

# Physik 1 Skript

Tom Herrmann

9. Mai 2019

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b>	<b>3</b>
1.1 Übungsgruppen . . . . .	3
1.2 Klausurbonus . . . . .	3
1.3 Buchempfehlungen . . . . .	3
<b>I Vorlesung 1</b>	<b>3</b>
<b>2 Was ist Experimentalpyhsik?</b>	<b>3</b>
<b>3 Was macht ein gutes Experiment aus?</b>	<b>3</b>
<b>4 SI-Einheiten</b>	<b>3</b>
4.1 Dimension . . . . .	4
<b>II Vorlesung 2</b>	<b>4</b>
<b>5 Wiederholung</b>	<b>4</b>
5.1 Definitionen . . . . .	4
<b>6 Kinematik des Massenpunktes</b>	<b>4</b>
6.1 Behauptung . . . . .	5
6.2 1-dimensionale Bewegung . . . . .	5
<b>III Vorlesung 3</b>	<b>6</b>
<b>7 3.3.4 Spezialfälle</b>	<b>7</b>
7.1 Gleichförmige Bewegung . . . . .	7
7.2 konstante Beschleunigung . . . . .	7
<b>8 3.4 3-Dimensionale Bewegung (Vektoren)</b>	<b>7</b>
<b>IV Vorlesung 4</b>	<b>7</b>
<b>V Vorlesung 5</b>	<b>11</b>
<b>9 Newton Axiome</b>	<b>11</b>

<b>10 Inertialsysteme</b>	<b>11</b>
<b>11 Gravitation</b>	<b>11</b>
11.1 Erdbeschleunigung . . . . .	11
<b>12 Trge und schwere Masse</b>	<b>12</b>
 <b>VI Vorlesung 6</b>	 <b>12</b>
<b>13 Impulserhaltung</b>	<b>13</b>
13.1 Federn . . . . .	13
13.1.1 Hook'sches Gesetz . . . . .	13
13.1.2 Taylorentwicklung . . . . .	13
13.1.3 Seilspannung . . . . .	15
<b>14 Reibung</b>	<b>15</b>
14.0.1 Stokes Reibung . . . . .	15
14.0.2 Newton-Reibung . . . . .	16
 <b>VII Vorlesung 8</b>	 <b>16</b>
14.1 Wiederholung . . . . .	16
<b>15 Schwingungen</b>	<b>16</b>
15.1 Harmonischer Oszillator . . . . .	16
15.1.1 Pendel . . . . .	16
15.2 allgemeine Lösung harmonischer Oszillator: . . . . .	17
15.2.1 Anfangsbedingungen . . . . .	17
<b>16 4.7 Variable Masse</b>	<b>18</b>
16.1 Bsp. inelastischer Stoß . . . . .	18
 <b>VIII Vorlesung 9</b>	 <b>18</b>
16.2 Rakete . . . . .	18
16.2.1 Lösung . . . . .	19
<b>17 4.8 Energie</b>	<b>19</b>
17.1 Arbeit . . . . .	19
17.1.1 Beispiel: Der Freie Fall . . . . .	19
17.1.2 Bsp: Feder . . . . .	20

# 1 Einführung

peter.schleper@physik.uni-hamburg.de

## 1.1 Übungsgruppen

Es gibt 4 Übungsgruppe und eine davon ist auf Englisch.

## 1.2 Klausurbonus

Es müssen 50% der Aufgaben richtig abgegeben worden sein des jeweiligen Teils (Experimental und theoretische Physik) um einen Klausurbonus zu erhalten. Der Klausurbonus ermöglicht es mit nur 30% der benötigten Punktzahl die Klausur zu bestehen.

## 1.3 Buchempfehlungen

Gerthsen "Physik" Verlag Springer ist das Buch mit dem er gelernt hat.

## Teil I

# Vorlesung 1

## 2 Was ist Experimentalpyhsik?

Die ersten Leute die sich gedanken in Richtung Physik gemacht haben waren Philosophen und erst ab dem 17 Jahrhundert fing der Umschwung an. Dabei war der Gedanke einfach Erkenntnisse über die Natur zu erlangen und dies wenn möglich zu vereinfachen. Wie Einstein aber sagte: "Dinge zu vereinfachen ist gut, sie einfacher zu machen als sie eigentlich sind aber nicht"

## 3 Was macht ein gutes Experiment aus?

- Naturbeobachtung
- reproduzierbar
- Naturgesetzte daraus ableiten

## 4 SI-Einheiten

$x = 1.307m \rightarrow \text{Einheit } [x] \Rightarrow = \text{Meter} ; \dim x = \text{Länge definieren Standards}$

- [Zeit] = SI: s - cgs: s
- [Lngen] = SI: m - cgs: cm
- [Masse] = SI: kg - cgs: g

## 4.1 Dimension

$$[\text{Länge}] = 1m$$

$$[\text{Fläche}] = 1m^2$$

$$[\text{Volumen}] = 1m^3$$

$$[\text{Geschwindigkeit}] = 1 \frac{m}{s}$$

$$[\text{Zeit}] = 1s$$

$$[\text{Kraft}] = 1N = 1 \frac{kg \times m}{s^2}$$

$$[\text{Leistung}] = 1W = 1 \frac{N}{s} = 1 \frac{kg \times m}{s^3}$$

Sämtliche Terme einer Gleichung müssen dem entsprechend die gleiche Dimension haben

## Teil II

# Vorlesung 2

## 5 Wiederholung

Wichtige Faktoren für ein gutes Experiment

- Reduzierung von Naturerscheinungen
- Vereinfachung
- Systematisch
- Qualitativ
- Reproduzierbar

### 5.1 Definitionen

Eine Sekunde wird am besten über die Atomphysik definiert und zwar über die Cs Atome.

