Physik 1 Skript

Tom Herrmann

23. Mai 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung

peter.schleper@physik.uni-hamburg.de

1.1 Übungsgruppen

Es gibt 4 Übungsgruppe und eine davon ist auf Englisch.

1.2 Klausurbonus

Es müssen 50% der Aufgaben richtig abgegeben worden sein des jeweiligen Teils (Experimantal und theoretische Physik) um einen Klausurbonus zu erhalten. Der Klausurbonus ermöglicht es mit nur 30% der benötigten Punktzahl die Klausur zu bestehen.

1.3 Buchempfehlungen

Gerthsen "Physik"Verlag Springer ist das Buch mit dem er gelernt hat.

Teil I
Vorlesung 1

2 Was ist Experimentalpyhsik?

Die ersten Leute die sich gedanken in Richtung Physik gemacht haben waren Philosophen und erst ab dem 17 Jahrhundert fing der Umschwung an. Dabei war der Gedanke einfach Erkenntnisse über die Natur zu erlangen und dies wenn möglich zu vereinfachen. Wie Einstein aber sagte: "Dinge zu vereinfachen ist gut, sie einfacher zu machen als sie eigentlich sind aber nicht"

3 Was macht ein gutes Experiment aus?

- Naturbeobachtung
- reproduzierbar
- Naturgesetzte daraus ableiten

4 SI-Einheiten

x = 1.307m $\rightarrow$ Einheit $[x]$ $\Rightarrow$ = Meter ; dim x = Länge definieren Standards

- [Zeit] = SI: s - cgs: s
- [L$\ddot{a}$ngen] = SI: m - cgs: cm
- [Masse] = SI: kg - cgs: g

4.1 Dimension

[Länge] $= 1m$
$[Fläche] = 1m^2$
[Volumen] $= 1m^3$
[Geschwindigkeit] $= 1\frac{m}{s}$
[Zeit] $= 1s$
[Kraft] $= 1N = 1\frac{kg \times m}{s^2}$
[Leistung] $= 1W = 1\frac{N}{s^2} = 1\frac{kg \times m}{s^3}$
Sämtliche Terme einer Gleichung müssen dem entsprechend die gleiche Dimension haben

Teil II
Vorlesung 2

5 Wiederholung

Wichtige Faktoren für ein gutes Experiment

- Reduzierung von Naturerscheinungen
- Vereinfachung
- Systematisch
- Qualitativ
- Reproduzierbar

5.1 Definitionen

Eine Sekunde wird am besten über die Atomphysik definiert und zwar über die Cs Atome.
Ein Meter ist über die Lichtgeschwindigkeit Definition. 1m = c * $\frac{1s}{299792458m}$
Die Masse wird definiert über ein sogenanntes Urkilogramm. Sprich über eine Masse werden alle anderen Massen definiert.
Stromstärke: A wird ebenfalls über ein Experiment definiert.
Stoffmenge: mol
Temperatur: Kelvin k
Alle Naturkonstanten wurden letztes Jahr (2018) dabei neu definiert um eine höhere Genauigkeit zu gewährleisten

6 Kinematik des Massenpunktes

Ein realer Körper:

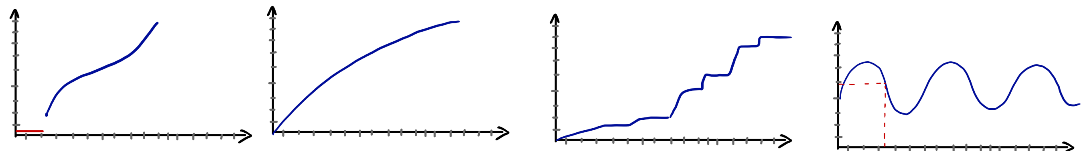
- Translation
- Rotation
- Deformation

Aber nun reden wir über einen starren Körper also einen Körper bei dem alle Abstände innerhalb des Körpers unabhängig von der Zeit gleich bleiben **(keine Deformation)**.

Auf den Massepunkt wirkt ebenfalls keine Rotation in diesem Beispiel. Was allerdings nicht heißt dass man in der realen Welt die Rotation (SPIN) einfach vernachlässigen kann egal wie klein dieses Teilchen auch sein möge.

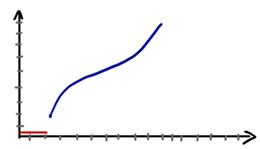
6.1 Behauptung

Man kann 2-Dimensionale Bewegungen beschreiben.



x-Achse = Zeit t; y-Achse= Position x

6.2 1-dimensionale Bewegung

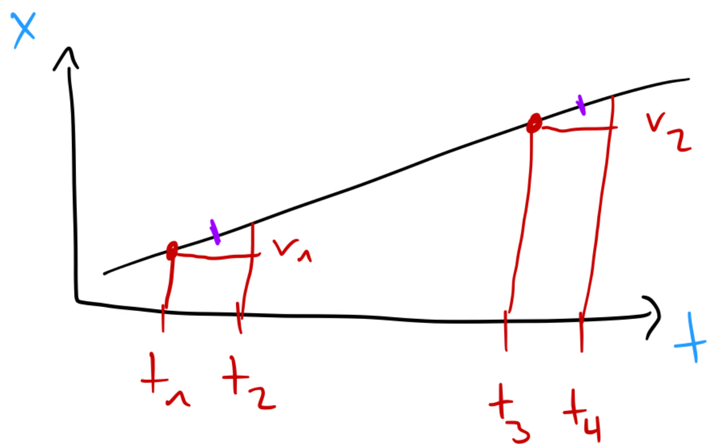


$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow \lim_{\Delta t \to 0}$$

Die Geschwindigkeit ist natürlich immer eine Durchschnittsangabe da es über eine gewisse Zeitspanne angeben wird.

Teil III
Vorlesung 3

v $= \dot{x}$ v $= \frac{dx}{dt}$
a $= \dot{v} = \ddot{x}$ a $= \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$
Mittelwerbeschleunigung $= \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{x_4-x_3}{t_4-t_3}-\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}}{t_3-t_1}$



$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow x_(t) = x_0 + \int_t^{t_0} vdt$$
$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow v_(t) = v_0 + \int_t^{t_0} adt$$

$x_(t)$ bei gegebenen $a(t)$.

$$x(t) = x_0 + \int_t^{t_0} (v_0 + \int_t^{t_0} a_{(t)} dt)dt''$$

$v(t)$ aus $a(x)$:
v $= \frac{dx}{dt}$ dt $= \frac{dx}{v}$
a $= \frac{dv}{dt}$ dt $= \frac{dv}{a}$
darauf ergibt sich $\frac{dx}{v} = \frac{dv}{a} \Leftrightarrow \int_{v_1}^{v_0} vdv = \int_{x_1)}^{x_2} a_(x)dx$ durch weiteres umformen kommt man zum ausdruck:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = \int_x^{x_0} a_{(x)}dx$$

