Ribeiro en Urrutia in (2007) een doelfunctie die uit twee objectieven bestaat opgesteld: enerzijds het minimaliseren van het aantal breaks en anderzijds het maximaliseren van de som van het aantal rondes waarin ten minste één wedstrijd van een team uit São Paulo dat op verplaatsing speelt kan uitgezonden worden en het aantal rondes waarin ten minste één wedstrijd van een team uit Rio de Janeiro dat op verplaatsing speelt kan uitgezonden worden. Er zouden penalties voor elke extra break en elke extra ronde waarin geen enkel team van São Paulo of Rio de Janeiro een wedstrijd op verplaatsing speelt opgeteld kunnen worden.

In de praktijk komen ook bepaalde problemen waarin een som van een vermenigvuldiging van gewichten en aantallen gemaximaliseerd wordt voor. Dit is bijvoorbeeld het geval in de Chileense voetballiga waar het objectief is om de concentratie van wedstrijden tussen teams

uit dezelfde groep in de laatste rondes van het tornooi te maximaliseren (Durán et al., 2007). Indien deze gewichten of aantallen negatief gemaakt worden, kan dit probleem toch als een minimalisatie probleem gezien worden en bijgevolg hoort het in de categorie minimum penalty thuis.

4.2 Beperkingen

Om een round robin formaat te verkrijgen, moeten enkele essentiële beperkingen opgesteld worden. Elk round robin tornooi vereist het invoeren van deze set beperkingen en de beperkingen verschillen niet over de verschillende problemen heen. Omdat deze classificatie tot round robin tornooien beperkt is en bijgevolg elk probleem deze zelfde set beperkingen zal bevatten, worden deze basis beperkingen in het begin van deze sectie opgelijst, maar verder in de tekst en classificatie genegeerd.

- Elk team speelt een wedstrijd tegen alle andere teams over een bepaald aantal rondes. Geen enkel team speelt tegen zichzelf.
- Tijdens één ronde wordt voor een team ten hoogste één wedstrijd ingeroosterd.
- Elke wedstrijd van een 1RR komt exact één keer voor, elke wedstrijd van een 2RR komt exact twee keer voor, enzovoort. Twee ploegen spelen dus een x aantal keer tegen elkaar in een xRR tornooi.
- Elk team wordt aan een bepaalde thuisbasis (locatie, faciliteit, stadion, ...) gelinkt en elke wedstrijd wordt in een thuisbasis van één van de teams gespeeld. Twee tegenstanders spelen een wedstrijd tegen elkaar waarbij één van deze twee teams in zijn eigen thuisbasis speelt. Elk team speelt dus elke wedstrijd ofwel een thuiswedstrijd ofwel een wedstrijd op verplaatsing. Merk op dat bij tornooien die in neutrale locaties plaatsvinden met fictieve home en away statussen gewerkt wordt.
- Elk team speelt per round robin de helft van de wedstrijden in zijn thuisbasis en de andere helft van de wedstrijden op verplaatsing (of één meer of één minder dan de helft in het geval van een oneven aantal wedstrijden).

- Twee teams spelen tegen elkaar om beurt in hun thuisbasis en op verplaatsing in 2RR en meer. Twee teams kunnen niet tegen elkaar spelen in series van HH, AA, HHAA, AAHH, HAAA of AHHHA (waarbij H: thuiswedstrijd en A: wedstrijd op verplaatsing). In de lijst beperkingen van Nurmi et al. (2010) is dit beperking C22 (cfr. infra, pp. 42).

Verder worden praktische sport scheduling applicaties vaak door een groot aantal beperkingen afkomstig van teams, televisienetwerken, sportassociaties, fans en lokale overheden gekarakteriseerd. Omdat elke liga zijn eigen specifieke eisen heeft, is een sectie toegewijd aan het beschrijven van de verschillende beperkingen toepasbaar op bepaalde sportliga's een standaard deel van papers die praktische toepassingen ontwikkelen. In deze sectie wordt een overzicht van de typische beperkingen binnen sport scheduling gegeven. We geloven dat deze beperkingen voor vele scenario's binnen dit gebied representatief zijn.

In de meeste toepassingen zijn de beperkingen in harde en zachte beperkingen verdeeld. Alle harde beperkingen moeten in een uitvoerbare oplossing voldaan worden en in sommige problemen moet bovendien met zachte beperkingen rekening gehouden worden. Uit deze uitvoerbare oplossingen wordt de oplossing die de zachte beperkingen het minst overschrijdt als optimale oplossing gekozen. Dit wordt praktisch uitgevoerd door het minimaliseren van de som van de aan de overschrijdingen toegewezen penalties. De belangrijkheid van de zachte beperkingen wordt weerspiegeld door alle zachte beperkingen verschillende gewichten te geven. De waarden van de gewichten worden op basis van onderhandelingen met de eigenaar van de liga en de ploegen beslist. In volgend overzicht wordt geen onderscheid tussen zachte en harde beperkingen gemaakt, omdat dit onderscheid door de eigenaars van de liga's en andere belanghebbenden gegeven wordt.

Een overzicht van de beperkingen werd voor het eerst door Nurmi et al. (2010) geïntroduceerd en deze beperkingen werden later in categorieën onderverdeeld. Dit overzicht werd als basis voor het opstellen van de lijst in deze thesis gebruikt. Er werden een aantal aanpassingen gedaan en om de overstap naar de nieuwe lijst te vereenvoudigen werd daarbij de nummering of codering van de beperkingen zo goed mogelijk behouden. Het voorvoegsel 'C' werd wel door andere letters die de categorie representeren vervangen. De legende van deze letters is: 'P' voor 'place constraint', 'GR' voor 'group constraint', 'B' voor 'break constraint', 'GA' voor 'game constraint', 'GE' voor geographical constraint, 'Q' voor

‘tournament quality constraint’ en ‘S’ voor ‘separation constraint’. De link met de lijst beperkingen van Nurmi et al. (2010) wordt in sectie 4.2.9 uitgelegd. Een liga kan van een mix van de onderstaande beperkingen als een kader voor het genereren van zijn schema gebruik maken. Het is de bedoeling om een lijst beperkingen die overal bruikbaar zijn op te stellen en dit gaat soms ten koste van een vlotte leesbaarheid van de beperkingen. Om de lijst beperkingen niet te lang te laten worden, bevatten sommige stellingen meerdere mogelijkheden: bij het implementeren van deze bepaalde beperkingen moet een keuze gemaakt worden tussen het zinsdeel dat als normale tekst uitgeschreven staat en het zinsdeel dat cursief en tussen haakjes vermeld staat. Een voorbeeld hiervan is beperking B15 (cfr. infra, pp. 36): mag niet groter zijn dan k (*of moet gelijk zijn aan k*). Bij het gebruiken van beperking B15 moet dus een keuze gemaakt worden tussen ‘mag niet groter zijn dan k ’ en ‘moet gelijk zijn aan k ’. In de lijst van beperkingen wordt van volgende parameters gebruik gemaakt: team t , ronde r , aantal round robins x , regio g , aantal k , aantal m , (sterkte)groep s , waarde voor het carry-over effect c en weekdag w .

4.2.1 Place constraints

Place constraints zijn beperkingen die verzekeren dat een team in een bepaalde ronde een thuiswedstrijd of een wedstrijd op verplaatsing speelt.

P04	Team t kan niet thuis spelen in ronde r .
P05	Team t kan niet op verplaatsing spelen in ronde r .
P06	Team t kan niet spelen in ronde r .
P07	Er moeten ten minste k_1 en ten hoogste k_2 thuiswedstrijden voor teams t_1, t_2, \dots op dezelfde dag zijn tussen ronde r_1 en ronde r_2 .
P08	Team t wil ten minste k_1 en ten hoogste k_2 thuiswedstrijden (<i>of wedstrijden op verplaatsing</i>) spelen in m opeenvolgende rondes.
P23	Team t wenst om ten minste k_1 en ten hoogste k_2 thuiswedstrijden te spelen op weekdag w .

P39	De wedstrijd tussen team t_1 en team t_2 in deel x van het XRR (met X oneven) moet plaatsvinden in de thuisbasis van team t_1 .
P40	Team t wilt ten minste k_1 en ten hoogste k_2 thuiswedstrijden (<i>of wedstrijden op verplaatsing</i>) spelen tussen ronde r_1 en ronde r_2 .
P41	Als een team in ronde r_1 een thuiswedstrijd (<i>wedstrijd op verplaatsing</i>) speelt, dan speelt dit team in ronde r_2 een wedstrijd op verplaatsing (<i>thuiswedstrijd</i>).

Tabel 1: Place constraints

Soms wordt de politie in een bepaalde stad voor een groot evenement ingezet, waardoor de korpsen niet meer voor het sporttoernooi beschikbaar zijn of waardoor de bereikbaarheid van de wedstrijd door een ander evenement gehinderd wordt. Dan is het mogelijk dat het team uit deze stad gedurende het evenement liever geen thuiswedstrijd speelt. Omgekeerd speelt een team tijdens een bepaalde ronde liever wel een thuiswedstrijd of is het team verhinderd om te spelen, omdat er voor het team een andere activiteit op de planning staat. Deze wensen kunnen met beperkingen P04, P05 en P06 geïmplementeerd worden.

Beperking P07 wordt vaak voor teams die eenzelfde thuisbasis delen gebruikt (door $m_1 = 0$ en $m_2 = 1$ te kiezen), zodat zij elk om beurt een thuiswedstrijd spelen. Om deze reden wordt P07 zeer dikwijls als harde beperking in een probleem ingezet.

Beperking P08 zou kunnen ingevoerd worden om het thuisvoordeel te balanceren. Er zou bijvoorbeeld kunnen gesteld worden dat alle teams in een reeks van zes opeenvolgende wedstrijden steeds drie thuiswedstrijden en drie wedstrijden op verplaatsing spelen. Met beperking P08 kunnen ook road trips afgedwongen worden. Dit kan op deze manier: een team wilt minstens vier wedstrijden op verplaatsing spelen in een reeks van vijf opeenvolgende wedstrijden.

Op sommige dagen zoals weekenddagen is de opkomst supporters hoger en zijn bijgevolg de inkomsten voor het team dat een thuiswedstrijd speelt ook hoger, waardoor teams preferenties hebben om wedstrijden op bepaalde dagen van de week te spelen. Deze preferentie kan door middel van beperking P23 vastgelegd worden.

Beperking P39 kan bij volgende situatie gebruikt worden: in een toernooi met een oneven aantal round robins verkiezen de teams vaak om zo veel mogelijk wedstrijden tegen topteams in hun eigen thuisbasis te spelen, omdat er door een groter aantal supporters hogere inkomsten voor het team dat een thuiswedstrijd speelt zijn.

Beperking P40 kan bijvoorbeeld gebruikt worden wanneer in een liga tussen universiteiten bepaald wordt dat elk universiteitsteam tijdens de eerste vijf rondes ten minste twee thuiswedstrijden moet spelen om nieuwe spelers voor het universiteitsteam te rekruteren (Nemhauser en Trick, 1998) of om vast te leggen dat tijdens de twee laatste rondes elk team een thuiswedstrijd speelt, omdat de laatste rondes van een toernooi belangrijk zijn.

Beperking P41 kan worden ingezet om alle teams die de eerste wedstrijd van het toernooi in hun thuisbasis spelen, de laatste wedstrijd van het toernooi op verplaatsing te laten spelen e.o.

4.2.2 Group constraints

In praktische toepassingen worden er vaak groepen op basis van sterkte of zwakte of een geografisch of ander kenmerk samengesteld. Soms worden er zelfs groepen op een willekeurige manier samengesteld. In deze liga's zijn er speciale wensen betreffende deze sterktegroepen of groepen. De notatie (sterkte)groep wordt later uitgelegd.

GR29	Teams mogen niet meer dan m opeenvolgende wedstrijden tegen tegenstanders uit (sterkte)groep s spelen.
GR30	Ten minste k_1 en ten hoogste k_2 teams uit (sterkte)groep s mogen een thuiswedstrijd spelen in ronde r .
GR31	Tussen ronde r_1 en ronde r_2 vinden ten minste k_1 en ten hoogste k_2 wedstrijden tussen de teams uit (sterkte)groep s plaats.
GR32	Team t moet tussen ronde r_1 en ronde r_2 ten minste k_1 en ten hoogste k_2 thuiswedstrijden (<i>en/of wedstrijden op verplaatsing</i>) tegen tegenstanders uit (sterkte)groep s spelen.

GR37	Tussen ronde r_1 en ronde r_2 vinden ten minste k_1 en ten hoogste k_2 wedstrijden tussen teams uit (sterkte)groep s_1 en teams uit (sterkte)groep s_2 plaats.
------	--

Tabel 2: Group constraints

Beperking GR29 kan verbieden dat teams meer dan vijf opeenvolgende wedstrijden tegen zwakke teams of elite teams (teams uit grote steden met veel supporters en televisie-inkomsten) spelen.

Een televisie uitzender kan vereisen dat de meest interessante teams niet allen op dezelfde dag een thuiswedstrijd spelen. Deze eis kan met beperking GR30 vastgelegd worden.

Beperking GR31 kan bij volgende situatie ingeroepen worden: een liga is in groepen van vijf teams verdeeld en minstens drie wedstrijden tussen teams uit dezelfde groep moeten tijdens de laatste ronde gespeeld worden, omdat de gekwalificeerde teams voor de play-offs niet voor alle groepen vóór de laatste ronde gekend zouden zijn.

Beperking GR32 kan gebruikt worden om te verzekeren dat elk team in de eerste vijf rondes van een tornooi een thuiswedstrijd tegen een topteam speelt.

In een Australian Football tornooi worden bovenop een single round robin tornooi nog vijf additionele wedstrijden gespeeld en om deze te schematiseren, kan group constraint GR37 gebruikt worden. De eigenaars van de liga willen namelijk dat de top vier van de teams van het voorgaande jaar ten hoogste één wedstrijd spelen tegen de laagste vier teams van het voorgaande jaar (Kyngäs et al., 2014).

4.2.3 Break constraints

Zoals eerder vermeld, is het minimaliseren van het aantal breaks dikwijls het belangrijkste objectief bij het opstellen van een wedstrijdschema voor een round robin tornooi. Het aantal breaks dat een schema bevat is ook belangrijk voor de eerlijkheid van het tornooi.