Ein Meter ist über die Lichtgeschwindigkeit Definition.  $1m = c * \frac{1s}{299792458m}$

Die Masse wird definiert über ein sogenanntes Urkilogramm. Sprich über eine Masse werden alle anderen Massen definiert.

Stromstärke: A wird ebenfalls über ein Experiment definiert.

Stoffmenge: mol

Temperatur: Kelvin k

**Alle Naturkonstanten wurden letztes Jahr (2018) dabei neu definiert um eine höhere Genauigkeit zu gewährleisten**

## 6 Kinematik des Massenpunktes

Ein realer Körper:

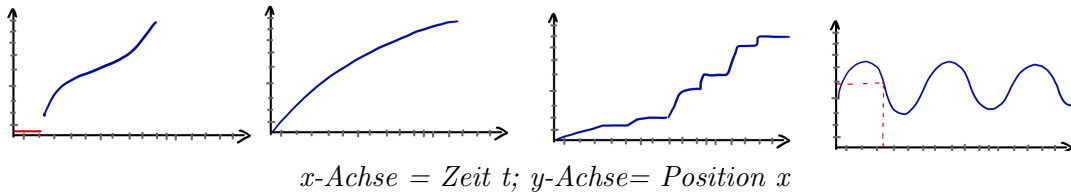
- Translation
- Rotation
- Deformation

Aber nun reden wir über einen starren Körper also einen Körper bei dem alle Abstände innerhalb des Körpers unabhängig von der Zeit gleich bleiben (**keine Deformation**).

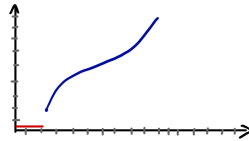
Auf den Massepunkt wirkt ebenfalls keine Rotation in diesem Beispiel. Was allerdings nicht heißt dass man in der realen Welt die Rotation (SPIN) einfach vernachlässigen kann egal wie klein dieses Teilchen auch sein möge.

## 6.1 Behauptung

Man kann 2-Dimensionale Bewegungen beschreiben.



## 6.2 1-dimensionale Bewegung



$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0}$$

Die Geschwindigkeit ist natürlich immer eine Durchschnittsangabe da es über eine gewisse Zeitspanne angegeben wird.

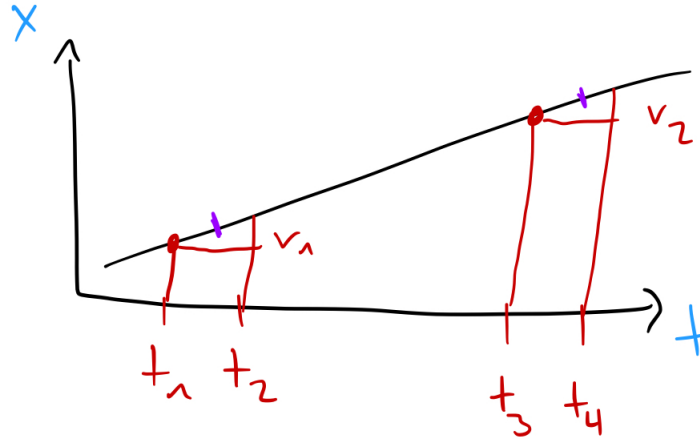
## Teil III

# Vorlesung 3

$$v = \dot{x} \quad v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \dot{v} = \ddot{x} \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\text{Mittelwertbeschleunigung} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{x_4 - x_3}{t_4 - t_3} - \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}{t_3 - t_1}$$



$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow x(t) = x_0 + \int_t^{t_0} v dt$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow v(t) = v_0 + \int_t^{t_0} a dt$$

$x(t)$  bei gegebenen  $a(t)$

$$x(t) = x_0 + \int_t^{t_0} (v_0 + \int_t^{t_0} a(t) dt) dt$$

$v(t)$  aus  $a(x)$ :

$$v = \frac{dx}{dt} \quad dt = \frac{dx}{v}$$

$$a = \frac{dv}{dt} \quad dt = \frac{dv}{a}$$

darauf ergibt sich  $\frac{dx}{v} = \frac{dv}{a} \Leftrightarrow \int_{v_1}^{v_0} v dv = \int_{x_1}^{x_0} a(x) dx$  durch weiteres umformen kommt man zum ausdruck:

$$\frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}v_0^2 = \int_x^{x_0} a(x) dx$$

Wenn man nun die Masse mit einbezieht kommt man zur klassischen kinetischen Energie