Wenn man nun die Masse mit einbezieht kommt man zur klassischen kinetischen Energie

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \int_x^{x_0} a_(x)dx$$

7 3.3.4 Spezialfälle

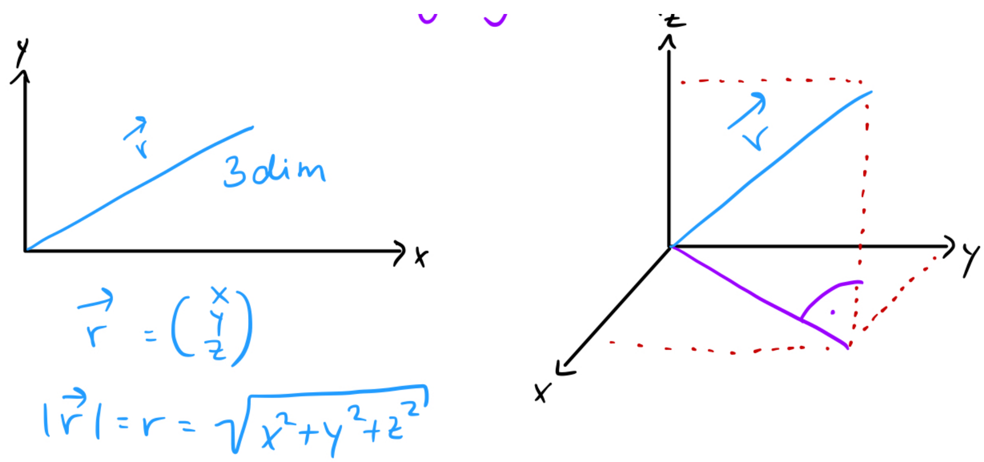
7.1 Gleichförmige Bewegung

a $= 0 \Leftrightarrow v = v_0 \qquad x_{(t)} = x_0 + v_0(t - t_0)$
Also ist die Geschwindigkeit konstant

7.2 konstante Beschleunigung

$a = const \qquad v = v_0 + a(t - t_0)$
$x = x_0 + \int_{t_0}^{t} (v_0 + a(t - t_0))dt$
$= x_0 + \int_{t_0}^{t} v_0 dt + a \int_{t_0}^{t} (t - t_0)dt$
$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$
Wahl des Koordinaten Systems:
t=0 und x=0 Gleichförmige Bewegung: $a = 0; v = v_0 \rightarrow x = v * t$
konstante Beschleungung: $a = const; v = v_0 + at; x = vt + \frac{1}{2}at^2$

8 3.4 3-Dimensionale Bewegung (Vektoren)



Sofern es keinen Vektorpfeil über einem Vektor gibt ist meist die Länge des Vektors gemeint
$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \; \|\vec{r}\| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$\Leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$
Beschleunigung $a_x = \frac{d\vec{r}}{dt}\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Teil IV

Vorlesung 4

Zusammenfassung am 23. April 19

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

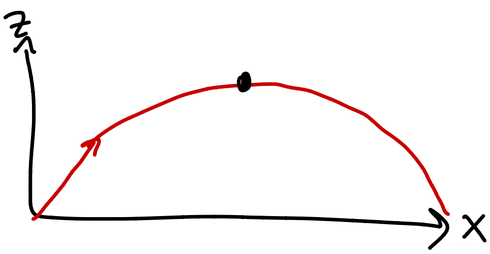
$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

Bsp: $\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{r})$ Klammer vor Punkt vor Strich vor Ableitung

---

Bsp. Kapitel 3.4.1.: schiefer Wurf



Anfangsgeschw $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$

Beschleunigung $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_z \end{pmatrix}$ $a_z = -9{,}81 \frac{m}{s^2}$

Spezialfall: $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \vec{v}_0 (t - \cancel{t_0}) + \frac{1}{2} a (t - \cancel{t_0})^2$$

Koord $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m$ $t_0 = 0s$

$$\vec{r} = \vec{v}_1 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{0x} \cdot t \\ 0 \\ v_{0z} \cdot t \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_z \cdot t^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = v_{0x} \cdot t \\ y = 0 \\ z = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} a_z t^2 \end{matrix}$$

höchster Punkt des schiefen Wurfs:

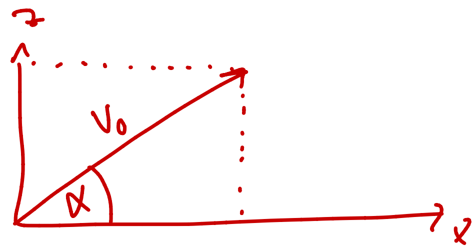
$v_z(t)_m = 0 \Rightarrow v_z = v_{0z} + a_z t_m = 0$

$$t_m = -\frac{v_{0z}}{a_z}$$

$$t_{total} = 2 t_m = -2 \frac{v_{0z}}{a_z}$$

$\Rightarrow x = v_{0x} \cdot t$

$x_{total} = v_{0x} \cdot t_{total} = -2 \frac{v_{0z} v_{0z}}{a_z}$

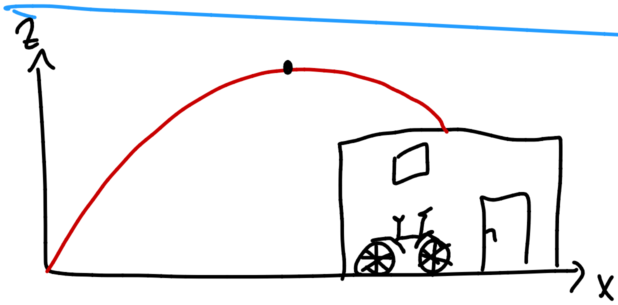


$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$

$v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha$

Als Funktion des Winkels:

$\frac{d}{d\alpha} x_{total}(\alpha) = 0 \Rightarrow$ Max Wurfweite



Heute wollen wir über Kräfte reden

Kapitel 4 Dynamik von Massenpunkten:

4.1: Newton'sche Axiome

- Trägheitsprinzip
  - gleichförmig gradlinig, falls keine äußeren Kräfte wirken
- Aktionsprinzip
  - Änderung des Impulses kann nur proportional zur Kraft und in Richtung der Kraft (äußeren) stattfinden.

$$\text{Impuls} = \vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \vec{F}$$

$$[F] = \frac{kg \cdot m}{s^2} = 1N$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(m \cdot \vec{v}) = \dot{m}\vec{v} + m \cdot \dot{\vec{v}}$$

$$= \dot{m}\vec{v} + m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

falls $m = const$ $\Rightarrow m \cdot \vec{a} = \vec{F}$

Teil V

Vorlesung 5

9 Newton Axiome

- **Trägheitsprinzip** Ein Körper bleibt in Ruhe oder gleichförmiger Bewegungn wenn keine resultierende äußere Kraft wirkt.
- **Aktionsprinzip** Ein Körper wird in Richtung der resultierenden äußeren Kraft beschleunigt und es gilt
$$\vec{F} = m * \vec{a}$$
, mit m = Masse des Körpers (Konstant) und $\vec{a}$ der resultierender Beschleunigungsvektor.
$\vec{F} = \sum \vec{F_i}$
- **actio = reactio** Die Kräfte treten immer Paarweise auf: Wenn der Körper A eine Kraft $\vec{F}_A^{(B)}$ auf einen Körper B ausübt, dann wirkt eine gleichgroße, aber entgegengesetzte gerichtete Kraft $\vec{F}_B^{(A)}$ von B auf A.
$\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}$