B12	Een break mag niet in ronde r voorkomen.
B13	Teams mogen niet meer dan k opeenvolgende thuiswedstrijden (<i>of wedstrijden op verplaatsing</i>) spelen.
B15	Het totale aantal breaks mag niet groter zijn dan k (<i>of moet gelijk zijn aan k</i>).
B16	Het aantal breaks voor team t mag niet groter zijn dan k (<i>of moet gelijk zijn aan k</i>).
B17	Elk team moet hetzelfde aantal breaks hebben.
B35	Een break voor team t moet tussen ronde r_1 en ronde r_2 voorkomen.

Tabel 3: Break constraints

Beperking B12 kan beletten dat er in de laatste ronde van het toernooi een break voorkomt, omdat de laatste rondes van het toernooi belangrijk zijn.

Om de eerlijkheid van het toernooi te verhogen, wordt vaak via beperking B13 bepaald dat geen enkel team meer dan twee opeenvolgende thuiswedstrijden of wedstrijden op verplaatsing mag spelen. Voor deze beperking wordt in theoretisch onderzoek vaak de term ‘atmost constraint’ gehanteerd. Indien beperking B13 als zachte beperking met $k=1$ wordt genomen, bepaalt deze beperking dat het totale aantal breaks geminimaliseerd moet worden. Dit kan ook door de waarde k van beperking B15 op het minimum aantal breaks vast te leggen. Door middel van beperking B15 kan bijvoorbeeld ook vastgelegd worden dat het totale aantal breaks niet groter dan 150 mag zijn.

Een break kan voor een bepaald team in een bepaalde ronde van het seizoen gewenst zijn en met beperking B35 kan deze wens in het probleem geïmplementeerd worden.

4.2.4 Game constraints

Game constraints zijn beperkingen die een bepaalde wedstrijd tussen twee teams in een bepaalde ronde vastleggen of verbieden.

GA10	De wedstrijd tussen team t_1 en team t_2 mag niet voor (<i>en/of niet na</i>) ronde r gespeeld worden.
GA11	De wedstrijd tussen team t_1 en team t_2 mag niet in ronde r gespeeld worden.
GA38	Als team t_1 in ronde r_1 een thuiswedstrijd (<i>wedstrijd op verplaatsing</i>) speelt tegen team t_2 , dan speelt team t_3 in ronde r_2 geen thuiswedstrijd (<i>wedstrijd op verplaatsing</i>) tegen team t_4 .

Tabel 4: Game constraints

Een derby is een wedstrijd waarbij twee teams met een nabijgelegen thuisbasis tegen elkaar spelen. Derby's worden soms graag aan het einde van de wedstrijdkalender geplaatst en deze wens kan dankzij beperking GA10 ingevoerd worden. Omgekeerd kan ook gewenst worden dat deze derby niet tijdens de eerste ronde van het toernooi doorgaat. Beperking GA11 kan voor deze laatste wens gebruikt worden.

Om aan volgende eis te voldoen, kan beperking GA38 ingevoerd worden: door grote reisafstanden tussen bepaalde thuisbasissen zijn enkele combinaties van teams die op vrijdag een thuiswedstrijd spelen en op zaterdag bij een bepaald team een wedstrijd op verplaatsing spelen niet mogelijk. Indien bijvoorbeeld een team t_1 uit het noorden van een land op vrijdag een thuiswedstrijd speelt tegen eender welk team t_2 , is het niet mogelijk dat het team t_1 uit het noorden daags nadien een wedstrijd op verplaatsing speelt tegen een team t_4 uit het zuiden van het land (hiervoor kies je in beperking GA38 $t_1 = t_3$). Een andere wens die deze beperking kan vervullen is dat bijvoorbeeld de hooligans van Ajax en Feyenoord, beide voetbalteams uit Utrecht, elkaar niet in het treinstation van Utrecht ontmoeten wanneer beide teams een wedstrijd op verplaatsing spelen (Nieuwenhuis, 2009). Indien $r_1 = r_2$ wordt genomen, wordt de beperking: als Ajax in een bepaalde ronde een wedstrijd op verplaatsing speelt tegen een bepaald team, dan speelt Feyenoord in dezelfde ronde geen wedstrijd op verplaatsing tegen een ander team.

4.2.5 Geographical constraints

Geografische beperkingen kunnen twee doelen hebben. Het eerste betreft het beperken van de reiskosten of reistijden van de teams en andere belanghebbenden en het tweede doel is het verhogen van het aantal toeschouwers door enerzijds het verspreiden van de wedstrijden over het geografisch gebied en anderzijds het centreren van wedstrijden in geografisch druk bezochte gebieden. Televisiezenders bijvoorbeeld hebben vaak een vraag naar geografische beperkingen om hun reiskosten te drukken of het aantal uit te zenden wedstrijden binnen bepaalde gebieden te balanceren.

GE43	Indien in ronde r team t in regio g_1 speelt, moeten minstens (<i>of mogen hoogstens</i>) k wedstrijden van de teams van subgroep s in regio g_2 plaatsvinden.
GE44	Tussen ronde r_1 en ronde r_2 moeten ten minste (<i>of mogen ten hoogste</i>) k wedstrijden in regio g plaatsvinden.
GE45	Tussen ronde r_1 en ronde r_2 moeten k (<i>of ten minste k</i>) (<i>of ten hoogste k</i>) wedstrijden van team t in regio g plaatsvinden.
GE46	Bij een road trip (opeenvolging van wedstrijden op verplaatsing) van team t vinden er ten minste k_1 en ten hoogste k_2 wedstrijden die van de road trip deel uitmaken in regio g plaats.

Tabel 5: Geographical constraints

Wegens de uitgestrektheid van Chili en bijgevolg de grote verspreiding van Chileense voetbalteams, komen er in het Chileense voetbaltornooi veel geografische beperkingen voor (Durán et al., 2007). Volgende voorbeelden zijn dan ook praktische toepassingen uit de Chileense voetballiga. In Chili zijn er drie topteams. Wanneer één van deze drie teams een wedstrijd in het noorden van Chili speelt, mag geen van beide andere topteams tijdens diezelfde ronde in het zuiden van Chili spelen om een te grote verplaatsing van televisiemateriaal te voorkomen. Deze voorwaarde kan via beperking GE43 opgelegd worden.

Voor volgend probleem wordt beperking GE44 gebruikt: er zijn zeven teams in Santiago en elke ronde moeten er minstens twee wedstrijden en mogen er hoogstens vier wedstrijden in

Santiago plaatsvinden om de hoeveelheid voetbal in de stad te reguleren en de beschikbaarheid van stadions en veiligheidspersoneel te verzekeren.

Beperking GE45 kan volgende voorkeur vastleggen: in de zomerperiode is televisiemateriaal druk bezet en mogen de topteams niet in verre uithoeken van Chili spelen.

Beperking GE46 wordt bij volgend verbod ingezet: wanneer een team uit het noorden van Chili twee opeenvolgende wedstrijden op verplaatsing speelt, mag geen van beide wedstrijden in het zuiden van Chili plaatsvinden en omgekeerd.

4.2.6 Tournament quality constraints

Sommige liga's hebben speciale eisen om de kwaliteit en eerlijkheid van het toernooi te verhogen.

Q26	Voor elk team mag het verschil tussen het aantal gespeelde thuiswedstrijden en wedstrijden op verplaatsing niet groter zijn dan k op elk moment van het toernooi (in een k -gebalanceerd schema).
Q27	Het verschil in het aantal gespeelde wedstrijden per team mag niet groter zijn dan k op elk moment van het toernooi (in een relaxed schema).
Q36	De waarde voor het carry-over effect mag niet groter zijn dan c .

Tabel 6: Tournament quality constraints

Het minimaliseren van het verschil tussen het aantal gespeelde thuiswedstrijden en wedstrijden op verplaatsing op elk moment van het seizoen is een belangrijk eerlijkheidscriterium dat via beperking Q26 vastgelegd kan worden. Een bijkomend eerlijkheidscriterium voor schema's die relaxed zijn – dus waarbij niet alle teams elke ronde spelen – is het minimaliseren van het verschil in het aantal gespeelde wedstrijden tussen de teams. Een ander eerlijkheidscriterium voor toernooien waarbij carry-over effecten een rol

kunnen spelen is het minimaliseren of balanceren van deze effecten (cfr. supra, pp.27) via beperking Q36.

4.2.7 Separation constraints

De meeste liga's die een meervoudig round robin tornooi spelen, hebben een voorkeur voor een ondergrens voor het aantal rondes tussen twee wedstrijden waarin dezelfde teams tegen elkaar spelen.

S19	Er moeten ten minste (<i>of ten hoogste</i>) k rondes zijn tussen twee wedstrijden waarin dezelfde tegenstanders tegen elkaar spelen.
S21	Er moeten ten minste (<i>of ten hoogste</i>) k rondes zijn tussen twee wedstrijden van team t_1 tegen een team uit de subgroep met teams t_2, t_3, \dots

Tabel 7: Separation constraints

Een voorbeeld van het gebruik van beperking S19 is dat er ten minste vijf rondes moeten zijn tussen de wedstrijden waarin dezelfde teams tegen elkaar spelen. Indien k de waarde 1 heeft, krijgt deze beperking in de literatuur vaak de benaming 'norepeat constraint'. Om de mirrored spelmodus te verkrijgen, krijgt k de waarde $n-2$ (met n het aantal teams). Indien de eerste wedstrijd tussen twee teams in ronde r plaatsvindt, dan vindt de tweede wedstrijd tussen deze teams in ronde $r+n-1$ plaats (met n het aantal teams). Voor het Franse spelmodus systeem krijgt k de waarde $n-2$. In het Engelse systeem kan deze beperking niet gebruikt worden, omdat de twee teams die in de laatste ronde van het eerste deel van het round robin tornooi tegen elkaar spelen ook in de eerste ronde van het tweede deel van het round robin tornooi tegen elkaar spelen.

Beperking S21 kan gebruikt worden om de wedstrijden van een bepaald team tegen de topteams uit de liga over het tornooi te balanceren.

4.2.8 Overzicht

Een overzicht van de categorieën beperkingen en de codering van de beperkingen wordt in onderstaande tabel gegeven.

Tournament format	F	F ₀₁ , F ₀₂
Place	P	P ₀₄ , P ₀₅ , P ₀₆ , P ₀₇ , P ₀₈ , P ₂₃ , P ₃₉ , P ₄₀ , P ₄₁
Group	GR	GR ₂₉ , GR ₃₀ , GR ₃₁ , GR ₃₂ , GR ₃₇
Break	B	B ₁₂ , B ₁₃ , B ₁₅ , B ₁₆ , B ₁₇ , B ₃₅
Game	GA	GA ₁₀ , GA ₁₁ , GA ₃₈
Geographical	GE	GE ₄₃ , GE ₄₄ , GE ₄₅ , GE ₄₆
Tournament quality	Q	Q ₂₆ , Q ₂₇ , Q ₃₆
Separation	S	S ₁₉ , S ₂₁

Tabel 8: Overzicht van de beperkingen

4.2.9 Het overzicht van beperkingen van Nurmi et al. (2010) als basis voor de classificatie van beperkingen

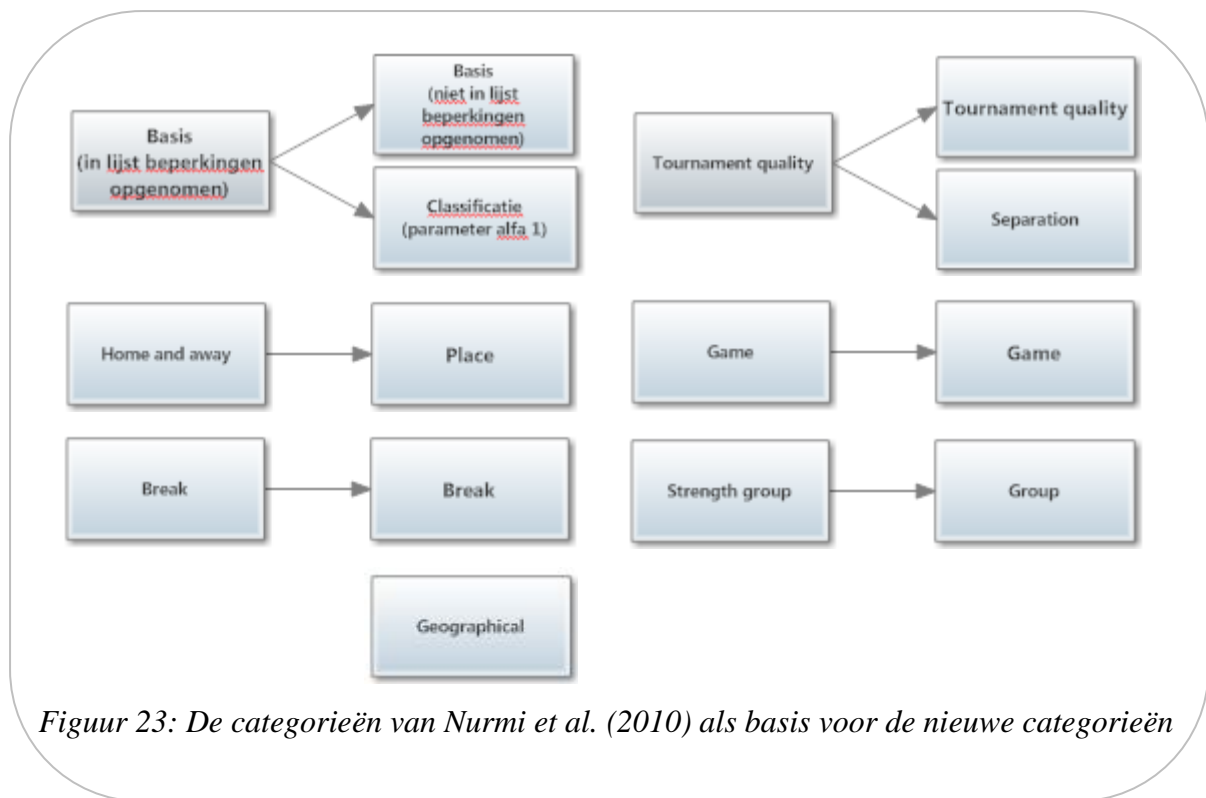
Zoals eerder vermeld, werd de door Nurmi et al. (2010) opgestelde lijst van beperkingen als basis voor het opstellen van deze classificatie en lijst beperkingen gebruikt. De codificatie van de beperkingen van Nurmi et al. (2010) is wijd verspreid en wordt in de literatuur vaak gebruikt. Om de overstap naar deze vernieuwde lijst beperkingen te verduidelijken en te vergemakkelijken, wordt de link van het overzicht van Nurmi et al. (2010) naar de nieuwe onderverdeling hierna uitvoerig besproken. Eerst werden de categorieën onder de loep genomen en daarna werden de beperkingen aan de vernieuwde categorieën toegewezen. Een aantal beperkingen werden samengevoegd en een aantal nieuwe beperkingen werden geïntroduceerd. Dankzij het aanpassen van de codering kan door de code meteen afgeleid worden tot welke categorie een bepaalde beperking behoort. Het voorvoegsel ‘C’ (van constraint of beperking) werd door een letter die een bepaalde categorie representeert vervangen. De legende van deze letters is: ‘P’ voor ‘place constraint’, ‘GR’ voor ‘group constraint’, ‘B’ voor ‘break constraint’, ‘GA’ voor ‘game constraint’, ‘GE’ voor geographical

constraint, ‘Q’ voor ‘tournament quality constraint’ en ‘S’ voor ‘separation constraint’. De door Nurmi et al. (2010) opgestelde beperkingen werden als volgt gecategoriseerd:

