

# Blatt 6

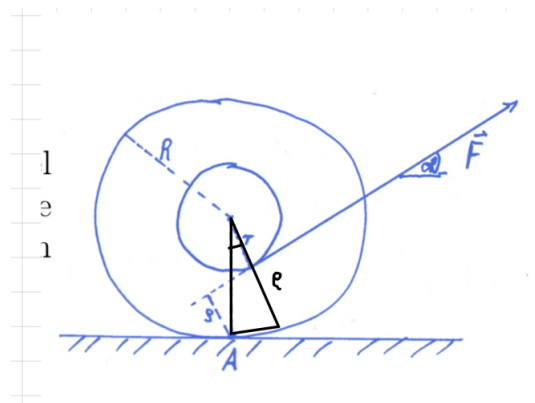
Tom Herrmann

23. Mai 2019

## 1 Aufgabe 1

## 2 Aufgabe 2

### 2.1 a



Aus dem eingezeichneten Dreieck kann man die Beziehung direkt ablesen und ist damit recht offensichtlich.

### 2.2 b

$$\begin{aligned} \cos\alpha? \frac{r + \rho}{R} \\ -\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad |\vec{M}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin\varphi \\ M = \rho \cdot F = 0 \end{aligned}$$

## 3 Aufgabe 3

Von der ERde zum Mars

### 3.1 a

$$\begin{aligned} I = mr^2 \quad \vec{L} = I\vec{\omega}; |\vec{L}| = I\omega \\ E_{rot} = I \frac{\omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I} \end{aligned}$$

## 4 Aufgabe 4

### 4.1 a

$$E_{oot} = Gm \left( \frac{M_s}{r_p} + \frac{M_p}{R_p} \right)$$

wobei das Trägheitsmoment für die Erde dann:

$$I_E = M_E r_E^2 \text{ und } E_{rot,E} = \frac{1}{2} I_E \omega_E^2$$

Man kann nun durch das Kräftegleichgewicht weiter rechnen welches zwischen Sonne und Sonne wirkt.

$$M_E r_E \omega_E^2 = G \frac{M_S M_E}{r_E^2}$$

wobei sich dann  $M_E$  rauskürzen lässt

$$E_{rot,E} = \frac{1}{2} M_E r_E^2 G \frac{M_S}{r_E^3}$$

### 4.2 b

Man muss mal Drehmoment und Drehimpuls kompensieren.  $m \omega^2 R = mg = R = \frac{g}{\omega^2}$ ,  $W = \frac{2}{30s} \pi = 0.2094395102$

### 4.3 c

$$E_{rot,L} = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2$$

$$E_{rot,2} = 0 \quad A = E_{rot,1}$$

Corioliskraft lassen wir außen vor da wir auf diese keine Arbeit verrichten. Dies folgt aus der Definition der Corioliskraft also dass diese senkrecht wirkt...

## 5 Aufgabe 5

$$m\ddot{x} = -v'(x)$$

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + v(x) = \text{const}$$

$$\frac{d}{dt}(E) = m\ddot{x}\dot{x} + v'(x)\dot{x} = \dot{x}(m\ddot{x} + v'(x))$$

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + v(x) = \text{const} \quad \dot{x}^2 = \frac{2}{m} (E - v(x))$$

$$\text{wobei } \dot{x} = \sqrt{\frac{2}{m} (E - V(x))}$$

$$\int_a^b \frac{dx}{\dot{x}} = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m} (E - v(x))}}$$

$$T = \int_a^b dx \frac{(E - v(x))^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{2m}}$$

## 6 Aufgabe 6

Definitionen für die Aufgabe

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (2)$$

$$\vec{R} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

Rechnung:

$$\begin{aligned} m_1 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2 &= (m_1 + m_2) \vec{R} \times \dot{\vec{R}} + \mu \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \\ &= \frac{1}{m_1 + m_2} \left[ (m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2) \times (m_1 \dot{\vec{r}}_1 + m_2 \dot{\vec{r}}_2) + m_1 m_2 (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \times (\dot{\vec{r}}_1 - \dot{\vec{r}}_2) \right] \\ &= \frac{1}{m_1 + m_2} \left[ m_1^2 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_1 m_2 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_2 + m_1 m_2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_2^2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2 + m_1 m_2 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 - m_1 m_2 \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_2 \right. \\ &\quad \left. - m_1 m_2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_1 + m_1 m_2 \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2 \right] \end{aligned}$$

Nun kürzen sich aus dem ganzen ausmultiplizierten ein paar Dinge heraus

$$\frac{1}{m_1 + m_2} \left[ (m_1^2 + m_1 m_2) \vec{r}_1 \times \dot{\vec{r}}_1 + (m_2^2 + m_1 m_2) \vec{r}_2 \times \dot{\vec{r}}_2 \right]$$