10 Inertialsysteme

In einem Intertialsystem gilt $F = m * a$ in seiner reinsten Form. Es ist damit ein Bezugssystem, in welchem sich ein kräftefreier Körper gradlinig gleichförmig bewegt. Die **Newton′ schen Axiome** gelten damit **nur in Intertialsystemen**

11 Gravitation

$\vec{F}_{12} = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}\frac{\vec{r}_{21}}{\overrightarrow{r_{21}}}$

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{a}_G$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{e}_{21}$$

g ist ortsabh$\ddot{a}$ngig, m ist eine intrinsische Eigenschaft.
Dabei ist $G = 6,67 * 10^{11} \frac{m^3}{kgs^2}$

11.1 Erdbeschleunigung

Die Annahme zum Ausrechnen der Erdbeschleunigung ist dass der Masseschwerpunkt im Mittelpunkt der Masse ist.

$$F_k = G\frac{M_E * m_k}{(r_E + h)12} \quad h << r_E$$

$$F = G\frac{M_E}{r_E^2} * m_k = g * m_k$$

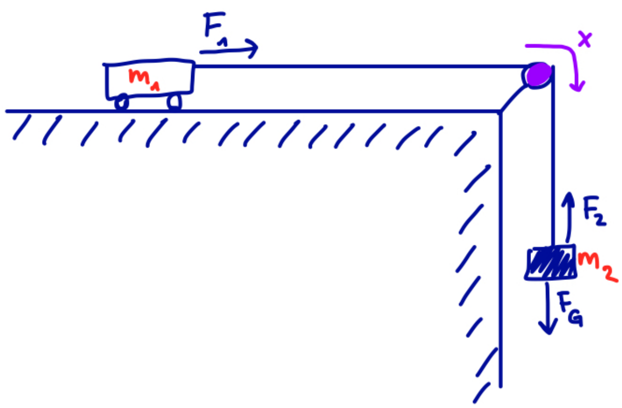
$\Rightarrow g = 9.81 \frac{m}{s^2}$
Zum Momentananen Stand besprechen wir dabei nicht die Fluchtgeschwindigkeit. Diese wird aber zu einem späteren Zeitpunkt noch besprochen.

Da die Erde eine so große Masse hat ist die beschleunigung dem entsprechend für uns klein $1 >> a$ wie aus $F = m * a$ folgt.

12 Träge und schwere Masse

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{träge} * \vec{v})$
G mit $\vec{F}_G = G\frac{m_{1,schwer} * m_{2,schwer}}{r^2} * \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = g * m_{schwer}$
Durch Experimente durchgeführt von **Eötvös** folge $m_{schwer} = m_{träge}$ für alle Stoffe

$$G\frac{m_{träge} * a}{\frac{m:Em_{schwer}}{r^2}} = konst = \frac{m_{träge}}{m_{schwer}} = \frac{a * r^2}{G * m_E}$$



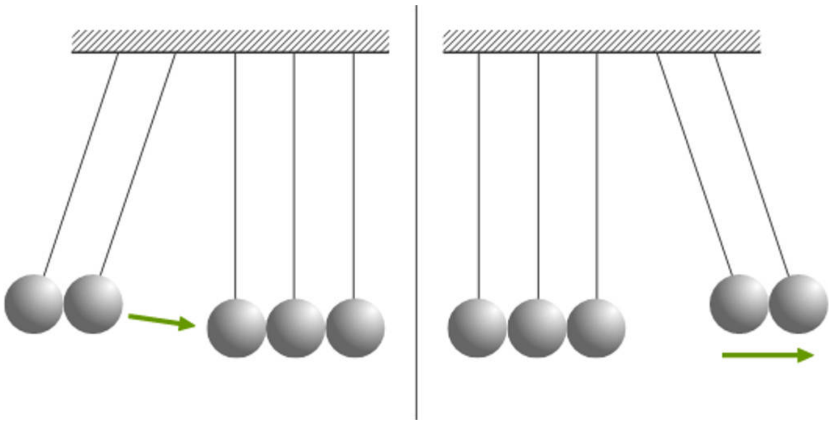
$m_1 a_1 = F_1$ (träge)
$m_2 a_2 = F_2 + F_G$ (träge)
$F_1 = -F_2$
Der Faden muss gespannt bleiben.
$a_1 = a_2$
$\Rightarrow m_1 a = -m_2 a$
$F_1 = -F_2$
$m_{1,träge} a_1 = F_1 = -F_2 = -(m_{2,träge} a_2 - F_G)$
mit $F_G = -m_{2,schwer} g$
$m_{1,träge} a = -m_{2,träge} - m_{2,schwer} g ä$

$$a = \frac{m_{2,schwer}}{m_{1,träge} + m_{2,träge}} g$$

Teil VI
Vorlesung 6

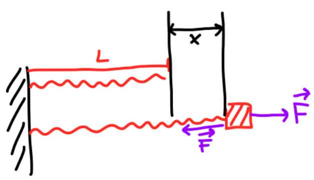
Bei der Gravtitation gibt es einige Experimentelle Möglichkeiten die Gravitation zu veranchaulichen und zu beweisen. Im allgemeine gilt immer dass eine Schwere Masse immer eine Gravitation auf andere Objekte ausübt. Die Masse kann aber noch so gering sein und trotzdem wird dies einen unterschied im Gravitationsfeld machen, es wird nur für das Menschliche Auge nicht sichtbar sein da es viel größere Massen gibt.

13 Impulserhaltung



$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow m_1, \vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0 = (m_1 + m_2 * \underbrace{\vec{v}_2}_{0})$

13.1 Federn



Ruhelage
$\vec{F} = -k\vec{x}$ (linear)
$m \underbrace{\vec{a}}_{\ddot{x}} = \vec{F} = -k\vec{x}$
$\ddot{x} + \frac{k}{m}\vec{x} = 0$ Bewegungsgleichung
Differentialgleichung 2. Ordnung

13.1.1 Hook'sches Gesetz

$$F_x = -k_F \cdot \Delta x \qquad \Delta x \equiv x - x_0 \equiv x$$

$$\rightarrow \quad F_x = -k_F \cdot x$$

Zuerst wird Arbeit an der Feder verrichtet (Verformung), dann verrichtet die Feder selbst Arbeit.