Basis	C01, C02, C03, C22
Home and away	C04, C05, C06, C07, C08, C09, C23
Break	C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C35
Game	C10, C11, C24, C25, C34
Tournament quality	C19, C20, C21, C26, C27, C36
Strength group	C28, C29, C30, C31, C32, C33

Tabel 9: Overzicht van de beperkingen van Nurmi et al. (2010)

De term ‘basis constraints’ wordt in deze paper gebruikt voor de beperkingen die een round robin formaat vastleggen en die niet over de verschillende sport scheduling problemen heen verschillen (cfr. supra, pp. 30). Dit is de reden waarom deze categorie en deze beperkingen niet in de lijst beperkingen opgenomen worden. Een aantal van de beperkingen uit de categorie basis constraints van Nurmi et al. (2010) die wel over de problemen heen verschillen, zijn eerder kenmerken van het tornooi formaat dan beperkingen. Daarom zullen deze kenmerken als categorie in de classificatie in plaats van als categorie in de lijst beperkingen opgenomen worden. De andere categorieën beperkingen van Nurmi et al. (2010) werden wel behouden, al kreeg de categorie ‘home and away constraints’ de naam ‘place constraints’, omdat deze naam in de literatuur vaker voorkomt. Ook de naam ‘strength group constraints’ werd licht aangepast tot ‘group constraints’, omdat er naast sterktegroepen ook vaak groepsverdelingen op basis van andere kenmerken gemaakt worden. Het valt op dat Nurmi et al. (2010) in hun overzicht geen rekening gehouden hebben met geografische beperkingen. Rasmussen en Trick daarentegen houden in hun overzicht wel rekening met deze soort beperkingen (2008). Bijgevolg werd in deze lijst beperkingen een categorie ‘geographical constraints’ toegevoegd. Een andere categorie die toegevoegd werd, is ‘separation constraints’. Onderstaande Figuur 23 toont de overgang van de categorieën van Nurmi et al. (2010) naar de nieuwe categorieën.



Figuur 23: De categorieën van Nurmi et al. (2010) als basis voor de nieuwe categorieën

Binnen de categorie **basis constraints** van Nurmi et al. (2010) komen er twee beperkingen C03 en C22 voor die het round robin toernooi formaat vastleggen en niet over de problemen heen verschillen. Deze beperkingen leggen respectievelijk vast dat alle teams ten hoogste één thuiswedstrijd meer of minder dan hun aantal wedstrijden op verplaatsing spelen en dat wanneer twee opponenten in een 3RR of meer tegen elkaar spelen deze wedstrijden afwisselend in de thuisbasis van elk van beide opponenten plaatsvindt. De andere twee beperkingen C01 en C02 die wel over de problemen heen verschillen, bepalen of het schema compact of relaxed is. Omdat dit een kenmerk is dat een groot onderscheid tussen de verschillende problemen maakt, werd ervoor gekozen om dit kenmerk in de classificatie als categorie op te nemen en bijgevolg niet meer in de lijst beperkingen te laten voorkomen.

Uit de categorie **home and away constraints** werd enkel beperking C09 weggelaten, omdat deze beperking in praktische problemen weinig of geen toepassingen kent. De andere beperkingen werden wel behouden. Enkel voor beperking C07 werd de specificatie ‘tussen ronde r_1 en ronde r_2 ’ toegevoegd en voor beperking C08 werden de restricties ‘twee opeenvolgende rondes’ naar ‘m opeenvolgende rondes’ en ‘geen thuiswedstrijd’ naar ‘geen thuiswedstrijd (of wedstrijd op verplaatsing)’ uitgebreid.

Binnen de categorie **break constraints** werden enkele wijzigingen gemaakt. Beperkingen C12, C17 en C35 werden behouden. Beperkingen C13 en C14 werden tot beperking B13 samengevoegd. Beperking C15 werd uitgebreid met de mogelijkheid ‘of gelijk zijn aan k’. Hetzelfde gebeurde met C16, wat eigenlijk op een samenvoeging van C16 met C18 neerkomt.

In de categorie **game constraints** werd beperking C11 behouden. Naast beperking GA11 bevat deze categorie enkel nog beperking GA10 die een nieuwe formulering kreeg. ‘In ronde r’ werd aangepast tot ‘niet voor en/of niet na ronde r’. Deze nieuwe formulering is een combinatie van de beperkingen C10, C24 en C25 van Nurmi et al. (2010). Het gebruik van enkele nieuwe GA10 beperkingen heeft beperking C34 van Nurmi et al. (2010) tot resultaat.

In de categorie **tournament quality constraints** werden alle beperkingen behouden en overgenomen. Enkel beperkingen C19 en C20 werden tot een nieuwe beperking S19 samengevoegd en naar de nieuwe categorie separation constraints verhuisd. Ook C21 valt binnen de nieuwe categorie separation constraints.

Nurmi et al. (2010) spreken enkel over **sterktegroepen**, maar in de praktische problemen worden er naast de meest voorkomende sterktegroepen vaak groepen op basis van een geografisch of ander kenmerk samengesteld. Soms worden er zelfs groepen op een arbitraire manier samengesteld. Daarom wordt in de lijst beperkingen het begrip ‘sterktegroep’ door het woord ‘(sterkte)groep’ vervangen. Omdat op voorhand geweten is tot welke (sterkte)groep elk team behoort, werden C28 en C29 samengevoegd tot beperking GR29. Beperking C30 werd met ‘ten minste’ uitgebreid en beperking C31 werd behouden. Beperking C32 werd met ‘wedstrijden op verplaatsing’ uitgebreid, waardoor deze beperking ook beperking C33 van Nurmi et al. (2010) bevat.

De beperkingen met een rangnummer van 37 of hoger zijn **nieuwe beperkingen** die niet in de lijst van Nurmi et al. (2010) voorkomen en deze beperkingen werden om te voldoen aan eisen die in praktische toepassingen voorkomen toegevoegd. Deze nieuwe beperkingen zijn één nieuwe game constraint, drie nieuwe place constraints, één nieuwe group constraint en vier nieuwe geographical constraints. Nurmi had trouwens zelf bij het oplossen van enkele praktische cases al opgemerkt dat de lijst beperkingen niet volledig was. Zo schrijft hij voor het schematiseren van de Australische voetballiga: “Bovendien hebben we zes beperkingen die niet in Nurmi et al. (2010) opgenomen waren toegevoegd” (Kynge et al., 2014).

Het doel van Nurmi et al. (2020) was niet om de set beperkingen tot zijn meest compacte vorm te reduceren, omdat deze extra beperkingen het makkelijker maken om te begrijpen wat de vereisten van een toernooi zijn en/of omdat ze het aantal getypte lijnen in een text file formaat verminderen. Zo schrijven deze auteurs in (Nurmi et al., 2010): “Merk op dat een aantal beperkingen veralgemeningen van andere beperkingen zijn (beperking C34 is bijvoorbeeld een veralgemening van C24 en C25) of met een reeks andere beperkingen zouden kunnen uitgedrukt worden (beperking C06 kan bijvoorbeeld uitgedrukt worden door de C04 en C05 beperkingen)”. In deze classificatie is het beter om niet met deze ‘overtollige’ beperkingen te werken om een ondubbelzinnige lijst beperkingen en classificatie te verkrijgen. Er werd dus gekozen om de lijst beperkingen in een meer compacte vorm te schrijven en op die manier twijfel tussen meerdere beperkingen te vermijden. Het compacter maken van de lijst betekent dat een aantal beperkingen samengevoegd worden en algemener gemaakt worden. Het algemener maken van sommige beperkingen heeft ook tot doel om voor nieuwe eisen van liga’s plaats te bieden (bvb. de veralgemening van ‘twee opeenvolgende rondes’ naar ‘x opeenvolgende rondes’).

Er kan dus geconcludeerd worden dat deze lijst van beperkingen ondubbelzinniger en vollediger dan de lijst beperkingen van Nurmi et al. (2010) is. Vooral het toevoegen van de geografische beperkingen en het uitbreiden van het begrip ‘sterktegroep’ naar ‘groep’ zijn meerwaarden. Dit zijn de factoren die ervoor zorgen dat de lijst beperkingen meer algemeen toepasbaar is dan de lijst beperkingen van Nurmi et al. (2010) waarop deze lijst gebaseerd is.

5 Classificatie

De grote variëteit sport scheduling problemen motiveert de introductie van een systematische notatie die als basis voor een classificatieschema zou kunnen dienen. Het uitgebreide classificatieschema dat in deze thesis geïntroduceerd wordt, is gelijkaardig aan het in de machine scheduling literatuur gebruikte standaard classificatieschema (Blazewicz et al., 1983). Het bestaat uit drie velden $\alpha/\beta/\gamma$. De samenstelling van de diverse velden en de precieze betekenis van de parameters zijn specifiek voor het gebied van sport scheduling. Het eerste veld α beschrijft het tornooi formaat. Het tweede veld β beschrijft de doelfunctie en het derde veld γ beschrijft de beperkingen. Dit lijkt de meest logische volgorde, omdat bij het bekijken van de eerste parameter α in een oogopslag een algemeen beeld over het tornooi gevormd kan worden. Ook de doelfunctie is een belangrijke parameter β die de verschillende problemen op basis van een belangrijke karakteristiek onderscheidt. Met de laatste parameter γ wordt dieper op de specifieke kenmerken van het tornooi ingegaan en hiervoor is een studie van de lijst beperkingen die in sectie 4.2 (cfr. supra, pp. 30) geïntroduceerd werden vereist. Parameter β of de doelfunctie kan ook al iets onthullen over het gebruik van een aantal beperkingen in het opstellen van het schema van de liga.

Een classificatieschema voor sport scheduling problemen kan een variëteit van objectieven dienen. Ten eerste zou een classificatieschema de presentatie en discussie van sport scheduling problemen vergemakkelijken. Intensieve onderzoeksinspanningen over de voorbije jaren hebben de variëteit van bestudeerde sport scheduling problemen uitgebreid. Een beknopt en streng classificatieschema benadrukt onmiddellijk de fundamentele probleemkarakteristieken.

Ten tweede laat een veelomvattend classificatieschema onmiddellijke identificatie van onderzoeksgebieden toe dankzij het identificeren van open problemen die in een snel groeiend gebied onbestudeerd blijven. Het helpt om de gemeenschappelijke karakteristieken van sport scheduling problemen te identificeren. Het is ook een hulp bij het onthullen van het feit dat bepaalde problemen subproblemen van meer algemene problemen zijn.

Ten derde vereenvoudigt een classificatieschema de schatting van de mate van complexiteit van het probleem. Zijn er kenmerken die problemen onuitvoerbaar maken? Welke factoren beïnvloeden de oplossingstijd? Wat is de invloed van het tornooi formaat, de doelfunctie en de beperkingen? Het onthult de diverse onderlinge relaties onder de verschillende waarden van de classificatieparameters.

Ten laatste vergemakkelijkt een classificatieschema het linken van oplossingsprocedures aan problemen en vergemakkelijkt het op die manier de voorbereiding van literatuuroverzichten en probleemsamenvattingen.

Het is een gangbare praktijk om deterministische machine scheduling problemen door middel van een standaard notatie bestaande uit drie velden te classificeren. Deze classificatie werd door Graham et al. (1979) en Blazewicz et al. (1983) voorgesteld. Het classificatieschema dat in deze thesis voorgesteld wordt, lijkt op het standaardschema voor machine scheduling problemen, omdat het ook uit drie velden $\alpha/\beta/\gamma$ bestaat. In machine scheduling beschrijft het eerste veld α de machine environment en het tweede veld β de karakteristieken van de taken en middelen. Het derde veld γ duidt het optimalisatiecriterium aan (prestatiemaatstaf).

Het classificatieschema dat in deze thesis voorgesteld wordt, is evenals op een notatie bestaande uit drie velden gebaseerd, maar de samenstelling van de velden en de precieze betekenis van de verscheidene parameters zijn grotendeels nieuw en specifiek voor het gebied van sport scheduling. Het objectief is niet het bouwen van een extreem strikte classificatie die een poging onderneemt om voor eender welk sport scheduling probleem plaats te bieden en dat op die manier zinloze classificatiegaten creëert. Het gepresenteerde classificatieschema probeert striktheid met flexibiliteit te combineren. Enerzijds voorziet het genoeg details om een beknopte taxonomie van de sport scheduling gebieden die de meerderheid van de beschreven sport scheduling problemen bevat mogelijk te maken. Anderzijds laat het voldoende vrijheid in de specificatie van de verscheidene parameters aan de gebruiker over.

De betekenis van de drie velden wordt hierna uitgelegd. Het eerste veld α beschrijft het tornooi formaat. Het tweede veld β beschrijft de doelfunctie en het derde en laatste veld γ beschrijft de beperkingen.