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \int_x^{x_0} a(x) dx$$

## 7 3.3.4 Spezialfälle

### 7.1 Gleichförmige Bewegung

$$a = 0 \Leftrightarrow v = v_0 \quad x(t) = x_0 + v_0(t - t_0)$$

Also ist die Geschwindigkeit konstant

### 7.2 konstante Beschleunigung

$$a = \text{const} \quad v = v_0 + a(t - t_0)$$

$$x = x_0 + \int_{t_0}^t (v_0 + a(t - t_0)) dt$$

$$= x_0 + \int_{t_0}^t v_0 dt + a \int_{t_0}^t (t - t_0) dt$$

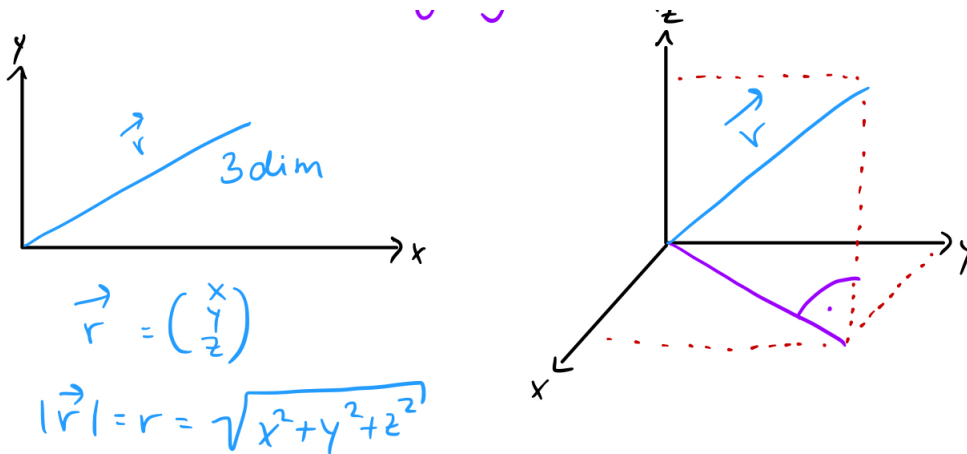
$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

**Wahl des Koordinaten Systems:**

**t=0 und x=0** Gleichförmige Bewegung:  $a = 0$ ;  $v = v_0 \rightarrow x = v * t$

**konstante Beschleunigung:**  $a = \text{const}$ ;  $v = v_0 + at$ ;  $x = vt + \frac{1}{2}at^2$

## 8 3.4 3-Dimensionale Bewegung (Vektoren)



Sofern es keinen Vektorpfeil über einem Vektor gibt ist meist die Länge des Vektors gemeint

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \|\vec{r}\| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\Leftrightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$\text{Beschleunigung } a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Teil IV

## Vorlesung 4

Zusammenfassung am 23. April 19

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

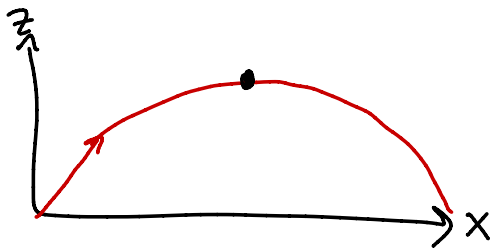
$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$$

Bsp:  $\frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{r})$       Klammer vor Punkt vor Strich  
vor Ableitung

---

Bsp. Kapitel 3.4.1.: schiefer Wurf



Anfangsgeschw  $\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} \\ 0 \\ v_{0z} \end{pmatrix}$

Beschleunigung  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_z \end{pmatrix}$        $a_z = -9,81 \frac{m}{s^2}$

Spezialfall:  $\vec{a} = \text{const}$

$$\vec{r} = \cancel{\vec{r}_0} + \cancel{\vec{v}_0} (t - \cancel{t_0}) + \frac{1}{2} a (t - \cancel{t_0})^2$$

Koord  $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  in  $t_0 = 0s$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{0x} \cdot t \\ 0 \\ v_{0z} \cdot t \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_z \cdot t^2 \end{pmatrix} \Rightarrow y = 0$$
$$x = v_{0x} \cdot t$$
$$z = v_{0z} \cdot t + \frac{1}{2} a_z t^2$$



höchster Punkt des schiefen Wurfs:

$$v_z(t)_m = 0 \Rightarrow v_z = v_{0z} + a_z t_m = 0$$

$$t_m = -\frac{v_{0z}}{a_z}$$

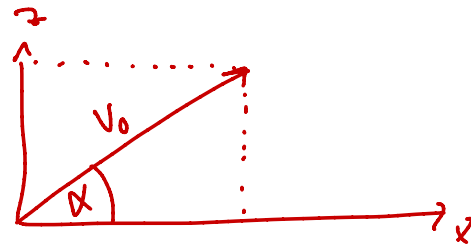
$$t_{\text{total}} = 2 t_m = -2 \frac{v_{0z}}{a_z}$$

$$\Rightarrow x = v_{0x} \cdot t$$

$$x_{\text{total}} = v_{0x} \cdot t_{\text{total}} = -2 \frac{v_{0x} v_{0z}}{a_z}$$