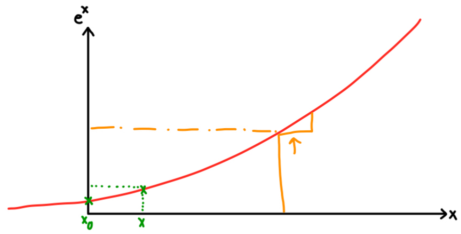
$$W_{02} = \int_{x_0}^{x_2} F_x \Delta x = -\frac{1}{2} k_f x_2^2 < 0$$

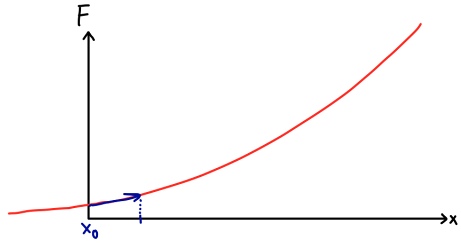
$$W_{20} = \int_{x_2}^{x_0} F_x \Delta x = \frac{1}{2} k_f x_2^2 > 0$$

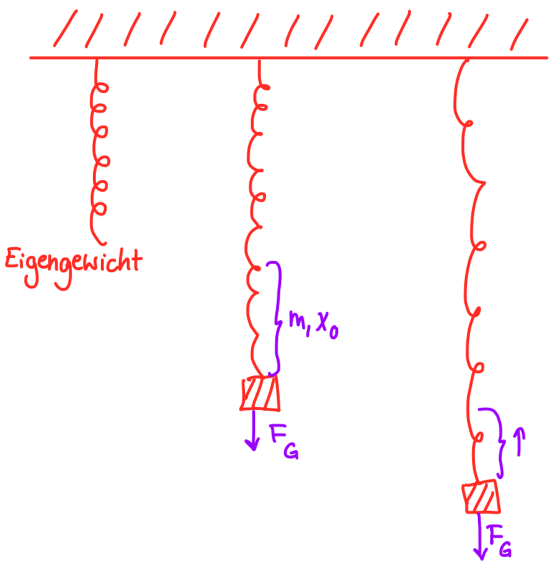
13.1.2 Taylorentwicklung

In dem Fall gibt es auch das Beispiel der Taylorentwicklung der e-Funktion. $d_{(x)} \qquad d'_{(x)}$
$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{((x-x_0)^2}{2!} f''$
$x_0 = 0$

$$f(x) = f(0) + (x - 0)e^0 + \frac{(x-0)^2}{2!} e^0 + ... = \underbrace{\underbrace{1}_{Ruhelage}}_{} + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$





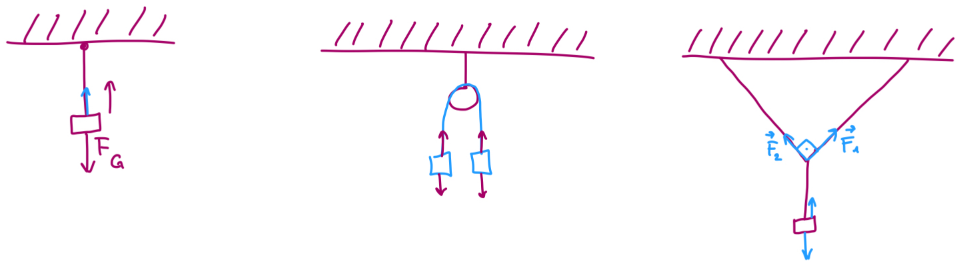


$$F_G + F_{Feder} = mg - kx_0 \underbrace{=}_{(1} 0 \Rightarrow k$$

$$m\ddot{x} = mg - k \underbrace{(x_0 + x)}_{(1) einsetzen}$$

$$m\ddot{x} = kx$$
$$\ddot{x}\frac{k}{m}x$$

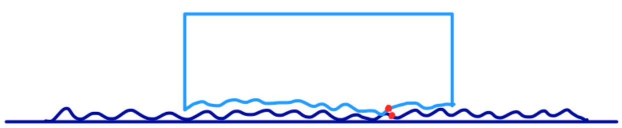
13.1.3 Seilspannung



$m * a = \sum F = F_G + F_A S = 0 \sum \vec{F} = 0$
$-\vec{F}_G = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
$Notiz : \vec{F}_1 * \vec{F}_2 = |\vec{F}_1| * |\vec{F}_2| * cos\alpha$
$\vec{F}_G^2 = \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2 \underbrace{\vec{F}_1 \vec{F}_2}_{\text{=0 wegen 90 grad}}$
$S^2 = 4^2 + 3^2$

14 Reibung

$$F_R = \mu \cdot F \qquad \vec{F}_{\sqcup}\text{i st entgegen } \vec{v}$$

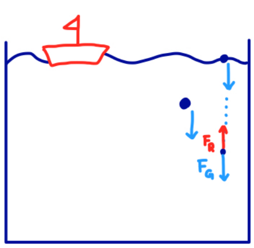


Reibungskraft:

μ	Haft	Gleit
Stahl -Stahl	0,75	0,57
Teflon - Teflon	0,04	0,03

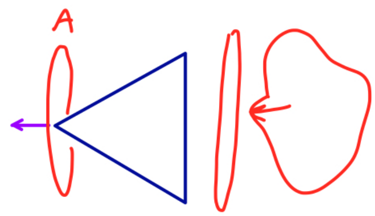
14.0.1 Stokes Reibung

Reibung im Wasser



$F_R = 6\pi * r\mu * v \Rightarrow$ Viskosität
$|F_R| = |F_G| \Rightarrow mg = 6\pi r\mu v$
$\Rightarrow v = konst$
solange v klein ist

14.0.2 Newton-Reibung



$$F_R = \frac{1}{2} \underbrace{a_w}_{\text{spezifische Luftwiederstand —}} \underbrace{\rho}_{\text{Dichte der Luft}} Av^2$$

Teil VII

Vorlesung 8

14.1 Wiederholung

Angenommen man habe eine Senke und ein Auto welcher hinterrutscht. Man hat also drei Kräfte die Aufrreten. Diese Wären die Gewichtskraft, die Normalkraft und die Reibung(Haftreibung). Dazu gilt wenn die nicht negative Kraft größer ist als die Haftreibung dann herscht beschleunigung.

$$F_{Haft} = \mu F_N$$

$$\text{Gleitreibung } F_{Gleit} = \mu_G F_N$$

15 Schwingungen

15.1 Harmonischer Oszilator

Wenn man eine Feder hat und an dieser irgendeine Masse m hängt, gibt es logischerweise eine Auslenkung an der Feder. Damit wirkt natürlich eine Kraft nach oben und die Federkraft nach unten.

$$m\ddot{x} = F = -kx$$

Und nun zur Bewegungsgleichung des Harminischen Oszilator. Dieser Fall lässt sich auf sehr viele Beispiele anwenden.