5.1 Veld α : tornooi formaat

Het vastleggen van het tornooi formaat van een sport scheduling probleem is gespecificeerd door een set α die ten hoogste vier elementen α_1 , α_2 , α_3 en α_4 bevat. **Parameter $\alpha_1 \in \{c_m, r_{m,n}\}$** duidt aan of het tornooi compact of relaxed is. In het geval dat een tijdsbeperking opgelegd wordt, een temporally constrained probleem, bestaat de planningshorizon uit het minimum aantal benodigde rondes om alle wedstrijden te schematiseren. Bijgevolg speelt elk team één wedstrijd per ronde. Het tornooi is dan compact. In het andere geval zonder tijdsbeperking, een temporally relaxed probleem, is het aantal beschikbare rondes groter dan het minimum aantal benodigde rondes om alle wedstrijden te schematiseren. Bijgevolg is het dus niet vereist dat elk team elke ronde speelt. Teams kunnen bijgevolg een aantal rondes hebben waarin ze geen wedstrijd spelen. Het tornooi is dan relaxed. Het getal m in subscript duidt aan hoeveel rondes maximaal voor het tornooi beschikbaar zijn. Bij een relaxed tornooi kan verder eventueel nog een bovengrens n bepaald worden die vastlegt wat het maximaal aantal wedstrijden dat per ronde gespeeld mag worden is. Ook dit aantal wordt bij de relaxte tornooien in subscript weergegeven.

$\alpha_1 = c_m$: compact; het tornooi is compact en het probleem is temporally constrained. Het tornooi bestaat uit exact m rondes.

$\alpha_1 = r_{m,n}$: relaxed; het tornooi is relaxed en het probleem is temporally relaxed. Het maximaal aantal beschikbare rondes voor het tornooi is gelijk aan m en per ronde vinden er maximaal n aantal wedstrijden plaats.

Parameter $\alpha_2 \in \{m\}$ duidt aan uit hoeveel round robins het tornooi bestaat. Dit aantal round robins m is een strikt positief geheel getal. Indien het tornooi uit één round robin bestaat, wordt het tornooi een single round robin tornooi genoemd. Een tornooi bestaande uit twee round robins is een double round robin. Een tornooi met drie round robins is een triple round robin tornooi en een tornooi bestaande uit vier round robins is een quadruple round robin tornooi. Tornooien met een hoger aantal round robins zijn ook mogelijk, maar komen in de theoretische modellen en praktische toepassingen maar heel zelden voor. Tijdens één round robin spelen alle teams elk één keer tegen elkaar en bij een m aantal round robins spelen alle teams exact m keer tegen elkaar.

Parameter $\alpha_3 \in \{n\}$ legt vast hoeveel teams aan het toernooi deelnemen. n is een positief geheel getal groter dan één. Na het vastleggen van het aantal teams (parameter α_2) en het aantal round robins (parameter α_3) kan bepaald worden hoeveel wedstrijden elk team speelt ($x(n-1)$) of hoeveel wedstrijden in totaal gespeeld worden ($xn(n-1)/2$) (met x het aantal round robins en n het aantal teams).

Parameter $\alpha_4 \in \{^\circ, m, i, e, f\}$ duidt aan wat de spelmodus van het probleem is. In sectie 2.1 werden de mogelijke spelmodi of game modes opgesomd. De meest algemene variant van de spelmodi is het arbitraire systeem waarbij de wedstrijden uit de tweede seizoenshelft in alle mogelijke volgordes georganiseerd kunnen worden. Er kunnen echter restricties voorkomen waarbij eisen betreffende het aantal rondes dat tussen de twee wedstrijden tussen twee bepaalde teams moet voorkomen gesteld worden. Deze restrictie wordt met behulp van een separation constraint (cfr. infra γ_7 , pp. 52) vastgelegd. Veruit de belangrijkste spelmodus is het mirroring systeem waarbij de wedstrijden in de tweede seizoenshelft in dezelfde volgorde als in de eerste seizoenshelft gespeeld worden en waarbij enkel de home en away status omgewisseld worden. Een andere minder voorkomende spelmodus is het inverse systeem waarbij de wedstrijden uit de tweede seizoenshelft in de omgekeerde volgorde van de eerste seizoenshelft voorkomen en waarbij de home en away status omgewisseld wordt. Een volgende optie is het Engels systeem dat dezelfde regels als het mirrored systeem volgt, behalve voor de eerste ronde van de tweede seizoenshelft. In de eerste ronde van de tweede seizoenshelft wordt de gespiegelde wedstrijd van de laatste ronde van de eerste seizoenshelft gespeeld. Ook het Franse systeem is op het mirrored systeem gebaseerd. Het verschil bestaat erin dat de laatste ronde van de tweede helft van het seizoen de spiegeling van de eerste ronde van de eerste seizoenshelft is. Merk op dat er in een single round robin toernooi geen spelmodus mogelijk is. In dit geval is parameter α_4 gelijk aan $\{^\circ\}$ dat staat voor een afwezigheid van een bepaalde spelmodus of het arbitraire systeem.

$\alpha_4 = ^\circ$: arbitraire systeem; afwezigheid van een bepaalde spelmodus

$\alpha_4 = m$: mirroring systeem; er zijn minstens k rondes tussen twee wedstrijden waarin dezelfde tegenstanders tegen elkaar spelen met $k = n-2$ (met n = totaal aantal teams)

$\alpha_4 = i$: inverse systeem

$\alpha_4 = e$; Engelse systeem

$\alpha_4 = f$; Franse systeem

5.2 Veld β : doelfunctie

Het opstellen van de doelfunctie van een sport scheduling probleem is door een **parameter β** $\in \{B, T, C, CO, P\}$ gespecificeerd. Deze parameter duidt aan wat het objectief van het sport scheduling probleem is. In de sport scheduling literatuur komen meerdere doelfuncties voor en de categorisering van deze doelfuncties werd in sectie 4.1 (cfr. infra, pp. 23) beschreven. Een doelfunctie wordt geminimaliseerd of gemaximaliseerd.

$\beta = B$: minimum break probleem; de doelfunctie is het minimaliseren van het aantal breaks zoals in sectie 4.1.1 beschreven. Merk op dat deze doelfunctie in sommige gevallen ook gemaximaliseerd kan worden om de ondergrens van de totale reisafstand van het travelling tournament probleem te vinden (cfr. supra, pp. 23).

$\beta = T$: travelling tournament probleem; de doelfunctie is het minimaliseren van de totale reisafstand van de teams. Zoals in sectie 4.1.2 (cfr. supra, pp. 25) uitgelegd werd, worden er in de literatuur een heel aantal varianten van het travelling tournament probleem beschreven en toegepast.

$\beta = C$: minimum cost probleem; de doelfunctie is het minimaliseren van de kosten zoals in sectie 4.1.3 (cfr. supra, pp. 26) beschreven werd. Merk op dat in sommige gevallen het objectief is om de attractiviteit of de inkomsten van het tornooi te maximaliseren. In deze gevallen wordt de doelfunctie gemaximaliseerd.

$\beta = CO$: minimum carry-over effecten probleem; het minimaliseren van de waarde van de carry-over effecten zoals in sectie 4.1.4 (cfr. supra, pp. 27) beschreven werd.

$\beta = P$: minimum penalty probleem; de doelfunctie is het vinden van een uitvoerbare oplossing, dat wilt zeggen het vinden van een oplossing die aan de harde beperkingen voldoet en de som van de penalties voor het overschrijden van de zachte beperkingen minimaliseert. Deze categorie doelfuncties werd in sectie 4.1.5 (cfr. supra, pp. 29) beschreven.

5.3 Veld γ : beperkingen

Praktische sport scheduling toepassingen worden vaak door een groot aantal beperkingen afkomstig van teams, televisienetwerken, sportassociaties, fans en lokale overheden gekarakteriseerd. Deze beperkingen werden in sectie 4.2 (cfr. supra, pp. 30) in categorieën verdeeld. Ze geven een indicatie van de aard van het probleem en de wensen van de liga. Voor elke categorie beperkingen wordt een parameter opgesteld, waardoor de set γ zeven elementen $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$ en γ_7 bevat. Verder wordt per beperking met een teken aangegeven indien de beperking in het bepaald probleem als harde en/of als zachte beperking ingevoerd werd. Ter herhaling wordt hieronder een tabel met een overzicht van de categorieën beperkingen weergegeven.

γ_1	Place	P	$P_{04}, P_{05}, P_{06}, P_{07}, P_{08}, P_{23}, P_{39}, P_{40}, P_{41}$
γ_2	Group	GR	$GR_{29}, GR_{30}, GR_{31}, GR_{32}, GR_{37}$
γ_3	Break	B	$B_{12}, B_{13}, B_{15}, B_{16}, B_{17}, B_{35}$
γ_4	Game	GA	$GA_{10}, GA_{11}, GA_{38}$
γ_5	Geographical	GE	$GE_{43}, GE_{44}, GE_{45}, GE_{46}$
γ_6	Tournament quality	Q	Q_{26}, Q_{27}, Q_{36}
γ_7	Separation	S	S_{19}, S_{21}

Tabel 10: Overzicht van parameter γ en de beperkingen

Parameter $\gamma_1 \in \{P_{04}, P_{05}, P_{06}, P_{07}, P_{08}, P_{23}, P_{39}, P_{40}, P_{41}\}$ duidt aan welke place constraints in het sport scheduling probleem aanwezig zijn.

Parameter $\gamma_2 \in \{GR_{29}, GR_{30}, GR_{31}, GR_{32}, GR_{37}\}$ toont hetzelfde voor de group constraints.

De aanwezigheid van break constraints in een probleem wordt door **parameter** $\gamma_3 \in \{B_{12}, B_{13}, B_{15}, B_{16}, B_{17}, B_{35}\}$ voorgesteld.

Parameter $\gamma_4 \in \{GA_{10}, GA_{11}, GA_{38}\}$ beschrijft het gebruik van game constraints in een bepaald probleem.

De implementatie van geographical constraints in een probleem wordt met behulp van **parameter** $\gamma_5 \in \{GE_{43}, GE_{44}, GE_{45}, GE_{46}\}$ duidelijk gemaakt.

Parameter $\gamma_6 \in \{Q_{26}, Q_{27}, Q_{36}\}$ duidt aan welke tournament quality constraints in het probleem vereist zijn.

Parameter $\gamma_7 \in \{S_{19}, S_{21}\}$ duidt aan of er al dan niet separation constraints in een probleem gebruikt worden.

De inhoud en het gebruik van deze beperkingen werd eerder in sectie 4.2 beschreven.

De tekens $\{*, \circ, \text{“}\}$ tonen per beperking of de beperking als zachte of als harde beperking in het probleem geïmplementeerd werd. Het teken wordt aan de notatie van de beperkingen toegevoegd.

$\gamma = *$: harde beperking; aan deze beperking moet voldaan worden om een uitvoerbare oplossing te verkrijgen.

$\gamma = \circ$: zachte beperking; bij het overschrijden van deze beperking worden penalties toegekend.

$\gamma = \text{“}$: zowel harde als zachte beperking; deze beperking komt meerdere malen in de probleemstelling voor; zowel als harde en als zachte beperking.

Als bijvoorbeeld beperking S19 in het probleem als harde beperking voorkomt, kan dit op volgende manier in de classificatie genoteerd worden: S19*.

6 Gebruik van het classificatieschema

Het classificatieschema blijkt voldoende striktheid en flexibiliteit te bezitten om een volledig spectrum van karakteristieken van probleemtypes in een ondubbelzinnige manier plaats te geven. Het biedt voldoende detail om de relevante bestudeerde sport scheduling problemen uniek te codificeren. Er is een eerder hoge graad van striktheid voor de verscheidene parameter specificaties, maar tegelijkertijd werd geprobeerd om het schema flexibel en werkbaar te houden. Dat wil zeggen zo beknopt en simpel mogelijk met voldoende vrijheid die door de individuele gebruiker gebruikt kan worden om individuele wensen te specificeren. In de toekomst is het misschien toch mogelijk dat er nieuwe probleemstellingen met kenmerken die niet precies in de codificatie van de vooropgestelde categorieën passen opduiken. We deden ons best om striktheid en vrijheid voor de gebruiker te combineren.

Het doel van deze sectie is om het potentiële gebruik van het classificatieschema in de kenschetsing en classificatie van de belangrijkste sport scheduling problemen die in de literatuur ontdekt werden te illustreren. Hierna wordt een reeks voorbeelden die tonen hoe de classificatie in de theorie en praktijk gebruikt kan worden gegeven. Deze voorbeelden zijn gebaseerd op in de literatuur beschreven problemen van liga's en overzichten van testinstanties die in de literatuur en online beschikbaar zijn. Onderzoekers lossen praktische cases of artificiële cases op. Alhoewel dat een algoritme dat goed werkt voor een bepaald praktisch probleem niet altijd goed werkt voor een ander praktisch probleem is de sterkte van de praktische cases duidelijk. De studies die gericht zijn op het oplossen van artificiële instanties worden geïntroduceerd om onderzoekers toe te laten om met een gemeenschappelijk model te werken. De sterkte van deze artificiële instanties is de mogelijkheid om vele problemen met vele eigenschappen te produceren. Het classificeren van alle beschikbare testinstanties zal het mogelijk maken om de nog ontbrekende belangrijke testinstanties te identificeren en op te stellen.

Enkele testinstanties voor round robin tornooien werden in Henz (1999, 2001) geïntroduceerd. Ook Schönberger (2004) introduceert artificiële testinstanties. In deze

classificatie worden de overzichten van artificiële testinstanties van het minimum break probleem en van de artificiële testinstanties van het travelling tournament probleem besproken. Het overzicht van de minimum break probleem testinstanties en de best gevonden oplossingen werd door Nurmi en Kyngäs (online) (laatste update november 2009) opgesteld en het overzicht van de travelling tournament probleem testinstanties en de best gevonden oplossingen werd door Trick opgesteld (online) (laatste update september 2013). Beide overzichten worden online weergegeven en up-to-date gehouden. Naast het bespreken van de classificatie van artificiële en praktische testinstanties, wordt een classificatie van praktische cases besproken om een inzicht te geven in het gebruik en het al dan niet vaak voorkomen van de karakteristieken en beperkingen van sport scheduling problemen in de praktijk. Ter herinnering wordt in volgende tabel een overzicht van de classificatie weergegeven.