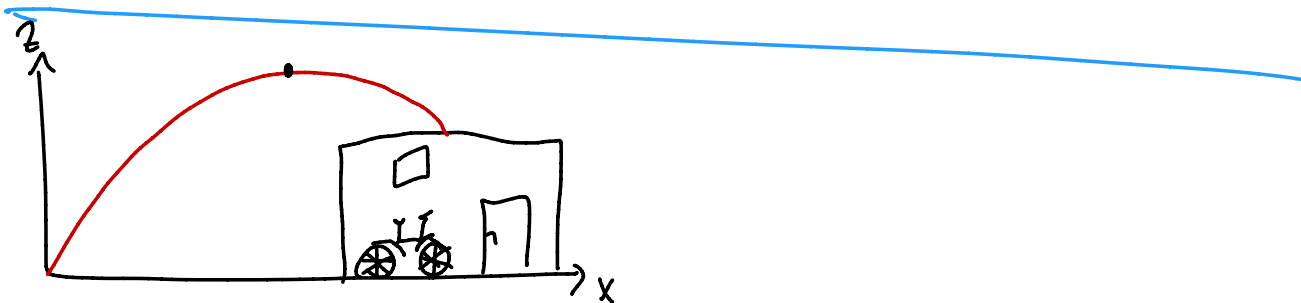
Als Funktion des Winkels:

$$\frac{d}{d\alpha} x_{\text{total}}(\alpha) = 0 \Rightarrow \text{Max Wurfweite}$$



$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_{0z} = v_0 \cdot \sin \alpha$$



Heute wollen wir über Kräfte reden

## Kapitel 4 Dynamik von Massenpunkten:

### 4.1: Newton'sche Axiome

• Trägheitsprinzip

• gleichförmig geradlinig, falls keine äußeren Kräfte wirken

• Aktionsprinzip

• Änderung des Impulses kann nur proportional zur Kraft und in Richtung der Kraft (äußeren) stattfinden.

$$\text{Impuls} = \vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\frac{d}{dt} \vec{p} = \vec{F}$$

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1\text{N}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} (m \cdot \vec{v}) = \dot{m} \vec{v} + m \cdot \dot{\vec{v}} \\ = \dot{m} \vec{v} + m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

falls  $m = \text{const} \leftarrow \Rightarrow m \cdot \vec{a} = \vec{F}$

## Teil V

# Vorlesung 5

## 9 Newton Axiome

- **Trägheitsprinzip** Ein Körper bleibt in Ruhe oder gleichförmiger Bewegung wenn keine resultierende äußere Kraft wirkt.
- **Aktionsprinzip** Ein Körper wird in Richtung der resultierenden äußeren Kraft beschleunigt und es gilt

$$\vec{F} = m * \vec{a}$$

, mit  $m$  = Masse des Körpers (Konstant) und  $\vec{a}$  der resultierender Beschleunigungsvektor.

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$

- **actio = reactio** Die Kräfte treten immer Paarweise auf: Wenn der Körper A eine Kraft  $\vec{F}_A^{(B)}$  auf einen Körper B ausübt, dann wirkt eine gleichgroße, aber entgegengesetzte gerichtete Kraft  $\vec{F}_B^{(A)}$  von B auf A.  
 $\vec{F}_A^{(B)} = -\vec{F}_B^{(A)}$

## 10 Inertialsysteme

In einem Inertialsystem gilt  $F = m * a$  in seiner reinsten Form. Es ist damit ein Bezugssystem, in welchem sich ein kräftefreier Körper gradlinig gleichförmig bewegt. Die **Newtonschen Axiome** gelten damit **nur in Inertialsystemen**

## 11 Gravitation

$$\vec{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$$

$$\vec{F}_G = m \cdot \vec{a}_G$$

$$F_G = m \cdot g$$

$$\vec{F}_{12} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot \hat{e}_{21}$$

$g$  ist ortsabhängig,  $m$  ist eine intrinsische Eigenschaft.

Dabei ist  $G = 6,67 * 10^{11} \frac{m^3}{kg s^2}$

### 11.1 Erdbeschleunigung

Die Annahme zum Ausrechnen der Erdbeschleunigung ist dass der Masseschwerpunkt im Mittelpunkt der Masse ist.

$$F_k = G \frac{M_E * m_k}{(r_E + h)^2} \quad h \ll r_E$$

$$F = G \frac{M_E}{r_E^2} * m_k = g * m_k$$

$$\Rightarrow g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

Zum Momentanen Stand besprechen wir dabei nicht die Fluchtgeschwindigkeit. Diese wird aber zu einem späteren Zeitpunkt noch besprochen.

Da die Erde eine so große Masse hat ist die beschleunigung dem entsprechend für uns klein  $1 \gg a$  wie aus  $F = m * a$  folgt.