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

15.1.1 Pendel

Man nehme ein Pendel in einer Ruhelage und ein weiteres Pendel welches dem anderen Pendel volkommen gleicht. Das zweite Pendel unterscheidet sich lediglich durch die auslenkung des Pendels um den Winkel φ.
Die **Masse** ist bei einem Pendel volkommen egal da nur die Gewichtskraft auf die Masse des Pendels wirkt.
Wir sagen nun, dass wir bei dem zweiten Pendel noch zusätzlich eine Tangentialkraft haben welche logischerweise in Richtung des Ruhelage zeigt.

$$F_T = -F_G \cdot sin\varphi = -mg \cdot sin\varpi$$

Nun nutzen wir die defnition des Bogenmaßes um folgende Gleichung daraus zubekommen.

$$\underbrace{x_T}_{UmfangallerBahnen} = \underbrace{l}_{Radius} \cdot \underbrace{\varphi}_{Winkel}$$

Also
$\ddot{x}_T = l\ddot{\varphi}$

$$F_t = m_{Träge} \cdot \underbrace{a_T}_{\ddot{x}_T} \Rightarrow m_g \cdot g \cdot sin\varphi = m_T \cdot l\ddot{\varphi}$$

$\Rightarrow$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} sin\varphi = 0 \tag{1}$$

Nährung dazu: $sin\varphi \approx \varphi$ in Bogenmaß für kleine φ

Ein Praktischer Exkurs:

$$\varphi_{\text{in Grad}} = \varphi_{Bogenmaß} \cdot \frac{360°}{2\pi} \tag{2}$$

15.2 allgemeine Lösung harmonischer Oszilator:

Feder: $w^2 = \frac{k}{m}$ Pendel $w^2 = \frac{g}{l}$

Bewegungsgleichung: $\ddot{y}_{(t)} + w^2 y_{(t)} = 0$ Da wir nun eine Differentialgleichung haben brauchen wir nun einen Ansatz den wir raten müssen.

$$\dot{y}_{(t)} = A \cdot sin(w \cdot t) + B \cdot cos(w \cdot t)$$

$\dot{y} = w \cdot A \cdot cos(wt) \quad - w \cdot B \cdot sin(wt)$
$\ddot{y} = -w^2 \cdot A \cdot sin(wt) - w^2 \cdot B \cdot cos(wt)$
$\ddot{y}_{(t)} - w^2 y_{(t)}$

15.2.1 Anfangsbedingungen

- **1. Fall:** $y_{(0)=y_0} = B$
  $\dot{y}_{(0)} = 0 = wA$
  $\Rightarrow A = 0$ $y_{(t)} = y_0 \cdot cos(wt)$
- **2. Fall** $y_0 = 0 = B$
  $\dot{y}_{(0)} = v_0 = w \cdot A$
  $\Rightarrow A = \frac{v_0}{w}$
  Die beiden letzen Zeilen zusammen ergibt dann:
  $y_{(0)} = \frac{v_0}{w} sin(wt)$
- **Alternative:**
  $y_{(0)} = C \cdot (wt + \varphi_0)$
  Wir nutzen nun die die Additionstheoreme.
  $C \cdot sin(wt) \cdot cos\varphi_0$
  $C \cdot cos(wt) \cdot sin\varphi_0$

$= \underbrace{C \cdot cos\varphi_0}_{A} \cdot sin(wt) + \underbrace{C \cdot sin\varphi_0}_{B} \cdot cos(wt)$

wir setzen die Dimension $[w] = \frac{1}{s}$ also die Kreisfrequenz

$sin(wt)$
Ich überspringe einfach mal die weitere Herleitung:

$$w = \frac{2\pi}{T} \qquad w = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ bzw. } \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad [w] = \left(\frac{m}{s^2 m}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{s}$$

16 4.7 Variable Masse

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{p}}{dt} &= \vec{F} \Rightarrow \vec{p} = \vec{F}dt \\ &= \int_{p_0}^{p(t)} d\vec{p} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}dt \\ &= p_{(t)} - p_0 = \underbrace{\int_{t_0}^{t} \vec{F}dt}_{\text{Kraftstoß}}\end{aligned}$$

16.1 Bsp. inelastischer Stoß

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

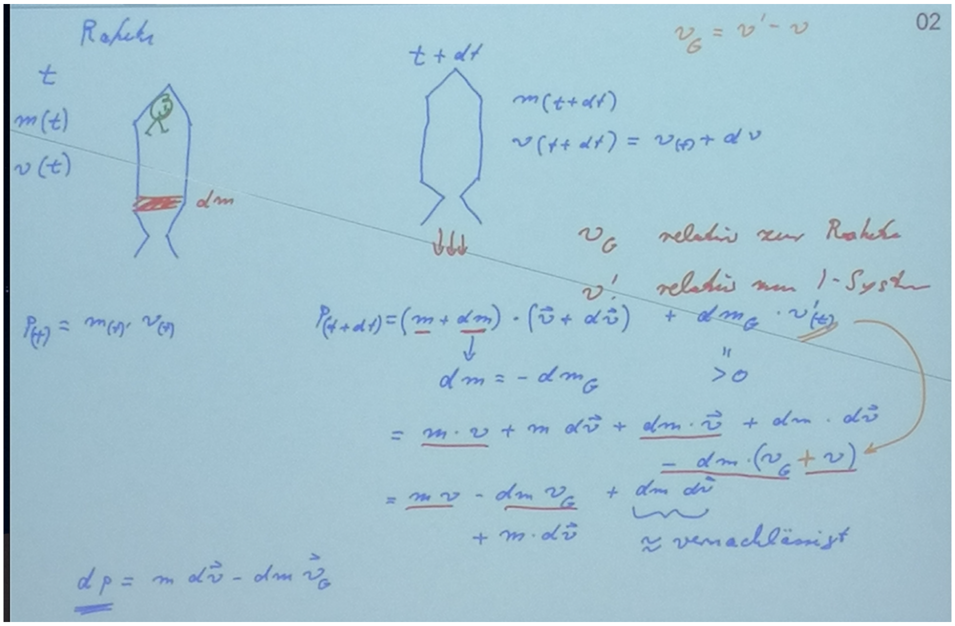
Teil VIII

Vorlesung 9

Wiederholung
Man stelle sich vor man habe eine Kraft die proportional zu einer Auslenkung von der Ruhelage ist.
So hat man die Differentialgleichung einer Schwingung: $\ddot{x} + w^2 x = 0$

$$x_{(t)} = A \cdot sin(wt) + B \cdot cos(wt)$$

16.2 Rakete



Äußere Kraft:
F $= \frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{dm}{dt}\vec{v}_G$

$$-mg = m \cdot \dot{\vec{v}} - \dot{m} \cdot \vec{v}_G \quad (3)$$

Wird nun mit $\frac{dt}{m}$ multipliziert
Das ganze muss immer größer 0 sein.

$$\underbrace{|\vec{v}_G| \cdot |\frac{dm}{dt}}_{Schubkraft} \text{ kleiner als } mg$$