Tornooi formaat	
Compact/relaxed	$\alpha_1 = \{c_m, r_m\}$
Aantal round robins	$\alpha_2 = \{1, 2, 3, 4, m\}$
Aantal teams	$\alpha_3 = \{n\}$
Spelmodus	$\alpha_4 = \{^{\circ}, m, i, e, f\}$
Doelfunctie	
Doelfunctie	$\beta = \{B, T, C, CO, P\}$
Beperkingen	
Place constraints	$\gamma_1 = \{P_{04}, P_{05}, P_{06}, P_{07}, P_{08}, P_{23}, P_{39}, P_{40}, P_{41}\}$
Group constraints	$\gamma_2 = \{GR_{29}, GR_{30}, GR_{31}, GR_{32}, GR_{37}\}$
Break constraints	$\gamma_3 = \{B_{12}, B_{13}, B_{15}, B_{16}, B_{17}, B_{35}\}$
Game constraints	$\gamma_4 = \{GA_{10}, GA_{11}, GA_{38}\}$
Geographical constraints	$\gamma_5 = \{GE_{43}, GE_{44}, GE_{45}, GE_{46}\}$
Tournament quality constraints	$\gamma_6 = \{Q_{26}, Q_{27}, Q_{36}\}$
Separation constraints	$\gamma_7 = \{S_{19}, S_{21}\}$

Tabel 11: Overzicht van de classificatie parameters

Eerst worden de artificiële testinstanties voor het minimum break probleem en het tournament travelling probleem in de classificatie geplaatst. Daarna volgen de praktische testinstanties voor het minimum break probleem en het travelling tournament probleem en als laatste worden praktische cases besproken. Sommige van de praktische testinstanties en praktische

cases bespreken dezelfde liga of hetzelfde toernooi. Omdat deze licht verschillend kunnen zijn, wordt ervoor gekozen om deze bepaalde toernooien in beide secties te bespreken.

6.1.1 Artificiële testinstanties

5.4.1.1 Artificiële testinstanties

Voor het minimum break probleem werden enkele artificiële test instanties geïntroduceerd door Rasmussen en Trick (2007) en aangevuld door Kyngäs en Nurmi (2009) en Nurmi en Kyngäs (2010). De up-to-date collectie van artificiële en praktische testinstanties voor het minimum break probleem kan op het web gevonden worden (Nurmi en Kyngäs, online, laatste update november 2009). In onderstaand overzicht werden er nog twee extra testinstanties R50 en R100 toegevoegd die door Kyngäs en Nurmi (2009) vermeld werden, maar niet in het online overzicht terug te vinden zijn.

R14K7P208	$c_{26}, 2, 14, ^\circ \mid P \mid P04^*P05^*, S19^\circ$
R16P116C23	$r_{57}, 3, 16, ^\circ \mid P \mid P04^*P07^*$
R50	$c, 2, 50, ^\circ \mid P \mid$
R100	$c, 2, 100, ^\circ \mid P \mid$
R100C8	$c_{198}, 2, 100, ^\circ \mid P \mid P07^*$
B8	$c_{14}, 2, 8, ^\circ \mid B \mid B12^\circ B13^\circ$
B8K0P30	$c_{14}, 2, 8, ^\circ \mid B \mid P04^*P05^*, B13^\circ B15^\circ$
B8K2P30	$c_{14}, 2, 8, ^\circ \mid P \mid P04^*P05^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B10	$c_{18}, 2, 10, ^\circ \mid B \mid B13^\circ B15^\circ$
B10K2C4	$c_{18}, 2, 10, ^\circ \mid P \mid P07^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B10K3	$c_{18}, 2, 10, ^\circ \mid P \mid B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid B \mid B13^\circ B15^\circ$
B12K3	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K8	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K8C4	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid P07^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K8P30	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid P04^*P05^*P07^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K8P30C3	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid P04^*P05^*P07^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K8P30C4	$c_{22}, 2, 12, ^\circ \mid P \mid P04^*P05^*P07^*, B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B12K10	$c_{22}, 2, 12, m \mid P \mid B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B14	$c_{26}, 2, 14, ^\circ \mid B \mid B13^\circ B15^\circ$

B16	$c_{30}, 2, 16, ^\circ \mid B \mid B13^\circ B15^\circ$
B16K3	$c_{30}, 2, 16, ^\circ \mid P \mid B13^\circ B15^\circ, S19^\circ$
B16C30	$c_{30}, 1, 16, ^\circ \mid B \mid P04^*, B13^\circ B15^\circ$
B16K12P116C1	$r_{57}, 3, 16, ^\circ \mid P \mid P04^*P07^*, B13^\circ B15^\circ, GA10^*, S19^\circ$

Tabel 12: Classificatie van artificiële testinstanties voor het minimum break probleem

Alle twaalf de testinstanties gerepresenteerd in Kyngäs en Nurmi (2009) zijn double round robin tornooien en constrained problemen. Bij de testinstanties die achteraf toegevoegd werden (Nurmi en Kyngäs, 2010), zijn ook enkele triple en single round robin tornooien en twee relaxte problemen. Het aantal teams varieert tussen acht en 100. De problemen waarvan de notatie met ‘B’ begint willen het aantal breaks minimaliseren. Indien dit de enige zachte beperkingen zijn, is dit objectief de doelfunctie. Indien er echter nog andere zachte beperkingen waarbij de penalties geminimaliseerd moeten worden voorkomen, gaat het om een probleem met het minimaliseren van de som van de penalties als doelfunctie. Het doel van de problemen waarvan de notatie met een ‘R’ begint is het vinden van een uitvoerbaar round robin tornooi en bijgevolg is de doelfunctie het minimaliseren van de som van de penalties. Het voorkomen van de letter ‘K’ in de codificatie wilt zeggen dat er een separation constraint S19 voorkomt wat betekent dat er ten minste k aantal rondes tussen twee wedstrijden waarin dezelfde opponenten tegen elkaar spelen moeten voorkomen. In testinstantie B16K3 wordt bijvoorbeeld vereist dat twee wedstrijden waarin dezelfde teams tegen elkaar spelen met ten minste drie rondes gescheiden moeten zijn. Voor testinstantie B12K10 betekent dit dat het schema mirrored is, aangezien er twaalf teams zijn en de k de waarde tien heeft. Verder zijn er ook testinstanties die de place constraints P04, P05 en/of P07 hebben. De eerste twee zijn place constraints en de laatste is een complementary constraint die ervoor zorgt dat teams die een thuisbasis delen er volgens het schema niet tegelijkertijd gebruik van moeten maken.

5.4.1.2 Artificiële testinstanties voor het travelling tournament probleem

Twee families van artificiële testinstanties voor het travelling tournament probleem - National League instanties NLn en circular instanties CIRCn – die door Easton et al. (2001) opgesteld werden, werden met een derde set - constante instanties CONn - door Urrutia en Ribeiro

(2006) aangevuld. Nadien werden een aantal van deze testinstanties met de mirrored spelmodus als extra beperking ontworpen. Om het overzicht van testinstanties niet onnodig lang te maken, worden deze laatste uitbreidingen echter niet besproken. De primaire impuls voor Easton et al. (2001) om de NLn reeks testinstanties te genereren, was om te proberen om een schema voor de US Major League Baseball op te stellen. De circular instanties CIRCn werden van het travelling salesman probleem afgeleid. De derde reeks testinstanties CONn zijn speciaal, omdat alle afstanden tussen alle thuisbasissen gelijk zijn aan één. Bijgevolg is het doel voor de constante instanties om het aantal trips in plaats van de totale reisafstand te minimaliseren.

Later werden nog een aantal probleemsets toegevoegd. Deze probleemsets hebben telkens dezelfde tornooiformaten en beperkingen als de oorspronkelijke drie sets, maar de afstanden tussen de thuisbasissen van de teams zijn op bestaande liga's of op bestaande reële concepten gebaseerd en verschillen dusdanig. De NFLn probleemset is op de National Football League gebaseerd en de Supern probleemset is op de Super 14 Rugby League gebaseerd. In 2009 werden door Uthus et al. (2013) nog Galaxy testinstanties die op de afstanden tussen sterren gebaseerd zijn opgesteld en toegevoegd. Een up-to-date overzicht van deze artificiële testinstanties en praktische testinstanties voor het travelling tournament probleem en de best gevonden oplossingen kan in een online overzicht van Trick (online) (laatste update september 2013) gevonden worden.

Om de onderzoekers meer mogelijkheden te bieden, werden deze reeksen artificiële testinstanties voor verschillende aantallen van teams ontworpen. Binnen de reeksen is dit echter het enige verschil en om het overzicht niet onnodig lang te maken, werd per reeks slechts één classificatieregel die voor de hele reeks geldt uitgeschreven. De National League (deel van Major League Baseball) bestaat uit zestien teams en de verschillende NLn testinstanties zijn subsets van de zestien teams: $n = 4, 6, 8, 10, 12, 14$ en 16 teams. Van de circular CIRCn instanties is er een constrained en een unconstrained reeks voor $n = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18$ en 20 beschikbaar. Ook voor de constant instanties CONn is er een constrained en unconstrained reeks voor $n = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22$ en 24 . De reeks National Football League NFLn testinstanties is ontworpen voor $n = 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30$ en 32 teams. De testinstanties gebaseerd op de Super 14 Rugby League Supern zijn subsets van de veertien teams en de beschikbare instanties zijn $n = 4, 6, 8, 10, 12$ en 14 teams.

De Galaxy testinstanties zijn beschikbaar voor $n = 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38$ en 40 teams.

NLn	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$
CIRCN constrained	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$
CIRCN unconstrained	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T S19^*$
CONn constrained	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$
CONn unconstrained	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T S19^*$
NFLn	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$
Supern	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$
Galaxyn	$c_{2n-2}, 2, n, \circ T B13^*, S19^*$

Tabel 13: Classificatie van artificiële testinstanties voor het travelling tournament probleem

In de literatuur die travelling tournament problemen behandelt, wordt vaak de specifieke terminologie ‘no repeaters’ en ‘at most constraint’ voor respectievelijk beperkingen S19 en B13 aangewend. Bij de CIRCN unconstrained testinstanties is in bepaalde gevallen beperking S19 aanwezig en in andere gevallen niet. We verwijzen naar het online overzicht van Trick (online) (laatste update september 2013) voor de details. De artificiële testinstanties die in een versie met extra mirrored spelmodus beperking (S19) beschikbaar zijn, zijn circ4, circ6, circ8, circ10, circ12, circ14, circ16, circ18, circ20, nl4, nl8, nl10, nl12, nl14, nl16, con4, con6, con8, con10, con12, con14, con16, con18, con20, con22 en con24.

6.1.2 Praktische instanties

Oorspronkelijk waren er niet veel gevallen waar academische onderzoekers een contract met de eigenaar van een sportliga konden sluiten. Maar dankzij het feit dat de theoretische modellen steeds succesvoller in praktische cases toegepast kunnen worden, zijn er steeds meer academische onderzoekers die een contract met eigenaars van sportliga's kunnen sluiten. Bekende gevallen zijn de baseballliga in de Verenigde Staten (Nemhauser en Trick 1998), de Oostenrijkse en Duitse voetballiga (Bartsch et al. 2006), de eerste divisie voetbal in Chili (Durán et al. 2007), de Nieuw-Zeelandse basketballiga (Wright 2006), de Belgische voetballiga (Goossens en Spieksma 2009), de Deense voetballiga (Rasmussen 2008), de

Argentijnse volleyballiga (Bonomo et al. 2012), de ijshockey liga in Finland (Kyngäs en Nurmi 2009), de Braziliaanse voetballiga (Ribeiro en Urrutia, 2007), de voetballiga in Honduras (Fiallos et al., 2010), de Nederlandse voetballiga (Schreuder, 1992) en de Italiaanse voetballiga (Della Croce en Oliveri, 2006). De praktische testinstanties en cases die hier geïntroduceerd worden, zijn gebaseerd op zo'n gevallen. Om geen geheimen van liga's te onthullen, kunnen de testinstanties en cases licht verschillen van de actuele problemen die voor de eigenaars van de liga's opgelost werden.

Naast de praktische testinstanties die door Nurmi en Kyngäs (online) (laatste update november 2009) en Trick (online) (laatste update september 2013) verzameld en voorgesteld werden en in sectie 5.4.2.1 (cfr. infra, pp. 60) geclassificeerd zullen worden, voorzien wij in sectie 5.4.2.2 (cfr. infra, pp. 62) nog een aantal voorbeelden van praktische cases die in de literatuur beschreven werden. Voor de praktische testinstanties is alle nodige informatie om de problemen op te lossen beschikbaar. Bijgevolg zijn alle vereiste gegevens voor de codificatie van de classificatie ook beschikbaar. De praktische cases echter, zijn niet genoeg in detail beschreven om ermee aan de slag te gaan en om door onderzoekers opgelost te worden. Dit maakt het verschil tussen beide secties duidelijk.

Sommige van de praktische testinstanties bespreken hetzelfde probleem als enkele praktische cases. Deze kunnen echter licht verschillen, omdat de instanties zo ontworpen werden om algemeen toepasbaar te zijn of omdat ze aangepast zijn om binnen een bepaald framework te passen. Zo is het hoofddoel in de volleyballiga in Argentinië bijvoorbeeld het minimaliseren van de totale reisafstand, maar deze werd aangepast naar het minimaliseren van het aantal breaks, omdat Kyngäs en Nurmi (2009) onderzoek naar het minimum break probleem verrichtten. Ook het gekoppelde systeem waarbij de wedstrijden van de teams in paren of koppels gegroepeerd zijn en elk weekend een koppel tegen een ander koppel speelt, werd vereenvoudigd. De testinstanties van de Finse ijshockey liga's werden voor een double round robin tornooi ontworpen, hoewel het in werkelijkheid over een quadruple round robin tornooi gaat. De praktische cases geven dus in een aantal gevallen een betere weergave van de werkelijke problemen dan de praktische testinstanties die eruit afgeleid zijn.

5.4.2.1 Praktische testinstanties

Zoals eerder vermeld, stelden Nurmi en Kyngäs (online) (laatste update november 2009) een online overzicht met artificiële en praktische testinstanties op. De praktische testinstanties zijn van Finse, Oostenrijkse, Duitse, Argentijnse, Chileense, Belgische en Braziliaanse liga's afgeleid. Voor de Belgische liga's zijn er drie testinstanties beschikbaar. Ze zijn gebaseerd op toernooien in drie opeenvolgende seizoenen en verschillen van elkaar, omdat de beperkingen en/of penalties ietwat anders ingevuld zijn. De codificatie in classificatie van de drie testinstanties is echter gelijk en daarom worden ze onder één noemer in de classificatie in onderstaande tabel geplaatst.