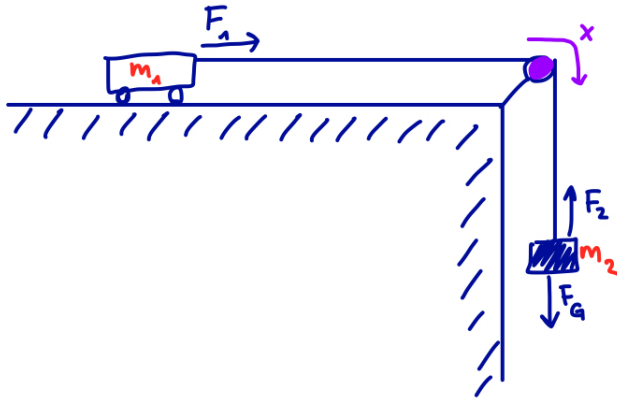
## 12 Trge und schwere Masse

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m_{träge} * \vec{v})$$

$$G \text{ mit } \vec{F}_G = G \frac{m_{1,schwer} * m_{2,schwer}}{r^2} * \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} = g * m_{schwer}$$

Durch Experimente durchgeführt von **Eötvös** folge  $m_{schwer} = m_{träge}$  für alle Stoffe

$$G \frac{m_{träge} * a}{\frac{m * E m_{schwer}}{r^2}} = konst = \frac{m_{träge}}{m_{schwer}} = \frac{a * r^2}{G * m_E}$$



$$m_1 a_1 = F_1 \text{ (träge)}$$

$$m_2 a_2 = F_2 + F_G \text{ (träge)}$$

$$F_1 = -F_2$$

Der Faden muss gespannt bleiben.

$$a_1 = a_2$$

$$\Rightarrow m_1 a = -m_2 a$$

$$F_1 = -F_2$$

$$m_{1,träge} a_1 = F_1 = -F_2 =$$

$$-(m_{2,träge} a_2 - F_G)$$

$$\text{mit } F_G = -m_{2,schwer} g$$

$$m_{1,träge} a = -m_{2,träge} - m_{2,schwer} g$$

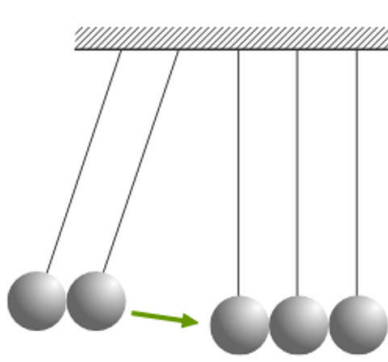
$$a = \frac{m_{2,schwer}}{m_{1,träge} + m_{2,träge}} g$$

## Teil VI

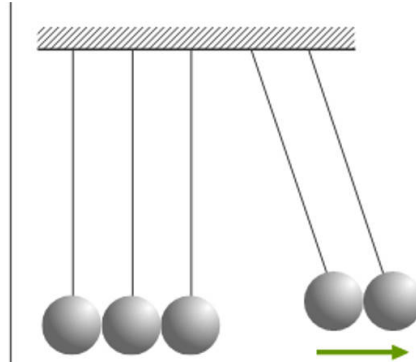
## Vorlesung 6

Bei der Gravitation gibt es einige Experimentelle Möglichkeiten die Gravitation zu veranschaulichen und zu beweisen. Im allgemeine gilt immer dass eine Schwere Masse immer eine Gravitation auf andere Objekte ausübt. Die Masse kann aber noch so gering sein und trotzdem wird dies einen unterschied im Gravitationsfeld machen, es wird nur für das Menschliche Auge nicht sichtbar sein da es viel größere Massen gibt.

## 13 Impulserhaltung

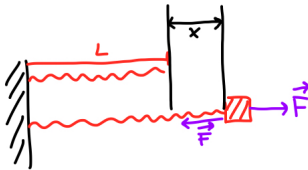


$$(m_1 + m_2 * \underbrace{\vec{v}_2}_0)$$



$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0 =$$

### 13.1 Federn



Ruhelage

$$\vec{F} = -k\vec{x} \text{ (linear)}$$

$$m \underbrace{\vec{a}}_{\ddot{x}} = \vec{F} = -k\vec{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}\vec{x} = 0 \text{ Bewegungsgleichung}$$

**Differentialgleichung 2. Ordnung**

#### 13.1.1 Hook'sches Gesetz

$$F_x = -k_F \cdot \Delta x \quad \Delta x \equiv x - x_0 \equiv x$$

$$\rightarrow F_x = -k_F \cdot x$$

Zuerst wird Arbeit an der Feder verrichtet (Verformung), dann verrichtet die Feder selbst Arbeit.