16.2.1 Lösung

$$-\sum_{t_0}^{t} g \cdot dt = \sum_{\vec{v}_0}^{\vec{v}_{(t)}} d\vec{v} - \sum_{m_{(t)}}^{m_0} \frac{dm}{m} \cdot \vec{v}_G =$$

$$\vec{v}_{(t)} = \vec{v}_0 - g(t - t_0) + |\vec{v}_G| \cdot ln\frac{m_0}{m_{(t)}} \quad (4)$$

17 4.8 Energie

17.1 Arbeit

Wir gucken uns zunächst die Arbeit für ein sehr kleines Stück eines Weges an.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r \cdot |d\vec{r}|$$

$\int dW = \sum \vec{F} \cdot \vec{v} dt$ dabei ist $d\vec{r} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$

und $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Es gibt aber noch die möglichkeit, die häufig auftritt und die Rechnung erheblich vereinfacht ist, dass:
falls $\alpha = const$
$w = cos\alpha \int |\vec{F}| ds$

17.1.1 Beispiel: Der Freie Fall

Wir haben damit einen Punkt A und einen Punkt B wobei A höher liegt als B. die Distanz zwischen den beiden Punkten bezeichnen wir mit h.

$$\vec{r}_A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \quad \vec{r}_B \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dz \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow W = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_0} \vec{F} d\vec{r} = -\int_h^h m \cdot g dz = -m \cdot g \cdot (0-h) = m \cdot g \cdot h$

17.1.2 Bsp: Feder

$F = -kx$

$$\left[W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int_{x_0}^{0} F dx = -k\frac{x^2}{2}x_0 = \frac{1}{2}kx^2 \right]$$

17.1.3 Konstante Kraft

$\vec{F} = konst$

- W $= \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \int_A^B d\vec{r} = \vec{F}(\vec{r}_B - \vec{r}_A)$
  r_B ist dabei der Endpunkt und logischerweise ist r_A dann der Anfangspunkt.

17.2 Konservative Kräfte

Fast alle Kräfte in der Natur sind konservative Kräfte.

- $\vec{F}$ konstant
- $\vec{F}$ Zentralkraft (F hängt nur von r ab also vom Zentrum der Kraft)

Es ist keine konservative Kraft, wenn diese von der Zeit oder von der Geschwindigkeit abhängt. Ein Beispiel für eine Kraft die von der Geschwindigkeit abhängt wäre beispielsweise die Reibung.

Eine konservative Kraft W ist unabhängig vom Weg

17.2.1 Das gechlossendes Wegintegral

$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0$ für konservative Kräfte

Teil IX

Vorlesung 10

Arbeit:

$$dW = \vec{F} d\vec{s}$$
$$W = \int \vec{F} d\vec{s} = \int \vec{F} \vec{v} dt$$

18 4.9 Potentielle Energie und Potential

Wenn wir einen Weg haben mit einem start und einem Endpunkt, dann ist der Weg als Arbeit definiert. So haben sowohl anfangs als auch endpunkt eine Potentielle Energie.

$$W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = E_{Pot,A} - E_{Pot,B}$$

Dazu machen wir jetzt noch ein Paar Beispiele. Was man noch anmerken kann ist, dass Potentielle Energie nur für konservative Kräfte formuliert ist, durch einfache überlegungen dürfte dies auch klar werden.
Wie bereits bekannt ist die Potentielle Energie:

$$E_{Pot} = m \cdot g \cdot h$$

18.1 Beispiel

$$E_{Pot(h)} - \underbrace{E_{Pot,(0)}}_{E_{Pot(h=0)=0}} = W = m \cdot g \cdot h$$

18.2 Gravitation

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} E_{pot}(r = 0) - E_{Pot}(r) = -\int G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr = G \frac{m_1 m_2}{r}$$

Theorem 1.

$$E_{Pot(r)} = -G \frac{m_1 m_2}{r}$$

Die Potentielle Energie ist also immer negativ für eine **Anziehende Kraft**.

Theorem 2.

$$V_{(r)} = -G \frac{m_1}{r}$$

Nun stellen wir uns die Frage wie man das ganze Rückwärts machen würde oder ob das überhaupt möglich ist. Die Antwort ist ja, es geht.

18.3 Von Potentieller Energie auf Engergie schließen

$$\vec{F} \to E_{pot}$$

$E_{pot,B} - E_{pot-A} = \int_A^B F_x dx$
$dF_{pot} = -F_x dx$
$F_x = -\frac{dE_{pot}}{dx}$

Theorem 3.

$$\vec{F} = -\nabla E_{pot(\vec{r})}$$

Ableitung des Potentials ist die Kraft.

18.4 kinetische Energie

Theorem 4.

$$\frac{1}{2}mv^2$$

Wie bereits bekannt ist wird so die Potentielle Energie definiert. Es gibt viele verschiedene Möglichkeiten dies zu beweisen. Folgendes st eine Möglichkeit die wir in der Vorlesung genutzt haben.

Beweis.

$$F_T = m\frac{dv}{dt}$$

$$\vec{F}d\vec{r} = F_T ds = m\frac{dv}{dt}ds$$

$$= m = \frac{ds}{dt}dv$$

$$= m \cdot vdv$$

$$W = \int_A^B \vec{F}d\vec{r} = \int_{V_A}^{V_B} m \cdot vdv = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m(\vec{v}_B^2 - \vec{v}_A^2)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 = \frac{\vec{p}^2}{2m} \quad W = E_{kin,B}E_{kin,A}$$

□

18.5 Energieerhaltung

$$W = E_{kin,B} - E_{kin,A}$$

$W = E_{pot,A} - E_{pot,B}$

Theorem 5.

$$E := E_{pot,A} + E_{pot,A} = E_{pot,B} + E_{pot,B}$$

Ein Gutes Beispiel dafür wäre mal wieder eine Feder.

18.6 4.10 Drehbewegung

"Drehmoment ist das was das Drehmoment ändert."

$$\vec{r}_{(t)} = R \begin{pmatrix} cos(wt) \\ sin(wt) \end{pmatrix}$$

Damit definieren wir nun die Winkelgeschwindigkeit:

Theorem 6. $w = \dot{\varphi}$
Die Winkelgeschwindkeit sagt also aus wie viel sich der Winkel ändert

$$\vec{v}_{(t)} = \dot{\vec{r}} = \dot{\varphi} R \frac{-sin\varphi}{cos\varphi}$$

$$\vec{v} = \vec{w} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\varphi} R \frac{-sin\varphi}{cos\varphi} + \underbrace{\dot{\varphi}^2}_{w^2} R \underbrace{\begin{pmatrix} -cos\varphi \\ -sin\varphi \end{pmatrix}}_{-\vec{v}}$$

$$= \vec{a} = \underbrace{\dot{w} R \vec{e}_v}_{\text{erhöht Rotationsgeschwindigkeit}} - \underbrace{w^2 \cdot r}_{\text{Zentripetalkraft nach innen}}$$