In het overzicht van testinstanties voor het travelling tournament van Trick (online) (laatste update september 2013) is er een praktische testinstantie afgeleid van het Brazilian National Football Championship beschikbaar. We hopen dat deze categorie testinstanties in de toekomst met meerdere instanties aangevuld kan worden.

Verder voorziet Carlsson (online) (2013) op zijn website alle gegevens die nodig zijn voor het oplossen van het sport scheduling probleem van de Zweedse handballiga Elitserien. Bijgevolg kan dit probleem als praktische testinstantie gebruikt worden.

Voetbal (F)	
FAUS1	Austrian Soccer Championship
FGER1	German Soccer Championship
FCHI1	Chilean first division tournament
FBEL1	Highest soccer league in Belgium 2006-2007
FBEL2	Highest soccer league in Belgium 2007-2008
FBEL3	Highest soccer league in Belgium 2008-2009
FBRA1	Brazilian national soccer tournament (minimum break testinstantie)
FBRA2	Brazilian national football championship (travelling tournament problem testinstantie)

IJshockey (I)	
IFIN1	Finnish Major Ice Hockey League
IFIN2	The Finnish 1 st division Ice Hockey League
Handbal (H)	
HGER2	German Handball Championship
HSWE1	Swedish Handball League Elitserien
Volleybal (V)	
VARG1	Men's major volleyball league in Argentina

Tabel 14: Overzicht van de liga's waarvoor praktische testinstanties beschikbaar zijn

FAUS1	c ₁₈ , 2, 10, m P P04°P07*, B15*, GA10*, S19*
FGER1	c ₃₄ , 2, 18, m P P04°P05*P07*, B15*, GA10°, S19*
FCHI1	c ₁₉ , 1, 20, ° B P04*P05*, GR31*, B12*B13°B16*, GA10*
FBEL123	c ₃₄ , 2, 18, m P P04°P05°P07°, GR29°GR30°GR31°GR32°, B12*B13*B15*B16*, GA10°, S19*
FBRA1	c ₃₈ , 2, 20, m P P07*, GR28*GR29*GR31*GR32*, B13*B15*B16*B17*, GA10*GA11°
FBRA2	c, 2, 24, m T B13*, S19*
IFIN1	r ₃₀ , 2, 14, ° P P04*P07°P23°, B12*B13°B15°B16°, GA10°, Q26°Q27°, S19°
IFIN2	c ₂₂ , 2, 12, ° P P04°P23°, B12*B13°B15°B16°, GA10*, Q26°, S19°
HGER2	c ₃₄ , 2, 18, m P P04°P05*, GR31*, B15*B35*, GA10*, S19*
VARG1	c ₂₂ , 2, 12, m B P04*P07*P23*, B12*B13°B15°, GA10*, Q26*, S19*
HSWE1	c ₂₆ , 2, 14, m P P04°P05*P07*P39*, B15*, Q26*, S19*

Tabel 15: Classificatie van praktische testinstanties

5.4.2.2 Praktische cases

Omdat het classificeren van de problemen van deze liga's op de informatie die in de literatuur beschikbaar is gebaseerd is, is het mogelijk dat de classificatie van de werkelijke problemen afwijkt of niet volledig is. De reden hiervoor is dat liga's soms verkiezen om de geheime kenmerken en vereisten van de schema's niet te onthullen. Bovendien bevatten de bronnen van de praktische cases niet altijd de nodige informatie die door deze classificatie vereist wordt en daarom kunnen in de notatie in onderstaande tabel vraagtekens voorkomen. In bepaalde gevallen is het eveneens niet duidelijk welke beperkingen als harde en als zachte beperkingen geïmplementeerd werden. We hopen om in de toekomst de classificatie met de vereiste gegevens te vervolledigen. De bestudeerde liga's worden in onderstaande tabel opgesomd.

Voetbal (F)		
FUK	Football league UK (Christmas and NY period)	[30] [28]
FCHI	Chilean professional football league	[16] [50]
FBRA	Brazilian Soccer Confederation	[49] [50] [51] [52]
FBEL	Belgian Soccer League (Jupiler League)	[22]
FDUT	Dutch professional football leagues	[56]
FITA	Italian Major Football League (Serie A)	[12]
FECU	Ecuadorian Professional Football Championship	[48]
FDAN	Danish Soccer League (SAS Ligaen)	[45]
Australisch voetbal (AF)		
AFAU	Australian Football	[35]
IJshockey (I)		
IFIN1	Finnish Major Ice Hockey League 2009-2010	[42] [43]
IFIN2	The Finnish 1 st division Ice Hockey League	[42] [44]
IFIN3	Finnish Major Ice Hockey League 2013-2014	[34]

Basketbal (B)		
BACC	Atlantic Coast Conference Basketball	[38]
Volleybal (V)		
VARG	Men's major volleyball league in Argentina	[7]
Tafeltennis (TT)		
TTLS	German table tennis federation of Lower Saxony	[33] [50] [55]
Tennis (T)		
TTOR	A local tennis club in Torino, Italy	[13]
Rugby (R)		
RWPP	Welsh Principality Premiership League	[37]

Tabel 16: Overzicht van een aantal liga's waarvan round robin toernooien in de literatuur beschreven worden

FUK	$c_{38,2,24,m} \mid P \mid P07^*P40^*,B13^*,GA10^*GA11^*,S19^*$
FCHI	$c_{19,2,20,^\circ} \mid P \mid P04 P05 P07^*P40^*,GR29 GR31 GR32^*,B13^*B15^*B17^*,GA10^*,GE43 GE44 GE45 GE46,Q36^\circ$
FBRA	$c_{38,2,20,m} \mid P \mid P04^*P07^*P41^*,GR29^*GR32^*,B12^*B13^*B15^*B17^*,GA10^*GA11^*,GE43^*GE44^*,Q26^*,S19^*$
FBEL	$c_{34,2,18,m} \mid P \mid P04 P05 P07 P23,GR29 GR30 GR31 GR32,B12 B13 B15^*, GA10 GA11,S19$
FDUT	$c_{34,2,18,^\circ} \mid B \mid P04 P05 P07 P23,GR30 GR31 GR32 GR37,B15,GE43,Q27,S19 S21$
FITA	$c_{34,2,18,m} \mid B \mid P04^\circ P05^\circ P07^*,GR30^*,B13^\circ B15^*,GA11^*,S19^*$
FECU	$c_{22,2,12,i} \mid B \mid P04^*P05^*P06^*P08^*P40^*P41^*,GR29^*,B12^*B13^\circ,S19^*$

FDAN	$c_{33,3,12,^\circ} \mid P \mid P04^*P05^*P39^*P40^*P41^*, GR32^*, B12^*B13^*, GA10^*, S19^*$
AFAU	$c_{23,1,18,^\circ} \mid P \mid P05^*P07^*P40^*, GR31^*GR32^*GR37^*, B13^*B15^*, GA10^*, GE45^*, S19^*S21^*$
IFIN1	$r_{62,3,14,^\circ} \mid P \mid P04^*P07^*P08^*P23^*P40^*, B15^*, GA10^*, Q26^*Q27^*, S19^*$
IFIN2	$c_{44,4,12,^\circ} \mid P \mid P04^*P07^*P23^*, B12^*B13^*B15^*, GA10^*GA11^*, Q26^*, S19^*$
IFIN3	$r_{90,4,14,^\circ} \mid P \mid P04^*P07^*P08^*P23^*P40^*P41^*, GR32^*, B12^*B13^*B15^*, GE43^*, Q26^*Q27^*, S19^*$
BACC	$c_{18,2,9,^\circ} \mid P \mid P04^*P05^*P06^*P08^*P40^*P41^*, GR29^*, B12^*B13^*, S19^*$
VARG	$c_{22,2,12,m} \mid T \mid P04^*P05^*P06^*P07^*, B12^*B13^*B15^*, GA10^*, GE45^*, S19^*$
TTLS	$r_{?,2,12,m} \mid P \mid P04^*P06^*P23^*P40^*, B13^*, GA10^*, Q26^*, S19^*$
TTOR	$r_{?,?,1,72,^\circ} \mid P \mid P06^*P07^*P40^*$
RWPP	$c_{2n-2,2,n,^\circ} \mid P \mid P04^*P07^*, B13^*, GA10^*, S19^*$

Tabel 17: Classificatie van de praktische cases

Uit bovenstaande tabel blijkt dat de meeste problemen compacte tornooien zijn. Vooral voor voetbal valt het op dat alle tornooien compact zijn. Goossens en Spieksma (2012) geven een overzicht van de competitie formaten en schema's die in 25 Europese voetbalcompetities in het seizoen 2008-2009 gebruikt werden. Uit deze informatie onthouden we dat er binnen de 25 bestudeerde voetballiga's slechts drie relaxte tornooien zijn. Het veel minder vaak voorkomen van relaxte problemen in deze classificatie kan echter een vertekend beeld van de werkelijkheid zijn, omdat de meeste bestudeerde problemen professionele liga's die met strikte schema's werken zijn. Het zijn vaak amateurliga's die met relaxte tornooien werken, omdat de deelnemende ploegen of spelers niet onbeperkt beschikbaar zijn. In deze classificatie komen twee amateurtoernooien voor (de Duitse tafeltennisfederatie van Lower Saxony en de lokale tennisclub in Torino) en geen van beide liga's blijkt een compact tornooi te vereisen. In de Duitse tafeltennis federatie van Lower Saxony (TTLS) (Schönberger et al., 2004), (Knust, 2010) en de lokale tennisclub in Torino (TTOR) (Della Croce et al., 1999) is het bijvoorbeeld zo dat het probleem uit een zeer groot aantal rondes bestaat om rekening te houden met de beschikbaarheid van de teams/spelers en de locatie waar de wedstrijden

gespeeld worden. Andere bekende voorbeelden van compacte schema's zijn de Amerikaanse nationale basketballiga (Bean en Berge, 1980) en hockeyliga (Ferland en Fleurent, 1991). In deze toernooien kunnen de wedstrijden dagelijks plaatsvinden, maar gewoonlijk speelt een team twee tot drie wedstrijden per week. Deze relaxte schema's vereisen dus de bijkomende beslissingen die bepalen in welke ronde de wedstrijden doorgaan. Omdat er een zeer groot aantal beschikbare rondes in het probleem zijn, zullen er zeer veel place constraints die de onbeschikbaarheid van vele factoren vastleggen voorkomen. Deze amateurliga's worden echter minder vaak bestudeerd. Merk op dat in de Australische voetballiga een compact toernooi met achttien teams over 23 rondes gespeeld wordt. Dit hogere aantal rondes is het minimum aantal rondes dat nodig is om het single round robin toernooi en de vijf additionele wedstrijden per team te schematiseren.

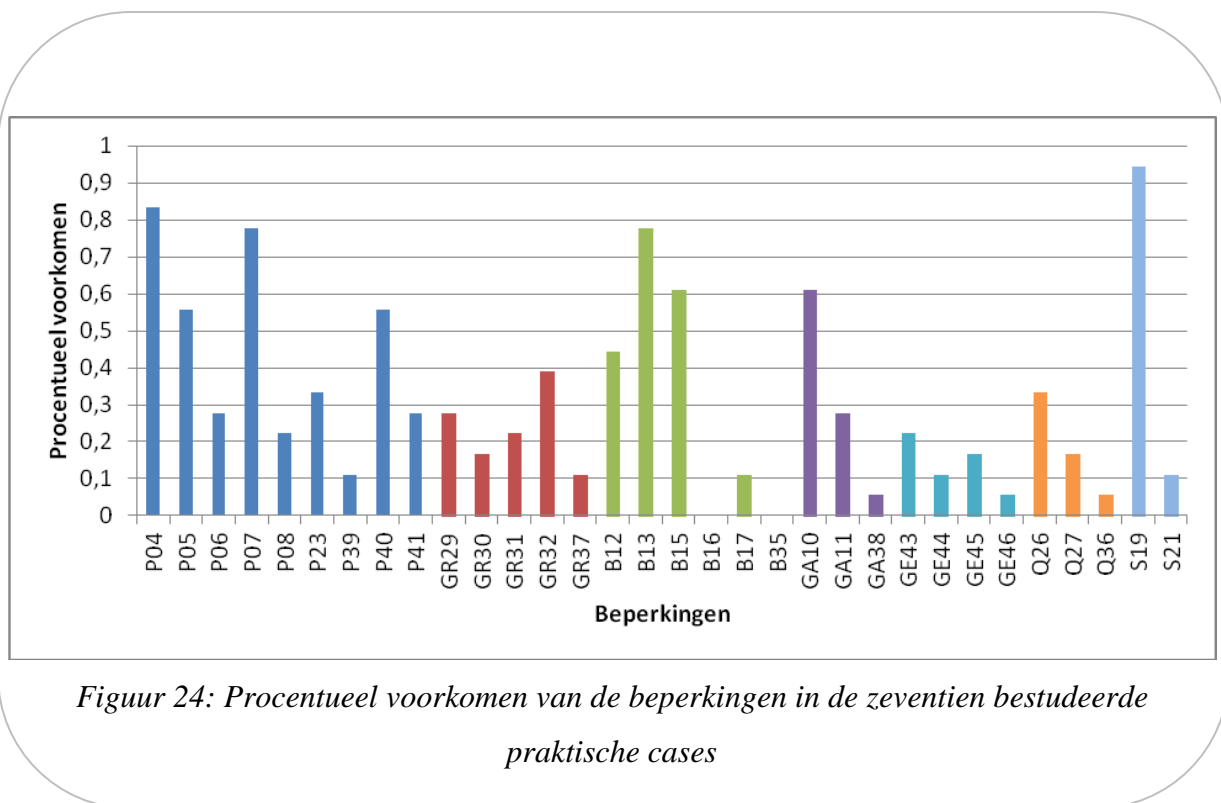
De meeste toernooien worden door tien tot twintig teams gespeeld. Liga's met een oneven aantal teams zijn uitzonderlijk. De meeste round robin toernooien zijn in de praktijk double round robin toernooien.