$$W_{02} = \int_{x_0}^{x_2} F_x \Delta x = -\frac{1}{2} k_f x_2^2 < 0$$

$$W_{20} = \int_{x_2}^{x_0} F_x \Delta x = \frac{1}{2} k_f x_2^2 > 0$$

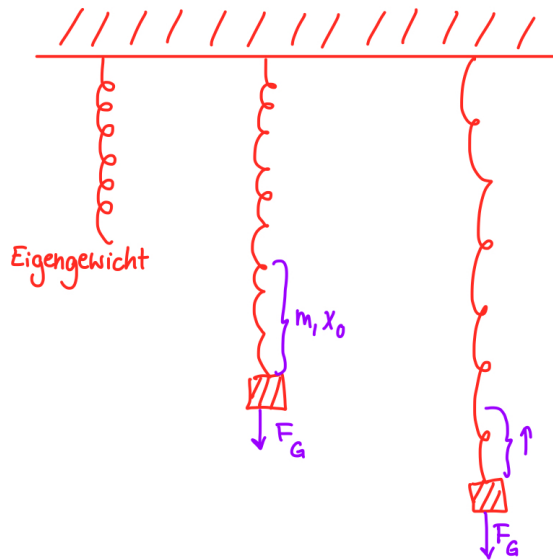
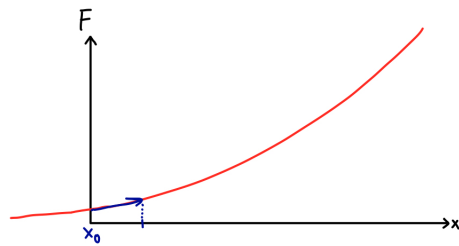
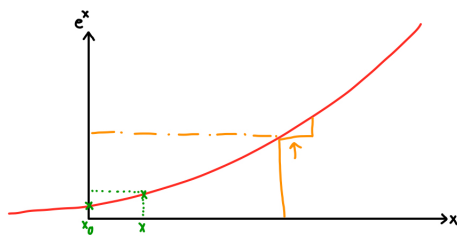
#### 13.1.2 Taylorentwicklung

In dem Fall gibt es auch das Beispiel der Taylorentwicklung der e-Funktion.  $d_{(x)} \quad d'_{(x)}$

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{((x-x_0)^2}{2!} f''$$

$$x_0 = 0$$

$$f(x) = f(0) + (x - 0)e^0 + \frac{(x - 0)^2}{2!}e^0 + \dots = \underbrace{1}_{\text{Ruhelage}} + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$



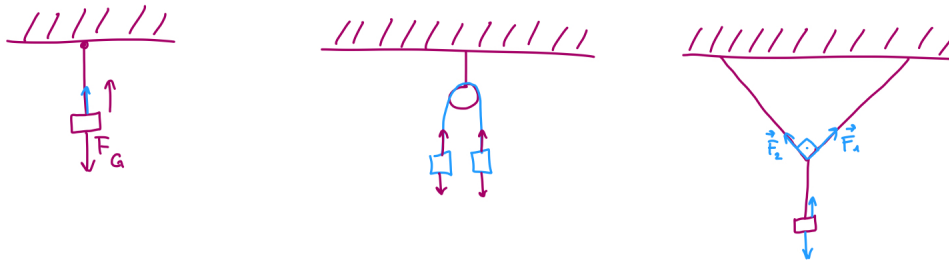
$$F_G + F_{Feder} = mg - kx_0 \underbrace{=}_{{(1)}} 0 \Rightarrow k$$

$$m\ddot{x} = mg - k \underbrace{(x_0 + x)}_{{(1)} \text{ einsetzen}}$$

$$m\ddot{x} = kx$$

$$\ddot{x} \frac{k}{m} x$$

### 13.1.3 Seilspannung



$$m \cdot a = \sum F = F_G + F_A = 0 \quad \sum \vec{F} = 0$$

$$-\vec{F}_G = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

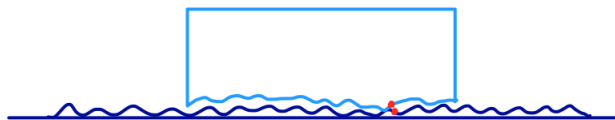
$$\text{Notiz: } \vec{F}_1 * \vec{F}_2 = |\vec{F}_1| * |\vec{F}_2| * \cos \alpha$$

$$\vec{F}_G^2 = \vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + 2 \underbrace{\vec{F}_1 \vec{F}_2}_{=0 \text{ wegen } 90^\circ \text{ grad}}$$

$$S^2 = 4^2 + 3^2$$

## 14 Reibung

$$F_R = \mu * F \quad \vec{F}_R \text{ ist entgegen } \vec{v}$$

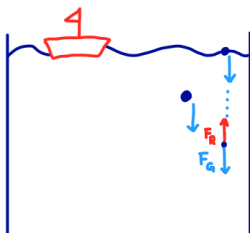


Reibungskraft:

$\mu$	Haft	Gleit
Stahl - Stahl	0,75	0,57
Teflon - Teflon	0,04	0,03

### 14.0.1 Stokes Reibung

Reibung im Wasser



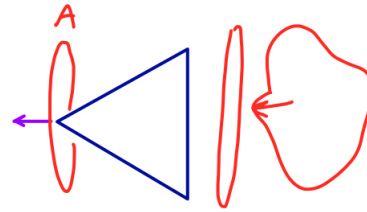
$$F_R = 6\pi * r\mu * v \Rightarrow \text{Viskosität}$$

$$|F_R| = |F_G| \Rightarrow mg = 6\pi r\mu v$$

$$v = \text{konst}$$

solange v klein ist

## 14.0.2 Newton-Reibung



$$F_R = \frac{1}{2} \underbrace{a_w}_{\text{spezifische Luftwiderstand}} \underbrace{\rho}_{\text{Dichte der Luft}} A v^2$$