Teil X

Vorlesung 11

Alles

	gradlinig		kreisbewegung		
	$x(t)$	$\vec{r}(t)$	$\varphi(t)$		
$\frac{d}{dt}$	$v_x(t)$	$\vec{v}(t)$	ω	$\vec{\omega}$	Richtung aus Drehsinn
$\frac{d}{dt}$	$a_x(t)$	$\vec{a}(t)$	$\dot{\omega}$	$\dot{\vec{\omega}}$	
Newton M	$F_x = \dot{p}_x$	$\vec{F} = \dot{\vec{p}}$	M_x	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = \dot{\vec{L}}$	Drehmoment
	$p_x = m \cdot v_x$	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	L_x	$\vec{L} = I \times \vec{\omega}$	Drehimpuls
E_{pot}	$E_{pot} = \int F dx$	$\int \vec{F} dr$			
E_{kin}	$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_x^2$	$\frac{1}{2} m \vec{v}^2$	$E_{rot} = \frac{1}{2} I \vec{\omega}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$		E_{kin} für Rotationen
Masse	m		$I = m \cdot r^2$ ↳ Abstand von Drehachse		Trägheitsmoment

Diese Größen sind hier alle additiv!

Def: Trägheitsmoment $I = m \cdot r^2$

$E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

$$\vec{v}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

Teil XI
Vorlesung 12

18.7 4.11 Drehmomente

$$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \overrightarrow{F}$$

$$\dot{\overrightarrow{L}} = \overrightarrow{M} \qquad \overrightarrow{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

19 Scheinkräfte

Es gibt verschiedene möglichkeiten sich zu bewegen. Wir nehmen uns nun die Gradlinige Beschleunigung und die Rotation. Dazu haben wir jetzt noch ein Initialsystem S mit der Kraft $\overrightarrow{F}$ und der beschleunigung $\vec{a}$. zu diesen größen gibt es dann noch jeweils die $'$ komponente die für das Relativistisch Beschleunigte System steht..

Gradlinige Beschleunigung:

$$v_{(t)} = const \quad \vec{r}' = \vec{r} - v$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - v \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a}$$

$\overrightarrow{V}_{(r)} =$ nicht konstant

$$\vec{a}' = \vec{a} - \overrightarrow{A} \text{ gradlinige Beschleunigung} \qquad m\vec{a}' = m\vec{a} - m\overrightarrow{A}$$

$$\overrightarrow{F}' = \overrightarrow{F} - \underbrace{m\overrightarrow{A}}_{\text{Trägheitskraft}}$$

Rotation

$$\overrightarrow{F}' = \overrightarrow{F} - \underbrace{2m\vec{w} \times \vec{v}'}_{\text{Corioliskraft}} - \underbrace{m\vec{w} \times (w \times \vec{r}')}_{\text{Flächenkraft}}$$

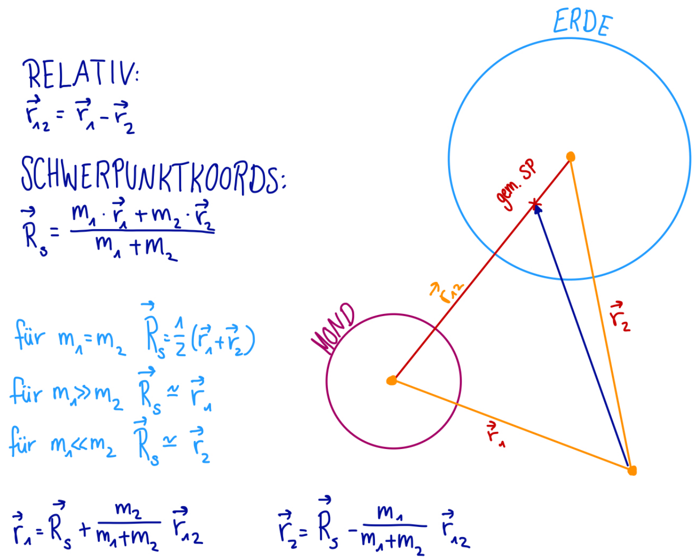
20 6 Zweiteilchen Systeme

20.1 Schwerpunktsystem und Relativsystem

- Erde - Mond
- H proton + elektron
- $O_2 \quad O + O$
- Feder von box 1 zu box 2

$\overrightarrow{F}_{21} = -\overrightarrow{F}_{12} \Leftarrow$ innen
$\overrightarrow{F}_1, \overrightarrow{F}_2 \Leftarrow$ äußere
$m_1\ddot{\vec{r}}_1 = \overrightarrow{F}_{12} + \overrightarrow{F}_1$
$m_2\ddot{\vec{r}}_2 = \overrightarrow{F}_{12} + \overrightarrow{F}_2$

20.2 Rechnung



$\vec{v}_{12} = \dot{\vec{r}}12 = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \qquad \vec{V}_S = \dot{\vec{R}}_S = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$

$$M = m_1 + m_2$$

Für die reduzierte Masse:

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}[\mu] = kg$$

für $m_1 = m_2 \qquad \mu = \frac{1}{2}m_1 = \frac{1}{2}m_2$
für $m_1 >> m_2 \qquad \mu \leq m_2$

20.3 Gesamtimpuls

$$\vec{p} = \vec{p} + \vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Also

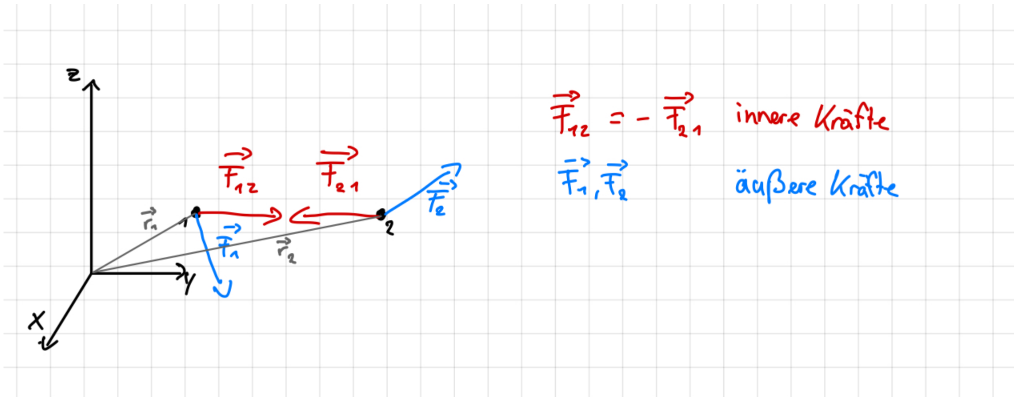
$$\vec{p} = \mu \cdot \vec{V}_s$$

$\underbrace{m_1\ddot{\vec{v}}_1 + m_2\ddot{\vec{r}}_2}_{\dot{\vec{p}}} = \underbrace{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}_{\text{Kraft außen}}$

$$\underbrace{\dot{\vec{p}} = \sum_{i,au\ss en} \vec{F}_i}_{\text{Gesamtimpulsändung}}$$

Teil XII

Vorlesung 12 - Übernahme durch Prof. Hagner



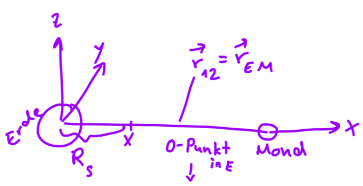
Schwerpunkt:

$$\vec{R}_S = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

Der Schwerpunkt ist also der Punkt wo das Objekt im Gleichgewicht liegt.