De meeste schema's hebben ofwel een mirrored schema of hebben ofwel geen specifieke spelmodus. Vooral voor voetbaltoernooien valt het op dat de eigenaars van de liga's vaak voor de mirrored spelmodus kiezen. Indien er geen spelmodus is, is er in de meeste gevallen wel een separation constraint (S19) die een minimum aantal rondes tussen wedstrijden met dezelfde opponenten vastlegt. De meerderheid van de liga's verkiezen om ten minste vijf rondes tussen twee wedstrijden met dezelfde opponenten te hebben (Goossens en Spieksma, 2012). De keuze voor een mirrored schema leidt wel tot een aantal breaks groter dan het minimum en het leidt bovendien ook tot een ongelijke verdeling van het aantal breaks over de teams. Voor een double round robin toernooi leidt het mirrored systeem tot volgende verdeling van de breaks: er zijn twee teams zonder breaks en alle andere teams hebben drie breaks (Goossens en Spieksma, 2012). Indien er vier teams zijn, kan er wel een schema zonder teams die opeenvolgende breaks hebben opgesteld worden (Goossens en Spieksma, 2012). Een gebalanceerd schema voor een double round robin toernooi kan makkelijk bekomen worden door het toepassen van het Franse spelmodus systeem op een gebalanceerd single round robin schema (Goossens en Spieksma, 2012).

Zoals eerder vermeld, worden de sport scheduling problemen in de literatuur vaak in twee categorieën problemen ingedeeld: het minimum break probleem en het travelling tournament

probleem. Uit dit onderzoek blijkt echter dat er in de praktijk een evenwicht is tussen de problemen die het minimaliseren van het aantal breaks als doelfunctie hebben en het minimaliseren van de som van de penalties als doelfunctie hebben. In het onderzoek van Goossens en Spieksma (2012) is er bij de 25 onderzochte Europese voetballiga's geen enkel toernooi met een minimum aantal breaks. Maar het aantal breaks overschrijdt echter niet de grens van 50 procent meer dan het minimum aantal breaks. Het travelling tournament probleem komt in de praktijk minder vaak voor, omdat in de meeste liga's road trips vermeden worden. In de bestudeerde cases en testinstanties komen de doelfuncties minimum kost en minimum carry-over effect niet voor, maar er zijn voldoende theoretische bijdragen die een aparte plaats voor deze categorieën in de classificatie motiveren. Een reden waarom de beschrijving van het carry-over effect in de literatuur over praktische problemen niet altijd even uitgebreid is, is dat eigenaars van liga's vaak met een voldoende lage waarde van het carry-over effect tevreden zijn. Bijgevolg streven onderzoekers van praktische cases niet vaak naar minimum waarde voor het carry-over effect en wordt dit in de bronnen niet uitgebreid vermeld. Een praktische toepassing van een probleem met het minimaliseren van carry-over effecten als doelfunctie is een voetballiga in Noorwegen en dit probleem werd opgelost door Flatberg et al. (2009). Helaas werden de originele bronnen teruggetrokken en kan deze instantie bijgevolg niet in de classificatie opgenomen worden.

Figuur 24 op de volgende pagina drukt uit in hoeveel procent van de bestudeerde praktische cases alle beperkingen voorkomen.



Place constraints worden vooral om de beschikbaarheid van teams en hun thuisbasissen in rekening te brengen gebruikt. P04 komt bijna in elk probleem voor om de beschikbaarheid van de teams of hun thuisbasissen weer te geven. Ook P05 en in mindere mate P06 worden hiervoor ingezet. De place constraints komen iets vaker als harde dan als zachte beperkingen voor. Elke liga heeft met dit soort restricties te maken en daarom komt deze categorie beperkingen in alle sporten voor. In het grootste deel van de liga's zijn er teams die een thuisbasis delen, wat het implementeren van P07 als harde beperking noodzakelijk maakt.

In de literatuur wordt vaak over sterktegroepen geschreven, maar in de praktijk komen diverse manieren van groepsverdelingen voor en aan deze groepen worden beperkingen opgelegd. Het gaat over arbitraire verdelingen, verdelingen op een geografische basis, verdelingen op basis van televisierechten, ... De vaststelling dat er in de praktische toepassingen regelmatig diverse verdelingen voorkomen, bewijst dat de benaming sterktegroepen te nauw was. Op het eerste zicht lijken de group constraints niet in elke sport of liga prominent aanwezig. Vooraleer omtrent deze categorie een conclusie getrokken wordt, moet nagegaan worden wat de reden van het minder vaak voorkomen is. Deze categorie werd in deze thesis van sterktegroepen naar groepen uitgebreid. Het feit dat deze beperkingen voordien nog niet onder

een bepaalde noemer geplaatst werden of nog niet consequent in theoretische overzichten aanwezig waren, zou een reden voor het niet expliciet uitschrijven van dergelijk soort beperkingen in deze vorm kunnen zijn. Het is echter niet zo dat elke liga met bepaalde groepensystemen werkt en daarom zullen de group constraints voor sommige liga's niet nodig zijn. We hopen door het toevoegen of uitbreiden van deze categorie dat alle liga's die met groepen werken hun beperkingen onder de nieuwe noemer group constraints zullen plaatsen en de beperkingen in de vorm van de beperkingen zullen schrijven. In de categorie group constraints is er niet echt een beperking die eruit springt en vaker of minder vaak dan de andere gebruikt wordt. Ook vallen er geen duidelijke verschillen tussen de verscheidene sporten op.

In de meeste tornooien wordt naar een laag aantal breaks gestreefd door dit criterium als doelfunctie of als beperking in het probleem op te nemen. Daardoor komen in elk probleem – op enkele uitzonderingen na - break constraints voor. Enkel in tornooien waarbij road trips gewenst zijn, wordt het minimaliseren van breaks naar de achtergrond geschoven. Het zijn vooral beperkingen B13 en B15, en in mindere mate B12, die in de problemen voorkomen. De laatste drie break constraints uit de lijst B16, B17 en B35 worden eerder uitzonderlijk aangewend. In de problemen waarin de break constraints de enige zachte beperkingen zijn, is de doelfunctie van deze liga het minimaliseren van het aantal breaks. In de andere gevallen waar er nog een reeks andere zachte beperkingen met gelijkaardige gewichten voorkomen of waar de break constraints harde beperkingen zijn, heeft de liga een andere doelfunctie. Goossens en Spijksma (2012) stellen dat in de meeste van de 25 onderzochte Europese voetbalcompetities de teams niet meer dan twee thuiswedstrijden of wedstrijden op verplaatsing op rij spelen.

Game constraints GA10 en GA11 worden vaak gebruikt om vast te leggen dat wedstrijden tussen twee rivaliserende teams niet in bepaalde rondes mag gespeeld worden. De game constraints komen meestal als harde beperking voor. In de bestudeerde praktische cases zijn game constraints als zachte beperkingen een uitzondering (tweemaal wordt GA10" zowel als harde en als zachte beperking geïmplementeerd).

De geografische constraints worden vaak in liga's die over een uitgestrekt gebied gespeeld worden gebruikt. De aanwezigheid van geografische constraints komt vaak met de aanwezigheid van group constraints overeen. Dit duidt er vaak op dat er geografische groepen

in de liga zijn. Zo werd de Chileense voetballiga (Durán et al., 2007) al als voorbeeld bij het uitleggen van de geografische beperkingen in sectie 4.2.5 (cfr. supra, 38) gebruikt.

De tournament quality constraints worden minder regelmatig angewend. Q26 komt enkele keren voor in de bestudeerde praktische cases, maar het gebruik van beide andere beperkingen is eerder zeldzaam. Vooral voor Q36 is dit een opvallende vaststelling, omdat er ondanks veel theoretische onderzoeken en bijdragen in praktische toepassingen weinig aandacht aan besteed wordt. In de zeventien bestudeerde praktische cases wordt het minimaliseren van de carry-over effecten maar één keer expliciet vermeld. Eerder werd al vermeld dat een mogelijke oorzaak is dat eigenaars van liga's vaak met een voldoende lage waarde van het carry-over effect tevreden zijn en dat bijgevolg onderzoekers van praktische cases niet vaak naar minimum waarde voor het carry-over effect streven.

Separation constraint S19 wordt - op enkele uitzonderingen na – in elk probleem ingezet. Dit betekent dat bijna elke liga een beperking oplegt voor het aantal rondes die tussen twee wedstrijden met dezelfde teams moet voorkomen. Voor de travelling tournament testinstanties wordt voor deze beperking meestal de waarde $k = 1$ genomen. Voor de minimum break testinstanties wordt met variërende waarden gewerkt. Uiteraard ligt de waarde voor k vast indien voor een bepaalde spelmodus gekozen wordt.

De beperkingen die in deze classificatie als surplus bovenop de lijst van beperkingen van Nurmi et al. (2010) toegevoegd werden, komen meermaals in de studie van de bovenstaande praktische problemen voor. Wij geloven dus dat deze beperkingen en classificatie een vollediger beeld geven van de beperkingen waaraan in de praktijk nood aan is.

Deze classificatie toont geen opvallende verschillen tussen tornooi formaten of gebruik van doelfuncties en beperkingen tussen de verschillende sporten aan. Voorlopig is er in de literatuur veel vergelijkingsmateriaal voor voetbaltornooien aanwezig. Hopelijk worden er in de toekomst nog aan praktische toepassingen in andere sporten gewerkt. Het toevoegen van nieuwe praktische cases uit verscheidene sporten aan de classificatie zou een grotere basis voor vergelijken opleveren. Deze waardevolle informatie zou een meerwaarde voor de sport scheduling literatuur kunnen bieden.

7 Conclusie

Gedurende de voorbije jaren steeg de variëteit van de bestudeerde sport scheduling problemen drastisch. Sport scheduling voorziet een interessante combinatie van praktische toepassingen en theoretische uitdagingen. Zoals in dit overzicht aangetoond, zijn er in dit gebied een hoog aantal probleemtipes en elk werd met een verscheidenheid van oplossingsmethodes aangepakt. De opvatting van nieuwe probleemtipes en het onderzoek van bestaande basismodellen onder meer realistische probleemassumpties heeft de nood aan een gedetailleerd classificatieschema dat een precieze en ondubbelzinnige classificatie van de bestudeerde problemen mogelijk maakt gecreëerd. Voor het verkrijgen van een ondubbelzinnige classificatie is een duidelijk taalgebruik vereist. Het gebruik van verschillende begrippen binnen de sport scheduling zorgt voor verwarring. Een eerste doel is dat we met deze thesis wensen te bereiken is bijgevolg het stimuleren van het gebruik van een eenduidige woordenschat dankzij het verenigen van de sport scheduling begrippen en de bewuste keuze voor een bepaalde terminologie.

Het tweede doel is het creëren van een overzicht in het sport scheduling gebied dat praktisch gebruikt kan worden. In deze thesis werd een classificatieschema dat uit drie velden $\alpha/\beta/\gamma$ bestaat geïntroduceerd. Het eerste veld α beschrijft het tornooi formaat. Het tweede veld β beschrijft de doelfunctie en het derde veld γ beschrijft de beperkingen. De lijst beperkingen is gebaseerd op het initiële overzicht van Nurmi et al. (2010). Het schema wordt geïllustreerd door het op de meest in de literatuur voorkomende sport scheduling problemen toe te passen.

We zijn ervan overtuigd dat het schema bruikbaar is. Het laat de unieke codificatie van de overweldigende variëteit van de bestudeerde sport scheduling problemen toe. Het neemt wat tijd om het schema te verwerken. Het moet bestudeerd worden vooraleer het gebruikt kan worden. Eens iemand het schema op enkele probleemstellingen uitprobeert, verdwijnt geleidelijk aan het rookgordijn dat initieel de logica achter de setting met drie parameters verborg. We hopen dat het schema een brede acceptatie binnen de sport scheduling gemeenschap wint en we hopen dat (a) het de presentatie en discussie van sport scheduling

problemen vergemakkelijkt, (b) het auteurs en presentatoren helpt om minder tijd in het voorbereiden van lange beschrijvingen van probleemkarakteristieken en assumpties te verspillen, (c) het onmiddellijke probleemidentificatie toelaat en de schatting van de probleemcomplexiteit versimpelt, (d) het de identificatie van relevante onderzoeksgebieden toelaat, (e) het voorziet in additionele inzichten in de eigenaardigheden van de verscheidene bestudeerde probleemstellingen door het tonen van verwevenheid van problemen, afhankelijkheden, gemeenschappelijke kenmerken en complicerende factoren.

Een derde en laatste doel is het bieden van een eerste verzameling van vergelijkingsmateriaal voor het sport scheduling gebied. Dit moet een aanzet vormen tot het toevoegen van informatie uit andere sporten om een grotere basis voor vergelijkingen te creëren. Het procentueel voorkomen van kenmerken in de bestudeerde papers werd onderzocht. De bestudeerde papers gaan grotendeels over voetbaltornooien, maar we denken dat dit representatief is voor onderzoekers. Andere sporten waarover weinig of niet gepubliceerd werd en waarover bijgevolg geen informatie voorhanden is, vallen vaak buiten de onderzoeksgebieden van de onderzoekers. Wegens een nauwe informatiebasis kunnen voor onderscheidingen tussen verschillende sporten slechts voorzichtige conclusies getrokken worden. De uitkomst van deze vergelijkingen is zeer waardevol, omdat het nog nooit eerder gepubliceerd werd.

In deze thesis werd de focus vooral op het vergelijken van de problemen gelegd. Een voorstel voor toekomstig onderzoek is het linken van de probleemkenmerken aan de verscheidene oplossingsmethodes en de graad van complexiteit van het oplossen van een sport scheduling probleem. Welke beperking zorgt ervoor dat het probleem moeilijk oplosbaar wordt? Hebben de specificaties van de wensen van de teams en het objectief een invloed op de volgorde van de stappen voor het oplossen van een sport scheduling probleem? Dit zijn enkele van de vragen die voorlopig nog onbeantwoord bleven.

Momenteel bevat de classificatie enkel artificiële en praktische testinstanties voor het minimum break probleem en het travelling tournament probleem. De minimum break categorie bevat naast de problemen die het minimaliseren van het aantal breaks als doelfunctie heeft ook een aantal problemen die het minimaliseren van de som van de penalties als doelfunctie heeft. Deze classificatie kan een aanzet vormen tot het ontwikkelen van testinstanties voor problemen met doelfuncties die de twee resterende categorieën

representeren, namelijk het minimaliseren van de waarde van het carry-over effect en het minimaliseren van de kosten. Voor een aantal praktische cases zou nog extra informatie verworven moeten worden om de classificatie te vervolledigen.