## Teil VII

# Vorlesung 8

## 14.1 Wiederholung

Angenommen man habe eine Senke und ein Auto welcher hinterrutscht. Man hat also drei Kräfte die auftreten. Diese wären die Gewichtskraft, die Normalkraft und die Reibung(Haftreibung). Dazu gilt wenn die nicht negative Kraft größer ist als die Haftreibung dann herrscht beschleunigung.

$$F_{Haft} = \mu F_N$$

$$\text{Gleitreibung } F_{Gleit} = \mu_G F_N$$

## 15 Schwingungen

### 15.1 Harmonischer Oszillator

Wenn man eine Feder hat und an dieser irgendeine Masse  $m$  hängt, gibt es logischerweise eine Auslenkung an der Feder. Damit wirkt natürlich eine Kraft nach oben und die Federkraft nach unten.

$$m\ddot{x} = F = -kx$$

Und nun zur Bewegungsgleichung des Harmonischen Oszillator. Dieser Fall lässt sich auf sehr viele Beispiele anwenden.

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

#### 15.1.1 Pendel

Man nehme ein Pendel in einer Ruhelage und ein weiteres Pendel welches dem anderen Pendel vollkommen gleicht. Das zweite Pendel unterscheidet sich lediglich durch die Auslenkung des Pendels um den Winkel  $\varphi$ .

Die **Masse** ist bei einem Pendel vollkommen egal da nur die Gewichtskraft auf die Masse des Pendels wirkt.

Wir sagen nun, dass wir bei dem zweiten Pendel noch zusätzlich eine Tangentialkraft haben welche logischerweise in Richtung der Ruhelage zeigt.

$$F_T = -F_G \cdot \sin\varphi = -mg \cdot \sin\varphi$$



Nun nutzen wir die definition des Bogenmaßes um folgende Gleichung daraus zubekommen.

$$\underbrace{x_T}_{\text{Umfang aller Bahnen}} = \underbrace{l}_{\text{Radius}} \cdot \underbrace{\varphi}_{\text{Winkel}}$$

Also

$$\ddot{x}_T = l\ddot{\varphi}$$

$$F_t = m_{Tr\ddot{a}ge} \cdot \underbrace{a_T}_{\ddot{x}_T} \Rightarrow m_g \cdot g \cdot \sin\varphi = m_T \cdot l\ddot{\varphi}$$

$\Rightarrow$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin\varphi = 0 \quad (1)$$

**Näherung dazu:**  $\sin\varphi \approx \varphi$  in Bogenmaß für kleine  $\varphi$

Ein Praktischer Exkurs:

$$\varphi_{\text{in Grad}} = \varphi_{\text{Bogenmaß}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} \quad (2)$$

## 15.2 allgemeine Lösung harmonischer Oszillator:

Feder:  $w^2 = \frac{k}{m}$       Pendel  $w^2 = \frac{g}{l}$

**Bewegungsgleichung:**  $\ddot{y}_{(t)} + w^2 y_{(t)} = 0$  Da wir nun eine Differentialgleichung haben brauchen wir nun einen Ansatz den wir raten müssen.

$$\dot{y}_{(t)} = A \cdot \sin(w \cdot t) + B \cdot \cos(w \cdot t)$$

$$\dot{y} = w \cdot A \cdot \cos(wt) - w \cdot B \cdot \sin(wt)$$

$$\ddot{y} = -w^2 \cdot A \cdot \sin(wt) - w^2 \cdot B \cdot \cos(wt)$$

$$\ddot{y}_{(t)} - w^2 y_{(t)}$$

### 15.2.1 Anfangsbedingungen

- **1. Fall:**  $y_{(0)=y_0} = B$

$$\dot{y}_{(0)} = 0 = wA$$

$$\Rightarrow A = 0 \quad y_{(t)} = y_0 \cdot \cos(wt)$$

- **2. Fall**  $y_0 = 0 = B$

$$\dot{y}_{(0)} = v_0 = w \cdot A$$

$$\Rightarrow A = \frac{v_0}{w}$$

Die beiden letzten Zeilen zusammen ergibt dann:

$$y_{(0)} = \frac{v_0}{w} \sin(wt)$$

- **Alternative:**

$$y_{(0)} = C \cdot (wt + \varphi_0)$$

Wir nutzen nun die die Additionstheoreme.

$$C \cdot \sin(wt) \cdot \cos\varphi_0$$

$$C \cdot \cos(wt) \cdot \sin\varphi_0$$

$$= \underbrace{C \cdot \cos \varphi_0}_{A} \cdot \sin(wt) + \underbrace{C \cdot \sin \varphi_0}_{B} \cdot \cos(wt)$$

wir setzen die Dimension  $[w] = \frac{1}{s}$  also die Kreisfrequenz

$\sin(wt)$

Ich überspringe einfach mal die weitere Herleitung:

$$w = \frac{2\pi}{T} \quad w = \sqrt{\frac{g}{l}} \text{ bzw. } \sqrt{\frac{k}{m}} \quad [w] = \left( \frac{m}{s^2 m} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{s}$$