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{V}_S = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$



$R_s = \frac{m_E \cdot 0 + m_M \cdot r_{EM}}{m_E + m_M}$

$R_s = \frac{m_M}{m_E + m_M} r_{EM} =$

$= m_M = 7 \cdot 10^{22}$ kg $\quad \frac{m_M}{m_E} \approx 0{,}012$

$= m_E = 6 \cdot 10^{24}$ kg

$\vec r_{EM} = 384.400$ km

$0.012 \cdot 384400$ km $= 6370$ km

$$R_S = \frac{m_s \cdot 0 + M_M \cdot R_{EM}}{m_E + M_M}$$

$$R_S = \frac{m_M}{M_E + m_m} \cdot r_{EM} = 4600km$$

$$m_M = 7 \cdot 10^{22} kg \quad \frac{m_M}{m_E} \approx 0.012$$

$$m_E = 6 \cdot 6 \cdot 10^{24} kg$$

$$r_{EM} = 384.400km$$

reduzierte Masse:

$$\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

Damit gilt:

$$\vec{p} = m_1\vec{v} + m_2\vec{v}_2 = M \cdot \vec{v}_s$$

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \sum \vec{F}$$

welches dann für die äußere Kraft steht.

20.4 kinetische Energie

Nun wollen wir die gesamte kinetische Energie bestimmen

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$= \frac{1}{2}m_1(\vec{v}_S + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_{12})^2 + \frac{1}{2}m_2(\vec{v}_s\frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_{12})^2$$

dabei haben wir genutzt dass:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_S + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_{12} \quad \vec{v}_2 = \vec{v}_S + \frac{m_1}{m_1 + m_2}(-\vec{v}_{12}$$

nun können wir noch weiter umformen

$$= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\vec{v}_S^2 + \frac{1}{2}(\frac{m_1m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{m_2m_1^2}{(m_1 + m_2)^2})v_{12}^2$$

Dabei heben sich die Terme $\vec{v}_S\vec{v}_{12}$ auf

$$E_{kin} = \underbrace{\frac{1}{2}Mv_S^2}_{\text{kin. Energie des SP}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu v^{^2_{12}}}_{\text{reduzierte Masse,Relativgeschwindigkeit}}$$

Der Gesamt-Drehimpuls bezüglich des Koordianten Ursprungs

$$\vec{L} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = m\vec{r}_1 \times \vec{v}_1 + m_2\vec{r}_2 \times \vec{v}_2$$

Auf dem Übungsblatt 6 gibt es dazu eine Aufgabe wo das genau ausgerechnet werden soll wobei das Ergebnis dann so aussieht:

$$\vec{L} = M\vec{R}_S \times \vec{v}_S + \mu\vec{r}_{12} \times \vec{v}_{12}$$

Gesamt. Drehmoment (bzgl. Koordinaten Ursprung)

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{r}_1 \times (\vec{F}_{12} + \vec{F}_1) + \vec{r}_2 \times (-\vec{F}_{12} + \vec{F}_2)$$

$$= (/\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2]$$

Durch Überlegen wie sich die Skalarprodukte verhalten wird klar, dass folgendes herauskommen muss:

$$\vec{M} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \sum_{\overrightarrow{\ddot{a}u\beta ereM}}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d\vec{L}_1}{dt} + \frac{d\vec{L}_2}{dt} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{M} = \sum_{\overrightarrow{\ddot{a}u\beta ereM}}$$

Das ist nun also die **Drehimpulserhaltung** wenn keine äußere Kräfte wirken

20.5 sonderfall: Abgeschlossene Systeme

keine äußeren Kraft $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = 0$

$$\text{Impuls } \vec{P} = M \cdot \vec{V}_S = konst$$

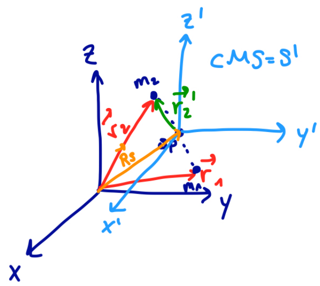
Schwerpunkt bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit

$$\text{Drehimpuls } \vec{L} = M \cdot \vec{R}_S \times \vec{a}_s + \mu \vec{r}_{12} \times \vec{v}_{12} = konst$$

Drehimpuls ist erhalten

20.6 Das Schwerpunktsystem

Def:
Koordinatenursprung liegt im Schwerpunkt obere äußere Kräfte:



$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R}_S$$
$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_S$$

$$\vec{v}_S = konst \Rightarrow \text{ CMS ist Inertialsyste}$$

$$\vec{R}_s' = 0 \quad \vec{r}_{12}' = \vec{r}_1' - \vec{r}_2' = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r}_{12}$$
$$\vec{v}_S' = 0 \quad \vec{v}_{12}' = \vec{v}_1' - \vec{v}_2' = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_{12}$$

Dabei ist $\vec{p}' = 0$ und der Gesammtimpuls im SPS damit 0

$$m_1 v_1' + m_2 \vec{v}_2' = 0$$

$$E_{kin}' = \frac{1}{2}\mu \overrightarrow{v_{12}^2} \qquad \vec{L}' = \mu \vec{r}_{12}' \times \vec{v}_{12}' \text{ also } L' = \text{konst}$$

Die **Bewegunbgsgleichung** für m_1, m_2 reduziert sich auf eine Bewegungsgleichung der Polarkorrdinate

$$\frac{d}{dt}\vec{v}_{12}' = \frac{d}{dt}\vec{v}_1' - \frac{d}{dt}\vec{v}_2' = \frac{\vec{F}_{12}}{m_1} - \frac{\vec{F}_{12}}{m\ _2} = \frac{\vec{F}_{12}}{m_1} + \frac{\vec{F}_{12}}{m_2}$$
$$= (\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2})\vec{F}_{12} = \frac{1}{\mu}\vec{F}_{12}$$

Nun zum Ergebnis

$$\mu \frac{d}{dt}\vec{v}_{12}' = \vec{F}_{12} = \mu \frac{d^2 \vec{r}_{12}'}{dt^2}$$

Als kurze zusammenfassung lässt sich sagen, dass wenn es keine äußeren Kräfte gibt sich das Zweikörperproblem reduzieren lässt auf ein Einkörperproblem mit reduzierter Masse (μ) und Relativkoordiante ($\vec{r}_{12}$)