8 Bronnenlijst

- [1] I. Anderson, “Balancing carry-over effects in tournaments,” F. Holroyd, K. Quinn, C. Rowley, B. Webb, editors. *Combinatorial designs and their applications*. Chapman & Hall/CRC research notes in mathematics; pp. 1–16, 1999.
- [2] I. Anderson, “Combinatorial Designs and Tournaments,” *Oxford University Press*, 1997.
- [3] T. Bartsch, “Sportligaplanung - Ein Decision Support System zur Spielplanerstellung,” *Deutscher Universitätsverlag*, Wiesbaden, 2001 (in German).
- [4] T. Bartsch, A. Drexl and S. Kröger, “Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany,” *Computers and Operations Research*, vol. 33, pp. 1907–1937, 2006.
- [5] J. C. Bean and J. R. Birge, “Reducing traveling costs and player fatigue in the National Basketball Association,” *Interfaces*, vol. 10, pp. 98-102, 1980.
- [6] J. Blazewicz, J. K. Lenstra en A. H. G. Rinnooy Kan, “Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 5, pp. 11-24, 1983.
- [7] F. Bonomo, A. Burzyn, A. Cardemil, G. Durán, and J. Marenc, “An application of the traveling tournament problem: the Argentine volleyball league,” *Interfaces*, vol. 42, no. 3, pp. 245-259, 2012.
- [8] D. Briskorn and A. Drexl, “A branch-and-price algorithm for scheduling sport leagues,” *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 60, no. 1, pp. 84–93, Jan. 2009
- [9] M. Carlsson, “Elitserien,” laatste update 20 december 2013, via URL: <<https://www.sics.se/~matsc/Elitserien/CPAIOR/>> (laatst geraadpleegd op 18 mei 2015).
- [10] M. Carlsson, M. Johansson and J. Larson, “A Stronger Integrated Constraint Programming Approach to Scheduling Sports Leagues with Divisional and Round-robin Tournaments,” 2014.

- [11] F. N. Costa, S. Urrutia and C. C. Ribeiro, "An ILS heuristic for the traveling tournament problem with fixed venues," *E. K. Burke and M. Gendreau (ed.), Proceedings of the 7th international conference on the practice and theory of automated timetabling*, Montréal, 2008.
- [12] F. Della Croce and D. Oliveri, "Scheduling the Italian Football League: an ILP-based approach," *Computers and Operations Research*, vol. 33, no. 7, pp. 1963–1974, Jul. 2006.
- [13] F. Della Croce, R. Tadei, P. S. Asoli and P. Torino, "Scheduling a round robin tennis tournament under courts and players availability constraints," *Annals of operations research*, vol. 92, pp. 349–361, 1999.
- [14] J. H. Dinitz, D. Foncek, E. R. Lamken, W. D. Wallis, "Scheduling a tournament," *J. C. Colbourn, J. H. Dinitz, editors. Handbook of combinatorial designs*, 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, pp.591-606, 2007.
- [15] A. Drexler and S. Knust, "Sports league scheduling: graph- and resource-based models," *Omega*, vol. 35, pp. 465–471, 2007.
- [16] G. Durán, M. Guajardo, J. Miranda and D. Saur, "Scheduling the Chilean Soccer League by Integer Programming," *Interfaces*, vol. 37, pp. 539–552, 2007.
- [17] K. Easton, G. Nemhauser and M. A. Trick, "The travelling tournament problem: description and benchmarks," *Walsh T, editor. Principles and practice of constraint programming. Lecture notes in computer science*, vol. 2239, pp. 580–5, Berlin: Springer, 2001.
- [18] M. Elf, M. Jünger, G. Rinaldi, "Minimizing breaks by maximizing cuts," *Operations Research Letters*, vol. 36, pp.343-349, 2003.
- [19] J. A. Ferland and C. Fleurent, "Computer aided scheduling for a sports league," *INFOR*, vol. 29, pp. 14-24, 1991.
- [20] D. Forrest and R. Simmons, "New issues in attendance demand: The case of the English football league," *Journal of Sports Economics*, vol. 7, no. 3, pp. 247-266, 2006.
- [21] J. A. Gallian (Ed.), "Mathematics and sports", *Mathematical Association of America, Dolciani Mathematical Expositions*, pp. 338, 2010.
- [22] D. Goossens and F. Spieksma, "Scheduling the Belgian Soccer League," *Interfaces*, vol. 39, pp. 109-118, 2009.
- [23] D. Goossens and F. Spieksma, "Soccer schedules in Europe: an overview," *Journal of Scheduling*, vol.15, pp. 641–651, 2012.

- [24] R. L. Graham, E. L. Lawler, J. K. Lenstra and A. H. G. Rinnooy kan, "Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey," *Ann. Discrete Mathematics*, vol. 5, 287-326, 1979.
- [25] A. Guedes, C. C. Ribeiro, "A heuristic for minimizing weighted carry-over effects in round robin tournaments," *Proceedings of the 4th multidisciplinary international conference on scheduling theory and applications*, Dublin, 2009.
- [26] M. Henz, "Constraint-based round robin tournament planning," D. De Schreye (ed.), *Proceedings of the 1999 International Conference on Logic Programming, Las Cruces, New Mexico*, pp.545–557, MIT Press, 1999.
- [27] M. Henz, "Scheduling a Major College Basketball Conference: Revisited", *Operations Research*, vol. 49, no. 1, pp. 163-168, 2001.
- [28] G. Kendall, "Scheduling English football fixtures over holiday periods," *The Journal of the Operational Research Society*, vol. 59, no. 6, pp. 743–755, Mar. 2007.
- [29] G. Kendall, S. Knust, C. C. Ribeiro, and S. Urrutia, "Scheduling in sports: An annotated bibliography," *Comput. Oper. Res.*, vol. 37, no. 1, pp. 1–19, Jan. 2010.
- [30] G. Kendall, B. Mc Collum, F. Cruz, and P. Mc Mullan, "Scheduling English Football Fixtures : Consideration of Two Conflicting Objectives," *PATAT' 10: proceedings of the 8th international conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*, Belfast, United Kingdom, pp. 1–5, 2010.
- [31] T.P. Kirkman, "On a problem in combinations," *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, vol. 2, pp. 191-204, 1847.
- [32] S. Knust, "Classification of literature on sports scheduling," 2005, via URL: http://www.inf.uos.de/knust/sportlit_class/ (laatst geraadpleegd op 28 oktober 2014)
- [33] S. Knust, "Scheduling non-professional table-tennis leagues," *European Journal Operations Research*, vol. 200, no. 2, pp. 358–367, Jan. 2010.
- [34] J. Kyngäs and K. Nurmi, "Scheduling the Finnish 1st Division Ice Hockey League," *Proceedings of the twenty-second international FLAIRS conference*, pp. 195–200, 2009.
- [35] J. Kyngäs, K. Nurmi, N. Kyngäs, G. Lilley and T. Salter, "Scheduling the Australian Football League using the PEAST algorithm," *10th International Conference of the Practice and Theory of Automated Timetabling PATAT*, 26-29 August 2014, York, United Kingdom, 2014.

- [36] J. Larson and M. Johansson, “Constructing Schedules for Sports Leagues with Divisional and Round-robin Tournaments,” *Journal of Quantitative Analysis in Sports*, 2014.
- [37] R. Lewis and J. Thompson, “On the application of graph colouring techniques in round-robin sports scheduling,” *Computers and Operations Research*, vol. 38, no. 1, pp. 190-204, 2010.
- [38] G. L. Nemhauser, M. A. Trick, “Scheduling a major college basketball conference,” *Operations Research*, vol. 46, pp. 1–8, 1998.
- [39] R. Nieuwenhuis, “Professional football scheduling with Barcelogic,” 2009.
- [40] K. Nurmi and J. Kyngäs, “Sports Scheduling Problem,” laatste update 20 november 2009, via URL: <<http://www.computationalintelligence.fi/sdp.htm>> (laatst geraadpleegd op 17 mei 2015)
- [41] K. Nurmi, D. Goossens, T. Bartsch, F. Bonomo, D. Briskorn, G. Durán, J. Kyngäs, J. Marengo, C. C. Ribeiro, F. Spieksma, S. Urrutia and R. Wolf, “A Framework for a Highly Constrained Sports Scheduling Problem,” *Proceedings of the International Multi-Conference of Engineers and Computer Scientists*, vol. III, pp. 1991–1997, Hong-Kong, 2010.
- [42] K. Nurmi, D. Goossens, T. Bartsch, F. Bonomo, D. Briskorn, G. Durán, J. Kyngäs, J. Marengo, C. C. Ribeiro, F. Spieksma, S. Urrutia and R. Wolf-Yadlin, “A Framework for Scheduling Professional Sports Leagues,” *Ao, Sio-Iong (ed.): IAENG Transactions on Engineering Technologies*, Springer, USA, vol. 5, pp. 14-28, 2010.
- [43] K. Nurmi, J. Kyngäs and D. Goossens, “Scheduling a triple round robin tournament with minitournaments for the Finnish national youth ice hockey league,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 65., pp. 1770-1779, Nov. 2013.
- [44] K. Nurmi, J. Kyngäs, D. Goossens, and N. Kyngäs, “Scheduling a Professional Sports League using the PEASt Algorithm,” *Proceedings of the International Multi-Conference of Engineers and Computer Scientists*, vol. 2, 2014.
- [45] R. V. Rasmussen, “Scheduling a triple round robin tournament for the best Danish soccer league,” *European Journal Operations Research*, vol. 185, no. 2, pp. 795–810, Mar. 2008.
- [46] R. Rasmussen and M. Trick, “A Benders approach for the constrained minimum break problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 177, pp. 198–213, 2007.
- [47] R. V. Rasmussen and M. A. Trick, “Round robin scheduling – a survey,” *European Journal of Operational Research*, vol. 188, pp. 617-636, 2008.

- [48] D. Recalde, R. Torres and P. Vaca, "Scheduling the professional Ecuadorian football league by integer programming," *Computers and Operational Research*, vol. 40, no. 10, pp. 2478–2484, Oct. 2013.
- [49] C. C. Ribeiro, "Bicriteria integer programming approach for scheduling the Brazilian national soccer tournament," *Proceedings of The Third International Conference on Management Science and Engineering Management*, pp. 46–49, 2009.
- [50] C. C. Ribeiro, "Sports scheduling: problems and applications," *International Transactions in Operational Research*, pp. 1–27, 2011.
- [51] C. C. Ribeiro and S. Urrutia, "Scheduling the Brazilian soccer tournament with fairness and broadcast objectives," *Practice and theory of automated timetabling VI. Lecture notes in computer science*, vol. 3867, pp. 147–57, Berlin: Springer, 2007.
- [52] M. C. Roboredo, L. Aizemberg, A. A. Pessoa, and C. B. S. de Mello, "Scheduling the Brazilian soccer league regarding two strength groups," *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematics in Sport*, 2011.
- [53] K. Russell, K.G.: Balancing carry-over effects in round robin tournaments. *Biometrika*, vol. 67, pp. 127–131, 1980.
- [54] A. Schaerf, "Scheduling sport tournaments using constraint logic programming" *Constraints* 4, pp. 43-65, 1999.
- [55] J. Schönberger, D. C. Mattfeld and H. Kopfer, "Memetic Algorithm timetabling for non-commercial sport leagues," *European Journal Operations Research*, vol. 153, no. 1, pp. 102–116, Feb. 2004.
- [56] J. A. M. Schreuder, "Combinatorial aspects of construction of competition Dutch Professional Football Leagues," *Discrete applied mathematics*, vol. 35, pp. 301-312, 1992.
- [57] J. A. M. Schreuder, "Constructing timetables for sport competitions," *Mathematical Programming Study*, vol. 13, pp. 58–67, 1980.
- [58] M. A. Trick, "Traveling tournament problem instances," *INFORMS Transactions on Education*, vol. 5, no. 1, pp.10-17, 2004, laatste update 16 september 2013, via URL: <<http://mat.gsia.cmu.edu/TOURN/>> (laatst geraadpleegd op 18 mei 2015)
- [59] S. Urrutia, C. C. Ribeiro, "Minimizing travels by maximizing breaks in round robin tournament schedules," *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 18, pp. 227-233, Latin-American Conference on Combinatorics, Graphs and Applications, 2004.

- [60] S. Urrutia, C. C. Ribeiro, “Maximizing breaks and bounding solutions to the mirrored traveling tournament problem,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 154, pp. 1932–1938, 2006.
- [61] D. C. Uthus, P. J. Riddle and H. W. Guesgen, “Solving the Traveling Tournament Problem with Iterative-Deepening A*,” *ICAPS 2013 Journal Presentation Track*. Rome, Italy: AAAI Press, 2013.
- [62] D. de Werra, “Geography, games and graphs,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 2, pp. 327–337, 1980.
- [63] D. de Werra, “Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 4, pp. 217–226, 1982.
- [64] D. de Werra, “On the multiplication of divisions: the use of graphs for sports scheduling,” *Networks*, vol. 15, pp. 125–136, 1985.
- [65] D. de Werra, “Scheduling in sports,” *P. Hansen (Ed.), Studies on Graphs and Discrete Programming*, North-Holland, Amsterdam, pp. 381–395, 1981.
- [66] D. de Werra, “Some models of graphs for scheduling sports competitions,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 21, pp. 47–65, 1988.
- [67] D. de Werra, J. Descombes, P. Masson, “A constrained sports scheduling problem,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 26, pp. 41–49, 1990.
- [68] D. de Werra, T. Ekim, C. Raess, “Construction of sports schedules with multiple venues,” *Discrete Applied Mathematics*, vol. 154, pp. 47–58, 2006.
- [69] S. Westphal and K. Noparlik, “A 5.875-approximation for the traveling tournament problem,” *Proceedings of the 8th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT)*, pp. 417–426, 2010.
- [70] “Professional Match Scheduling for Sports Leagues,” *Tournament software*, no. Figure 4, pp. 4–7, via URL: <<http://www.virtual-optima.com>> (laatst geraadpleegd op 12 mei 2015).