## 16 4.7 Variable Masse

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \quad \Rightarrow \quad d\vec{p} = \vec{F} dt \quad \int_{p_0}^{p(t)} d\vec{p} = \int_{t_0}^t \vec{F} dt$$

$$p(t) - p_0 = \underbrace{\int_{t_0}^t \vec{F} dt}_{\text{Kraftstoß}}$$

### 16.1 Bsp. inelastischer Stoß

$$v' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

## Teil VIII

# Vorlesung 9

### Wiederholung

Man stelle sich vor man habe eine Kraft die proportional zu einer Auslenkung von der Ruhelage ist. So hat man die Differentialgleichung einer Schwingung:  $\ddot{x} + w^2 x = 0$

$$x(t) = A \cdot \sin(wt) + B \cdot \cos(wt)$$

### 16.2 Rakete

02

*Rakete*

$t$   
 $m(t)$   
 $v(t)$   
 $dm$

$t+dt$   
 $m(t+dt)$   
 $v(t+dt) = v(t) + dv$

$v_G = v' - v$

$v_G$  relativ zur Rakete  
 $v'$  relativ zum 1-System

$p(t) = m(t) \cdot v(t)$

$p(t+dt) = (m + dm) \cdot (v + dv) + dm_G \cdot v'_G$

$dm = -dm_G$

$> 0$

$= m \cdot v + m \cdot dv + dm \cdot v + dm \cdot dv$

$= m \cdot v - dm \cdot v_G + dm \cdot dv$

$\approx$  vernachlässigt

$dp = m \cdot dv - dm \cdot v_G$

Äußere Kraft:

$$F = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{dm}{dt} \vec{v}_G$$

$$-mg = m \cdot \dot{\vec{v}} - \dot{m} \cdot \vec{v}_G \quad (3)$$

Wird nun mit  $\frac{dt}{m}$  multipliziert

Das ganze muss immer größer 0 sein.

$$\underbrace{|\vec{v}_G| \cdot \left| \frac{dm}{dt} \right|}_{\text{Schubkraft}} \text{ kleiner als } mg$$

### 16.2.1 Lösung

$$-\sum_{t_0}^t g \cdot dt = \sum_{\vec{v}_0}^{\vec{v}_{(t)}} d\vec{v} - \sum_{m_{(t)}}^{m_0} \frac{dm}{m} \cdot \vec{v}_G =$$

$$\vec{v}_{(t)} = \vec{v}_0 - g(t - t_0) + |\vec{v}_G| \cdot \ln \frac{m_0}{m_{(t)}} \quad (4)$$

## 17 4.8 Energie

### 17.1 Arbeit

Wir gucken uns zunächst die Arbeit für ein sehr kleines Stück eines Weges an.

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F_r \cdot |d\vec{r}|$$

$$\int dW = \sum \vec{F} \cdot \vec{v} dt \quad \text{dabei ist } d\vec{r} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

$$\text{und } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Es gibt aber noch die Möglichkeit, die häufig auftritt und die Rechnung erheblich vereinfacht ist, dass:

$$\begin{aligned} &\text{falls } \alpha = \text{const} \\ w &= \cos \alpha \int |\vec{F}| ds \end{aligned}$$

#### 17.1.1 Beispiel: Der Freie Fall

Wir haben damit einen Punkt A und einen Punkt B wobei A höher liegt als B. die Distanz zwischen den beiden Punkten bezeichnen wir mit  $h$ .

$$\vec{r}_A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \quad \vec{r}_B \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dz \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow W = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F} d\vec{r} = - \int_h^0 m \cdot g dz = -m \cdot g \cdot (0 - h) = m \cdot g \cdot h$$

### 17.1.2 Bsp: Feder

$$F = -kx$$
$$\left[ W = \int \vec{F} d\vec{r} = \int_{x_0}^0 F dx = -k \frac{x^2}{2} \right]_x^0 = \frac{1}{2} kx^2$$

### 17.1.3 Konstante Kraft

$$\vec{F} = konst$$

- $W = \int_A^B \vec{F} d\vec{r} = \vec{F} \int_A^B d\vec{r} = \vec{F}(\vec{r}_B - \vec{r}_A)$   
 $r_B$  ist dabei der Endpunkt und logischerweise ist  $r_A$  dann der Anfangspunkt.

## 17.2 Konservative Kräfte

Fast alle Kräfte in der Natur sind konservative Kräfte.

- $\vec{F}$  konstant
- $\vec{F}$  Zentralkraft (F hängt nur von r ab also vom Zentrum der Kraft)

Es ist keine konservative Kraft, wenn diese von der Zeit oder von der Geschwindigkeit abhängt. Ein Beispiel für eine Kraft die von der Geschwindigkeit abhängt wäre beispielsweise die Reibung.

**Eine konservative Kraft W ist unabhängig vom Weg**

### 17.2.1 Das geschlossenes Wegintegral

$$\oint \vec{F} d\vec{r} = 0 \text{ für konservative Kräfte}$$